

# 자기 베어링 시스템의 모델링 및 동정에 관한 연구

## A Study on Modeling and Identification for the Magnetic Bearing System

심성호 · 김창화 · 양주호

S. H. Shim, C. H. Kim and J. H. Yang

**Key Words** : Magnetic Bearing(자기 베어링), Modeling(모델링), Identification(동정), Frequency Response(주파수 응답), Linear Fractional Transformation(선형 분수 변환), Curve Fitting(커브피팅)

**Abstract** : This paper considers a modeling and identification for the MIMO magnetic bearing system. To obtain the nominal plant transfer functions, we have experimented on the frequency response by a closed-loop identification method because the system is unstable essentially. We suggest a method of curve-fitting for obtaining the transfer function from the frequency responses by using the system's modeling structure and two controllers which are different from each other. From the frequency response results, we found the effects of coupling by opposing controllers. And using this effects and the system's modeling structure, we could obtain the transfer functions of which have the same modularized denominators.

### 1. 서론

자기 베어링은 회전축을 전자기력에 의해서 완전 비접촉으로 지지하는 기계 요소이다. 자기 베어링은 회전축과 지지 요소가 비접촉이기 때문에 일반적으로 널리 쓰이고 있는 접촉식 베어링과는 달리 마찰, 열, 소음이 거의 없다. 따라서, 베어링 메탈의 마멸, 진동과 소음의 발생, 윤활유 및 그 냉각 장치의 설비, 기타 기계적 접촉식 베어링에서 나타나는 문제점들을 해결할 수 있어서 이른바 꿈의 베어링이라고도 부르고 있다. 자기 베어링의 이러한 장점으로 인하여 그간 각종 특수 펌프, 인공위성, 인공 심장, 초고속·정밀 가공 기계, 발전기 등에 응용되어 왔으며, 현재도 그 응용 범위가 점차 확대되어 가고 있는 추세<sup>1,2)</sup>이다. 한편, 자기 베어링 시스템은 본질적으로 불안정성·비선형성·다변수 특성을 가지고 있으므로, 이를 현장에 응용하기 위해서는 시스템을 안정화하는 제어기의 설계가 요구되며, 제어기의 설계를 위해 시스템의 수학적 모델링이 필요하다<sup>3,4)</sup>. 이에 대한 최근의

연구는 고속 회전체에 대한 모델링<sup>5)</sup>과 강인한 위치 제어기의 설계<sup>6,7)</sup>가 그 주류를 이루고 있다.

시판되고 있는 자기 베어링은 주로 아날로그 제어기가 장착되어 비례-미분 또는 진상 보상 제어에 의해 구동되고 있다. 아날로그 제어기는 잡음 등에 의하여 신호 처리가 부정확하며, 제어기의 열화, 기타 원인으로 인하여 시스템 파라미터가 변하기 쉽다. 따라서, 기 장착된 아날로그 제어기를 대신하여 디지털 제어기를 장착하고 나아가 강인성을 구현하기 위한 제어기를 설계하기 위해서는, 시스템의 파라미터에 대한 추정이 필요하게 된다.

본 연구에서는 아날로그 제어기가 장착되어 있으면서 회전축이 축방향과 직각으로 상하 방향 및 좌우 방향으로 운동을 하는 횡축형 자기 베어링 시스템(Magnetic Moments, LLC., 'MBC Turbo 500') 중 제어기를 제외한 나머지 전체 시스템(이하 '플랜트'라고 한다)을 모델링과 동정 실험의 대상으로 한다.

본 연구의 목적은 플랜트의 구조에 대한 정보를 가지고 페루프 주파수 응답 실험을 통하여 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는데 있다. 이를 위하여 본 연구에서는 자기 베어링 시스템이 본질적으로 불안정계이므로 제어기를 이용하여 축을 부상시킨 뒤 동정 실험을 행하는 페루프 동정법을 이용하며,

접수일 : 2001년 9월 11일  
심성호 : 부경대학교 대학원  
김창화 : 경남정보대학 전자정보통신제어계열  
양주호 : 부경대학교 기계공학부

페루프 주파수 응답과 제어기 전달 함수를 가지고 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는 한 방법을 제안한다.

## 2. 자기 베어링 시스템의 수학적 모델링

### 2.1 시스템의 구성

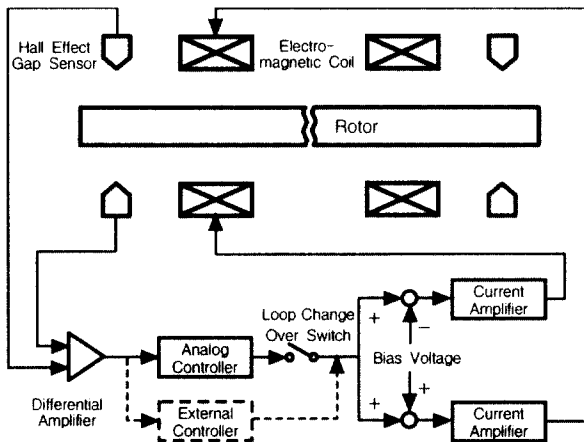


Fig. 1 Schematic diagram of magnetic bearing control system

Fig. 1은 본 연구에 이용된 자기 베어링 제어 시스템 중 수직 또는 수평 방향 중의 한 방향 성분을 나타낸 것이다.

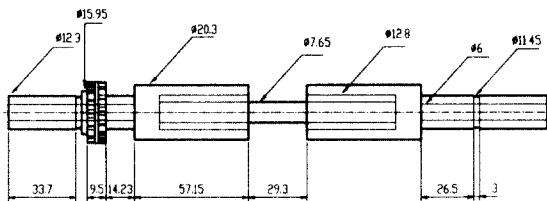


Fig. 2 Rotor configuration

회전축은 축방향과 직각으로 수평 및 수직 방향으로 자유로이 운동을 하며, 자기 베어링의 지지 강성이 비교적 작기 때문에 자유·자유축계로 간주될 수 있다<sup>8,9)</sup>. Fig. 2는 회전축의 실제 모양을 나타낸 그림으로 축 중앙부의 직경이 작은 곳은 알루미늄, 그 이외의 부분은 스테인리스강으로 만들어 졌다.

전자석은 축 양단 가까이에 위치하면서 축을 부상 지지시키기 위한 전자기력을 발생한다. 각 축단의 전자석은 축방향과 직각으로 수평 방향과 수직

방향으로 전자기력을 각각 발생시키며, 각각 2조의 코일이 감긴 말굽형 구조로 되어 있다.

양쪽 전자석의 외측에 설치된 센서는 홀 효과 센서로서, 서로 맞은 편에서 변위 신호를 검출하고 이를 차동 증폭하여 전압 신호로 변환한다.

아날로그 제어기는 연산증폭기, 저항, 콘덴서 등으로 구성되어 있으며, 변위 오차 신호를 입력 신호로 하여 제어 입력을 발생한다. 루프 절환 스위치는 아날로그 제어기를 회로에 연결하거나 차단할 수 있도록 한다. 제어기의 연결을 차단한 상태에서는 외부 제어기를 시스템에 장착할 수도 있게 되어 있다.

### 2.2 수학적 모델링

#### 2.2.1 자기 부상 시스템

본 연구에서는 회전축의 수평 방향 운동 성분만을 모델링한다. 회전축의 수평 방향 운동은 강제 운동과 굽힘 운동의 합성으로 나타난다. 따라서, 회전축의 운동을 강제 운동의 경우와 굽힘 운동의 경우로 나누어 모델링한 후 이를 합성하면 된다.

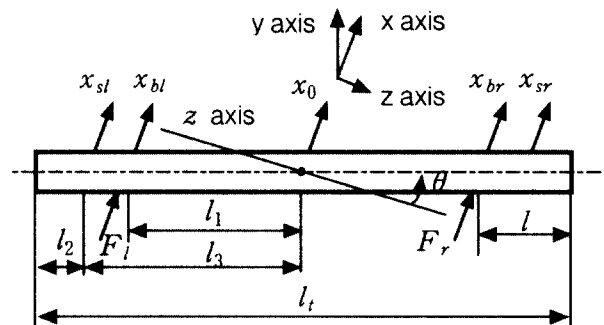


Fig. 3 Rigid body motion of rotor

Fig. 3은 회전축이 강체라고 가정했을 때, 회전축의 운동을 나타낸 그림이다. 회전축의 강체 운동에 의해 발생한 수평 변위 중, 회전축의 질량 중심점에서의 수평 변위를  $x_0$ , 좌우 베어링 위치에서의 수평 변위를 각각  $x_{bl}$ ,  $x_{br}$ (이하 첨자 중  $l$ 은 좌측,  $r$ 은 우측을 나타냄), 좌우 센서 위치에서의 수평 변위를 각각  $x_{sl}$ ,  $x_{sr}$ 라 하고, 회전축이 축방향인  $z$ 축과 반시계 수평 방향으로 각  $\theta$ 만큼 회전하였다고 하면, 이들 변위 변수 사이에는 식(2.1)에서 식(2.4)까지의 관계가 성립한다.

$$x_{bl} = x_0 - l_1 \sin \theta \quad (2.1)$$

$$x_{br} = x_0 + l_1 \sin \theta \quad (2.2)$$

$$x_{sl} = x_0 - l_3 \sin \theta \quad (2.3)$$

$$x_{sr} = x_0 + l_3 \sin \theta \quad (2.4)$$

$$\mathbf{b} \equiv \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

여기서  $l_1$ 은 회전체의 질량 중심점에서 베어링 중심점까지의 거리,  $l_3$ 는 회전체의 질량 중심점에서 센서까지의 거리이다.

그런데, 각  $\theta$ 가 매우 작은 값에 한정되어 있으므로 1차 근사화에 의해  $\sin \theta \cong \theta$ ,  $\cos \theta \cong 1$ 이라 두면 식(2.1)에서 식(2.4)까지는 식(2.5)에서 식(2.8)까지가 된다.

$$x_{bl} = x_0 - l_1 \theta \quad (2.5)$$

$$x_{br} = x_0 + l_1 \theta \quad (2.6)$$

$$x_{sl} = x_0 - l_3 \theta \quad (2.7)$$

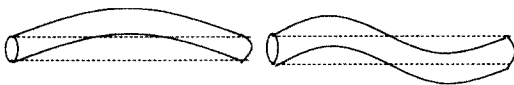
$$x_{sr} = x_0 + l_3 \theta \quad (2.8)$$

한편, 회전축의 운동 방정식은 식(2.9)와 식(2.10)과 같이 된다.

$$\sum \mathbf{F} = m \ddot{x}_0 = F_l + F_r \quad (2.9)$$

$$\sum \mathbf{M} = I_0 \ddot{\theta} = F_r l_1 \cos \theta - F_l l_1 \cos \theta \cong F_r l_1 - F_l l_1 \quad (2.10)$$

여기서  $m$ 은 회전축의 질량,  $I_0$ 는 수직축에 대한 회전축의 회전 관성 모멘트,  $F_l$  및  $F_r$ 는 각각 좌우 베어링에 의하여 회전축에 미치는 힘이다.



(a) 1st order mode (b) 2nd order mode

Fig. 4 Bending motion of rotor

Fig. 4는 회전축이 강체 운동은 하지 않고 굽힘 운동만 한다고 가정했을 때의 축 운동 중 1차 굽힘 모드와 2차 굽힘 모드를 나타낸 그림이다. 이 회전축은 연속계이므로 무수히 많은 굽힘 모드를 가지고 있으나, 본 연구에서는 저주파수의 두 굽힘 모드만 고려한다<sup>10)</sup>.

먼저, 진폭 변수 벡터를 식(2.11)과 같이 정의한다.

여기서  $b_1$  및  $b_2$ 는 각각 1차 및 2차 모드에서의 진폭 변수이다.

그러면, 좌우 베어링 위치에서의 회전축의 수평 변위는 식(2.12)와 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} x_{bl} \\ x_{br} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_1 & \gamma_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

여기서  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ 는 각각 1차 모드 및 2차 모드에서의 베어링 위치에서의 변위율이다.

또한, 좌우 센서 위치에서의 회전축의 수평 변위는 식(2.13)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} x_{sl} \\ x_{sr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_3 & -\gamma_4 \\ -\gamma_3 & \gamma_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

여기서  $\gamma_3$ ,  $\gamma_4$ 는 각각 1차 모드 및 2차 모드에서의 센서 위치에서의 변위율이다.

한편, 회전축의 굽힘 운동 방정식을 기술하기 위하여 질량 행렬  $\mathbf{M}$ 과 강성 행렬  $\mathbf{K}$  및 힘 함수 벡터  $\mathbf{P}$ 를 각각 식(2.14)와 같이 정의하면, 운동 방정식은 식(2.15)와 같이 된다.

$$\mathbf{M} \equiv \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} \equiv \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} \equiv \begin{bmatrix} -\zeta_1 & -\zeta_1 \\ -\zeta_2 & \zeta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_l \\ F_r \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

여기서  $\mu_1$ 과  $\mu_2$ 는 각각 1차 및 2차 모드 질량이고,  $k_1$ 과  $k_2$ 는 각각 1차 및 2차 모드 강성이며,  $\zeta_1$ 과  $\zeta_2$ 는 각각 1차 및 2차 모드 외력이다.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{b}} + \mathbf{K} \mathbf{b} = \mathbf{P} \quad (2.15)$$

이때, 회전축의 고유 진동 주파수는 식(2.16)으로 주어진다.

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k_{1,2}}{\mu_{1,2}}} \quad (2.16)$$

한편, Fig. 1에서와 같이 회전축이 변위  $x_{l,r}$ 만큼 이동하여 제어 전류  $i_{c_{l,r}}$ 가 자기적으로 서로 반대편에 위치하는 양 코일에 더해졌을 때, 회전축이 받는 힘은  $F_{l,r}$ 는 식(2.17)과 같다.

$$F_{l,r} = \eta \frac{(i_{c_{l,r}} + c_b)^2}{(x_{l,r} - g_n)^2} - \eta \frac{(i_{c_{l,r}} - c_b)^2}{(x_{l,r} + g_n)^2} \quad (2.17)$$

여기서  $\eta$ 는 흡입력 계수,  $c_b$ 는 바이어스 전류,  $g_n$ 은 공칭 공극이다. 위 식을  $F_{l,r}=0$ 가 되는 평형점  $(x_{l,r}, i_{c_{l,r}}) = (0, 0)$ 에서 Taylor 급수를 이용하여 선형화하면 식(2.18)과 같이 된다.

$$F_{l,r} = x_1 x_{l,r} + x_2 i_{c_{l,r}} \quad (2.18)$$

여기서  $x_1 = \frac{4\eta c_b^2}{g_n^3}$ ,  $x_2 = \frac{4\eta c_b}{g_n^2}$ 이다.

### 2.2.2 전류 증폭기 · 전자석 코일의 회로 방정식

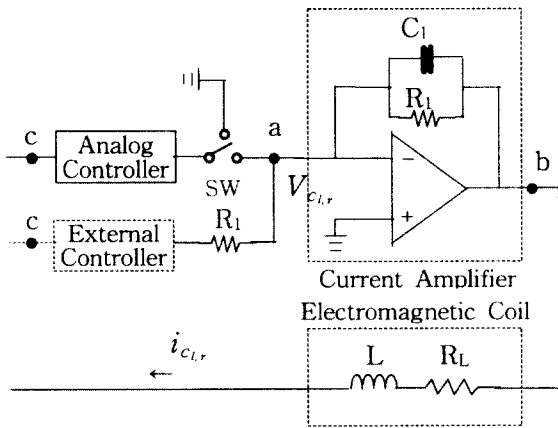


Fig. 5 Current amplifier & electromagnetic coil circuit

Fig. 5는 전류 증폭기 및 전자석 코일의 회로도이다. 그림에서  $V_{c_{l,r}}$ 는 제어기에서 발생된 제어 전압이며,  $i_{c_{l,r}}$ 은 제어 전류이다.  $R_1$ 과  $C_1$ 는 각각 전류 증폭기 회로의 저항값과 정전 용량이며,  $R_L$ 과  $L$ 은 각각 전자석 코일의 저항값과 유도 계수이다. 전류 증폭기는 1차계로서 저주파 통과 필터의 역할을 하고 있으며, 외부 제어기를 연결할 때

에는 그 계인이 1이다. 전류 증폭기가 큰 대역폭을 가지며, 외부 제어기를 사용한다고 가정할 때, 전류 증폭기 · 전자석 코일의 회로 방정식은 식(2.19)와 같이 주어진다.

$$\frac{di_{c_{l,r}}}{dt} = -\alpha_1 i_{c_{l,r}} + \alpha_2 V_{c_{l,r}} \quad (2.19)$$

여기서,  $\alpha_1 = R_L/L$ ,  $\alpha_2 = 1/L$ 이다.

### 2.2.3 계측 시스템

서로 반대편에 위치하고 있는 두 센서에 의해 계측된 축의 변위  $x_{s_{l,r}}$ 과 변환된 센서 전압  $V_{s_{l,r}}$  사이의 관계는 변위 계측을 위해 사용된 홀 효과 센서의 일반적인 사양에 의해 식(2.20)으로 주어진다.

$$V_{s_{l,r}} = \beta_1 x_{s_{l,r}} + \beta_2 x_{s_{l,r}}^3 \quad (2.20)$$

식(2.20)을  $x_{s_{l,r}}=0$  지점에서 선형 근사화하면 식(2.21)과 같이 된다.

$$V_{s_{l,r}} = \beta_1 x_{s_{l,r}} \quad (2.21)$$

### 2.2.4 전체 시스템의 상태 공간 표현

회전축의 강제 운동에 대한 운동 방정식인 식(2.9) 및 식(2.10), 베어링 위치에서의 변위에 관한 식(2.5) 및 식(2.6), 그리고 힘에 관한 식(2.18)과 전류 증폭기 · 전자석 코일의 회로 방정식인 식(2.19)를 조합한 상태 방정식은 식(2.22)와 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} & \mathbf{A}_{r2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{am} \end{bmatrix} \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{u} \quad (2.22)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_{r1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2\frac{x_1}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2\frac{x_1}{I_0} l_1^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{r2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{x_2}{m} \alpha_2 & \frac{x_2}{m} \alpha_2 \\ 0 & 0 \\ -\frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha_2 & \frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{am} = \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 0 \\ 0 & -\alpha_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_r = [x_0 \quad \dot{x}_0 \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad i_{c_1} \quad i_{c_2}]^T \quad (2.23)$$

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

이다.

그리고 회전축의 굽힘 운동에 대한 운동 방정식인 식(2.15), 베어링 위치에서의 변위에 관한 식(2.12), 힘에 관한 식(2.18), 그리고 전류 증폭기·전자석 코일의 회로 방정식인 식(2.19)를 조합한 상태 방정식은 식(2.26)과 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{f1} & \mathbf{A}_{f2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{am} \end{bmatrix} \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f \mathbf{u} \quad (2.26)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_{f1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{\mu_1} + 2\frac{\zeta_1}{\mu_1} x_1 \gamma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_2}{\mu_2} + 2\frac{\zeta_2}{\mu_2} x_1 \gamma_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{f2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{\zeta_1}{\mu_1} x_2 \alpha_2 & -\frac{\zeta_1}{\mu_1} x_2 \alpha_2 \\ 0 & 0 \\ -\frac{\zeta_2}{\mu_2} x_2 \alpha_2 & \frac{\zeta_2}{\mu_2} x_2 \alpha_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_f = [b_1 \quad \dot{b}_1 \quad b_2 \quad \dot{b}_2 \quad i_{c_1} \quad i_{c_2}]^T \quad (2.27)$$

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.28)$$

따라서, 강체 운동과 굽힘 운동을 합성한 상태 방정식은 식(2.22)와 식(2.26)으로부터 식(2.29)와 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.29)$$

여기서,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{r2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{f1} & \mathbf{A}_{f2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{am} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = [x_0 \quad \dot{x}_0 \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad b_1 \quad \dot{b}_1 \quad b_2 \quad \dot{b}_2 \quad i_{c_1} \quad i_{c_2}]^T \quad (2.30)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.31)$$

이다.

한편, 시스템의 출력 방정식은 강체 운동과 굽힘 운동의 합성으로 구할 수 있다. 먼저, 강체 운동의 경우, 계측 시스템의 출력식인 식(2.21)과 센서 위치에서의 변위에 관한 식(2.7) 및 식(2.8)을 이용하면 출력 방정식은 식(2.32)와 같이 된다.

$$\mathbf{y}_r = \begin{bmatrix} V_{s,r} \\ V_{s,r} \end{bmatrix} = [\mathbf{C}_r \quad \mathbf{0}] \mathbf{x}_r \quad (2.32)$$

여기서  $V_{s,r}$ 과  $V_{s,r}$ 는 각각 강체 운동시의 좌측 및 우측 변위에 대한 센서 출력 전압이다.

또한,

$$\mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & -\beta_1 l_3 & 0 \\ \beta_1 & 0 & \beta_1 l_3 & 0 \end{bmatrix}$$

굽힘 운동인 경우에도 동일한 방법으로 식(2.21)과 식(2.13)을 이용하면 출력 방정식은 식(2.33)과 같이 된다.

$$\mathbf{y}_f = \begin{bmatrix} V_{s,f} \\ V_{s,f} \end{bmatrix} = [\mathbf{C}_f \quad \mathbf{0}] \mathbf{x}_f \quad (2.33)$$

여기서  $V_{s,f}$ 과  $V_{s,f}$ 는 각각 굽힘 운동시의 좌측 및 우측 변위에 대한 센서 출력 전압이다.

또한,

$$\mathbf{C}_f = \begin{bmatrix} \beta_1 \gamma_3 & 0 & -\beta_1 \gamma_4 & 0 \\ \beta_1 \gamma_3 & 0 & \beta_1 \gamma_4 & 0 \end{bmatrix}$$

따라서, 최종적인 출력 방정식은 식(2.32)와 식(2.33)을 조합함으로써 식(2.34)와 같이 된다.

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} V_{s_i} \\ V_{s_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{s,r} + V_{s,f} \\ V_{s,r} + V_{s,f} \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.34)$$

여기서,

$$C = [ C_r \quad C_f \quad 0 ]$$

이다. 한편, 전체 시스템의 전달 함수 행렬은 식 (2.35)와 같이 된다.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

### 3. 주파수 응답 실험에 의한 동정 및 고찰

#### 3.1 동정법

자기 베어링은 불안정한 계이므로, 이에 대한 동정 실험은 자기 베어링이 제어되어지는 상태에서만 가능하다. 즉, 일반적으로 사용되고 있는 여러 가지 개루프계 동정법 대신에 폐루프계 동정법을 이용해야 한다.

먼저, 본 연구에서는 회전축의 수평 방향으로의 운동과 수직 방향으로의 운동이 서로 연성되어 있지 않다고 가정한다. 그러면, 자기 베어링 제어 시스템의 블록 선도는 Fig. 6과 같이 된다.

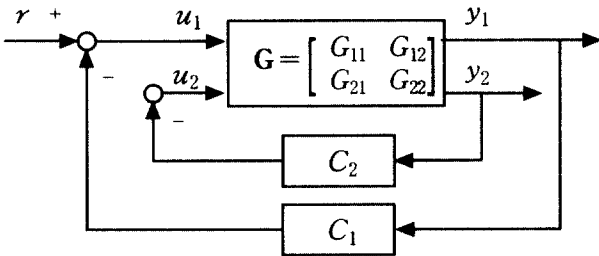


Fig. 6 Block diagram of the feedback control system for the magnetic bearing

Fig. 6에서 외부 입력  $r$ 은 제어 시스템의 동정을 위한 여기 신호(exciting signal)이다. 참고 문헌<sup>11)</sup>에서는 Fig. 6과 같은 제어 시스템에서 여기 신호  $r$ 에 의해 변동하는 제어 입력  $u_1$ 과 출력  $y_1$ 을 계측하여 근사적으로  $u_1$ 에서  $y_1$ 까지의 전달 함수로 간주하였다. 그러나, 이러한 경우  $u_1$ 으로부터  $y_1$ 까지의 폐루프 전달 함수  $T_{y_1u_1}$ 은 선형 분수 변환에 의해 식(3.1)과 같이 표현된다<sup>12)</sup>.

$$T_{y_1u_1} = G_{11} - G_{12}C_2(1 + G_{22}C_2)^{-1}G_{21} \quad (3.1)$$

한편,  $u_1$ 으로부터 출력  $y_2$ 까지의 폐루프 전달

함수  $T_{y_2u_1}$ 은 식(3.2)와 같이 표현된다.

$$T_{y_2u_1} = (1 + G_{22}C_2)^{-1}G_{21} \quad (3.2)$$

따라서, 식(3.1)은 식 (3.3)과 같이 표현된다.

$$T_{y_1u_1} = G_{11} - G_{12}C_2T_{y_2u_1} \quad (3.3)$$

여기서,  $G_{11}, G_{12}, G_{21}, G_{22}$ 는 각각 플랜트 전달 함수이며,  $G$ 는 플랜트 전달 함수 행렬이다. 한편,  $G_{22}$  및  $G_{21}$ 은 본 연구에서 사용된 자기 베어링의 좌우 대칭인 구조적 특성상 각각  $G_{11}$  및  $G_{12}$ 와 근사적으로 같다.

식(3.1)의 우변의 두 번째 항 중의  $G_{12}$  또는  $G_{21}$ 은 물리적 특성상 저주파 대역에서는 그 크기가 작아 무시할 수 있으나, 공진점 부근에서는 무시할 수 없고, 아울러  $G_{11}$ 과 특성이 같은  $G_{22}$ 항을 포함하고 있기 때문에 두 번째 항의 영향을 무시하고  $T_{y_1u_1} \cong G_{11}$ 으로 간주하는 데에는 무리가 있다. 따라서, 본 연구에서는 좌우측 베어링에 그 값이 서로 같은 제어기를 장착한 경우와 그 값이 서로 다른 제어기를 장착한 경우의 폐루프 주파수 응답 실험 결과를 비교하여 식(3.1) 또는 식(3.3)의 우변 둘째 항의 영향을 알아보아 동정 과정에 이를 배제하는 방법을 택하였다.

한편, 자기 베어링 시스템에 장착된 제어기의 전달 함수를 알고, 폐루프 주파수 응답 실험 결과로부터  $T_{y_1u_1}, T_{y_2u_1}$ 에 대한 커브 피팅을 하여 공칭 폐루프 전달 함수  $\hat{T}_{y_1u_1}, \hat{T}_{y_2u_1}$ 을 구하면, 식(3.1)에서 식(3.3)으로부터 공칭 플랜트 전달 함수  $\hat{G}_{11}$  및  $\hat{G}_{12}$ 를 구할 수 있다.

그러나, 본 연구 대상과 같이 MIMO 시스템인 경우에는, 제어기 설계용 상용 프로그램을 이용하여 커브 피팅을 하는 경우에  $\hat{T}_{y_1u_1}, \hat{T}_{y_2u_1}$  두 전달 함수의 분모항을 같도록 맞추는 것이 매우 어려우며, 두 전달 함수의 분모항을 근사적으로 같게 맞추더라도 이렇게 구한  $\hat{G}_{11}$  및  $\hat{G}_{12}$ 의 타당성을 선형 분수 변환식을 통하여 검증하는 것이 그리 쉽지 않음을 연구 과정에서 확인하였다.

이에 따라 본 연구에서는 각 공칭 전달 함수 쌍의 분모항이 같도록 모듈화하여 동정하는 한 방법

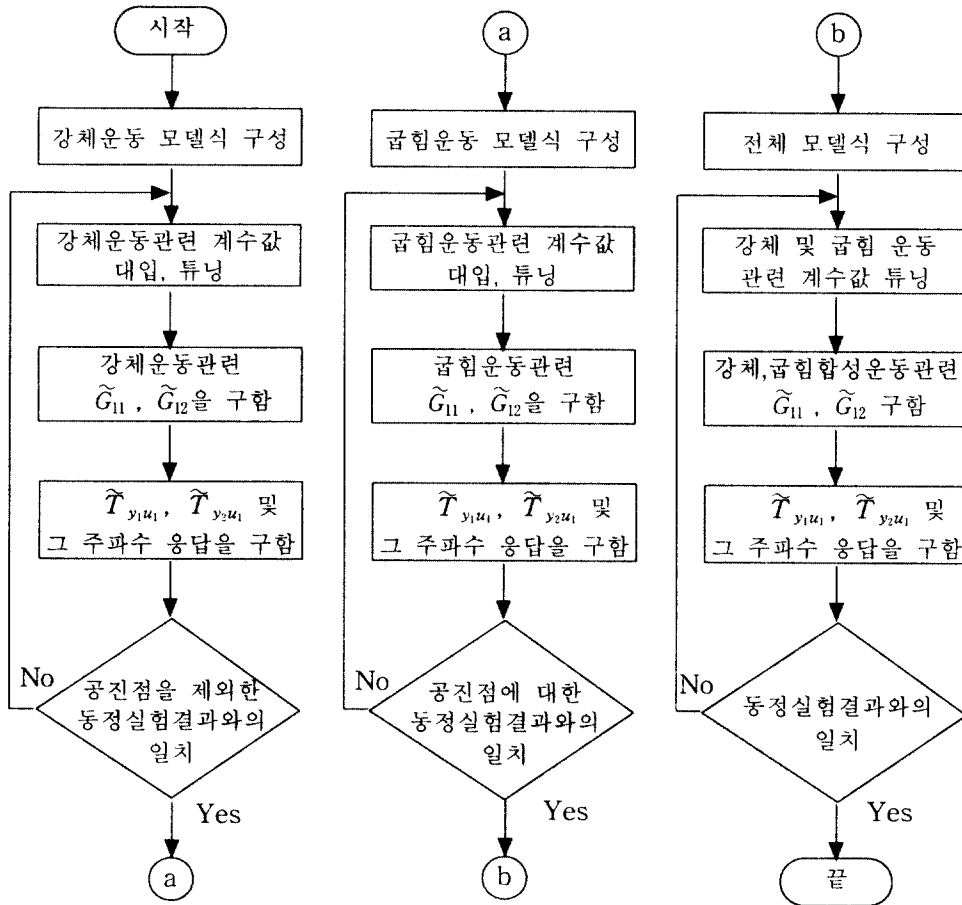


Fig. 7 Flow chart of curve fitting

을 이용하였다. 즉, 2장에서 구한 시스템의 거동에 대한 수학적 모델링을 기본 구조로 하여, 모델식의 각 계수에 임의의 값을 대입하여 이로부터 임의의 공칭 플랜트 전달 함수 쌍을 만든 뒤, 이를 식(3.2)과 식(3.1) 또는 식(3.3)에 대입하여 만든 페루프 응답 시뮬레이션 결과와 페루프 응답 실험 결과가 일치할 때까지 이들 계수값들을 튜닝함으로써, 분모항이 같은  $\tilde{G}_{11}$  및  $\tilde{G}_{12}$  쌍을 구하는 방법을 택하였다. 이때, 강체 운동 관련 계수값들과 굽힘 운동 관련 계수값들을 구분하여 튜닝하면 전체 커브 피팅을 비교적 쉽게 행할 수 있다. 본 연구에서 튜닝할 계수의 수는 강체 운동과 관련하여 6개, 굽힘 운동과 관련하여 6개, 전류 증폭기·전자석 코일과 관련하여 1개이다.

Fig. 7은 본 연구에서 주파수 응답 실험 결과와 모델식으로부터 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는 커브 피팅 과정에 대한 흐름도이다.

### 3.2 주파수 응답 실험과 동정 및 고찰

3.1절을 근거로 아날로그 제어기를 장착한 경우

의 페루프 주파수 응답 실험을 다음과 같이 행하였다.

실험을 하기 위해 먼저 Fig. 5에서 좌·우의 아날로그 제어기 스위치 SW를 전류 증폭기측으로 모두 닫아 회전축을 부상시킨다.

함수 발생기의 출력단을 좌측 또는 우측(실험에서는 좌측) 전류 증폭기의 입력단 'a'에 연결하여 1 [Hz]에서 1 [kHz]까지의 정현파 신호를 여기 신호  $r$ 로서 인가한다. 이때, 전류 증폭기 출력단 'b'로부터 제어 입력  $u_1$ 을, 좌·우의 각 제어기 입력단 'c'로부터 출력  $y_1, y_2$ 를 오실로스코프로 측정하였다. 이때 오실로스코프의 부가적인 FFT 기능을 이용하여 주파수 응답 특성을 계측하였다.

페루프 주파수 응답 실험 결과로부터 공칭 플랜트 전달 함수를 구하기 위해서는 식(3.3)에서와 같이 여기 신호 입력측 반대편 제어기의 값을 알고 있어야 한다. 이를 위해 본 연구에서는 DSP를 이용한 외부 디지털 제어기를 구성·장착하여 응답 실험을 행하였다. 이때, 좌·우 제어기 중에서 한쪽(실험에서는 좌측)에는 아날로그 제어기를 사용

하였으며, 반대편(실험에서는 우측)에는 Fig. 5에서 스위치 SW를 접지측으로 닫아 아날로그 제어를 끊은 뒤 외부 디지털 제어를 진류 증폭기 전단 'a'에 연결하였다. 응답 실험은 아날로그 제어를 장착한 경우의 페루프 주파수 응답 실험의 경우와 동일하게 행하였다. 이때, 외부 제어기로는 공칭 플랜트 전달 함수 유도의 편의상 간단한 비례 제어기로 구성하였으며, 여기 신호의 진폭을 공진이 일어나는 부근에서는 적절히 작게 조절하여 인가하였다.

이렇게 계측된 제어 입력  $u_1$ 과 출력  $y_1$  및 제어 입력  $u_1$ 과 출력  $y_2$ 의 주파수 응답 결과는 각각 Fig. 8 및 Fig. 9의 ■ 및 ● 표시와 같다.

Fig. 8과 Fig. 9로부터 저주파에서 고주파 쪽으로 약 1145 [rad/s] 및 2395 [rad/s] 부근의 두 번째 공진점과 세 번째 공진점은 두 경우가 모두 비슷하나 첫 번째 공진점은 서로 다르게 나타났다. 이는 식(3.1) 또는 식(3.3)의 우변 둘째 항에 의해

나타난 것으로 추정되며, 이로써 두 번째 공진 주파수와 세 번째 공진 주파수는 회전축의 굽힘 모드에 의한 고유 진동수임을 알 수 있다.

Fig. 10는 3.1절에서 제안한 방법으로 구한  $\tilde{G}_{11}$  및  $\tilde{G}_{12}$ 에 대한 보드 선도를 나타낸 그림이며, Fig. 11은 그때의  $\hat{T}_{y_1 u_1}$ ,  $\hat{T}_{y_2 u_1}$ 와 페루프 응답 실험 결과를 비교한 그림이다. 또한 그때의 모델식 중의 각 계수값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} 2 \frac{x_1}{m} &= 33654, & 2 \frac{x_1}{I_0} l_1^2 &= 68603, & \frac{x_2}{m} \alpha_2 &= 76486, \\ \frac{x_2}{I_0} l_1 \alpha_2 &= 1400900, & \alpha_1 &= 10227, \\ -\frac{k_1}{\mu_1} + 2 \frac{\zeta_1}{\mu_1} x_1 \gamma_1 &= 1430000, \end{aligned}$$

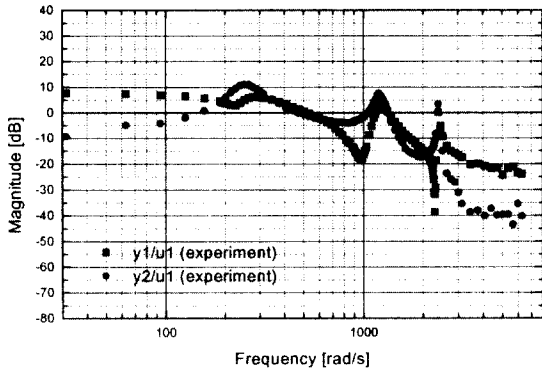


Fig. 8 Frequency response of  $y_1/u_1$  and  $y_2/u_1$  (Case of both analog controllers)

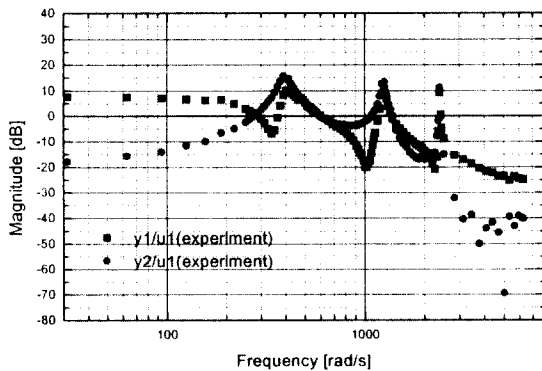


Fig. 9 Frequency response of  $y_1/u_1$  and  $y_2/u_1$  (Case of analog controller & external controller)

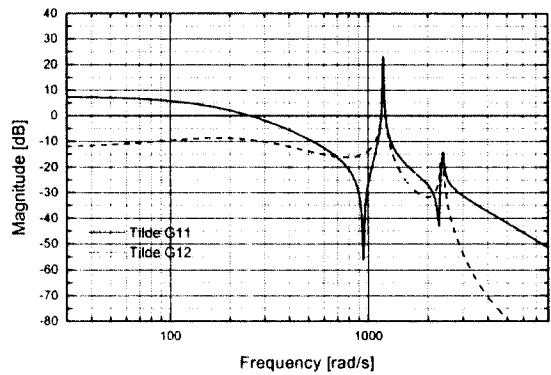


Fig. 10 Bode plots of  $\tilde{G}_{11}$ ,  $\tilde{G}_{12}$

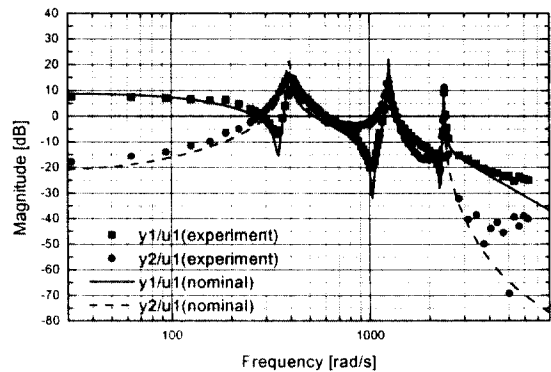


Fig. 11 Comparison of Experiment and Nominal  $y_1/u_1$  and  $y_2/u_1$  (Case of analog controller & external controller)



$$-\frac{k_2}{\mu_2} + 2\frac{\xi_2}{\mu_2} x_1 \gamma_2 = 5581600,$$

$$\frac{\xi_1}{\mu_1} x_2 \alpha_2 = 80535, \quad \frac{\xi_2}{\mu_2} x_2 \alpha_2 = 42707,$$

$$\beta_1 = 5000, \quad \beta_1 l_3 = 654, \quad \beta_1 \gamma_3 = 8807, \quad \beta_1 \gamma_4 = 4589,$$

Fig. 11에 나타난 바와 같이  $\hat{T}_{y_1 u_1}$ ,  $\hat{T}_{y_2 u_1}$ 와 페루프 응답 실험 결과의 저주파 대역 및 두 공진점의 위치가 거의 일치함을 알 수 있다. 고주파 대역에서의 롤오프 특성에 대해서는 계측 장비의 성능의 한계로 인하여 보다 정밀하게 커브 피팅을 할 수 없었다.

#### 4. 결 론

횡축형 자기 베어링 시스템을 대상으로 본 연구에서 제안한 방법을 이용하여 동정한 모델의 응답 시뮬레이션과 실험에 의한 페루프 시스템 응답을 비교 검토한 결과는 다음과 같다.

- 1) 플랜트의 구조에 대한 정보를 가지고 모델링을 행하고, 이를 기본으로 모델식 중의 각 계수값을 튜닝하면서 얻은 공칭 플랜트 전달 함수를, 선형 분수 변환식에 대입하여 페루프 응답 실험 결과와 일치하도록 커브 피팅을 행함으로써, 각 전달 함수의 분모항이 같도록 모듈화하여 동정할 수 있었다.
- 2) 양측 자기 베어링에 그 전달 함수가 서로 같은 제어기를 장착한 경우와, 그 전달 함수가 서로 다른 제어기를 장착하여 행한 페루프 주파수 응답 실험을 서로 비교함으로써, 상대편 제어기에 의한 영향이 나타나는 부분과 플랜트의 고유 진동수를 구분하여 찾아낼 수 있었다.
- 3) 공칭 전달 함수들을 구하기 위한 커브 피팅에 있어서 강체 운동 관련 계수값들과 굽힘 운동 관련 계수값들을 구분하여 튜닝함으로써, 전체 커브 피팅을 비교적 쉽게 행할 수 있었다.
- 4) 본 연구 대상과 같이 그 구조가 대칭성을 가져 튜닝을 위한 계수의 수가 적은 MIMO 시스템에서는, 본 연구에서 제시한 방법이 공칭 플랜트 전달 함수를 구하는데 유용할 수 있을 것이라 사료된다.

향후 본 연구에서 구한 공칭 플랜트 전달 함수를 기초로 시스템 파라미터의 변동과 외란 등에 대하여 강인한 외부 위치 제어기를 설계하는 것이 앞으로의 과제가 될 것이다.

#### 참고문헌

1. 日本電氣學會, “磁氣浮上と磁氣軸受”, コロナ社, pp. 13~14, 153~154, 1993
2. 田上, 丸山, “磁氣軸受超高速回轉機”, 技報安川電氣, pp. 174~177, 1993
3. B. Y. Tsui, “The Effect of Instinct Magnetic Properties on Permanent Magnet Repulsion”, IEEE Trans. on Magnetic, MAG-8, 2., 1972
4. 吉川, 星野, 中島, “非線型性と速度項を考慮した磁氣軸受の有限要素法による磁界解析”, 電氣學會全國大會, pp. 1647, 1988
5. R. G. Johnson, D. Pang, J. K. Anand, “Physical Modeling of High Speed Magnetic Bearing Systems”, Proc. of the 3rd Int. Symp. on Magnetic Bearing, pp. 474~482, 1992
6. 김창화, 양주호, “선형행렬부등식을 이용한 자기 부상계의 강인성 제어”, 한국동력기계공학회지, 제3권 제4호 pp. 79~85, 1999
7. 김창화, 정해종, 양주호, “극 배치영역을 고려한 자기 부상계의 로버스트 서보제어기 설계”, 한국동력기계공학회지 제4권 제4호 pp. 84~91, 2000
8. 이동주, 홍준희, 박종권, “자기 베어링의 기초와 응용”, 시그마프레스, pp. 129~130, 2001
9. 日本電氣學會, “磁氣浮上と磁氣軸受”, コロナ社, pp. 176, 1993
10. R. R. Craig, Jr., “Structural Dynamics”, John Wiley & Sons, Inc., pp. 210~216, 251~257, 1981
11. N. Morse, R. Smith and B. Paden, “Magnetic Bearing Lab #2: Magnetic Bearing System Identification”, MBC 500 Magnetic Bearing System Operating Instructions, pp. 6~13, 1996
12. 野波健藏, 西村秀和, 平田光男, “MATLABによる制御系設計”, 東京電機大学出版局, pp. 145~146, 1999