

캠 형상 가공을 위한 Biarc 곡선보간법을 이용한 NC 프로그래밍의 자동화에 관한 연구

A Study on the Automation of NC Programming for Machining Cam Profile by Biarc Interpolation Method

정창영 · 김영국 · 윤문철 · 심성보 · 하만경 · 김광희

C. Y. Jung, Y. K. Kim, M. C. Yoon, S. B. Sim, M. K. Ha and K. H. Kim

Key Words : Cam profile(캠형상), Inflection point(변곡점), Circular interpolation(원호보간), Linear interpolation(직선보간), NC(Numerical control), Tangent vector(접선벡터)

Abstract : For machining auto-mobile cam, the developed biarcs-fitting method eliminates the ridge problems in conventional straight-line fitting approximation or single-arc fitting of curve tool path where it leaves ridges of tool marks on the machined surface of the workpiece. The powerful advantage of this biarc method is demonstrated by applying it to the numerically controlled machining of a curved cam profile, also verified by using a CNC simulating program for auto-mobile cam profile. As a result, this algorithm may be used in CNC milling and turning for cam profile machining with short block line.

1. 서론

자동차용 캠은 직접 접촉된 종동절이 예정된 운동경로를 따라 움직일 수 있도록 운동을 전달하는 기계요소이고 유연한 외형을 가진다. 캠 곡선이 결정되면 원하는 캠 곡선의 운동을 종동절이 실현할 수 있도록 캠 형상을 생성하여야 하며 이러한 수행이 되도록 biarc 곡선 보간법으로 NC 데이터를 얻었다. biarc 곡선 보간법은 접선이 주어진 임의의 두 점 사이에 주어진 접선에 접하면서 공통접선을 갖는 두개의 원호를 생성하고자 하는 방법이다. 두개의 원호를 결정하는 유일 해를 구하기 위해서는 6개의 구속조건이 필요한데 5개의 구속조건(시작점의 위치와 접선, 끝점의 위치와 접선, 연결점에서의 공통접선)은 필요조건으로 주어졌다. 최적의 biarc를 생성하기 위하여 나머지 1개의 구속조건을 선정하고자 하는 다양한 방법들이 제시된 바 있다. 본 연구에서는 이를 활용한 전산 응용프로그램을 개발, 이의 타당성을 검증하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 그 실현가능성을 검증하

고자 한다. 또 이를 이용한 NC 데이터를 이용하여 머시닝 센터에서 밀링 가공하여 그 결과를 확인하고 그 외의 시뮬레이션 소프트웨어로 확인하여 본 biarc 곡선 보간법에 의한 NC 코드의 생성이 적용가능한지를 밝히고자 하였다.

2. 관련 이론

2.1 Biarc 알고리즘⁴⁻⁵⁾

두 점과 양끝 접선(tangent)이 주어졌을 때, 두 점 사이에 서로 접하는 두 개의 원호의 방정식 $(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 = r^2$ 에서 3개의 미지수 x_c, y_c, r 을 알고 원호의 시작점 $P_1(x_1, y_1)$ 과 종

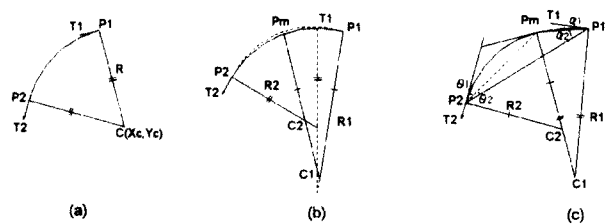


Fig. 1 Generation of biarc curve by collaboration of arc

접수일 : 2001년 2월 16일
정창영, 김영국 : 부경대학교 기계공학부 대학원
윤문철, 심성보, 하만경, 김광희 : 부경대학교 기계공학부

료점 $P_2(x_2, y_2)$ 및 시점과 종점의 접선벡터를 T_1 과 T_2 로 하여 임의의 원호를 생성할 수 있다.

Fig. 1에서 두 원호가 가장 부드럽게 접하게 되는 biarc 원호 보간 $\alpha_1 + \theta_1 = \alpha_2 + \theta_2$ 에 의한 곡선의 종류는 다음 4가지의 경우로 요약하여 분류할 수 있다.

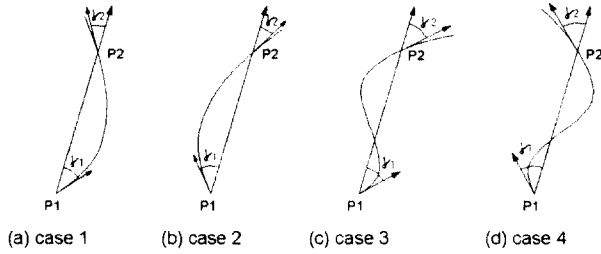


Fig. 2 Classification of biarc curve collaborated

- 경우1 : [Fig. 2(a)] 반시계 방향의 곡선 $\gamma_1 < 0, \gamma_2 > 0$
- 경우2 : [Fig. 2(b)] 시계방향의 곡선 $\gamma_1 > 0, \gamma_2 < 0$
- 경우3 : [Fig. 2(c)] 초기 반시계방향에서 시계방향으로 방향이 변하는 변곡점이 존재 $\gamma_1 < 0, \gamma_2 < 0$
- 경우4 : [Fig. 2(d)] 초기 시계방향에서 반시계방향으로 방향이 변하는 변곡점이 존재 $\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0$

2.1.1 변곡점이 없는 경우

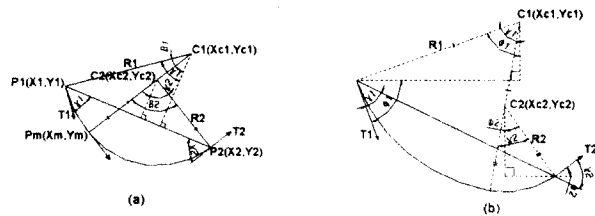


Fig. 3 Configuration of biarc geometry with no inflection point

- 같은 반시계방향의 곡선 $\gamma_1 < 0, \gamma_2 > 0$:
- 같은 시계방향의 곡선 $\gamma_1 > 0, \gamma_2 < 0$:

Fig. 3에서 기하학적으로 부드럽게 연결되기 위해서는 다음의 4가지의 조건 식이 만족해야 된다.

$$R_1 \cos \gamma_1 = R_2 \cos \gamma_2 + (R_1 - R_2) \cos(\beta_1 - \gamma_1) \quad (1)$$

$$R_1 \sin \gamma_1 = P - R_2 \sin \gamma_2 - (R_1 - R_2) \sin(\beta_1 - \gamma_1) \quad (2)$$

$$\gamma_1 - \beta_1 = \beta_2 - \gamma_2 \quad (3)$$

$$\frac{d}{d\beta_1} \left| \frac{R_1 - R_2}{R_2} \right| = 0 \quad (4)$$

그리고, 식(2), (3), (4)에 의해 식(1)은 다음과 같다.

$$R_1 = R_2 \frac{[\cos \gamma_2 - \cos(\beta_1 - \gamma_1)]}{[\cos \gamma_1 - \cos(\beta_1 - \gamma_1)]} \quad (5)$$

$$\left(\frac{R_1 - R_2}{R_2} \right)^2 = \frac{(\cos \gamma_2 - \cos \gamma_1)^2}{[\cos \gamma_1 - \cos(\beta_1 - \gamma_1)]^2} \quad (6)$$

또한, 식(6)을 이용하면 식(4)의 조건은,

$$\frac{d}{d\beta_1} \left(\frac{R_1 - R_2}{R_2} \right)^2 = 0 \quad (7)$$

이 된다. 따라서,

$$-2(\cos \gamma_2 - \cos \gamma_1)^2 \sin(\beta_1 - \gamma_1) / [\cos \gamma_1 - \cos(\beta_1 - \gamma_1)]^3 = 0 \quad (8)$$

이 되고, 결국 이 4가지의 식을 만족하면 된다.

식(8)은 γ_1, γ_2 와 $(\cos \gamma_2 - \cos \gamma_1)$ 이 0 이거나 $\sin(\beta_1 - \gamma_1) = 0$ 이 되어야 하고, 따라서, $\beta_1 = \gamma_1$ 인 조건 즉, $\overline{C_1 P_m} \perp \overline{P_1 P_2}$ 이어야 한다.

이때의 반경 R_1, R_2 와 각도는 위 방정식을 풀면 $R_1 = \left(\frac{P \cos \gamma_2 - 1}{d} \right), R_2 = \left(\frac{P \cos \gamma_1 - 1}{d} \right), \beta_1 = \gamma_1, \beta_2 = \gamma_2$ 이 된다. 단, $d = \sin \gamma_1 (\cos \gamma_2 - 1) + \sin \gamma_2 (\cos \gamma_1 - 1)$

또한, $\overline{C_1 P_m} \perp \overline{P_1 P_2}$ 일 때 R_1, R_2 의 차이가 최소가 되는 즉, 최적의 곡선을 만족하는 각 시점과 종점 및 변곡점의 관계식은 다음과 같다.⁴⁾

$$x_{cl} = x_1 - R_1 \sin \phi_1, \quad y_{cl} = y_1 + R_1 \cos \phi_1$$

$$x_{c2} = x_2 - R_2 \sin \phi_2, \quad y_{c2} = y_2 + R_2 \cos \phi_2$$

$$x_m = x_{cl} + R_1 \sin(\phi_1 + \beta_1)$$

$$y_m = y_{cl} - R_1 \cos(\phi_1 + \beta_1)$$

2.1.2 변곡점이 있는 경우

반시계방향에서 시계방향으로 변하는 변곡점 $\gamma_1 < 0, \gamma_2 < 0$:

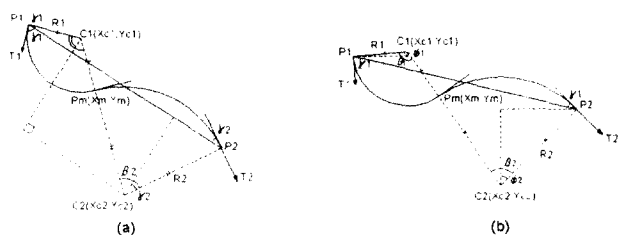


Fig. 4 Configuration of biarc geometry with inflection point

시계방향에서 반시계방향으로 변하는 변곡점

$$\gamma_1 > 0, \gamma_2 > 0:$$

Fig. 4에서 얻을 수 있는 관계식은,

$$P = R_1 \sin \gamma_1 + R_2 \sin \gamma_2 + (R_1 + R_2) \sin(\beta_1 - \gamma_1) \quad (9)$$

$$R_1 \cos \gamma_1 + R_2 \cos \gamma_2 = (R_1 + R_2) \sin(\beta_1 - \gamma_1) \quad (10)$$

$$\beta_1 - \gamma_1 = \beta_2 - \gamma_2 \quad (11)$$

$$\frac{d}{d\beta_1} \left(\frac{R_1 - R_2}{R_2} \right)^2 = 0 \quad (12)$$

식(10)에서,

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{[\cos(\beta_1 - \gamma_1) - \cos \gamma_2]}{[\cos \gamma_1 - \cos(\beta_1 - \gamma_1)]} \quad (13)$$

이 되고, 식(13)을 식(12)에 대입하면,

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\beta_1} \frac{[\cos(\beta_1 - \gamma_1) - \cos \gamma_2]^2}{[\cos \gamma_1 - \cos(\beta_1 - \gamma_1)]^2} \\ & \text{즉, } 2[2\cos(\beta_1 - \gamma_1) - \cos \gamma_1 - \cos \gamma_2] \sin(\beta_1 - \gamma_1) \\ & \quad \times \frac{[\cos \gamma_2 - \cos \gamma_1]}{[\cos \gamma_1 - \cos(\beta_1 - \gamma_1)]^3} = 0 \quad (14) \end{aligned}$$

이고, $\beta_1 \neq \gamma_1, \gamma_1 \neq \gamma_2$ 이면,

$$\cos(\beta_1 - \gamma_1) - \cos \gamma_2 - \cos \gamma_1 = 0 \quad (15)$$

$$\text{즉, } \frac{[\cos(\beta_1 - \gamma_1) - \cos \gamma_2]}{[\cos \gamma_1 - \cos(\beta_1 - \gamma_1)]} = 1 \quad (16)$$

을 만족한다. 식(16)을 식(13)에 대입하여 정리하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$R_1 = P / [\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2 + 2 \sin(\beta_1 - \gamma_1)]$$

$$\begin{aligned} R_2 &= R_1 \quad \beta_1 = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{1-Q^2}{Q}} + \gamma_1 \right) \\ \beta_2 &= \beta_1 - \gamma_1 + \gamma_2 \end{aligned}$$

단, $Q = (\cos \gamma_1 + \cos \gamma_2) / 2$ 이 되고 또한 두 원호에 의한 중심점 $(x_{c1}, y_{c1}), (x_{c2}, y_{c2})$ 에서 두 원호의 접점 (x_m, y_m) 의 관계식은 다음 식으로 주어진다.⁴⁾

$$x_{c1} = x_1 - R_1 \sin \phi_1, \quad y_{c1} = y_1 + R_1 \cos \phi_1$$

$$x_{c2} = x_2 + R_2 \sin \phi_2, \quad y_{c2} = y_2 - R_2 \cos \phi_2$$

$$x_m = x_{c1} + R_1 \sin(\phi_1 + \beta_1)$$

$$y_m = y_{c1} - R_1 \cos(\phi_1 + \beta_1)$$

3. 가공형상 모델의 해석 및 고찰

본 연구에서는 응용 실례로 3가지 모델을 분석하였다. 사용된 언어로는 비주얼 베이직 (Visual Basic) 언어를 사용하여 계산하였고 계산된 NC코드는 텍스트데이터 파일로 저장하여 OMEGA 등 범용소프트웨어와 호환하여 사용할 수 있다. 임의의 응용 예로서 각 모델에서 윤곽 형상 중에서 임의의 10곳의 위치를 측정하여 입력하고 윤곽의 시

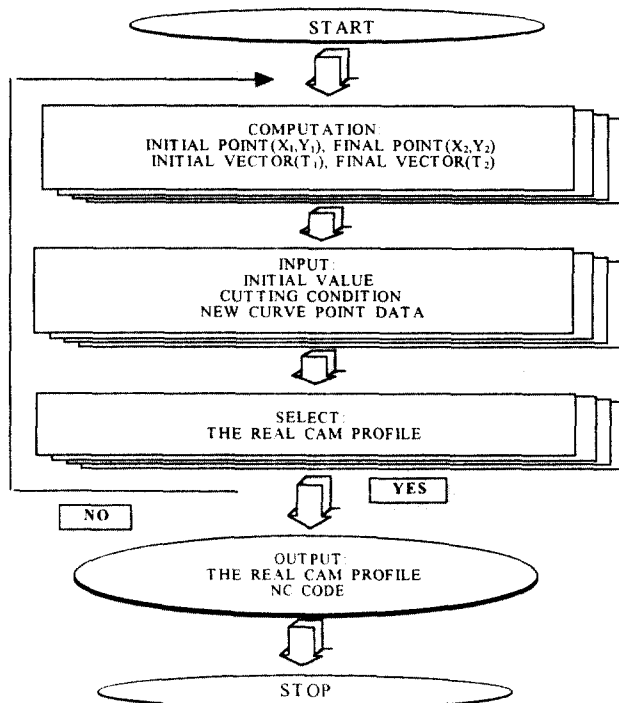
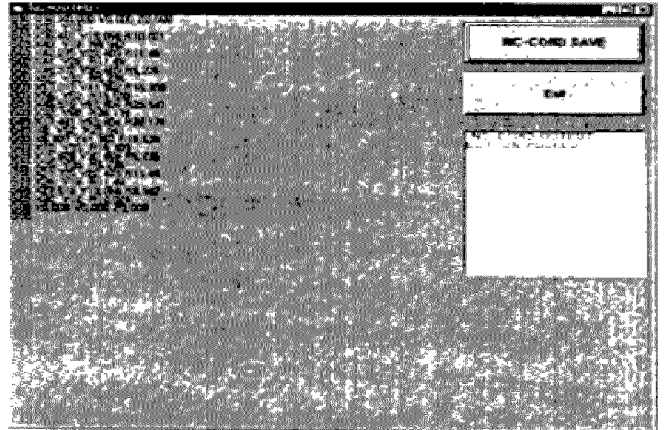
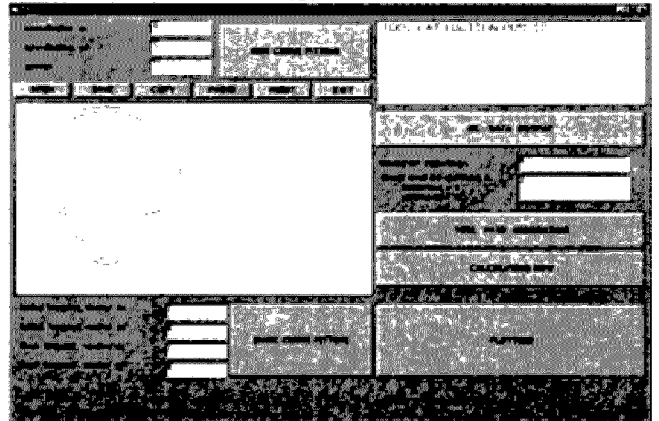


Fig. 5 Flowchart for cam design

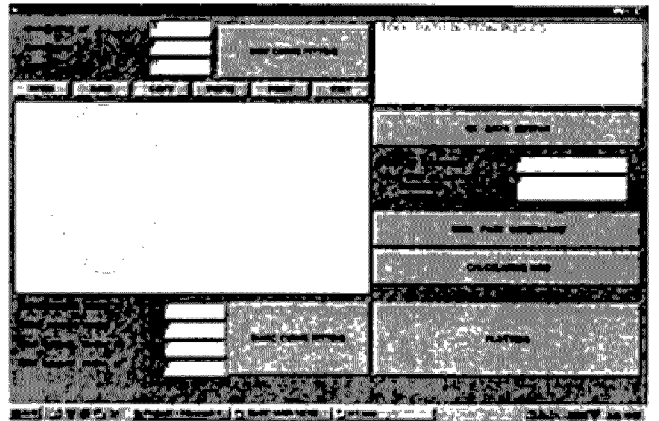
작점 및 종점에서 접선 벡터만 입력하여 주면 biarc 알고리즘에 의하여 개발된 소프트웨어에서 중간의 형상은 자동적으로 보간 계산하도록 되어 있다. 개발된 프로그램을 실행하였을 때 초기의 메뉴는 Fig. 6과 같다. 다른 소프트웨어와 호환하여 쓸 수 있고 NC공작기계에 전송하여 가공할 수 있다. 각 메뉴에서 순서대로 실행하여 최종적으로 NC part 프로그래밍을 할 수 있도록 구성되어 있고 작성된 형상은 파일로도 저장되고 다시 불러들여 수정할 수 있도록 되어 있다.



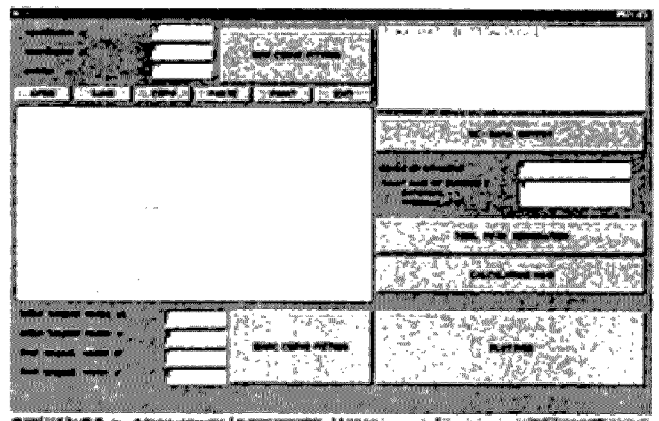
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 7 Display of biarc new curve plotting

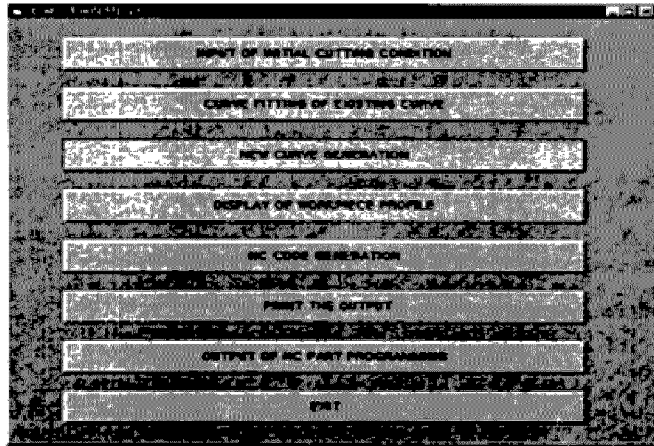
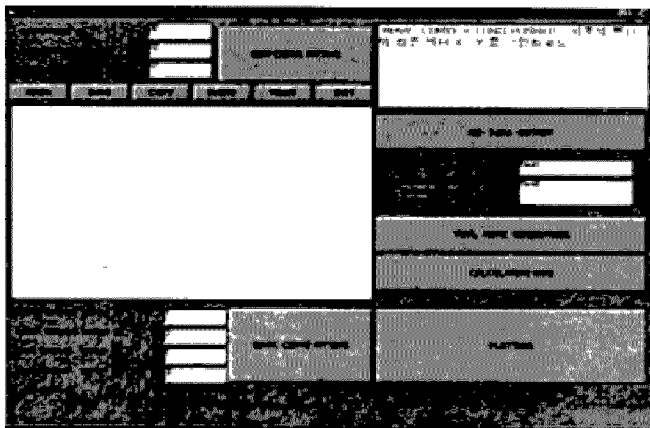
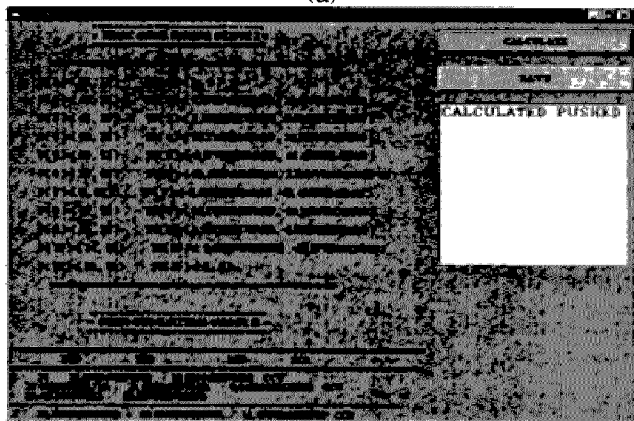


Fig. 6 Display of main menu for biarc curve fitting



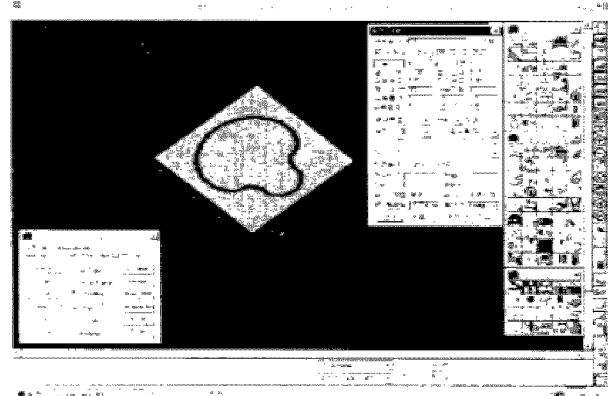
(a)



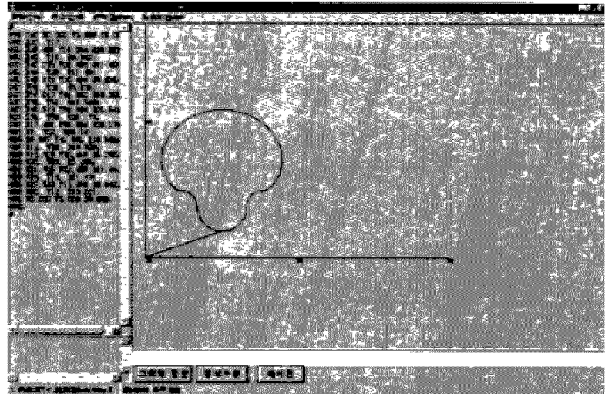
(b)

Fig. 6의 메인 메뉴인 새로운 커브 생성 버튼을 누르면 Fig. 7(a)와 같은 프레임 생성되고, 곡선 보간(curve fitting) 버튼을 누른 후 임의의 10개의 점 데이터를 기입한 후 최초의 접선벡터인 (X, Y) 와 최종점의 접선벡터 (X, Y) 를 입력한다. Fig. 7(b)는 Fig. 7(a)에서 계산 버튼을 누르면 프레임이 생성되고, 각 입력 점의 위치와 입력 점에서의 접선벡터를 계산하고, 원의 중심좌표, 반경, 원호의 반경도 계산할 수 있다. 이렇게 계산된 값을 출력 I, 출력 II로 생성이 된다. 이때 생성된 파일은 저장하여 텍스트 파일로 저장을 할 수가 있다. 계산은 Fig. 7(b)에서 나오고 Fig. 7(a)에서 플로팅 버튼을 누르면 Fig. 7(c) 프레임이 생성이 되고 접선벡터에 따라서 불록한 캠 형상이 출력이 된다. 캠 형상을 확인한 후 NC 출력 버튼을 누르면 Fig. 7(d) 프레임이 생성이 되고, 동시에 NC 코드가 출력이 된다. 이 출력된 데이터 값도 NC 코드저장 버튼을 누르면 텍스트 파일로 저장을 할 수가 있다. NC 데이터를 생성한 후 Fig. 7(d)에서 스케일에서의 캠 형상의 공구의 보정값을 기입하고 가공의 종류에서 외측가공 또는 내측가공을 어느 것을 할 것인지를 결정한 후 공구경로 생성 버튼을 누르면 캠 형상이 나타내는 곳에 공구 경로가 생성이 된다. Fig. 7(e), (f)는 같은 방법으로 나머지 두 경우에서 외측가공 또는 내측가공을 어느 것을 할 것인지를 결정한 후 공구경로 생성 버튼을 누르면 각각의 캠 형상이 나타난 공구 경로를 보여 주고 있다. Fig. 7(b)는 입력 데이터인 $P(1) \sim P(11)$ 를 입력하고 시작점과 종점의 접선벡터를 주면 각 점에서의 접선벡터를 구한 것을 보여 주고 있다. 각 점에서 $(X_{c1}, Y_{c1}), (X_{c2}, Y_{c2}), (X_{cm}, Y_{cm})$ 을 구할 수 있고, 각각 원의 반경 및 원호의 방향 (CW, CCW)을 계산 할 수 있고 캠 형상을 생성하기 위한 데이터를 텍스트 파일로 저장할 수 있다. Fig. 7(c)는 원하는 캠 형상을 얻은 NC 코드를 생성한 것을 보여 주고 있고, Fig. 7(d)에서는 공구가 내측가공 및 외측가공의 조건에 따른 형상을 보여준다.

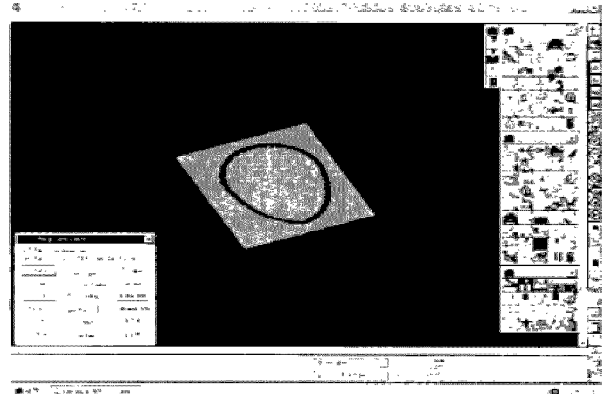
Fig. 8(a), (c), (e)는 3가지 예의 경우 각각의 캠 생성 프로그램에서 만들어진 형상 NC프로그램 데이터를 오메가 캠 시스템에서 시뮬레이팅한 것으로서 결과와 잘 일치하고 있다. Fig. 8(b), (d), (f)는 각각의 캠 생성 프로그램에서 만들어진 일반적인 캠 형상인 NC 프로그램 데이터를 NC 코드 형상 모델링 프로그램에 시뮬레이팅한 결과이다. 각각의 경우 절삭가공 버튼을 누르면 색깔이 변하면서 가공경로를 보여 줄 수 있다.



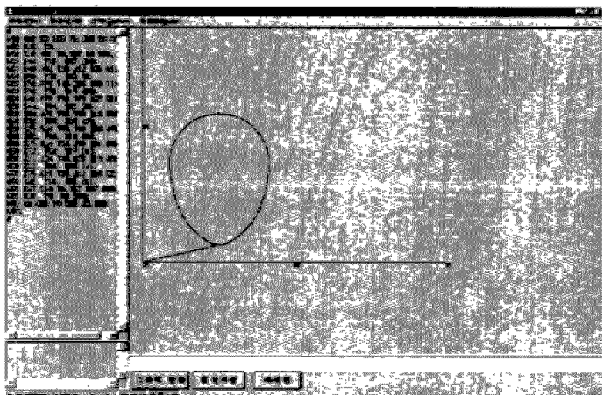
(a)



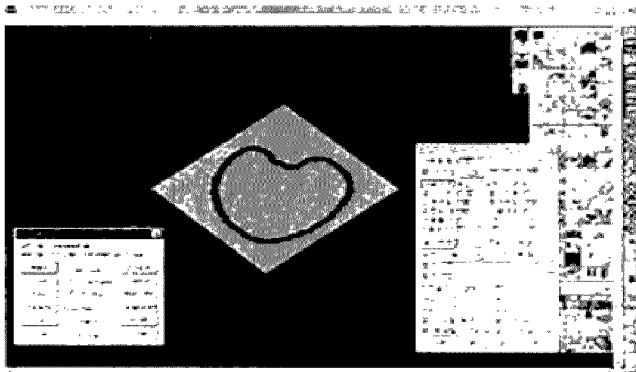
(b)



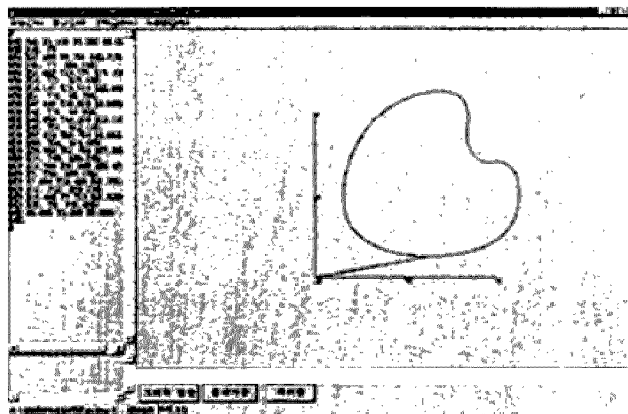
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 8 The simulated configuration of general cam profile by OMEGA CAM SYSTEM with generated NC code(a) and predicted general cam profile simulation output by biarc NC-code modeling software(b)

4. 실험결과 및 고찰

출력된 3가지 캠 형상인 NC 프로그래밍 코드 결과로 실제로 실험 가공을 하였다. 실험에 사용되어진 엔드밀은 직경이 3mm인 양지원 공구사의 H.S.S 이다. 공작물 재료는 케미칼우드 (chemical wood) 수지재료를 사용하였다. 실험에 사용된 기계는 머시닝센터(DOO-MAC 4MC)를 사용하였다.

앞의 경우와 마찬가지로 나머지 두경우의 캠 형상에도 적용하여도 타당성 있는 형상을 얻을 수 있었고 Fig. 9는 이 3가지 캠 형상을 가공하여 함께 보여준 것으로서 전체적인 형상이 원하는 캠 형상을 잘 나타내고 있다. 따라서 본 연구에서 개발한 biarc 알고리즘에 의한 캠 형상가공은 일반적인 형상의 캠인 경우 가공이 가능함을 알 수 있다.

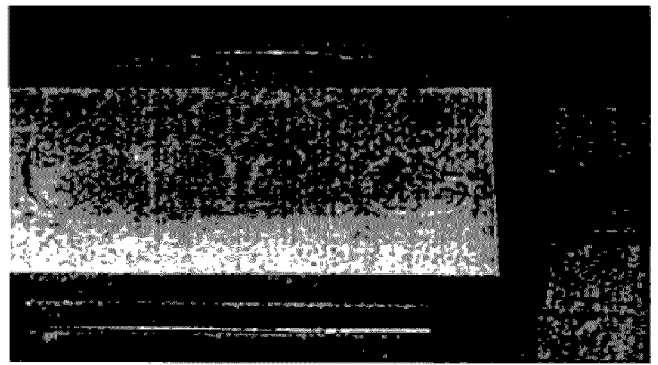


Fig. 9 Configuration of cam profile machined together for 3 case example.

biarc 원호보간법으로 만들어진 NC 코드를 이용하여 OMEGA 프로그램으로 해석결과와 NC 가공 시뮬레이션으로 모델링 한 후의 캠 형상과 비교하여 앞에서 요구하는 3가지 캠 형상을 모두 잘 나타낼 수 있음을 알 수 있었다. 따라서 본 방법에 의해 개발된 프로그램은 실제로 적용 가능하다. 정밀도에 대해서는 일반적인 수식표현이 곤란하고 알고리즘의 입력 데이터 점을 증가시키면 오차를 더욱 줄일 수 있고 단지 이 경우 블록의 수가 길어지게 된다. 본 연구에서는 10개의 점으로 캠 형상을 완성하였으나 만약 그 이상의 입력점으로 구성하면 그 오차정도는 더욱 줄일 수 있다.

5. 결 론

biarc 곡선 보간법을 이용한 NC데이터 생성 프로그램을 개발하였고 캠 형상 가공을 실제로 3가지 제시하였다. 해석과 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) biarc 곡선 알고리즘에 의한 방법으로 곡선의 선형 보간에 의한 메모리 용량을 대폭 줄여 가공할 수 있고 NC 코드의 블록을 대폭 축소할 수 있다. 또한 NC 데이터의 생성에서 다른 방법에 비해 계산량이 적어 빨리 계산을 할 수 있고, 메모리가 부족한 NC 공작기계에서 메모리의 증가가 필요 없이 캠 형태의 곡선을 생성할 수가 있다.
- 2) 수직 NC 머시닝 센터에 의해서 실제 가공 및 가공 시뮬레이션으로 그 타당성을 입증하였고, 이 방법을 와이어 컷에도 적용할 수 있으며 기어나 자동차용 캠 등의 형상에도 쉽게 원호보간이 가능하다. 정밀도에 있어서도 입력 데이터만 늘리면 정도를 완벽하게 낼 수 있다.

참고문헌

1. 최병규, 전차수, 유우식, 편영식 공저, "CAD/CAM 시스템과 CNC 절삭가공", 청문각, 1996
2. 김성철, "NC 데이터 양을 줄이기 위한 유연한 바이아크 근사법", 한국과학기술원 석사학위논문, 1997
3. 김찬봉, "평판캠 및 입체캠을 위한 CAD/CAM 소프트웨어 개발에 관한 연구", 한국과학기술원 석사학위논문, 1991
4. 정창영외 5인, "Birarc 곡선보간에 의한 캠 부품 형상 가공에 관한 연구", 정밀공학회 춘계학술대회 논문집, pp. 975~978, 2001
5. 양민양, 손태영, 조현덕, "새로운 원호 보간법에 의한 공구경로의 생성", 한국정밀공학회지, 제11호, pp. 77~83, 1997
6. 조승래, 이춘만, "인벌류트 곡선의 Biarc Curve Fitting 최적화 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제16호, pp. 71~78, 1999
7. 구영희, 이동주, 남궁석, 강민식, "금형의 자유곡면 가공용 CAD/CAM SYSTEM 구축에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제1호, pp. 96~105, 1992