

섭동법에 의한 면진구조계의 동적 재해석 Dynamic Reanalysis of Base-Isolated Systems Using a Perturbation Technique

김 희 덕*
Hee-duck Kim*

< Abstract >

In this study, a general perturbation method is presented to reanalysis dynamic response of base-isolated systems. The perturbation is expanded to general order and which provide the formulation of perturbed solutions. in which eigensolutions of non-modified system are treated as unperturbed solutions. The accuracy of present method is tested using a 2-DOF system with isolator, where the stiffness and damping coefficients of isolator are changed, respectively. The reanalyzed eigensolutions and response using perturbed solutions are successfully approached to exact ones after just first perturbation. Supposing the practical criterion as $\pm 5\%$ error, the modification range of $-50\% \sim 30\%$ from original system can be allowed for the first order perturbation. Using higher order solutions, the applicable range will be wide.

Key Words : *Perturbation Method, Base-Isolated Systems, Eigenvalue Problem, dynamic analysis*

1. 서 론

일본, 미국 등 지진활동이 활발한 외국에 비해 한반도는 지진활동이 미진한 편이기는 하나, 규모 3.0정도의 중규모 지진이 연 10회 이상 관측되고 있다. 1995년 발생한 일본 코베지진을 계기로 국내에서도 토목, 건축구조물의 내진성향상에 대한 연구가 활발히 진행되고 있으며, 현행시방서의 엄격한 내진규정에 힘입어 각종 구조물의 받침 또는 고층빌딩의 하부층에 적층 고무받침(Laminated Rubber Bearing; LRB) 등

과 같은 면진장치를 사용하는 예가 늘어나고 있다.

이러한 진동제어장치를 설계에는 최적의 제진효과를 얻기 위하여 제어장치의 동특성치를 변화시켜 가면서 반복적으로 동적응답을 해석할 필요가 있으며, 일반적인 동적해석은 시스템 특성치의 재배열과 반복계산으로 인하여 많은 노력과 시간이 요구된다. 본 연구는 이러한 면진구조계의 설계시 빈번히 행해지는 동적해석의 재해석을 보다 효율적으로 행하기 위하여 섭동법(perturbation method)을 이용한 고유치

* 정회원, 경일대학교 토목공학과 조교수 / 工博
오사카대학 대학원 졸업
(053) 850-7228

* Assistant Professor Dept. of Civil Engineering,
Kyungil University, Ph. D. Eng.
E-mail : heeduck@bear.kyungil.ac.kr

문제의 재해석 방법을 제안하고자 한다. 섭동법은 비록 근사해법이지만, 미리 구해진 해를 이용한다는 점에서 계산시간을 단축시킬 수 있으며, 수정된 시스템 상수의 입력을 보다 용이하게 할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

섭동법을 고유치문제에 도입한 기존의 연구로서, Lancaster¹⁾와 Meirovitch & Ryland²⁾는 비감쇠시스템의 고유치해로부터 감쇠를 가진 시스템의 고유치해를 구하기 위해서 2차수 섭동법(second order perturbation)을 적용하였고 감쇠의 영향을 고찰하였다. 또, Kim³⁾은 비비례감쇠계의 고유치해를 비례감쇠계의 해로부터 구하는 섭동법을 제안하여, 고유치해에 미치는 비비례감쇠의 영향을 고찰했다. 한편, 섭동법을 고유치문제의 재해석에 적용한 연구로서, Chung & Lee⁴⁾는 비례감쇠계의 고유치해를 바탕으로 기계진동시스템의 재해석에 섭동법을 도입하였으나, 제진 및 면진구조계와 같이 모드연성(modal coupling)이 큰 시스템의 경우는 오차가 상대적으로 크게 될 우려가 있다.

본 연구에서는 선형제어시스템의 고유치문제의 재해석을 위한 섭동법을 제안하고 수치해석을 통하여 그 유용성을 평가하였다. 본 연구에서 제안한 섭동법은 수정전 시스템의 고유치해를 비섭동해로하고 섭동해는 일반적인 차수까지 확장시켜, 해석 대상에 따라 섭동차수를 달리 할 수 있도록 배려하였다. 수치해석에서는 면진장치가 설치된 2자유도 진동시스템을 대상으로 제안된 섭동법에 의해 재해석된 고유치해를 엄밀해와 비교하여 그 적용성을 검증하였다. 또, 섭동해를 사용한 모드해석에 의한 동적응답의 오차도 고찰하였다.

2. 면진구조계의 재해석 모델

2.1 수정행렬을 가진 진동계의 운동방정식

면진장치는 구조물과 지반을 분리시켜 지진동의 에너지를 상부구조물로 전달을 억제시키기 위해 설치되는 구조요소로서, 여러 가지 종류가 개발 또는 연구되고 있다. 면진장치는 종류 및 특성 등에 따라 여러 가지 형태의 모델로 나타낼 수 있으나⁵⁻⁷⁾, 본 연구에서는 Fig.1에 나타낸 것처럼 최하층이 선형스프링과 선형

dashpot로 수평 지지된 n자유도의 선형 이산화 모델(linear discrete model)로 가정하였으며, 각

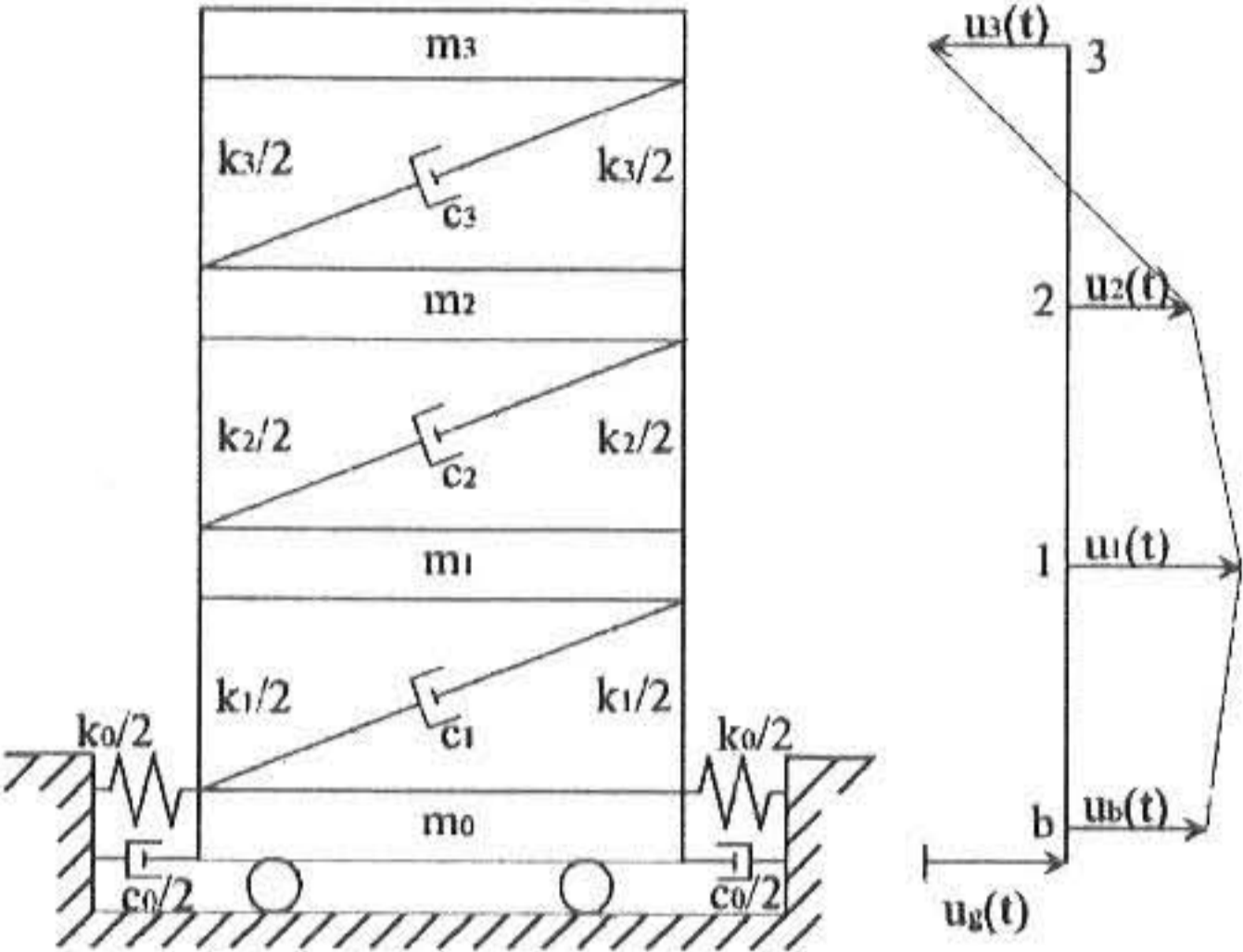


Fig.1 Discrete model for isolated systems

질점의 동적응답을 지반변위 $u_g(t)$ 에 대한 상대변위로서 나타낼 때, 운동방정식은 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{1\}\ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

여기서, $[M]$, $[C]$, $[K]$ 는 각각 질량, 감쇠 및 강성행렬로서 $n \times n$ 대칭행렬이며, $\ddot{u}_g(t)$ 는 지반가속도, $\{1\}$ 은 전 요소가 1로 구성된 n 차원 벡터를 나타내고 $\{u\}$ 는 지반변위에 대한 상대변위벡터이다. 일반적으로 면진장치를 가진 구조계는 감쇠행렬이 Cauchy의 비례감쇠조건⁸⁾ ($[K][M]^{-1}[C] = [C][M]^{-1}[K]$)을 만족시키지 않는 비비례감쇠시스템으로 된다.

적절한 면진설계를 위하여 상기의 선형진동계의 시스템 행렬 $[M]$, $[C]$ 및 $[K]$ 가 각각 수정행렬(modified matrix) $[\Delta M]$, $[\Delta C]$ 및 $[\Delta K]$ 에 의해 변경되었다고 가상할 때, 수정된 진동계(modified system)의 운동방정식은 다음과 같다.

$$([M] + [\Delta M])\{\ddot{x}\} + ([C] + [\Delta C])\{\dot{x}\} + ([K] + [\Delta K])\{x\} = -([M] + [\Delta M])\{1\}\ddot{u}_g(t) \quad (2)$$

2.2 고유치문제

식(2)의 수정시스템은 비비례감쇠로 인하여 서로 다른 $2n$ 개의 복소수의 해를 가지는 복소수 고유치문제로 되며, 이를 해결하기 위하여 운동방정식을 다음과 같이 $2n$ 차원의 상태벡터(state vector)를 사용하여 1차원 고유치문제로

변환한다.

$$([A]+[\Delta A])\dot{z} + ([B]+[\Delta B])z = \{p\} \quad (3)$$

여기서,

$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [M] \\ [M] & [C] \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} -[M] & [0] \\ [0] & [K] \end{bmatrix},$$

$$[\Delta A] = \begin{bmatrix} [0] & [\Delta M] \\ [\Delta M] & [\Delta C] \end{bmatrix}, \quad [\Delta B] = \begin{bmatrix} -[\Delta M] & [0] \\ [0] & [\Delta K] \end{bmatrix},$$

$$z = \begin{Bmatrix} x \\ x \end{Bmatrix}, \quad p = \begin{Bmatrix} 0 \\ -[M](1) \ddot{u}_g(t) \end{Bmatrix} \text{ 이다.}$$

상기의 1계 미분방정식의 일반해를

$$z = \{y\} \exp(\lambda t) \quad (4)$$

로 가정하고, 식(3)의 제차방정식(homogeneous equation)에 대입하면, 다음과 같은 특성방정식(characteristic equation)을 얻을 수 있다.

$$[\lambda_j([A]+[\Delta A]) + ([B]+[\Delta B])] \{y_j\} = \{0\} \quad (5)$$

$$j=1, 2, \dots, 2n$$

여기서, λ_j 및 $\{y_j\}$ 는 각각 j차 고유치 및 고유벡터로서 복소수의 값을 가지고, (n+j)차 해인 $(\lambda_{n+j}, \{y_{n+j}\})$ 와 공액복소수의 관계를 가진다. 또, 벡터 $\{z\}$ 의 정의 및 식(4)로부터, 각 고유벡터의 j번째 요소는 (j+n)번째 요소에 고유치를 곱한 값이 된다. 이와 같은 고유치해의 특성을 정리하면 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\lambda_j = \overline{\lambda_{j+n}} \quad (6a)$$

$$\{y_j\} = \overline{\{y_{j+n}\}} \quad (6b)$$

$$\{y_j\} = \begin{Bmatrix} \lambda_j \{y_j\} \\ \{y_j\} \end{Bmatrix} \quad (6c)$$

여기서, 윗줄은 공액복소수를 나타낸다. 또, 고유치는 다음과 같이 비례감쇠계의 고유치와 유사한 형태로도 표현할 수도 있다.

$$\lambda_j = -\omega_j \xi_j + i\omega_j \sqrt{1-\xi_j^2} \quad (7)$$

여기서, ω_j 및 ξ_j 는 각각 j차 모드의 의사원진동수(pseudo circular frequency) 및 의사감쇠비(pseudo damping ratio)라 하며, 다음과 같이 정의된다.

$$\omega_j = \sqrt{Re^2(\lambda_j) + Im^2(\lambda_j)} \quad (8a)$$

$$\xi_j = -Re(\lambda_j)/\omega_j \quad (8b)$$

3. 동적응답의 재해석

상기의 수정행렬을 가진 시스템의 고유치 재

해석에 있어 본 연구에서는 섭동법을 도입한 재해석 방법을 제안한다. 여기서, 수정되기 전의 진동계의 고유치해를 비섭동해(unperturbed solution)로 하였으며, 수정행렬 $[\Delta M]$, $[\Delta C]$ 및 $[\Delta K]$ 의 크기는 수정전 행렬인 $[M]$, $[C]$ 및 $[K]$ 에 비해 1차수 작은 값으로 가정한다.

3.1 비섭동시스템

본 연구에서 제안한 섭동법은 재해석의 대상 시스템인 수정전의 진동계를 비섭동시스템(unperturbed system)으로 하고 그 고유특성방정식은 각각 아래와 같다.

$$[A]\dot{z} + [B]z = \{p\} \quad (9)$$

$$(\lambda_j^{(0)}[A] + [B])\{y_j^{(0)}\} = \{0\}, \quad j=1, 2, \dots, 2n \quad (10)$$

여기서, $\lambda_j^{(0)}$ 및 $\{y_j^{(0)}\}$ 는 j번째 고유치해로서 복소수 고유치해법의 알고리즘을 통하여 구할 수 있으며, 이들을 비섭동해(unperturbed solutions)라 부르고, 다음과 같은 직교정규화조건(orthogo-normalization condition)을 만족한다.

$$\{y_k^{(0)}\}^T [A] \{y_j^{(0)}\} = r_j \delta_{jk} \quad (11)$$

$$\{y_k^{(0)}\}^T [B] \{y_j^{(0)}\} = \lambda_j^{(0)} r_j \delta_{jk} \quad (12)$$

여기서, δ_{jk} 는 Dirac's delta function이며, r_j 는 정규화계수(normalization coefficient)이다. 또, 상기의 직교정규화조건은 다음절에서 다루게 될 섭동해를 구하는 데 있어 중요한 역할을 한다.

3.2 섭동방정식

수정된 시스템의 고유치해는 수정행렬이 시스템행렬에 비해 1차수 작다는 가정으로부터, 위의 비섭동해 $\lambda_j^{(0)}$, $\{y_j^{(0)}\}$ 에 수정행렬에 의한 영향을 합한 것으로 볼 수 있다. 즉,

$$\lambda_j = \lambda_j^{(0)} + \lambda_j^{(1)} + \lambda_j^{(2)} + \dots = \lambda_j^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_j^{(k)} \quad (13)$$

$$\{y_j\} = \{y_j^{(0)}\} + \{y_j^{(1)}\} + \dots = \{y_j^{(0)}\} + \sum_{k=1}^{\infty} \{y_j^{(k)}\} \quad (14)$$

$$j=1, 2, 3, \dots, 2n$$

여기서, 위첨자는 섭동차수(perturbation order)의 크기를 나타낸다. 예를 들면, $\lambda_j^{(3)}$ 는 $\lambda_j^{(2)}$ 에 비하여 1차수 더 큰 벡터임을 의미한다. 한편, 모드연성(modal coupling)을 고려할 때, j번째 고유벡터에 대한 제m차 기여량인 $\{y_j^{(m)}\}$ 는 j번

제를 제외한 비섭동 고유벡터들과의 선형적 결합으로 이루어진다고 가정할 수 있다. 즉,

$$\{y_j^{(m)}\} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{2n} \alpha_{jk}^{(m)} \{y_k^{(0)}\} \quad (15)$$

$$(j, k) = 1, 2, 3, \dots, 2n, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

상기 식을 식(14)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\{y_j\} = \{y_j^{(0)}\} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{2n} \alpha_{jk}^{(m)} \{y_k^{(0)}\} \quad (16)$$

식(13)과 (16)를 식(5)에 대입하고, 수정행렬 $[\Delta A]$, $[\Delta B]$ 가 $[A]$, $[B]$ 에 비해 1차수 더 작다는 것을 감안하여 각 차수별로 분리 정리하면 다음과 같은 섭동방정식(perturbation equation)을 얻을 수 있다.

제0차수 섭동식(비섭동계의 특성방정식) :

$$(\lambda_j^{(0)}[A] + [B])\{y_j^{(0)}\} = 0 \quad (17)$$

제1차수 섭동식 :

$$\begin{aligned} (\lambda_j^{(0)}[A] + [B])\{y_j^{(1)}\} = \\ -(\lambda_j^{(1)}[A] + \lambda_j^{(0)}[\Delta A] + [\Delta B])\{y_j^{(0)}\} \end{aligned} \quad (18)$$

제2차수 섭동식 :

$$\begin{aligned} (\lambda_j^{(0)}[A] + [B])\{y_j^{(2)}\} = \\ -(\lambda_j^{(2)}[A] + \lambda_j^{(1)}[\Delta A])\{y_j^{(0)}\} \\ -(\lambda_j^{(1)}[A] + \lambda_j^{(0)}[\Delta A] + [\Delta B])\{y_j^{(1)}\} \end{aligned} \quad (19)$$

제N차수 섭동식 :

$$\begin{aligned} (\lambda_j^{(0)}[A] + [B])\{y_j^{(N)}\} = \\ -\sum_{k=1}^m (\lambda_j^{(k)}[A] + \lambda_j^{(k-1)}[\Delta A])\{y_j^{(N-k)}\} \\ -[\Delta B]\{y_j^{(N-1)}\} \end{aligned} \quad (20)$$

3.3 섭동해

수정시스템의 고유치해는 식(13)과 식(16)의 미지계수인 $\lambda_j^{(m)}$ 와 $\alpha_{jk}^{(m)}$ (또는 $\{y_j^{(k)}\}$) - 이를 섭동해(Perturbed Solution)라 한다 - 를 구함으로써 얻어지며, 이들 미지계수는 앞의 각 차수별 섭동방정식에서 비섭동해의 직교정규화조건을 이용하여 구할 수 있다. 먼저, 식(8)을 전치하고, j와 k를 교환한 뒤, $\{y_j^{(1)}\}$ 에 곱하면 다음 식이 얻어진다.

$$\{y_k^{(0)}\}^T (\lambda_k^{(0)}[A] + [B])\{y_j^{(1)}\} = 0 \quad (21)$$

또, 제1차수 섭동방정식(18)에 $\{y_k^{(0)}\}^T$ 를 곱한 뒤, 식(21)로부터 빼면, 다음의 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} (\lambda_k^{(0)} - \lambda_j^{(0)})\{y_k^{(0)}\}^T [A]\{y_j^{(1)}\} = \\ \{y_k^{(0)}\}^T (\lambda_j^{(1)}[A] + \lambda_j^{(0)}[\Delta A] + [\Delta B])\{y_j^{(0)}\} \end{aligned} \quad (22)$$

먼저, (j = k)인 경우, 식(22)의 좌항이 0이 되고, 정규화조건 식(11),(12)로부터 $\lambda_j^{(1)}$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$\lambda_j^{(1)} = -\frac{\lambda_j^{(0)} \tilde{a}_{j,j} + \tilde{b}_{j,j}}{r_j} \quad (23)$$

단,

$$\{y_k^{(0)}\}^T [\Delta A]\{y_j^{(0)}\} \equiv \tilde{a}_{j,k} \quad (24a)$$

$$\{y_k^{(0)}\}^T [\Delta B]\{y_j^{(0)}\} \equiv \tilde{b}_{j,k} \quad (24b)$$

또, (j ≠ k)의 경우, 식(11), (12) 및 (24)로부터 미지계수 $\alpha_{jk}^{(1)}$ 는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\alpha_{jk}^{(1)} = \frac{\lambda_j^{(0)} \tilde{a}_{kj} + \tilde{b}_{kj}}{(\lambda_k^{(0)} - \lambda_j^{(0)})r_k} \quad (25)$$

이와 유사한 방법으로 제2차수 섭동식으로부터 다음과 같이 섭동해를 얻을 수 있다.

$$\lambda_j^{(2)} = -\frac{1}{r_k} \left\{ \lambda_j^{(1)} \tilde{a}_{jj} + \lambda_j^{(0)} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{2n} \alpha_{jk}^{(1)} \tilde{a}_{jk} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{2n} \alpha_{jk}^{(1)} \tilde{b}_{jk} \right\} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{jk}^{(2)} = \frac{1}{(\lambda_k^{(0)} - \lambda_j^{(0)})} \left\{ \lambda_j^{(1)} \alpha_{jk}^{(1)} + \frac{1}{r_k} (\lambda_j^{(1)} \tilde{a}_{jk} + \right. \\ \left. + \lambda_j^{(1)} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq j}}^{2n} \alpha_{jm}^{(1)} \tilde{a}_{km} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq j}}^{2n} \alpha_{jm}^{(1)} \tilde{b}_{km} \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

제N차수까지 확장할 경우, 다음과 같이 섭동해를 일반화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda_j^{(N)} = -\frac{1}{r_j} \left\{ \lambda_j^{(N-1)} \tilde{a}_{jj} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^{2n} (\alpha_{jk}^{(N-1)} \tilde{b}_{jk} \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^N \lambda_j^{(m-1)} \alpha_{jk}^{(N-m)} \tilde{a}_{jk} \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{jk}^{(N)} = \frac{1}{(\lambda_k^{(0)} - \lambda_j^{(0)})} \left[\sum_{m=1}^{N-1} \lambda_j^{(m)} \alpha_{jk}^{(N-m)} + \frac{1}{r_k} \left\{ \lambda_j^{(N-1)} \tilde{a}_{kj} + \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^{2n} (\alpha_{jl}^{(N-1)} \tilde{b}_{kl} + \sum_{m=1}^N \lambda_j^{(m-1)} \alpha_{jl}^{(N-m)} \tilde{a}_{kl}) \right\} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

여기서, $\alpha_{jk}^{(0)} = \delta_{jk}$ 로 정의한다.

3.4 동적응답

수정시스템의 동적응답 $\{z(t)\}$ 는 앞에서 구한 섭동고유치해를 사용한 모드중첩법(modal superposition method)에 의해 구할 수 있다. 즉,

$$\{z(t)\} = [Y]\{v(t)\} = \sum_{i=1}^{2n} \{y_i\} v_i(t) \quad (30)$$

여기서, $[Y]$ 는 고유벡터행렬($2n \times 2n$), $\{v\}$ 는 transformed coordinate 이다.

식(30)을 운동방정식 식(3)에 대입하면,

$$[A_g][Y]\{\dot{v}\} + [B_g][Y]\{v\} = \{p\} \quad (31)$$

단, $[A_g] = [A] + [\Delta A]$, $[B_g] = [B] + [\Delta B]$ 와 같이 정의하며, 위 식의 양변에 $[Y]^T$ 를 곱하여, 복소수모드의 직교-정규화 조건을 적용시키면, 다음과 같은 $2n$ 개의 비연성(uncoupled) 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{v}_j + \lambda_j v_j = \frac{\{y_j\}^T \{p\}}{\hat{r}_j}, \quad j=1, 2, \dots, 2n \quad (32)$$

단, \hat{r}_j 는 수정시스템의 정규화계수로서 아래와 같다.

$$\hat{r}_j = \{y_j\}^T [A_g] \{y_j\} \quad (33)$$

따라서, $\{v_j\}$ 는 식(24)의 1계 미분방정식의 일반해 및 특이해로부터 아래 식과 같이 얻을 수 있으며, 식(30)에 대입하여 수정시스템의 동적 응답 $\{z(t)\}$ 를 구한다.

$$v_j = \frac{\{y_j\}^T}{\hat{r}_j} e^{\lambda_j t} \left(\int_0^t p(\tau) e^{-\lambda_j \tau} d\tau + \{v_0\} \right) \quad (34)$$

단, $\{v_0\}$ 은 초기조건으로 다음과 같다.

$$\{v_0\} = [A] \{z_0\}, \quad \{z_0\} = \begin{Bmatrix} \{u_0\} \\ \{\dot{u}_0\} \end{Bmatrix} \quad (35)$$

4. 수치해석 예

4.1 대상시스템의 동적 특성

수치해석 예로서 채택한 시스템은 면진기초와 상부구조로 이루어진 면진구조계인 2자유도계 모델을 선정하였다. 2자유도계는 다자유도계로서 가장 간단한 것으로 본 연구에서 제안된 섭동법에 의한 고유치해 및 그 응답의 적용한계를 다각도로 고찰하기에 적절하다고 사료된다. 문헌⁹⁾ 등을 참조하여 대상시스템의 상부구조의 진동주기는 $T_s=0.4$ sec, 면진층의 주기는 $T_b=1.8$ sec, 질량비는 $m_s/m_b=2$ 로 하였고, 상부구조의 감쇠비는 $\xi_s=2\%$, 면진층은 $\xi_b=10\%$ 로 설정하였다. 이것으로부터 역산한 구조시스템 상수는 Table 1과 같다.

상기의 2자유도계의 고유치 해석결과를

Table 2에 나타냈으며, 이들을 시스템 행렬의 수정에 따른 고유치의 재해석시 비섭동해로 한다.

Table 1 Dynamic characteristics of isolated system

	m	c	k
Structure	1	9.86	246.7
Base	0.5	0.71	5.9

Table 2 Eigensolutions of unmodified system

	the 1st mode	the 2nd mode
Eigenvalue λ_j	0.68169+3.32713i	-5.31331+14.9715i
Eigenvector $\{y_j\}$	-0.03941+0.07503i -0.68177+3.3271i 0.02397+0.00693i 1	-5.31331+14.9715 1.29413-0.67372i 1 -0.06721-0.06259
Pseudo Frq. ω_j	3.39625	15.8864
Pseudo Damping ratio ξ_j	0.20072	0.33447

4.2 고유치문제의 재해석

일반적인 면진장치의 설계에서 면진층의 질량조절은 수행하기 어려우므로 대개 isolator의 면적, 높이 또는 재료를 변경한다든지 횡스프링 또는 감쇠장치의 감쇠력조정 등을 통하여 면진장치의 강성계수 및 감쇠계수를 변화를 피하여 isolator의 진동수 및 최대변위를 최적화시키는 경우가 많다. 따라서, 수치해석 예에서는 면진장치의 강성 k_b 또는 감쇠계수 c_b 가 수정된 경우에 대하여 고찰하기로 하였으며, 이들 시스템 상수가 $-80\% \sim 100\%$ 범위에서 조정되었을 때, 섭동법에 의한 결과를 엄밀해와 비교 분석하였다.

섭동법에 의해 재해석된 고유치해의 오차는 고유치의 경우, 앞에서 정의한 의사원진동수와 의사감쇠비의 백분율 오차를 사용하였다.

$$error(\%) = \frac{exact - perturbed}{exact} \times 100 \quad (32)$$

또, 모든 고유벡터는 정규화계수에 직접적으로 기여하므로 섭동법에 의한 고유벡터의 정밀도는 복소수인 정규화계수의 벡터 크기(length)를 사용하여 아래 식과 같이 평가하기로 한다.

$$error \text{ of } r_j(\%) = \frac{|r_j|_{exact} - |r_j|_{perturbed}}{|r_j|_{exact}} \times 100 \quad (33)$$

여기서,

$$r_j = \{y_j\}^T ([A] + [\Delta A]) \{y_j\} \quad (34)$$

$$|r_j| = \sqrt{Re^2(r_j) + Im^2(r_j)}. \quad (35)$$

Fig.2~3은 강성계수 k_b 및 감쇠계수 c_b 가 각각 +50% 수정된 경우, 섭동차수의 증가에 따른 의사원진동수, 의사감쇠비 및 정규화계수의 최대오차를 백분율로 표시하고 있다. 모든 경우의 최대오차는 면진장치에만 수정이 가해졌으므로 제1차모드에서 발생하였다.

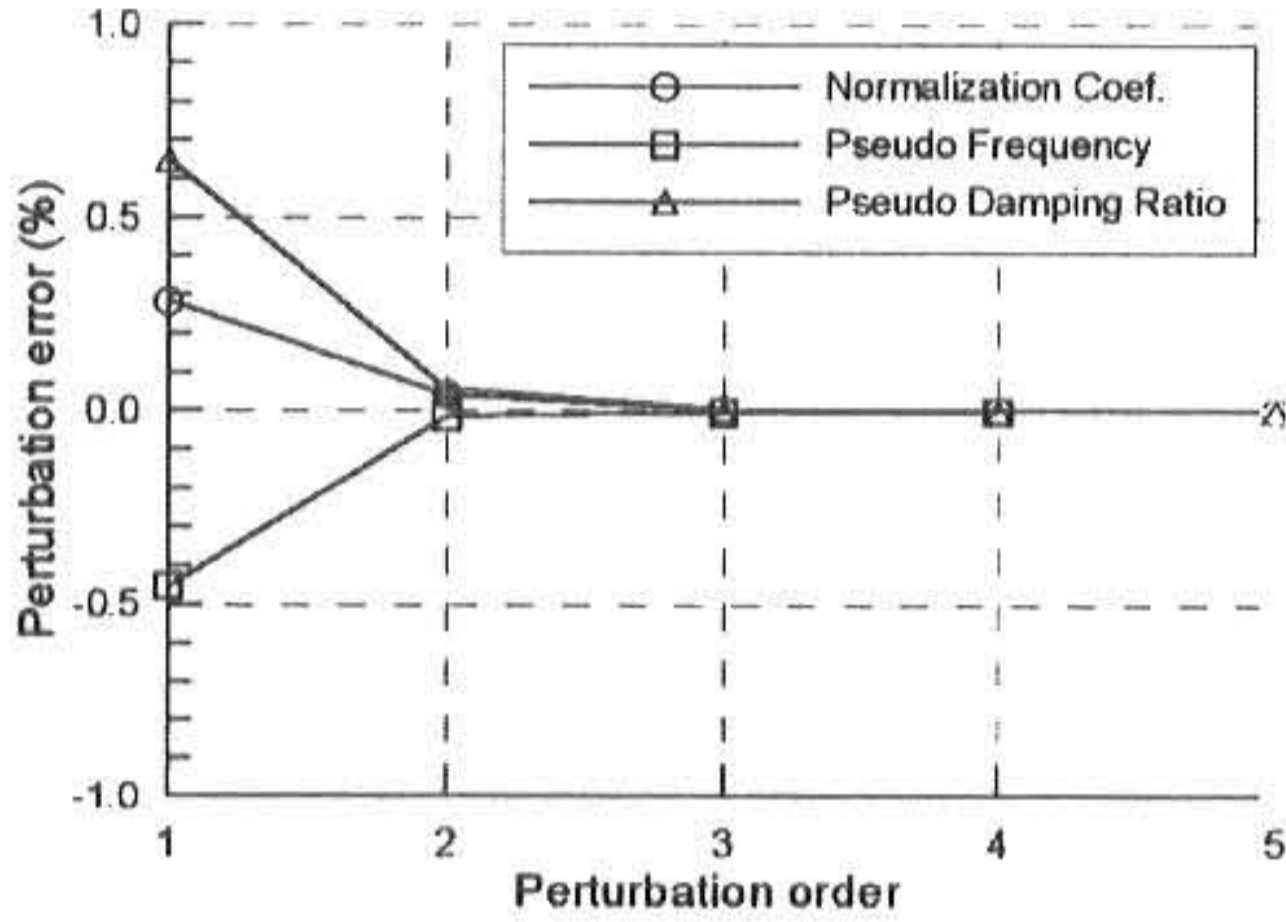


Fig. 2 Percentage errors of perturbed solutions (50% of damping coeff. is modified)

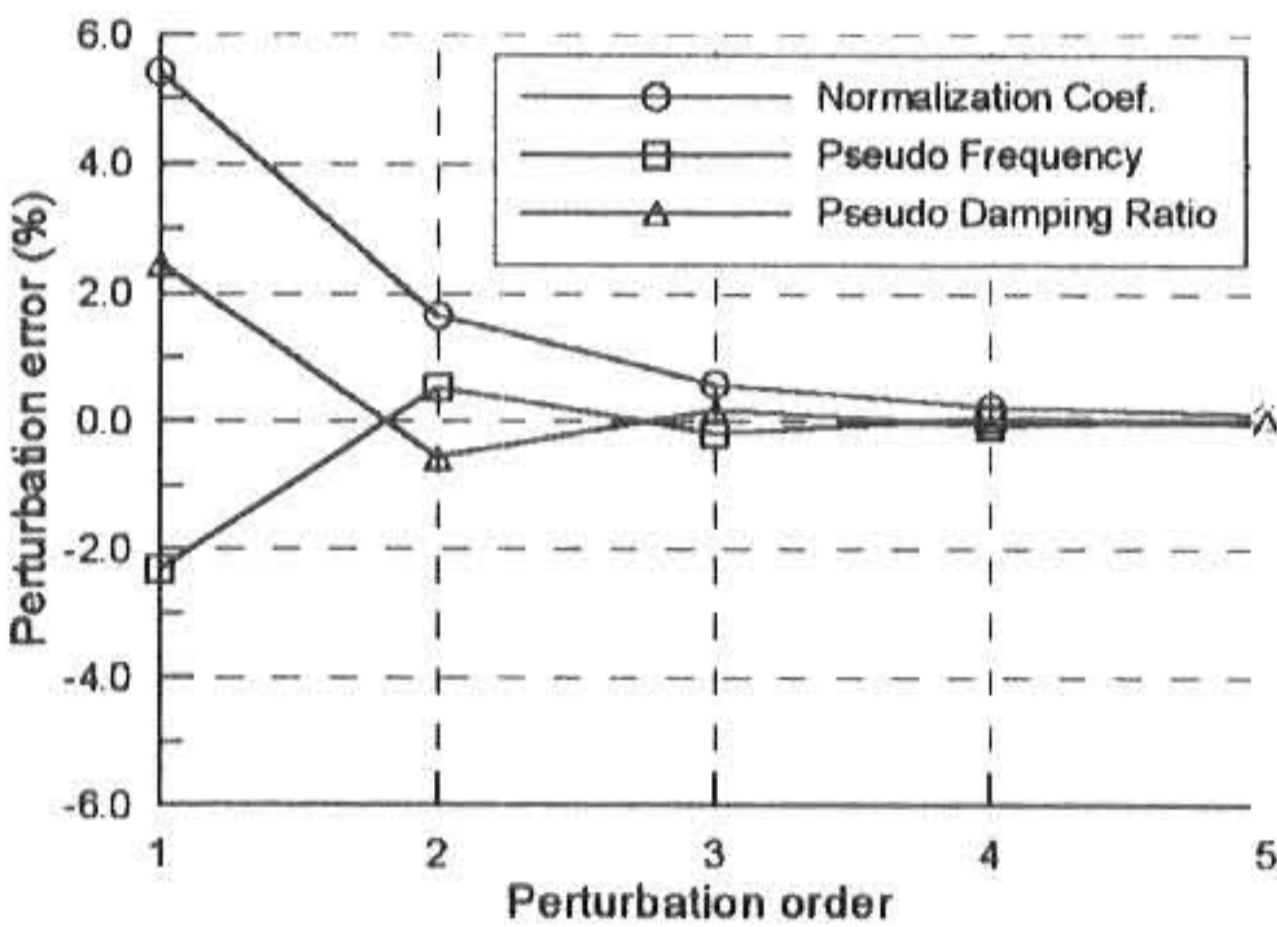


Fig. 3 Percentage errors of perturbed solutions (50% of Stiffness coeff. is modified)

감쇠계수가 50%증가된 경우, Fig 2에서 알 수 있듯이 제1차수의 섭동만으로도 진동수, 감쇠비 및 정규화계수 모두 엄밀해에 $\pm 1\%$ 이만의 오차로 접근되었으나, 강성계수의 경우는 1차섭동에서 약5%의 오차가 나타났고, 2차에서 2%, 3차이상에서는 1%미만으로 되었다. 특히, 정규화계수의 오차가 가장 큰 것으로 보아 고유벡터의 오차가 큰 것으로 판단되며, 강성계수의 변화는 구조계 전체 동특성에 영향을 미치므로 감쇠계수를 수정한 결과에 비하여 수렴정

도가 떨어지는 것으로 사료된다. 한편, 여기서 적용한 시스템상수 50%수정은 수정행렬의 크기가 기본 시스템행렬에 비해 1차수 작다는 본 섭동법의 가정에 대하여 5배 초과된 것이지만, 상당히 좋은 결과를 가져다 주었다.

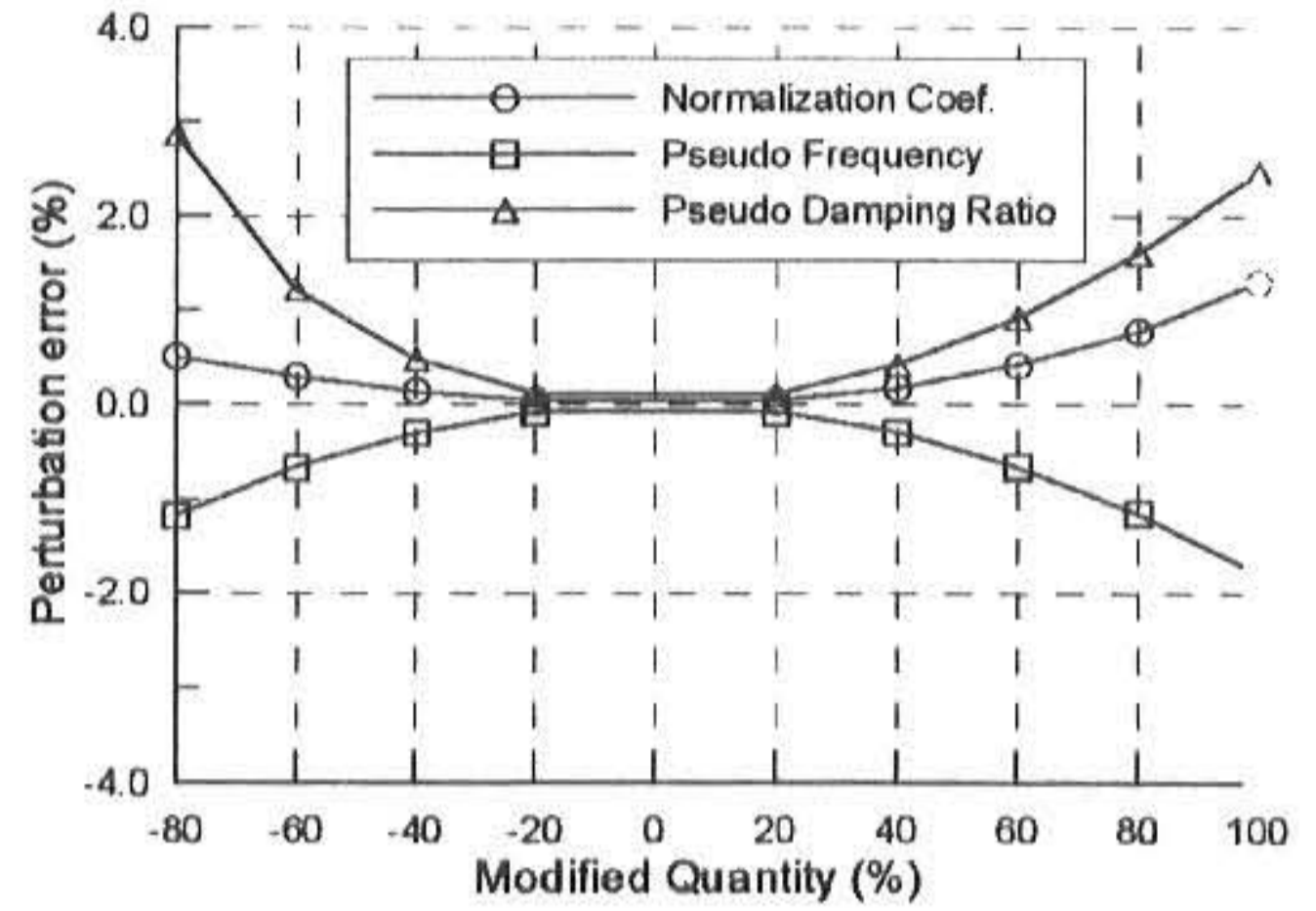


Fig. 4 Percentage Errors of the 1st order perturbed solutions with modification of damping coeff.

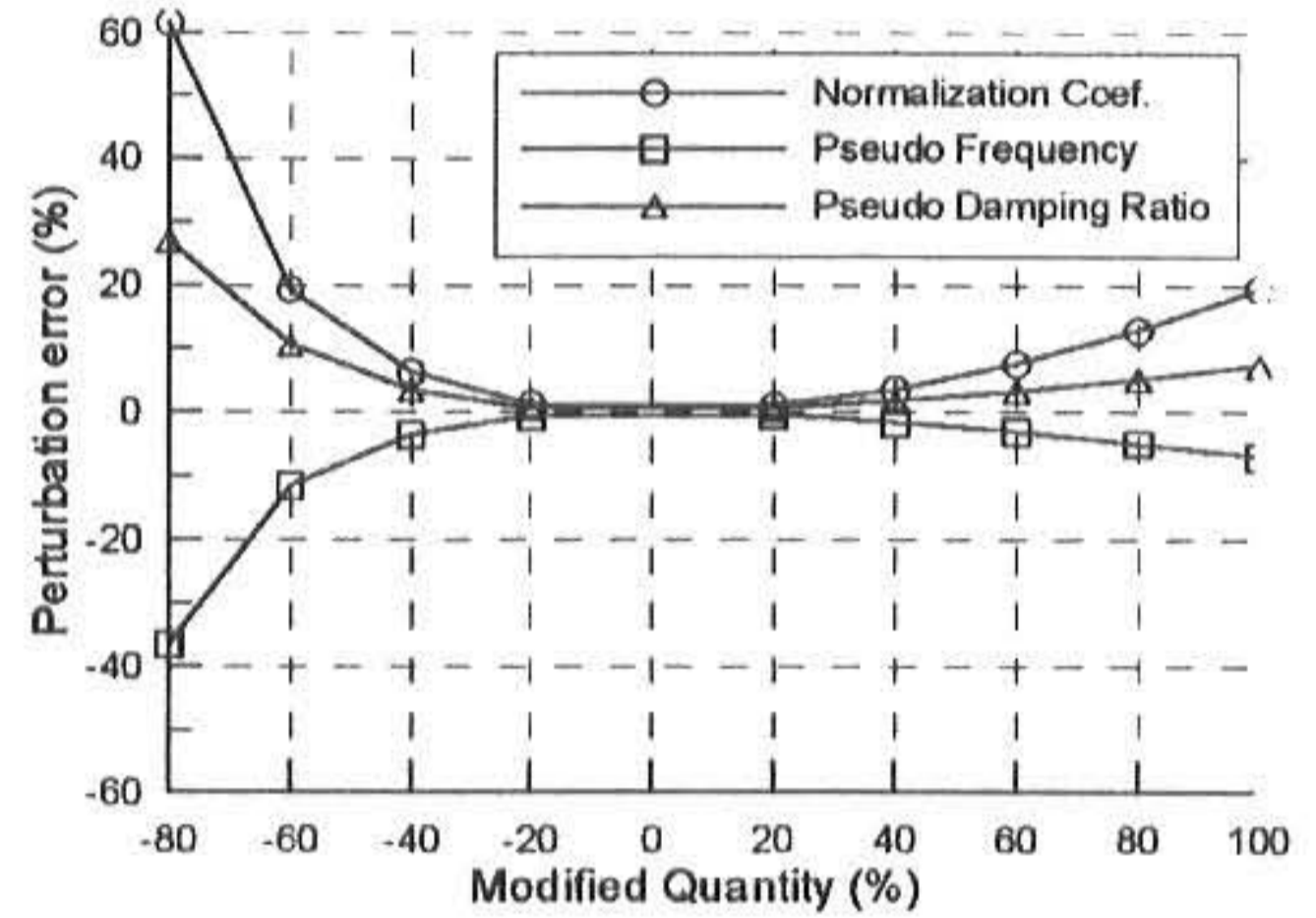


Fig. 5 Percentage Errors of the 1st order perturbed solutions with modification of stiffness coeff.

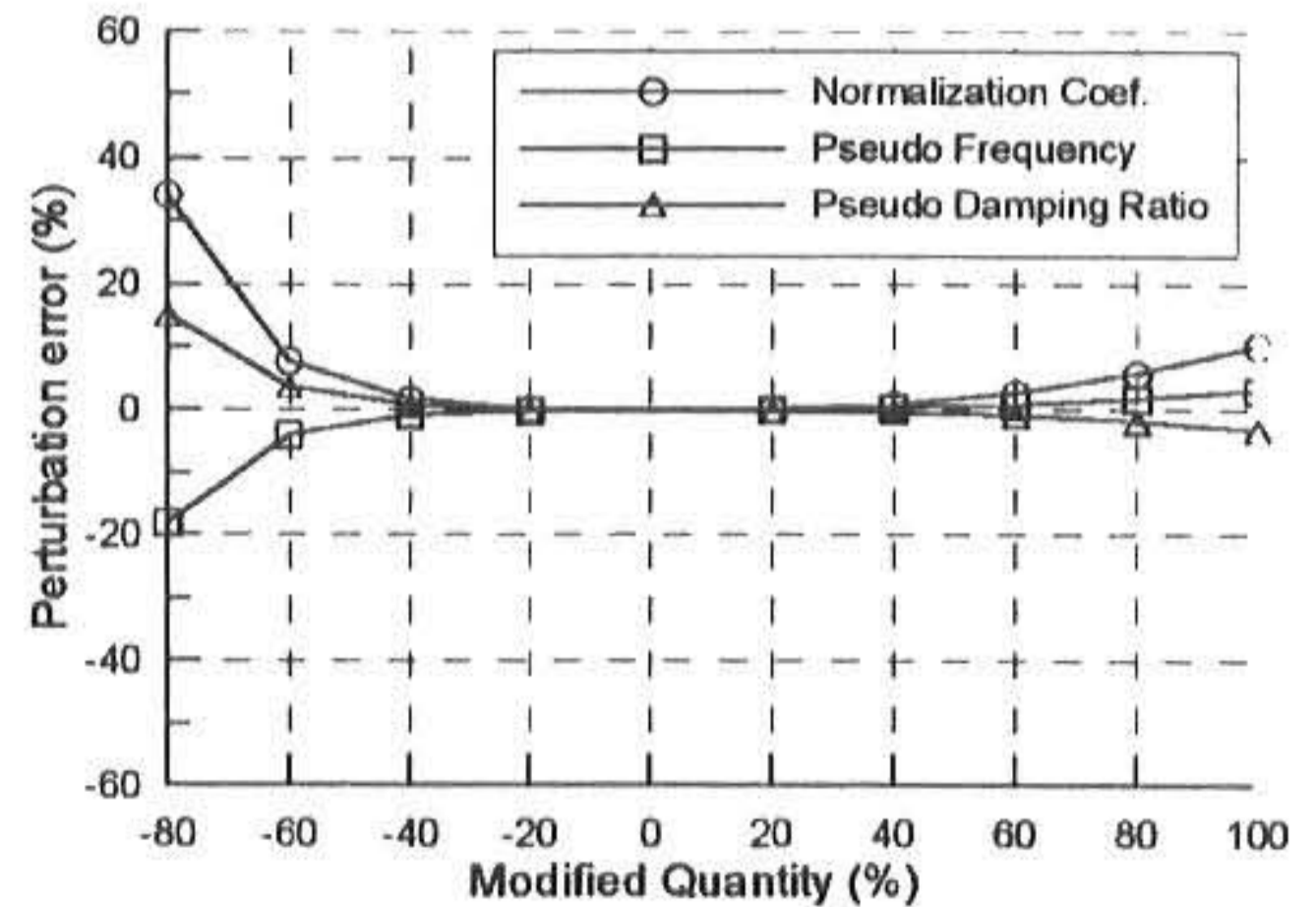


Fig. 6 Percentage Errors of the 2nd order perturbed solutions with modification of stiffness coeff.

이상에서 섭동차수에 증가에 따른 고유치해의 정밀도를 검토해 본 결과, 제1차수의 섭동만으로도 공학적 오차한계라 간주할 수 있는 $\pm 5\%$ 의 범위에서 엄밀해에 접근함을 알 수 있다. 따라서, 본 섭동법의 실제 적용에 있어서는 제1차수 섭동해를 그대로 사용하여도 충분하리라고 사료되나, 본 섭동법의 실용적 한계를 조사해 보기 위하여 강성계수 및 감쇠계수를 각각 $-80\% \sim 100\%$ 의 범위에서 변화시켜 제1차수 섭동해의 오차를 조사하여 Fig.4~5에 나타냈다.

Fig.5에서 감쇠계수는 원래보다 100%증가 또는 80%감쇠하여도 본 섭동법에 의한 고유치해의 오차가 3%이하가 됨을 알 수 있다. Fig.6의 강성수정의 경우는 40%이상의 감소 또는 60%이상의 증가에 대하여 상대적으로 큰 오차가 나타났지만, 약 $-33\% \sim 45\%$ 범위내의 수정에 대해서는 $\pm 5\%$ 이내의 오차를 가지고 있음을 알 수 있다. 이 경우에 대하여 제2차수 섭동법을 적용한 결과를 Fig.6에 나타냈으며, 적용범위가 $-56\% \sim 63\%$ 정도로 확대됨을 알 수 있다. 이상의 결과로부터, 본 섭동법의 적용에 있어 시스템상수의 수정폭 또는 요구되는 정밀도 등에 따라 섭동차수의 증가 또는 감소로서 대응하면 효과적인 해석을 행할 수 있을 것으로 판단된다.

4.3 섭동모드를 사용한 동적응답

섭동법에 의해 재해석된 고유치해를 사용하여 본 절에서는 정현파의 지반진동에 의한 동적변위를 모드중첩법에 의해 구하여 정밀해와 비교를 통하여, 본 재해석법을 검증하였다.

외력으로서 아래와 같은 정현파 지진가속도를 입력하여 상부구조와 면진층의 시간이력변위응답을 구하여 정밀모드에 의한 응답과 비교하였다.

$$\ddot{u}_g(t) = A \sin(\pi t) \quad , \quad A=1 \quad (36)$$

Fig.7에는 강성계수 +50% 수정에 대하여 재해석된 제1차 및 제2차 섭동해에 의한 시간이력 변위응답을 정밀해와 함께 나타냈다. 이 그림에서 면진층의 눈으로 식별하기 곤란할 정도로 작은 오차를 가졌으나, 1차섭동모드에 의한

상부구조의 응답이 약간의 오차가 있음을 보여 준다.

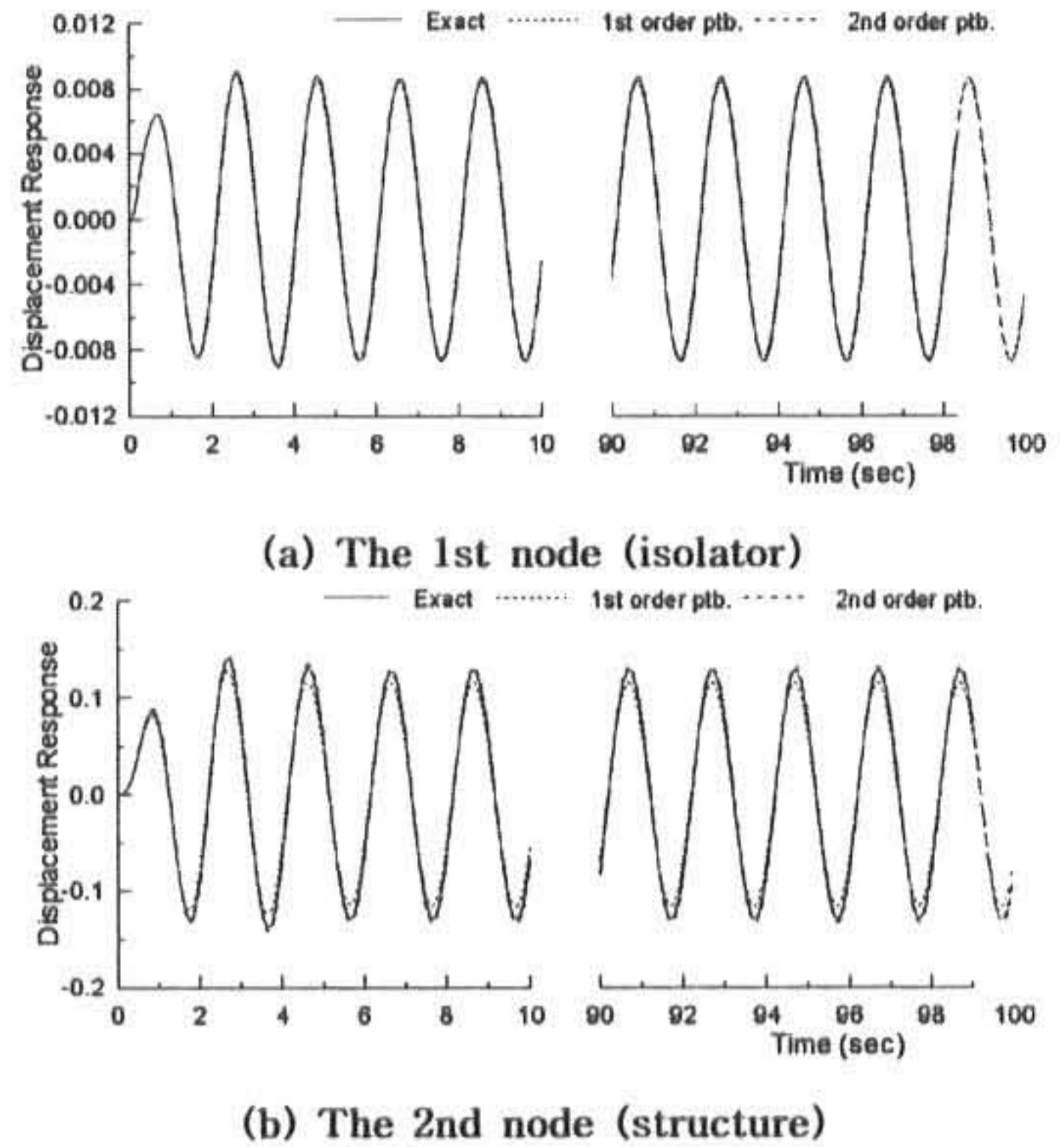


Fig. 7 Time history displacement response

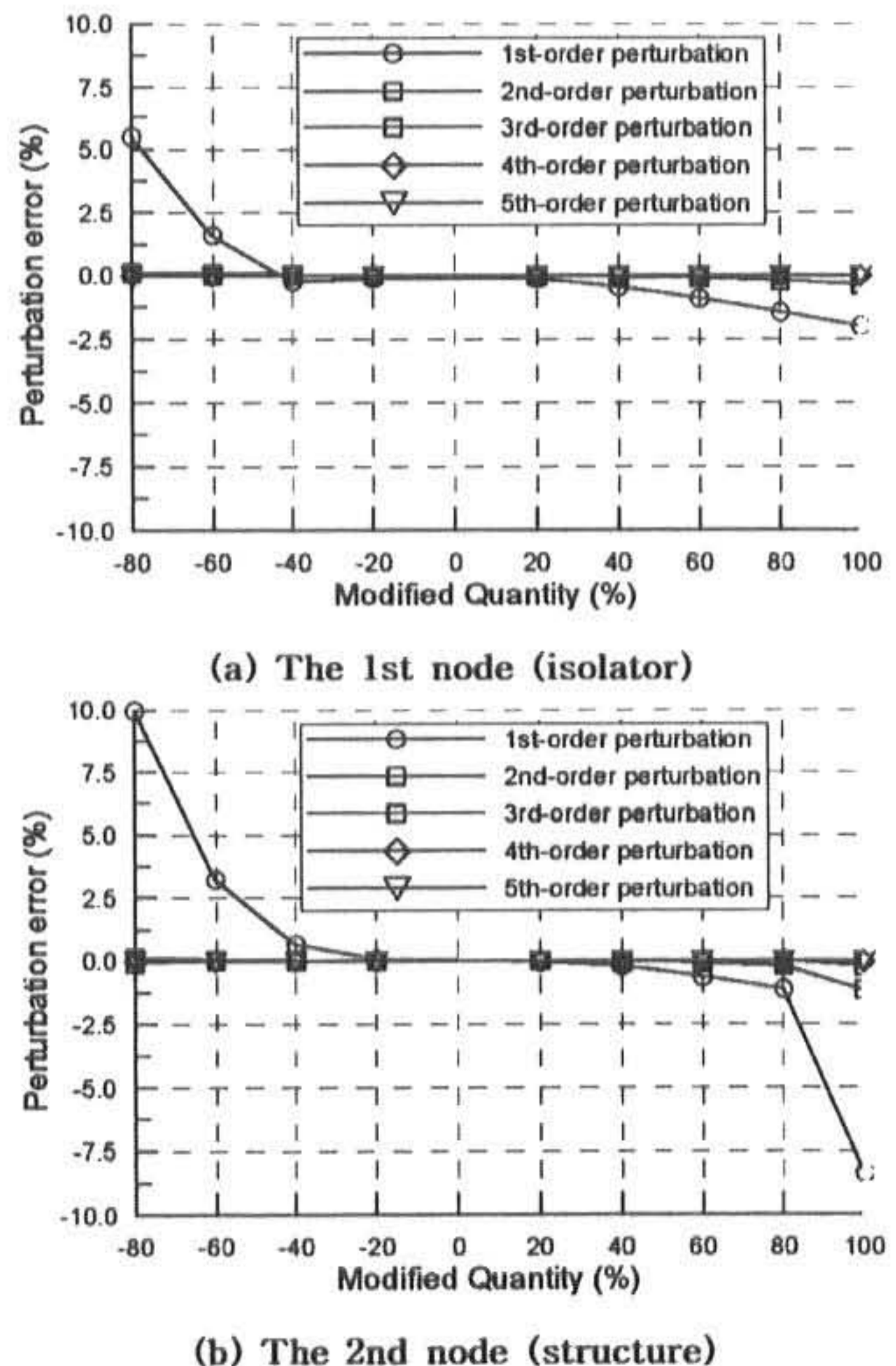
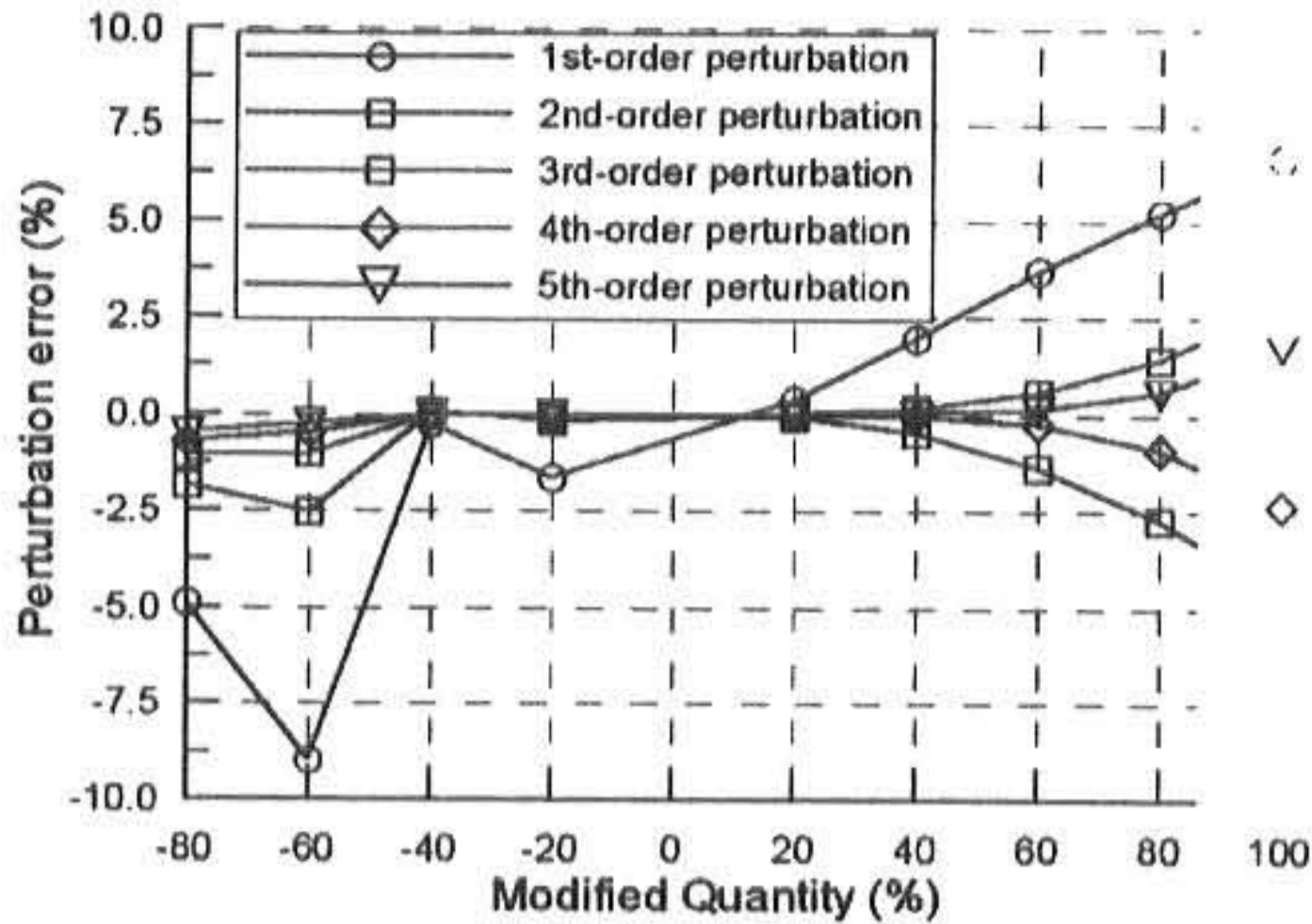
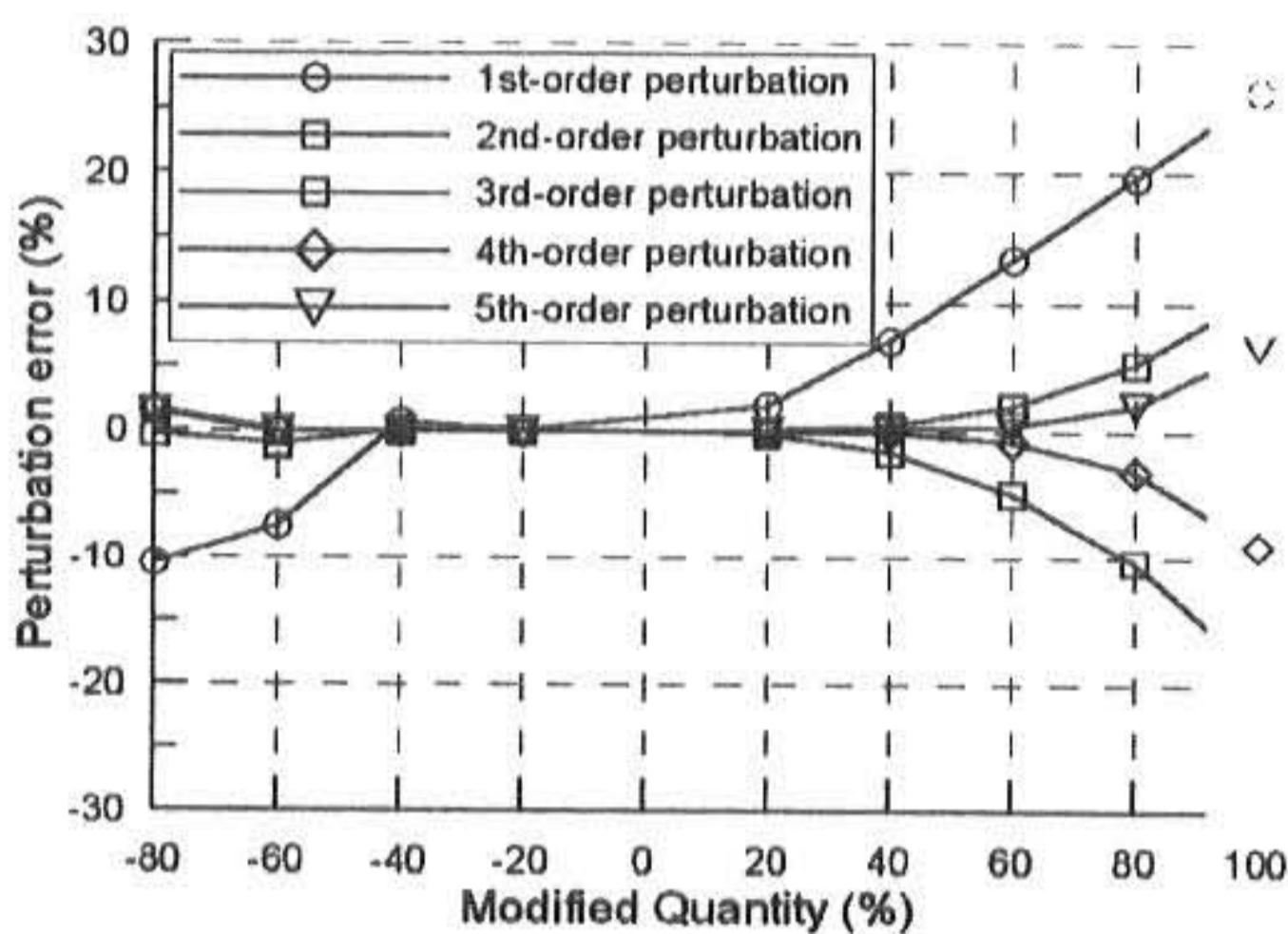


Fig. 8 Percentage error of stationary response (change of damping coeff.)



(a) The 1st node (isolator)



(b) The 2nd node (structure)

Fig. 8 Percentage error of stationary response (change of stiffness coeff.)

고유치해의 검증에서와 유사하게 수정상수의 변화에 따른 응답의 오차를 섭동차수별로 고찰하기 위하여 정상응답(stationary response)의 편진폭에 대하여 백분율오차를 조사하여 Fig. 8~9에 나타냈다. Fig.8은 감쇠계수변화에 따라 재해석된 응답의 오차로서 제1차섭동의 경우 -65%~95%의 범위에서 오차는 5%미만으로 나타났으며, 제2차수 이상에서는 정밀값과 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 이는 고유치해의 검증에서 이미 예측된 결과이다. 한편, 강성계수의 변화는 감쇠계수의 변화에 비하여 상대적으로 큰 오차가 나타남을 Fig.9에서 볼 수 있다. 고유치해와 유사하게 제1차섭동의 경우, -50%~30%의 범위에서 5%이내의 오차를 가지고, 고차수로 갈수록 그 범위가 확대됨을 알 수 있다. 또, 절점별로 볼 때, 면진층의 응답이 상

대적으로 큰 오차가 생기는 것을 볼 수 있는데, 이는 시스템상수의 수정이 면진층에만 행해졌기 때문으로 판단된다.

5. 결론

- 1) 본 연구에서는 제어진동계의 설계시 시스템 상수의 수정에 의해 빈번히 행해지는 동적 재해석에 효과적으로 적용하기 위하여, 수정전의 시스템의 고유치해를 비섭동해로 사용한 섭동법을 제안하였다. 본 섭동법의 섭동해를 일반적인 차수까지 확장시켜, 해석 대상 또는 해석 정밀도에 따라 섭동차수를 달리 할 수 있도록 배려하였다.
- 2) 면진층을 가진 선형 2자유도계의 고유치 재해석을 통하여 제안된 섭동법의 유효성을 검증해 본 결과, isolator의 강성계수의 수정범위 -33%~+45%에 대하여 ±5%이내의 오차를 가졌으며, 감쇠계수의 경우는 조사범위인 -80%~+100%의 전 영역에서 오차가 3%미만이였다. 또, 섭동차수가 증가할수록 오차는 급속히 감소하여 정밀해에 수렴되었다.
- 3) 제1차 섭동모드를 사용하여 모드중첩법에 의하여 정현지진파에 따른 동적변위응답을 해석해본 결과, 감쇠변화의 경우, -65%~95%, 강성변화는 -50%~30%의 범위에서 정상응답진폭의 오차가 5%이내였으며, 섭동차수가 높은 모드를 사용할수록 정밀도는 향상되는 점으로부터, 수정계수의 크기와 요구되는 정밀도에 따라 섭동차수를 달리하여 효과적으로 대응할 수 있는 점도 본 재해석법의 장점의 하나라 할 수 있다.

참고문헌

- 1) Lancaster,P. : Free Vibration of Lightly Damped System by Perturbation Method, Quart. J. Applied Mechanics, Vol.13, pp.138-155 (1960)
- 2) Meirovitch,L. & Ryland,G. : A Perturbation Technique for Gyroscopic Systems with Small Internal and External Damping, J. Sound and Vibration, Vol.100, No.3, pp.393-408 (1985)
- 3) Kim,H. : Perturbation Technique for Modal

- Dynamic Analysis of Nonproportionally Damped Systems, Dept. Civil Engineering, Tokyo Univ. (1988)
- 4) Chung,K.R. & Lee,C.W. : Dynamic Reanalysis of Weekly Nonproportionally Damped Systems, J. Sound & Vibration, Vol.111, No.1, pp.37-50 (1986)
 - 5) Skinner,R., Robinson,W. & McVerry,G. : An Introduction to Seismic Isolation, John Wiley & Sons Ltd. (1993)
 - 6) Mead,D.J : Passive Vibration Control, John Wiley & Sons (1998)
 - 7) Tsai,H. & Kelly,J. : Seismic Response of Heavily Damped Base Isolation Systems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.22, pp.633-645 (1993)
 - 8) Caughley,T.K. & O'Kelly,M.E.J. : Classical Normal Modes in Damped Linear Dynamic Systems, J. Applied Mechanics, Vol.32, pp.583-588 (1965)
 - 9) Kelly,J.M. : Earthquake-Resistant Design with Rubber, Springer (1997)

(2001년 2월 9일 접수, 2001년 5월 14일 채택)