

2개 반경을 갖는 Diamond Wheel의 절삭 공식에 관한 연구

김 회섭, 김 회률, 조 창목

요 약

We find a cutting formula of the Diamond wheel with two radii.

I. 서론

곡면을 가공하고자 하면 곡면식과 NC(Numerical Control) 공작기계가 필요하다. 자유곡면은 Ferguson Surface, Bezier Surface, B-spline Surface, Polynomial Surface 등으로 많이 표현된다. 어떤 곡면이든지 간에 미분기하에 의해 법선 Vector를 표현 할 수 있다. 공작기계에서 사용되는 공구는 보통 금속가공에 Ball-endmill을 쓰고 가끔 Filleted-endmill 도 쓴다. 하지만 유리가공이나 금형가공 중에서도 특수한 정도를 요하는 것에는 Diamond wheel을 쓴다. 이 논문에서는 두 개의 반경을 갖는 Diamond wheel 공구를 쓰는 경우 기존에 나와 있는 식과 다른 방식의 공식을 유도한다.

II. 본론

보통의 NC 기계의 가공에서의 Ball-endmill은 법선 방향이 Endmill의 중심을 향하고 있어 이 법선 벡터를 사용하여 공구 위치를 계산하지만, 정밀 가공용 NC의 경우 공구 형상이 보통의 NC 기계와는 다르므로 (그림 1 참조) 가공면의 법선이 Diamond Wheel의 중심과는 일치하지 않는다. 그러므로 공구 보정을 위하여는 가공면에서 공구의 중심을 향하는 vector를 구하는 Algorithm이 필요하다. 공작기계가 최종적으로 위치를 인식하는 CL(Cutting Location) data는 가공하고자 하는 곡면과 공구의 접촉점이 주어지면 이에 해당하는 공구 위치를 계산함으로써 얻어진다. CL data를 구하려면 곡면상의 접촉면에서의 법선 벡터를 계산하여야 한다. 곡면이 매개방정식 $r(u, v)$ 인 경우 매개방정식을 u 방향 및 v 방향에 대하여 미분하고 두 미분 값을 외적을 취하여 구한다. 단위법선 벡터는

$$\vec{n} = \frac{\vec{r}_u \times \vec{r}_v}{|\vec{r}_u \times \vec{r}_v|}$$

이다.

그림 1 가공 NC기계의 Diamond Wheel

다항식 $z = f(x, y)$ 의 경우는

$$\vec{n} = \frac{(-f_x, -f_y, 1)}{\sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2}}$$

이다.

그림 2에 보인 바와 같이 Ball-endmill과 Filleted-endmill의 경우 CL데이타는 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \vec{r}_{CL} &= \vec{r}_c + R(\vec{n} - \vec{u}) \\ \vec{r}_{CL} &= \vec{r}_c + a(\vec{n} - \vec{u}) \frac{(R - a)}{\sqrt{1 - (\vec{n} \cdot \vec{u})^2}} (\vec{n} - (\vec{n} \cdot \vec{u})\vec{u}). \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 \vec{r}_c 는 접촉점의 위치 벡터, \vec{r}_{CL} 은 공구 끝점의 위치벡터를 나타낸다. $\vec{u} = (0, 0, 1)$, \vec{n} 은 곡면의 법선 벡터이고 R은 공구반경, a는 Filleted-endmill의 경우 작은 반경이다.

이제부터 이 논문에서 찾고자하는 식을 유도한다. 그림 3에서 Torus의 Parameter 표현법은

$$\vec{r}(u, v) = (a + b \cos v) \cos u \vec{i} + (a + b \cos v) \sin u \vec{k} + b \sin v \vec{j} \quad (2)$$

$z < 0$ 인 영역에서 토러스의 외측을 택하면 $\pi \leq u \leq 2\pi$, $-\frac{\pi}{2} \leq v \leq \frac{\pi}{2}$ 이다. 여기서 x, y, z 좌표는 실제로 공작기계에 Diamond Wheel이 장착 되었을 때의 x, y, z 좌표와 일치하도록 잡았기 때문에 (2)식과 같이 주어진다. \vec{r}_u, \vec{r}_v 는 계산에 의하여

$$\begin{aligned} \vec{r}_u &= -(a + b \cos v) \sin u \vec{i} + (a + b \cos v) \cos u \vec{k} + 0 \cdot \vec{j} \\ \vec{r}_v &= -b \sin v \cos u \vec{i} - b \sin v \sin u \vec{k} + b \cos v \cdot \vec{j} \end{aligned}$$

(a) Ball-endmill

(b) Filleted-endmill

그림 2 공구 접촉점과 CL data

그림 3 Torus에 의한 공구의 중심에서 접촉점까지의 거리

로 주어진다.

$$\begin{aligned} \vec{r}_u \times \vec{r}_v &= -b(a + b \cos v) \cos u \cos v \vec{i} \\ &\quad - b(a + b \cos v) \sin u \cos v \vec{k} - b(a + b \cos v) \sin v \vec{j} \end{aligned} \quad (3)$$

이고 (3)이 Diamond Wheel의 법선 벡터이다.

연삭하는 면 $r_c = (x_c, y_c, z_c)$ 의 법선 벡터가 $\vec{n}_c = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k}$ 로 한다. 작업면 법선 vector 와 Diamond Wheel 법선 vector를 일치시키면

$$\frac{n_z}{n_x} = \frac{b(a + b \cos v) \cos v \sin u}{b(a + b \cos v) \cos v \cos u} = \tan u.$$

그러므로 $u = \tan^{-1} \left(\frac{n_z}{n_x} \right)$. 단, $\pi \leq u \leq 2\pi$ 이기 때문에 계산식에서는

$$\begin{aligned} u &= u + 2\pi : u \leq 0 \\ u &= u + \pi ; u > 0 \end{aligned}$$

이다.

$$\frac{n_y}{n_z} = \frac{b(a + b \cos v) \sin v}{b(a + b \cos v) \cos v \sin u} = \frac{\tan v}{\sin u}.$$

그러므로 $v = \tan^{-1} \left(\frac{n_y \sin u}{n_z} \right)$ 이다. 위에서 구한 u, v 값을 식(2)에 대입하면 \vec{r} 가 얻어진다. 식 (2)에 의한 위치 vector \vec{r} 을 구하면 Diamond Wheel의 중심 위치 \vec{r}_{CL} 는

$$\vec{r}_{CL} = \vec{r}_c - \vec{r} \quad (4)$$

이다. 이것이 우리가 구하는 공작기계가 위치를 인식하는 공구인 Diamond Wheel의 최종 CL data이다.

III. 토의

Filleted-endmill의 식(1)과 새로운 식(4)는 모두 CL data를 나타내지만 식(4)는 2개 반경을 갖는 Diamond Wheel을 Torus의 바깥면으로 보고 계산한 것이다. 이 논문에서는 정밀 가공을 필요로 하는 금형 또는 유리가공에서 사용되는 새로운 식 (4)를 유도하였다.

참고 문헌

1. 최병규, 곡면 모형 및 3차원 NC가공, 방한 출판사.
2. 전차수, 자유곡면 NC가공에서의 공구간섭 방지, Ph. D Thesis, KAIST
3. Farin, Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design, Academic Press, London, 1990

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND INFORMATION,
KYUNGWON UNIVERSITY
SONGNAM, KYUNGGIDO, 461-701, KOREA
HSKIMM@MAIL.KYUNGWON.AC.KR

DEPARTMENT OF REFRIGERATION AND AIR/CONDITIONING ENGINEERING,
PUKYONG NATIONAL UNIVERSITY
NAMGU, PUSAN, 608-737, KOREA

CORPORATE R&D CENTER,
SAMSUNG SDI CO., LTD
575, SHIN-DONG, PALDAL-GU,
SUWON-CITY, KYUNGKI-DO,
442-391, KOREA