

# 선박용 배관 시스템의 수력학적 설계 및 해석 프로그램 개발

## A Development of Computing System for Hydraulic Design and Analysis of Ship-building Piping System

정희택 · 정양범 · 조재우 · 배진수

H. T. Chung, Y. B. Jung, J. W. Cho and J. S. Bae

**Key Words** : Hydraulic Design(수력학적 설계), Multi-piping(다관), Bernoulli Equation(베르누이 방정식), Losses(손실), Graphic Display (전산 가시화)

**Abstract** : In the present study, an interactive mode of the computing system has been developed for the hydraulic analysis of the circulating waters in the industrial pipings. The system consists of three separated modules, which are linked together with common graphical user interfaces. Application to the design of the cooling sea-water system for the ships was demonstrated to be very reliable and practical in support of design activities.

### 1. 서 론

일반적으로 배관시스템의 최적 설계는 구성된 각종 장비와 부품 -주엔진, 보조 엔진, 가열기 펌프, 밸브- 그리고 파이프 등으로 구성된 배관시스템의 각 요소에서 적절한 유량과 압력을 얻도록 하는 것이다. 유체를 이송하는 방법으로는 유체가 가지고 있는 위치에너지를 이용하는 것과 외부에서 유체에 에너지를 공급하여 이송하는 방법이 있다. 전자의 경우는 유체를 이송하는데 많은 시간이 소모되고 또한 한정된 공간에서는 이용이 불가능하다. 후자의 경우가 산업용으로 주로 사용되는데 이때 가장 많이 이용되는 것이 펌프이다. 펌프를 이용하는 경우 필요한 유량과 압력을 얻기 위해서는 펌프의 용량을 결정해야한다. 이 경우 가장 중요한 요소는 파이프의 크기와 배열이다. 각 장비에 적절한 유량과 압력을 이송하기 위해서는 파이프의 크기와 배열이 최적으로 구성되어야 하기 때문이다. 반대로 파이프의 크기와 배열이 결정된 후라면 최적의 펌프의 크기를 결정해야 한다. 본 연구는 전술한 두 가지 모두를 충족하기 위한 방법으로서 최적의 유량과 압력을 보다 쉽게 구할 수 있

도록 하는 기법개발에 관한 연구이다. 배관시스템이 간단한 경우에는 원하는 위치에서 수작업으로 유량과 압력을 해석할 수 있으나 선박과 같은 한정된 공간 속에서 이루어진 복잡한 다열 배관시스템인 경우에 수작업으로 계산한다는 것은 매우 힘든 일이다. 또한 계산된다고 할지라도 그 결과의 정확성을 인정하기 어렵다. 한국이나 외국의 조선소에서는 자체적으로 압력과 유량을 해석하는 Program을 개발하여 사용하고 있으나 입력 데이터 생성과 결과 처리에 많은 노력과 시간이 소모되어 현재는 거의 사용하지 않고 있는 실정이다.<sup>1)</sup> 간단한 모델의 경우 입력 데이터를 생성하는 것은 쉬운 일이지만 조선업과 같은 복잡한 구조와 장비로 이루어진 다열배관의 경우 배열 자체가 매우 복잡하므로 입력 데이터 생성을 위한 절점 선정 또한 쉽지 않은 형편이다. 그러므로 현재는 기관실 내부의 개방 회로 시스템의 원하는 위치에서 유량과 압력을 얻고자 하는 경우 수작업을 통해 근사적으로 그 값을 파악하고 있다.

본 연구는 이러한 단점을 보완하고자 Window를 활용한 Visual Program을 개발하여 입력데이터 생성을 쉽게 하고 결과의 후처리를 간편하게 하여 설계자가 보다 쉽게 사용하도록 하는 데에 그 목적이 있다.

접수일 : 2000년 7월 1일

정희택, 정양범 : 경상대학교 수송기계공학부

조재우 : 경상대학교 대학원

배진수 : 대우중공업 배관 설계부

## 2. 배관시스템의 수력학적 해석 이론

### 2.1 기본 방정식

배관 내부의 작동 유체에 관한 수력학적 해석에 적용되는 기본 유동방정식은 연속방정식과 베르누이 방정식이다<sup>2)</sup>.

다중 배관내의 정상상태의 비압축성 점성유동을 검사체적 관점으로 연속방정식을 기술하면 다음과 같다.

$$\sum_i (v A)_{i,IN} = \sum_i (v A)_{i,OUT} \quad (1)$$

배관시스템에서 펌프 내부 자체의 손실과 배관 내부의 조건에 따라서 손실이 발생하므로 Bernoulli 방정식은 아래와 같이 보정된다.

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \Delta h_{w1-2} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \sum \Delta h_{L1-2} \quad (2)$$

여기서,  $\Delta h_{w1-2}$  는 에너지 압력 수두,  $\sum \Delta h_{L1-2}$  는 마찰 또는 흐름변화에 의한 에너지 손실 수두이다.

수력배관의 압력 수두는 유량과 압력에 대한 펌프의 성능곡선으로 결정된다. 파이프 내의 제반 압력 손실은 파이프에 의한 관마찰손실과 그외의 배관 구성요소에 의한 부차적 손실로 대별할 수 있다. 원형관내의 마찰손실은 다음과 같다.

$$\Delta h_f = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g} \quad (3)$$

실제 배관내의 유동은 은 대부분 난류영역이며, 본 프로그램에서는 Colebrook 의 실험식을 사용하였다<sup>3)</sup>.

$$f^{-\frac{1}{2}} = -2 \text{Log} \left( \frac{\epsilon}{3.7d} + \frac{2.51}{Re f^{\frac{1}{2}}} \right) \quad (4)$$

관로로 유체를 수송할 경우 관내마찰에 의한 에너지손실 외에도 관의 입구와 출구에 의한 에너지 손실, 단면적의 변화로 인한 에너지손실, 곡관 이나 밸브 오리피스 등과 같은 관로의 각종 부속장치 및 T 형의 분기관과 합류관 등에서 유체의 흐름방향 변화로 인하여 에너지손실이 발생하며, 이

를 총체적으로 부차적 손실이라 한다. 손실수두와 부차적 손실계수와와의 관계는 다음과 같다.

$$\Delta h_L = K_L \frac{V^2}{2g} \quad (5)$$

배관요소에 따른 제반 손실계수,  $K_L$  은 기존의 문헌과 자료를 참조하여 자체 데이터 베이스를 구축하였다<sup>4,5)</sup>.

### 2.2 배관시스템의 적용방정식 구성

임의의 한 개의 배관 Line을 생각할 때 구하고자 하는 미지수의 개수는 Line 입·출구에서의 압력과 이를 통과하는 유량 등 3개가 된다. 배관의 개수가 N이면 미지수의 개수는 3N이 된다. Fig. 1 과 같이 8개의 Line으로 구성된 Piping System에 대하여 필요한 방정식을 유도하면 다음과 같다.

첫번째 단계는, 각절점에서 연속 방정식을 적용한다. 펌프에 의하여 연결된 Line 1과 2사이, T에 의하여 연결된 T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub>에 연속 방정식을 적용하여 정리한다.(4개)

두번째 단계는, 입·출구에서의 압력조건-Line 1의 입구압력과 Line 5, 6, 7, 8의 출구 압력-을 산정한다.(5개)

세 번째 단계는, 각 Line에서의 손실을 고려한 Bernoulli 방정식을 설정한다.(8개)

네번째 단계는, 펌프의 성능에 대한 P-Q 곡선의 식을 설정한다. 본 연구에서는 4차의 최소자승법으로 Spline처리하였다.(1개)

다섯번째 단계는, 분기점 간의 베르누이 방정식을 설정한다.(6개)

전술한 바와 같이 첫 번째에서 다섯 번째 단계까지 열거한 방정식의 개수는 24개이며, 이는 미지수의 개수와 일치하게 된다. 각 단계별로 유도된 방정식은 부록에 정리되어 있다.

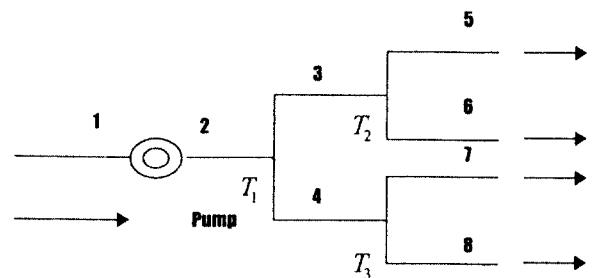


Fig. 1 Samples of the multi piping system

2.3 방정식의 수치해석 기법

Fig. 1의 배관 해석에 대한 24개의 미지수- 입구의 압력  $P_{11} \sim P_{18}$ , 출구의 압력  $P_{01} \sim P_{08}$ , 관내의 유량  $Q_1 \sim Q_8$  에 대해 2.2절의 방법으로 24개의 방정식을 구성하여 행렬식으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} Q_1^1 \\ \vdots \\ Q_8^1 \\ P_{11}^1 \\ \vdots \\ P_{18}^1 \\ P_{01}^1 \\ \vdots \\ P_{08}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1^0 \\ \vdots \\ Q_8^0 \\ P_{11}^0 \\ \vdots \\ P_{18}^0 \\ P_{01}^0 \\ \vdots \\ P_{08}^0 \end{bmatrix} - J^{-1} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ P_{11}^1 \\ \vdots \\ F_{22} \\ F_{23} \\ F_{24} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 미분 연산자  $J$  는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial F_1}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial P_{01}} & \frac{\partial F_1}{\partial P_{08}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_{32}}{\partial Q_1} & \frac{\partial F_{32}}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial F_{32}}{\partial P_{01}} & \frac{\partial F_{32}}{\partial P_{08}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

최종 유도된 식 (6)은 비선형 방정식이며, 이에 대한 수치기법으로는 Successive substitution방법과 Newton-Raphson방법이 Pipe Network의 수력

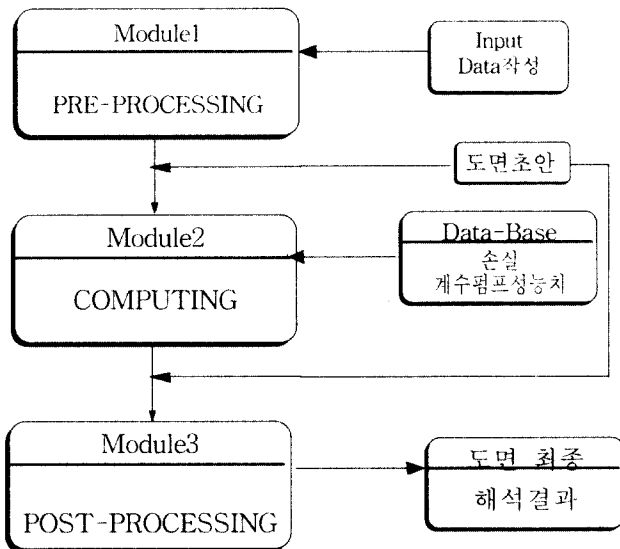


Fig. 2 Computing systems of IMLiPha(W)

해석에 널리 사용되고 있다.<sup>6)</sup> Newton-Raphson방법은 주기억용량이 크나, 수렴속도가 빠르고 발산 가능성이 적으며, 본 연구에서는 이 방법을 채택하였다.

3. 프로그램 구성 및 운영

본 연구의 최종 목적은, 다중배관 시스템의 기본 설계를 위한 전산시스템을 개발하는 것이다. 따라서, 프로그램의 개발에는 다음과 같이 3가지 관점에서 그 특성을 부여하였다.

입력의 경우, 데이터의 작성, 수정이 용이하도록 하였다. 또한, 데이터의 형태는 현행 데이터베이스 체계를 채택하였다. 예를 들어, 파이프의 경우 공칭, 재질 등을 입력데이터로 하였다. 펌프의 경우 메이커의 성능곡선을 데이터베이스로 구축하였다.

출력의 경우, 결과를 전산가시화하여 line, element 별로 압력 및 유량을 나타내었다. 또한 도면의 편집 기능을 부여하고, 기본설계에 준하는 형태로 출력하도록 하였다. 운영체제는 Interactive & Intergrating System을 통해 반복 수정작업이 용이하도록 하였다. 개발된 프로그램의 구성과 운영방법을 상술하면 다음과 같다.

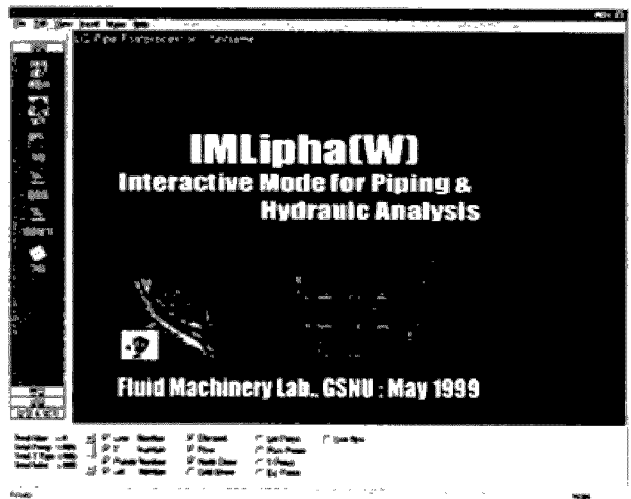


Fig. 3 Initial graphic display for IMLiPha(W)

3.1 프로그램 구성

본 프로그램은 프로그램의 개발 시간을 단축하고 프로그램 소스의 분석을 편리하게 하기 위해서 각각 독립된 4개의 실행 파일 Lqpipe.exe, OutputWindow, LiveDv, LqBrowse와 4개의 Dynamic Link Library로 구성되어 있다.

데이터 파일 Directory의 구성은 프로그램 계산

에 필요한 각종 파일이 있는 Lqftdata와 프로그램 계산에 필요한 input 파일이 있는 Lqidata, 프로그램 계산에서 생성된 중간 생성 파일들이 생성되는 Lqtmdata 디렉토리와 manual과 각종 Help 파일이 있는 html로 구성되어 있다.

메인 함수를 포함하여 총 13의 구성 프로그램을 개별 실행파일로 system 콜하는 형태였으나 함수로 바꾸어서 하나의 프로그램인 LQPIPE.C로 구성된다.

### 3.2 프로그램의 운영절차

본 연구에서 개발된 프로그램은 Fig. 2에 따라 운영된다. 초기도면을 작성하고, 이에 따라 입력데이터를 구성하는 전처리 과정(모듈1), 설계된 배관 시스템을 수력학적으로 해석하는 해석과정(모듈2), 그리고 해석결과를 그래픽으로 분석하는 후처리과정(모듈3)으로 진행된다.

입력데이터를 생성하는 전처리과정을 설명하면 다음과 같다.

- ①Systemdml Line Layout에 따른 Line Routing 결정
- ②Line Number를 결정
- ③Line 갯수, 분기점에서의 Tee 형태, Fan, 입출구의 개수 결정
- ④도면 작성
- ⑤각 Line에 대한 구성요소(Element)-밸브, 파이프 길이 등-의 data입력
- ⑥Tee에 대한 data 입력
- ⑦펌프 성능곡선 입력
- ⑧입출구의 data 입력

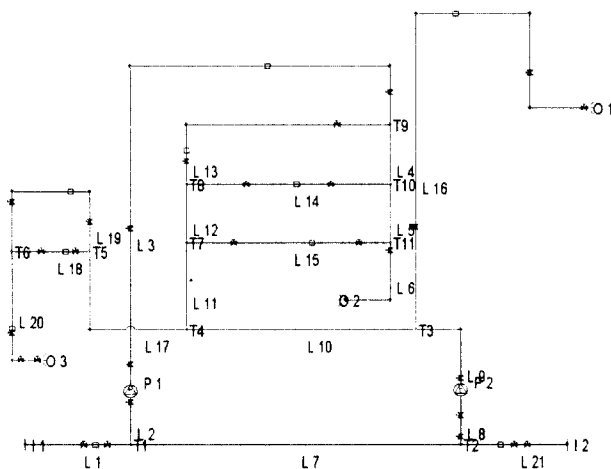


Fig. 4 Piping and instrument diagram of model 4-4

최종 완성된 프로그램의 초기 화면은 Fig. 3과 같이 대화형, 전산가시화 모드로 구성된다. 프로그래밍은 NT환경에서 Visual C++언어를 사용하였다. 프로그램 설치 및 운용을 위한 환경으로 Pentium II, 64MB Memory, 5MB의 HDD를 요구한다. 본 프로그램을 사용하면, 설계시간이 단축될 뿐만 아니라, 현장 작업의 수정을 방지하고, 대외의 신뢰도를 높일 수 있을 것이다.

### 4. 적용

냉각수 배관 시스템은 선박의 기관실 내부의 주엔진, 보조엔진 등 내연기관의 냉각과 Dumping Steam, Exhaust Steam의 응축 그리고 각종 보조기기들의 냉각을 위하여 구성되는 system이다.

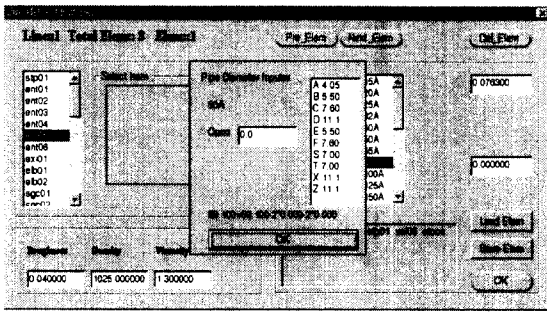
배관시스템은 냉각수가 필요한 장비와 냉각수 온도, 유량 등을 결정하기 위하여 초기 설계시 선주의 승인을 받은 열정산도를 근거로 하고 해수냉각시스템과 청수냉각시스템으로 구분한다. 주엔진 및 보조엔진 자켓은 청수로 냉각하고 그 외 장비는 해수로 냉각한다. 해수냉각 시스템은 크게 2부분으로 나눈다. 하나는 주냉각 펌프에 의하여 해수를 냉각수로 공급하는 부분이며, 다른 하나는 보조냉각펌프에 의하여 해수 냉각수로 공급하는 부분이다.

본 연구에서 개발한 프로그램을 이용하여 상업용 선박의 해수 냉각 배관시스템(Cooling Sea Water System)의 기본설계 과정을 검증하였다. 적용 대상 프로젝트의 명칭은 Model 4로, 벌크선이며,<sup>8)</sup> 본 연구에서는 이중 4번째 선박(Model 4-4)의 해수에 의한 엔진룸 냉각 시스템에 대하여 적용하였다.

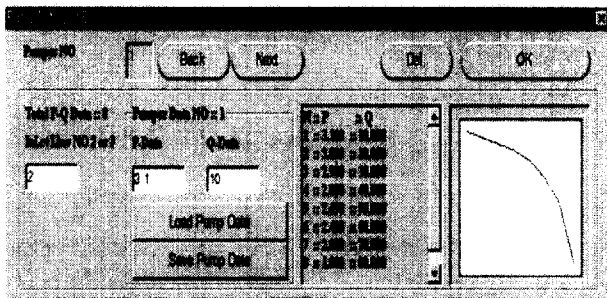
#### 4.1 입력 시스템의 구성

설계자가 작성한 배관 및 계측기 구성 도면(Ping and instrumentation diagram: P & ID)을 이용하여 본 프로그램의 CAD tool을 이용하여 입력을 위한 도면을 구성하면 Fig. 4와 같다. 냉각수를 공급해야 할 대상은 3 군데이고, 해수는 2 군데에서 바다로부터 입수된다. 총 21개의 line과 11개의 분기점으로 시스템이 구성되며, 2대의 해수펌프로 배관의 유동을 순환시킨다. 유동의 입력은 2군데, 출력은 3군데이다.

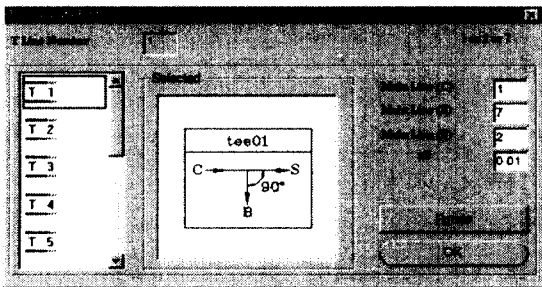
각 배관 요소별로 수력해석을 위한 입력 데이터를 작성한 결과의 예는 Fig. 5에 나타나 있다.



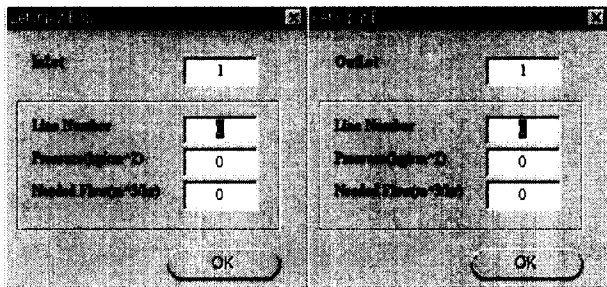
(a) Line #1



(b) Pump #1



(c) Tee



(d) Inlet/Outlet

Fig. 5 Input data for model 4-4

Fig. 5(a)는 line #1의 입력데이터 형태를 나타낸다. 입구역역에서 분기점까지에 총 8개의 배관요소로 구성되었다. 파이프의 형식은 실제 현장에서 사용하는 입력형태를 취하여, 입력생성이 설계자가 편리하게 구성되었음을 알 수 있다. 엘보우, 밸브

등은 선박용 배관에서 실제 사용되는 것을 데이터베이스화하여, 입력의 편리성을 도모하였다.

Fig. 5(b)는 첫 번째 펌프 (pump #1)의 입력형태를 나타내어 준다. 제작자가 보증하는 펌프의 성능데이터를 데이터베이스화하여, 유량변경에 의한 압력계산을 자동으로 수행할 수 있도록 하였다.

선박용 냉각수 배관과 연결되는 fitting류에는 밸브, 오리피스가 주류를 이룬다. 이외에 디퓨저, 곡관 등도 하나의 요소를 구성한다. 분기점은 Tee 등으로 연결된다. 본 프로그램에서는 배관에서 사용되는 요소를 data-base화 하여 사용자의 편리성을 도모하였다. Tee의 예는 Fig. 5(c)에 볼 수 있다. 배관의 시작과 끝부분은 입출구로 표시된다. Fig. 5(d)는 입출구 입력 형태를 보여준다. 입력조건으로 유량과 압력이 사용되며, 유량은 초기치이다.

#### 4.2 수력해석 및 출력 시스템

4.1절의 절차로 입력시스템이 완성되면 수력해석 과정이 진행된다. Fig. 6은 전처리 모듈의 결과

```

**** Date : 1999.9.21
**** Project Name : Model4-4

*****
***** Basic Input Data for Analysis System *****
*****

Total Line      : 21
Total T Type   : 11
Total Pump     : 2
Total Inlet    : 2
Total Outlet   : 3

***** Element Data *****

**Line 1 **** Total Elem No. 8
**Line 2 **** Total Elem No. 9
**Line 3 **** Total Elem No. 35
**Line 4 **** Total Elem No. 2
**Line 5 **** Total Elem No. 7
**Line 6 **** Total Elem No. 15
**Line 7 **** Total Elem No. 2
**Line 8 **** Total Elem No. 12
**Line 9 **** Total Elem No. 9
**Line 10 **** Total Elem No. 8
**Line 11 **** Total Elem No. 11
**Line 12 **** Total Elem No. 9
**Line 13 **** Total Elem No. 22
    
```

Fig. 6 Input data for the hydraulic analysis

로 생성된 입력파일을 보여준다. 기존의 프로그램은 입력시스템 작성에 상당한 시간을 요구하였으나 본 프로그램으로는 그 시간을 약 1/10로 단축하였다. 본 예제의 경우 수력해석에 소요되는 시간은 약 10초 정도로 전 공정에서 차지하는 비중은 미미하다.

세 번째 단계는, 수력해석 결과를 분석하는 일이다. 일반적인 상용프로그램과 같이 수력해석 결과가 일반 파일양식으로 작성되면 사용자 또는, 설계자가 해석하는데 다소 불편하지만, 본 프로그램에서는 Fig. 7과 같이 초기 설계도면에 그 결과가 그래픽으로 나타나도록 하여 해석을 편리하게 하였다. 본 해석 결과 배관시스템의 일부구간에서 역류 흐름이 발생했으며, 이는 배관시스템의 설계가 잘못되었음을 나타낸다. 이 결과는 실제의 배관시스템 시운전에서도 발생하여 이 부분의 배관구조를 변경하였다. 각 요소별로 도면에서 선택하면 상세한 수력해석 정보를 제공해 주며, Fig. 8은 line #1의 수력해석 결과의 예를 보여 준다.

### 5. 결론

본 연구에서는 배관설계 및 수력 해석을 위한 대화형 통합 전산 프로그램을 개발하여, 선박용 물 배관 시스템에 적용하였다.

연속정리와 수정된 Bernoulli방정식을 기본방정식으로 하여 다관에 적합하도록 구성하였다. 파이프손실 계수, 장비의 부착손실계수는 기존의 데이터베이스를 이용하여 설계자가 사용하기 쉽도록 입력 시스템을 구축하였다. 해석결과는 도면에 표시하여 분석을 편리하게 하였고, 상세결과는 별도로 출력되도록 하였다. 전시스템은 기능별로 4개의 모듈로 구성되었으며, 대화형 통합체계를 택하였다.

본 연구를 통하여 개발된 프로그램은 선박의 엔진룸 냉각시스템에 적용하여 프로그램의 유용성을 확인하였다. 추후, 현장테스트와 사용자의 요구사항을 반영하여 프로그램을 계속 보완하고자 한다.

### 후 기

본 논문은 교육부 지정 두뇌 한국'21 지역우수대학육성사업단(경상대학교)의 지원에 의해 연구되었으며 이에 감사 드립니다.

### 참고문헌

1. (주)대우중공업 선박해양기술연구소 플랜트 해양연구실, "배관망내 유체의 압력손실 및 유량 계산 프로그램 개발", (주)대우중공업, 1996
2. Munson B., et. al., "Fundamentals of Fluid Mechanics", John Wiley & Sons, Inc., 1996
3. Streeter, V., "Handbook of Fluid Dynamics" McGraw Hill, New York, 1991
4. Ernest, F., et. al., "Handbook of Hydraulics" McGraw Hill, 1980
5. Hydraulic Institute, "Engineering Data Book", Cleveland Hydraulic Inst., 1979
6. Jeppson, R., "Analysis of Flow in Pipe Network", Ann Arbor Sci. Pub.,1976
7. David J. Kruglinski "Inside Visual C++ The Standard Reference For Programming with Microsoft VISUAL C++ Version 4" Microsoft Press, 1996
8. (주)대우중공업 기장설계 2부 "기관실 장비 / SYSTEM 일반" (주) 대우중공업, 1998

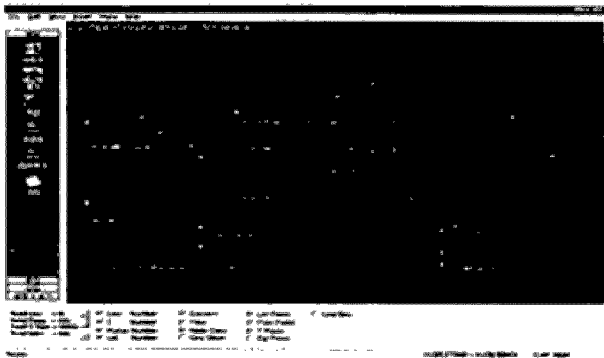


Fig. 7 Graphic display of the computing results

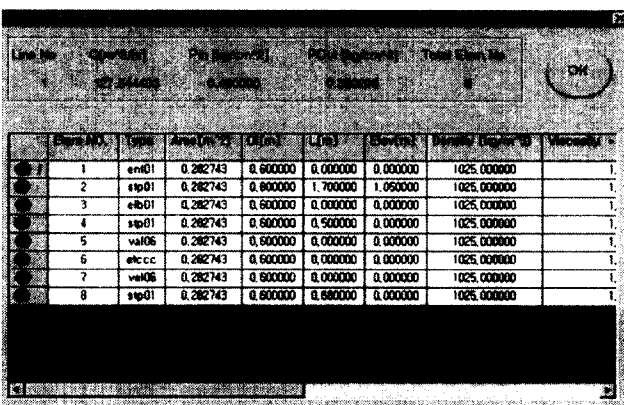


Fig. 8 Graphic display of the computing results for Line #1

부록 : 배관 시스템의 적용 방정식

첫 번째 단계는 다음과 같이 총 4개의 방정식으로 구성된다.

$$Q_1 = Q_2 \quad (A.1)$$

$$Q_2 = Q_3 + Q_4 \quad (A.2)$$

$$Q_3 = Q_5 + Q_6 \quad (A.3)$$

$$Q_4 = Q_7 + Q_8 \quad (A.4)$$

두 번째 단계는 다음과 같이 총 5개의 방정식으로 구성된다.

$$P_{i1} = \text{given} \quad (A.5)$$

$$P_{i6} = \text{given} \quad (A.6)$$

$$P_{i6} = \text{given} \quad (A.7)$$

$$P_{oi1} = \text{given} \quad (A.8)$$

$$P_{i8} = \text{given} \quad (A.9)$$

세 번째 단계는 다음과 같이 총 5개의 방정식으로 구성된다.

$$P_{i1} + \frac{Q_1^2}{2gA_{i1}^2} \gamma_{i1} + Z_{i1} \gamma_{i1} = \quad (A.10)$$

$$P_{oi1} + \frac{Q_1^2}{2gA_{oi1}^2} \gamma_{oi1} + Z_{oi1} \gamma_{oi1} + \Delta P_{L,1}$$

$$P_{i2} + \frac{Q_2^2}{2gA_{i2}^2} \gamma_{i2} + Z_{i2} \gamma_{i2} = \quad (A.11)$$

$$P_{oi2} + \frac{Q_2^2}{2gA_{oi2}^2} \gamma_{oi2} + Z_{oi2} \gamma_{oi2} + \Delta P_{L,2}$$

$$P_{i3} + \frac{Q_1^3}{2gA_{i3}^2} \gamma_{i3} + Z_{i3} \gamma_{i3} = \quad (A.12)$$

$$P_{oi3} + \frac{Q_1^3}{2gA_{oi3}^2} \gamma_{oi3} + Z_{oi3} \gamma_{oi3} + \Delta P_{L,3}$$

$$P_{i4} + \frac{Q_4^2}{2gA_{i4}^2} \gamma_{i4} + Z_{i4} \gamma_{i4} = \quad (A.13)$$

$$P_{oi4} + \frac{Q_4^2}{2gA_{oi4}^2} \gamma_{oi4} + Z_{oi4} \gamma_{oi4} + \Delta P_{L,4}$$

$$P_{i5} + \frac{Q_5^2}{2gA_{i5}^2} \gamma_{i5} + Z_{i5} \gamma_{i5} = \quad (A.14)$$

$$P_{oi5} + \frac{Q_5^2}{2gA_{oi5}^2} \gamma_{oi5} + Z_{oi5} \gamma_{oi5} + \Delta P_{L,5}$$

$$P_{i6} + \frac{Q_6^2}{2gA_{i6}^2} \gamma_{i6} + Z_{i6} \gamma_{i6} = \quad (A.15)$$

$$P_{oi6} + \frac{Q_6^2}{2gA_{oi6}^2} \gamma_{oi6} + Z_{oi6} \gamma_{oi6} + \Delta P_{L,6}$$

$$P_{i7} + \frac{Q_7^2}{2gA_{i7}^2} \gamma_{i7} + Z_{i7} \gamma_{i7} = \quad (A.16)$$

$$P_{oi7} + \frac{Q_7^2}{2gA_{oi7}^2} \gamma_{oi7} + Z_{oi7} \gamma_{oi7} + \Delta P_{L,7}$$

$$P_{i8} + \frac{Q_8^2}{2gA_{i8}^2} \gamma_{i8} + Z_{i8} \gamma_{i8} =$$

$$P_{oi8} + \frac{Q_8^2}{2gA_{oi8}^2} \gamma_{oi8} + Z_{oi8} \gamma_{oi8} + \Delta P_{L,8}$$

$$(A.17)$$

네 번째 단계는 펌프의 성능곡선 방정식으로 구성된다.

$$P_2 = P_{oi1} + \Delta P \quad (A.18)$$

여기서  $\Delta P = a + bQ_2 + cQ_2^2 + dQ_2^3$

다섯 번째 단계는 다음과 같이 총 6개의 방정식으로 구성된다.

$$P_{oi2} + \frac{Q_2^2}{2gA_{oi2}^2} \gamma_{oi2} = \quad (A.19)$$

$$P_{i3} + \frac{Q_3^2}{2gA_{i3}^2} \gamma_{i3} + \Delta P_{i1}$$

$$P_{oi2} + \frac{Q_2^2}{2gA_{oi2}^2} \gamma_{oi2} = \quad (A.20)$$

$$P_{i4} + \frac{Q_4^2}{2gA_{i4}^2} \gamma_{i4} + \Delta P_{i2}$$

$$P_{oi3} + \frac{Q_3^2}{2gA_{oi3}^2} \gamma_{oi3} = \quad (A.21)$$

$$P_{i5} + \frac{Q_5^2}{2gA_{i5}^2} \gamma_{i5} + \Delta P_{i3}$$

$$P_{oi3} + \frac{Q_3^2}{2gA_{oi3}^2} \gamma_{oi3} = \quad (A.22)$$

$$P_{i6} + \frac{Q_6^2}{2gA_{i6}^2} \gamma_{i6} + \Delta P_{i4}$$

$$P_{oi4} + \frac{Q_4^2}{2gA_{oi4}^2} \gamma_{oi4} = \quad (A.23)$$

$$P_{i7} + \frac{Q_7^2}{2gA_{i7}^2} \gamma_{i7} + \Delta P_{i5}$$

$$P_{oi4} + \frac{Q_4^2}{2gA_{oi4}^2} \gamma_{oi4} = \quad (A.24)$$

$$P_{i8} + \frac{Q_8^2}{2gA_{i8}^2} \gamma_{i8} + \Delta P_{i6}$$