

교육과정 및 교수학적 현황 및 과제

정 치 봉 (순천향대학교)

올해부터 7차 수학 교과과정에서 중학 1학년 학생을 대상으로 7단계 수학이 시작되었다. 7차 수학교육은 단계형, 수준별 학습을 명시적으로 도입하였다. 교육과정은 수학교사의 교수학적 전문 능력을 요구하고 있다. 따라서 각 학교와 수학교사들은 7차 수학 교과과정을 수행하기 위하여 적절한 교수 방법 및 운용 계획 등을 찾고 있다. 수학 교과과정이 성공적인 모든 교실 수업으로 실현되기 위하여 교육과정, 교육 상황, 과제들을 살펴보았다. 중등수학 교육과정의 유연성 및 교수학적 측면을 이해하기 위한 배경과 과제를 소개한다.

I. 서론: 교육과정, 수학과 교육과정 그리고 교육 상황

교육과정(커리큘럼,Curriculum)이란 웨스터 사전에 의하면 교육 기관에 의하여 제공되는 교과(강좌, courses) 또는 전공을 구성하는 교과들의 모임이라고 정의하고 있다. 각 교과 강의는 강의 내용, 순서, 과제 등 교수-학습에 필요한 사항을 상세히 기술한 강의요목(syllabus)을 갖는다. 한편 넓은 의미의 교육 과정은 교육 목표, 교육 내용, 교과목, 교육 시간, 이수 구분 및 학점, 전공 및 학위 등을 포함하는 교육 기관이 제시하는 교육 계획과 규정의 모임으로 볼 수 있다.

학교수학 교육과정은 학교에서 가르치는 수학에 관한 교육 계획, 교육 내용 및 표준을 상세히 진술한 문서라고 볼 수 있다. 예로서 학교에서 수학을 가르치는 교사들의 단체인 미국수학교사협회 NCTM의 Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics(CESSM,1989)에서 다음과 같이 정의하고 있다.

A curriculum is an operational plan for instruction that details what mathematics students need to know, how students are achieve the identified curricular goals, what teachers are to do to help students develop their mathematical knowledge, and the context in which learning and teaching occur.

NCTM의 기술에 따르면 학교수학 교육과정은 교사들이 학교에서 학생들에게 수학을 지도하기 위하여 상세히 기술한 운용 계획을 진술한 문서라고 보고 있다. 따라서 교육과정은 학생들이 공부할 수학 주제, 내용, 기술skills, 교사가 수행할 일들을 포함한다.

학교수학 교육과정의 표준(standards)은 NCTM에서 다음과 같이 기술하고 있다.

A standard is a (declarative) statement that can be used to judge the quality of a mathematics curriculum. Thus standards are statements about what is valued.

즉 학교수학 교육과정 표준은 학생들이 학교에서 특정한 학년(또는 단계)에서 배우고 성취하여야 하는 수학의 기준에 대한 진술이다.

학교 교육과정을 수립하는 방법과 과정은 각 나라마다 다른 교육문화 및 제도에 따라 크게 다르다. 뿐만 아니라 학교 교육과정의 세부 사항은 그 나라의 학교 교육 상황을 고려할 것이다. 이렇게 함으로써 교육과정에 따라 각 학교에서 교육 환경에 따라 구현가능하고 학생과 학교가 원하는 교육 목표를 달성하게 된다. 뿐만 아니라 시대에 따라 교육 제도와 문화가 변화함으로 교육과정을 진술하는 방식도 크게 변화하고 있다.

한국은 교육법에 의하여 교육부가 마련한 교육과정 총론 및 교과 교육과정을 바탕으로 시도 교육청과 각 학교에서 교육과정 시행 지침 및 실행 계획, 교사의 교수-학습 계획 그리고 교실 수업 등으로 교육과정의 구현으로 이어진다. 한국의 교육부 고시 교육과정 총론 및 각 교과교육과정은 실제 교육이 이루어지는 모든 교실 수업 및 교과서에 영향을 미친다.

21세기에서 교육 또는 교육 시스템을 이해한다는 것은 매우 어려운 일이다. 교육은 지식을 필요로 하는 학습자에게 이를 쉽게 전달하는 공급자, 즉 교사 또는 학교, 사이에 일어나는 지식 서비스의 일종이라고 본다. 교육이란 지적 재화의 교환이라는 시장 메카니즘 측면의 근본적인 접근을 고려하지 않고 교육과정 또는 교육제도를 실행하면 상당한 부작용을 초래하고 이러한 부작용은 누구도 원하지 않았던 커다란 사회적 비용을 발생시킬 것이다. 그러나 한국의 경우 교육과 관련된 교육시장 메카니즘을 제도화하고 조정하는 능력이 매우 취약하다.

부의 불평등 및 자유 시장 주의가 교육이 본래 추구하려는 인본주의적 가치와 대립되고 모순되는 점이 많이 있다. 마찬가지로 부의 불평등과 함께 자유 시장을 부정하는 제도 또한 교육의 인본주의적 가치를 빼앗기는 마찬가지이다. 오늘날 양질의 교육 기회가 부의 크기에 좌우되고 있음을 부정하기 어렵다. 개인의 소유권을 제한하지 않으면서 교육 시장 메카니즘을 효율적으로 적절히 조정할 수 있고 교육 기회 균등이 이루어지는 안정적인 교육 제도를 운영할 수 있는가? 이 물음의 완전한 궁극적인 해답은 있을 수 없다. 또한 학교수학 교육과정이라고 이 물음에 초월해 있을 수 없다. 오히려 학교수학 교육은 21세기 지식 혁명 사회에서 매우 중요한 요인임을 생각한다면 수학교육의 보다 깊이 있는 사회 경제적 측면 및 영향에 대하여 연구하여야 할 필요성이 있다.

21세기를 맞이하면서 전 세계적으로 각 나라마다 교육의 변화와 혁신이 정도의 차이가 있지만 진행되고 있고 이로 인한 갈등이 전개되고 있다. 한국도 7차 교육과정에 대한 다양한 갈등 및 문제들이 제기되고 있다. 교육에서 발생하는 교사 개인 차원의 아주 작은 문제도 교육적으로 매우 다루기 어렵다는 것은 교육계에 있거나 교육 경험이 있으면 누구나 그 어려움을 이해할 것이다.

우리는 21세기 교육 파라다임의 전환기에 있다. 특히 한국은 앞으로 10년동안 교육을 통한 인적자원 개발에 성공하여야 한다. 누구나 이 사실을 알고 바라지만 교육 현실에서는 역행되는 현상들이 증가하고 있음이 관측되고 있다. 그 이유로는 현재 우리가 갖고 있는 사회적 가치 체계와 교육이 추구하는 가치 체계가 상반되게 작동하고 있는 것에서 찾을 수 있다. 상반되고 모순되는 가치체계는

교육 제도의 불신을 심화시키고 모두가 지는 게임인 과도한 사교육 비용, 교육의 질 하향, 교육의 신뢰성 상실 등 부정적 측면들이 확대되고 있다.

II. 7차 중등 수학과 교육과정

[7차 중등 수학과 교육과정 개요]

7차 중등수학 교육과정은 교과로는 4개의 기본 교과과정으로 7-10단계 수학 그리고 6개의 선택 교과과정으로 수학1, 수학2, 생활수학, 이산수학, 확률통계, 미분적분으로 구성되어 있다. 교육부가 1997년에 고시한 7차 '수학과 교육과정' 문서에는 수학교과의 성격, 목표, 내용 및 내용 체계, 평가 등 수학 교육에 필요한 기본 사항을 포함하고 있다. 또한 학습지도상의 유의점 및 심화학습 내용을 간단하게 언급하고 있다. 예를 들면 8단계 수학에서 '수와 연산' 영역의 '유리수와 순환소수' 주제는 다음과 같이 기술되어 있다.

② 유리수와 순환소수

- ① 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

<용어와 기호> 유한소수, 무한소수, 순환소수, 순환마디, $2.\dot{4}\dot{1}\dot{5}$

<학습 지도상의 유의점>

- ① 유한소수를 순환소수로 나타내는 것은 강조하지 아니한다.
- ② 순환소수를 분수로 고칠 때 공식화하는 것을 강조하지 아니한다.

[심화과정]

- ① 순환소수의 대소 관계를 알 수 있다.

1-10단계까지의 기본 교과과정으로서 수학을 구성하는 내용체계는 수학 영역과 각 단계에서 학습 할 내용을 행렬 표 형식으로 기술하고 있다. 참고로 6개의 영역과 수학적 주제는 다음과 같다.

- '수와 연산' - 자연수, 정수, 유리수, 실수 등의 수 체계와 사칙연산
- '도형' - 평면 도형, 입체 도형
- '측정' - 길이, 시간, 둘레, 무게, 각도, 넓이, 부피, 삼각비
- '확률과 통계' - 경우의 수, 확률, 자료의 정리와 표현
- '문자와 식' - 문자, 식의 표현과 계산, 방정식, 부등식
- '규칙성과 함수' - 규칙, 대응, 관계, 일차함수, 이차함수, 유리함수, 무리함수, 삼각함수

학교 수학교육에 대한 관심은 세계적으로 꾸준히 이어져왔다. 학생들의 수학능력에 관한 국제 비

교 연구 프로젝트가 몇 년을 주기로 수행되고 있다. 학교 수학교육의 국가적 관심의 증대라는 세계적인 경향에 불구하고 한국의 중등 수학교육은 많은 시급히 개선해야 할 과제를 안고 있다. 특히 7차 중등수학 교과과정은 과거의 교과과정보다 교사들에게 어려운 교수학적 능력(pedagogical competence)을 요구하고 있다. 이제부터 수학교사들에게 '수학과 교육과정'은 관심의 차원을 넘는 연구 대상이며 그 결과로 자신의 교실 수업 개선에 활용할 수 있어야 한다.

교육부 고시 '수학과 교육과정'은 학생들이 학교에서 학습하고 성취해야 할 것을 기술한 문서이다. 각 학교는 국가의 교육과정에 기초하여 자신의 학교환경에 적절한 수학 교과과정을 운영할 계획을 구체적이고 실현 가능하게 마련하여 학생과 학부모에게 공시하여 교육을 수행하여야 한다. 교사의 교수계획(syllabus)이 학습자의 관점에서 필요한 교과과정이라고 볼 수 있다. 따라서 '교육과정'은 교육부, 지역교육청, 학교, 수학교사그룹, 교사 및 개별 수학 교과 등에서 작성된다. 실제로 학생에게 이루어지는 모든 학습은 교사의 교수-학습 계획에 구체화되고 실현될 수 있는 것이어야 한다.

학교수학 교육과정은 교사의 관점에서 교과계획안(syllabus)를 만들고 적절한 교과서를 선택하고 컴퓨터 계산기 또는 모눈종이 등 학습 도구 활용을 결정하고 시험 및 평가 등을 마련하는데 명확한 판단 준거 틀로서 작용할 수 있어야 한다.

예로서 8단계 수학에서 '유리수와 순환소수'에서 유한소수, 무한소수, 순환소수 등의 개념 내용이 나타난다. 앞 단계 수학에서 무한에 대한 소개가 없었던 것으로 알고 있다. 자연수 개수의 무한에 대한 소개도 없었다. '순환 소수'는 영어 용어로 'repeated decimals'로 많이 사용하고 있다. '순환'은 계산론(computation theory)에서 'iteration', 'recursion', 'loop'과 관련되어 수학적 귀납법과 밀접하게 연관되어 있는 주제이다. 형용 접두사 '순환'의 사용은 신중하게 재고될 필요가 있다. 왜냐하면 $\sqrt{2}$ 와 같은 무리수도 순환 계산 알고리듬으로 계산할 수 있는 수이다. 이미 4000년전 바빌로니아 사람들은 순환 계산법으로 $\sqrt{2}$ 를 계산했었다.

교사는 교과서와 수업 방법 및 전략 등을 선택하는 의사 결정능력을 필요로 한다. 학교 및 교육계는 교사의 교수학적 의사 결정 능력 개발을 지원해주고 의사 결정에 필요한 핵심 정보를 제공해 주어야한다. 학교수학의 각 교과를 지도할 수 있는 전문적인 교수 능력 개발도 빼놓을 수 없는 중요한 요소이다. 예로서 7단계 수학 교과서가 검인정 과정을 끝내고 2001년 3월부터 중학 1학년 교육에 사용되기 시작하였다. 교과서 검인정 과정은 있었으나 수학 및 수학교육 전문가의 교과서에 대한 평가 정보는 거의 없었다. 교사들은 교과서 선택에 필요한 정보 부족을 경험하였을 것이다. 자신이 선택한 교과서에 기초한 '교수-학습 계획'을 어렵게 준비하였을 것이다.

[7차 수학과 교육과정과 NCTM Standards 1989]

7차 수학과 교육과정은 미국의 'NCTM Standards 1989'에서 많은 영향을 받았다고 본다. NCTM은 National Council of Teachers of Mathematics의 약자로 '미국수학교사협회'이다. NCTM은 비정부 전문기구로서 미국 학교 수학교육에 중요한 영향을 주고있다. NCTM은 'The Mathematics

Teacher(수학교사)' 라는 월간 연구 저널 및 다수의 수학교육 안내 및 지도서, 연구보고서, 수학교육 관련 년감(yearbook) 등을 출판하고 있다. 협회의 구성원은 대부분 교사, 교육학전공 대학교수, 교육행정가로 구성되어 있다. 수학교육의 관점에서 NCTM은 '미국의 중요 수학연구 중심 대학의 전문 수학자'의 참여가 없다는 비판이 있다. 따라서 NCTM의 학교수학 교육과정 기준은 '전문 수학 연구자'의 학교수학 교육에 대한 목소리가 빠져있다.

한국의 7차 수학과 교육과정도 대학의 전문 수학자의 목소리는 매우 부족했다. 대부분의 대학의 수학교수들은 7차 수학과 교육과정의 내용을 잘 알지 못한다.

역사적으로 대학의 수학자가 학교수학 교육에 비교적 활발히 활동한 적이 1955년-1970년 약 15년 동안 있었다. 흔히 그 시대를 'The New Math(새 수학)"라고 부른다. 대학의 전문 수학자가 참여했던 '새수학' 운동은 지속적인 성공을 이루지 못하고 지나갔다. 그 이후 지금까지 '수학교육 전문가 집단'과 '대학의 수학자 집단'은 분리되어 있었다. 최근에 NCTM과 전문 수학자 협회와 연결 및 교류 노력이 시작되고 있다. 특히 학교수학 교육과정 기준에 관하여 협력 활동이 이루어지고 있다. 미국의 경우 지금은 단지 시작 단계에 불과하여 많은 교류가 진행되고 있다.

한국의 경우에도 대한수학회가 고등학교 수학교육의 연장선에서 미분적분의 대학교육을 심각하게 고민하여야 하는 교육 상황에 대한 우려로 3-4회 좌담회를 가졌다. 대학에서 Calculus 교육의 혼란은 10여년 이상 지속해왔다. 대학 수학교육의 혼란이 방치되고 구조화된 여러 원인과 어떻게 극복할 것인가에 대한 다양한 대학 수학교수의 견해는 참고문헌에 나와있다. Calculus 교과는 현재 고교 및 대학 수학교육의 구조화된 위험 상황에 있다. 대학의 수학관련 교육이 구조적으로 더욱더 심하게 훼손될 전망이다. 원인의 대부분이 학교수학 교육, 교육제도 그리고 교육 수요자의 선택에 있다.

NCTM의 학교수학 교육과정에서 교육 철학 및 학습원리로 'constructivism(구성주의)'를 바탕으로 수학의 성격, 수학 활동, 수학 교수-학습 원리와 방법 등을 제시하고 있다. Bruner의 다음과 같은 발견학습(discovering Learning) 이론을 NCTM 학교수학 교육과정은 반영하고 있다.

There is no subject that cannot be presented to a child of any age whatsoever in some intellectually respectable form.

지적으로 훌륭한 형식이면 무엇이든 어린이에게 제시할 수 없는 주제는 없다.

Learning is best constructed by the individual in stages, each subject returned to again and again, but each time at higher cognitive level.

학습은 지적 개발 단계에서 개인에 의하여 가장 잘 구성된다. 각 주제는 보다 높은 인식 수준의 지적 발달 단계로 돌아간다.

교육심리학자 Jerome Bruner의 학습론에 의한 교육과정을 'spiral curriculum(나선 교육과정)'이라고 부른다. 학교수학 교육과정은 지적으로 훌륭한 형식으로 개념 구조체,(conceptual schemes), 기술skills), 사회의 가치(values of society)등을 중요하게 반영한다. 또한 지적으로 성장하는 어린이의 인지 발달 단계와 개인화가 일관성을 갖는 학습으로 학습자의 이해 수준을 단계별로 높여 가는 교육 과정을 제시한다. 따라서 '문제해결' '수학적 추론' '기하' 등의 수학 주제는 어린이에게 모든 수준에서

학습이 가능하다고 보는 학습이론이다. [Raimi and Braden(1998)]

NCTM 교육과정의 성공여부를 검증하기 위하여 1996년 TIMSS(Third International Mathematics and Science Survey)에 실린 결과는 미국 학생들의 수학 및 과학의 학력은 별반 나아지지 못하였다. 이로서 미국의 학교 교육과정은 'a mile wide and an inch deep'이라고 스스로 표현하고 있다. 수학 교육의 폭은 넓지만 학생들이 성취한 능력의 깊이는 빈약하다는 자조이다. NAEP 수학 테스트 결과도 같은 결과였다.

다양한 수학 주제와 다양한 교수 방식이 학교수업에서 이루어지고 있지만 학생의 수학 능력은 향상되고 있지 못하다. 수학교사의 수업 능력 개발과 수학교육과정의 개선으로 문제를 해결하여 가고 있다. NCTM이 제시하고 있는 교사의 수학 교수-학습 방법에 관련된 요구는 수준이 높다. 한편으로 수학의 본질에서 볼 때 '수학적 힘'을 갖게 한다는 구호에 치우치는 명확하지 못한 부분이 많이 있었다. 1999년의 'NCTM standards 2000' 수학적 표현, 기술, 추론 그리고 문제해결 주제를 과거보다 비교적 명확히 제시하였다는 평을 받는다. 그러나 여전히 국제적 수학 능력 테스트 평가에서 기대하는 결과로 이어질 것인지는 명확하지 않다.

예로서 캘리포니아의 학교수학 교육을 개선하기 위한 재정적 인적 자원의 지원에도 불구하고 학생들의 수학 능력의 향상은 이루어지지 않는 사례도 많이 보고되고 있다. 이러한 사례 보고서에 우리는 유의해야 할 필요가 있다. 적극적인 지원 영향으로 학생과 학부모의 관심이 있는 경우는 중상위 수준의 학생들이 늘어나는 좋은 결과가 따르고 있다. 그러나 한편으로는 수학 실력 테스트의 평균은 제자리에 머무르고 있다.

NCTM 수학교육과정에서 수학 주제와 교수법에서 많은 부분을 도입한 한국의 7차 교육과정은 어떤 결과를 가져올 것인가? 특히 중등수학은 과거의 수학 내용 체계에 NCTM의 '문제해결' '수학적 의사소통' '수학적 추론' '수학적 연결'을 주제로 하는 학생과 함께 하는 발견 학습 수업을 교사는 교실에서 수행하여야 한다. 수학자가 보는 수학의 본질은 인식의 바닥에서 발생하고 표현 양식이 추상적이라는 관점에서 배우는 학습자에게는 매우 어렵다. 7차 수학교육과정에서 어느 정도의 교수학적 인 혼란과 실험은 교사 그리고 학생에게 피할 수 없는 운명이다. 'The New Math' 운동이 학교수학을 순수 수학적 관점에서 어려운 내용을 제시하여 실패하였다면 한국의 7차와 NCTM의 교육과정은 도전적이고 실험적인 교수학적 방법을 요구함으로 성공여부를 예측하기 어렵다.

교실 수업에 성공하려면 교사는 학생이 꼭 습득해야 할 개념, 계산 기술, 문제의 수학적 표현 및 해결 기술의 사용을 명확하게 제시하고 연습하도록 하여야 할 것이다. 그리고 교사들은 다소 현학적인 교육과정에서 항상 학생들이 어떻게 수학을 학습하는지를 명확히 관찰하여야 한다. 그 결과 수학 능력이 교육과정이 목표로 하는 학생의 수학 능력이 향상되고 있는지를 항상 확인하여야 한다.

[고등학교 수학교과과정]

7차 학교 수학 교과과정은 지금까지의 수학 교과과정과 비교했을 때 교사들에게 높은 수준의 교

수-학습 지도 기술을 요구하고 있다. 따라서 수학교과 수업을 위하여 교육 환경을 이해하고 교육 자원을 마련하는 등 교사의 적극적 활동이 요구된다. 수학 교사는 수학 내용을 깊이 있게 이해하고 있음은 물론이고 학생들이 수학 수업에서 가치와 의미를 얻고 학습에 만족할 수 있도록 해야하는 어려운 소명을 갖는다. 이러한 교사의 소명을 수업에서 구현하려면 교사에게 수업 구성과 수행에 상당한 자율과 교수-학습 전략에 대한 선택권이 주어져야 한다. 이러한 수학교사의 선택권은 고교수학 교육 과정에서 더욱 확대될 필요가 있다.

한편으로 7차 중등수학 교과교육과정은 높은 수준의 교수-학습 방법을 가정해 놓고서도 교육과정의 성공적인 실현에 필요한 유연성을 갖고 있지 못하다. 즉 과거의 학년별 교육과정을 단계별 수학으로 이름만 바꾸어 놓고, 교육 환경 및 자원을 운영하는 시스템은 과거와 별반 다르지 않으면서, 새로운 단계형 수준별 교수-학습 방식의 수업을 구현하라는 요구이다. 따라서 교육과정의 최종 서비스인 교사의 성공적인 수업 수행에 많은 제한이 따를 수밖에 없다. 특히 고교 수학 교과의 이수단위, 이수구분, 교과구성 등에 유연성을 줄 수 있다면 현재 예상되는 문제의 일부분은 해소되리라고 본다. 이렇게 되면 학교와 교사가 자신들이 가르칠 학생들이 처한 교육환경을 깊이 있게 이해하여 적절한 교수-학습 전략을 선택할 수 있다. 이를 위하여 수업 전략을 선택하고 구성할 수 있는 교사의 역할이 확대되도록 학교와 지역 교육청은 많은 연구를 하여야 한다고 본다.

한국의 고등학교 교육은 학생들이 대학 진학을 목표로 하는 일반계 고교가 차지하는 비율이 대단히 높다. 국민의 대학교육을 받기를 희망하는 열망은 이해하지만 이런 교육구조는 매우 심각하고 우려되는 구조이다. 따라서 고등학교 교육 현실은 대학 진학을 목표로 하는 역기능을 끊임없이 만들어내고 있다. 고등학교 교육에서 비롯하는 수많은 역기능, 부작용, 사회적 비용, 인적 자산의 질 손실 등은 한국 교육계의 큰 문제이다.

대표적인 문제로는 우수 대학에 많은 학생을 진학시키는 목표와 졸업 후 학생들이 교육으로 획득한 기술과 능력을 갖고 미래 사회에 적응할 수 있는 졸업 후 실현될 목표 사이의 거리와 이질성이 너무 크다는 것이다. 교육의 현실 목표와 가치가 미래의 목표와 가치가 같을 수는 없지만 교육이라는 큰 틀을 파괴하지 않을 정도의 안정성은 있어야 한다. 교육의 틀이 이러한 안정된 조정을 할 수 없다면 서로 모순된 교육목표들의 난립 속에서 교육계의 갈등도 구조화되고 확대된다. 이러한 교육 환경은 ‘만인의 만인에 의한 교육’으로 치달을 수밖에 없다. 이러한 교육 환경은 교육적 전략과 목표를 학생, 학교, 교사, 국가가 따로따로 선택하고 추구하는 것이다.

현재도 대학 진학 결과만을 고려하여 교육과정 운영을 생각한다면 학생, 학부모 따로 교사 따로 자신의 관점에 따라 수학 교육을 생각하고 행동할 것이기 때문에 수학교육과정을 진심으로 이해하고 수학교육이 제대로 이루어지도록 하는 노력은 크게 부족하게 될 것이다. 수학교과를 교육하고 연구하는 수학교사와 수학교수들은 고등학교교육을 둘러싸고 있는 문화 수준이 높아지기를 바라며 현재로서는 인내할 수밖에 없다고 본다.

7차 고교 수학 교육과정에 포함된 학교수학 주제, 내용, 학습 순서, 수업 단위의 적절성에 대한 크

고 작은 여러 논쟁점이 있어 보인다. 7차 고교 수학 교육 과정에 포함될 내용이 확정된 것인지도 의심스럽다. 올해 교육부에서는 수정된 7차 고교 수학 교육과정 내용 연구 보고서를 발표하였다. 올해 보고서는 작년 10월 교육평가원에서 세미나를 통한 공개 발표를 한 결과 보고서이다. 7차 고교수학 교육과정을 10단계 수학, 대수, 해석, 기하, 확률 통계 등 영역별 목표와 내용을 검토하고 수정하고 있다. 이번 보고서에는 각 영역별로 대학의 수학 교수가 1~2명 참여한 것이 특징이나 98년도 교육평가원 연구 보고서에 포함된 것과 커다란 차이가 없다. 98년도 연구보고서는 10단계 수학, 수학1, 수학2, 생활수학, 이산수학, 확률통계와 같이 교과목 중심의 교육목표와 내용을 포함했었다. 10단계 수학, 수학1, 수학2 교과목에 비하여 상대적으로 생활수학, 확률통계, 이산수학의 교과과정 목표, 주제, 내용에 관한 기술에서 모호한 부분이 많아 보다 명확해져야 할 부분들이 많다.

고교에서 사용할 수학교과들의 교과서 검인정 과정이 시작될 것이기 때문에 교과내용의 세부 내용들은 확정되어야 한다. 고교 수학 교과서 검인정 제도도 집고 넘어가야 할 부분이 있다. 제도 개선이 불가능하다면 중학교 수학교과서의 검인정과정과는 다르게 검인정 제도 운영의 투명성과 합리성을 반영할 수 있었으면 한다.

고교수학 교과들 사이에 어떤 내용이 어떤 단계, 어떤 교과 그리고 어느 단원에 조직되어 있는가에 대하여 내용의 중복, 단원 묶기, 수업 진행 순서 등도 여러 관점에 따른 논쟁이 있는 것 같다. 교사들 사이에도 많은 견해 차이가 있다. 실제 수업에서 학생들이 학습 효과를 얻기 위하여 교사가 조정 가능한 영역에 있는 문제라고 볼 수 있는 문제와 교사의 영역에서 조정이 불가능한 문제가 섞여 있다. 이미 하나의 교과로 편성된 내용의 학습 순서 조정은 교사의 자율적인 역할이 기대될 수 있는 부분이다. 그러나 7차 수학교과과정에서 이미 확정된 각 교과를 뛰어 넘는 조정은 사실상 불가능하게 보인다.

7차에서 고교 수학에서 선택 교과들이 갖고 있는 내용과 이수 단위가 적절한가는 많은 반론이 있을 것으로 예상한다. 7차 교육과정의 수학1, 수학2는 과거 인문계 수학1, 자연계 수학2에서 내용을 축소 및 삭제하면서 일부는 ‘확률통계’ ‘이산수학’ ‘미분적분’ 등의 선택교과에 포함시켰다. 그러면서 수학1과 수학2는 8단위 이수로 규정하였다. 7차 고교 학교 교육 현실을 고려한다면 수학교과는 과거 수학 내용에서 본다면 하향 조정되었다고 판단된다.

10단계 수학, 수학1 수학2 교과 내용의 양적인 하향은 학교 교육의 관점에서 부정적인 판단을 할 필요까지는 없다고 본다. 한국의 교육 제도에서 이론적으로는 수학을 필요로 하는 학생은 대학 또는 평생 교육 제도에서 언제든지 수학을 공부할 기회는 열려 있기 때문이다. 특히 심화선택 교과로 ‘미분과적분’ 교과를 거의 대부분의 고등학교에서 가르치질 못할 것이라는 우려가 교사들과 수학자들 사이에 있다. ‘미분과 적분’ 그리고 대학의 Calculus 교과로 이어지는 고교와 대학의 수학 교육과정의 연계성이 끊어진다는 것을 이유로 할 수 있다. 그러나 이러한 이유는 ‘미분과 적분’을 고등학교 상급 학년 또는 대학생들과 같은 성인들에게 어떻게 가르쳐야하는가를 고려하면 상대적으로 큰 이슈가 될 수 없다.

7차 고교 수학 교과과정에서 고교 교사들이 놓치기 쉬운 측면은 어떤 수학 교과 수업이 가장 힘들고 어렵겠느냐는 점이다. 본인이 판단할 때 10단계 수학, 수학1 수학2, '미분과적분' 교과보다 '이산 수학' '확률통계' '생활 수학' 교과가 교수-학습 방법에서 대단히 어렵다는 점이다. 이들 교과의 교실 수업을 훌륭하게 해내기 위하여 교사의 수업 능력은 단순히 수학 내용을 잘 알고 있는 것을 넘어 선다. 응용수학의 맛과 향을 풍기고 있는 이들 선택 교과들은 고교 교사들이 교수학적인 여러 기술과 능력 개발을 요구하고 있다.

과거 고교 수학교과과정에서 학생들은 인문계와 자연계가 주류인 2-3개의 교육궤도(track) 중에서 선택할 수밖에 없었다. 그러나 7차 고교수학교육과정의 큰 변화는 고교 수학교육에서 학생들이 선택 할 수 있는 궤도(track)을 학교 교육 환경에 따라 다양하게 할 수 있는 틀을 반영하려고 노력하였다. 그러나 고교 수학교과와 이수사항을 규정함으로서 교과서 검인정으로 다양한 교과서의 출현이 제한될 것이다. 한국의 수학 교과서는 교수학적인(pedagogical) 관점에서 모두 같다.

한국의 고교 수학 교육에서 다양한 궤도를 제공하여 학생들이 선택할 수 있으려면 7차 수학교과 과정과 과목에서 제시한 교과내용을 모두 포함하고 있는지 여부도 중요하지만 수학 교육의 교수학적인 관점에서 다양한 교과서가 가능하도록 제도적으로 정책적으로 연구하고 지원해 주어야 한다. 이러한 지원은 작은 비용으로 많은 학생이 혜택을 얻는 것이다. 교과서 집필자와 출판사들이 공유하는 수학 교육 자료 은행을 운영할 수 있다. 수업에 학생과 교사가 사용할 수 있는 기본 교육 자료인 교과서 선택의 제한은 결국 학교와 수학교사들이 제공할 수 있는 다양한 수학 교육 궤도를 운영할 수 있는 유연성을 잃고 있다.

한편 10단계 수학, 수학1, 수학2 교과 내용의 양적인 하향은 지금까지 고교교육에서 수학 학습 부진아를 대량 생산했던 전철을 밟지 말자는 생각이 크게 작용한 것으로 본다. 7차 교육과정 이후 수학에 재능이 있거나 높은 수준의 수학 교육에 대한 요구는 다양한 교육 제도로 교육 기회를 줄 수 있다. 7차 고교 수학 교육과정에서 편견을 버리고 생각해 보아야 할 부분은 하위 30% 이하 학생과 중위 30-80% 학생 그리고 상위 80-100% 학생의 교육을 어떻게 시키느냐에 있다. 앞으로 교장과 같이 학교 교육 행정의 장은 소속 학교의 학생에 맞추어 교육 전략과 목표를 선택하여 결과가 있는 교육을 펼칠 것이 요구된다. 교사도 고교 수학 수업의 목표와 전략을 명확하게 설정하고 결과가 있도록 가르칠 것이 요구된다.

[중등 학교수학 교육과정의 유연성-캘리포니아 주의 사례]

캘리포니아주의 수학교육과정은 미국 대학 수학교수가 미국 모든 주의 교육과정을 일본의 수학교육과정과 비교 평가하여서 일본보다 앞서는 우수한 평가를 받은 유일한 교육과정이다. 캘리포니아 주교육부에서 수립한 8학년-12학년까지 수학 영역은 다음과 같다.

교과목	이수학년				
	8학년	9학년	10학년	11학년	12학년
대수1					
기하					
대수2					
확률통계					
Trigonometry					
선형대수					
mathematical analysis					
AP 확률통계					
Calculus					

대수1, 기하, 대수2, 확률통계 영역은 모든 학생들이 꼭 이수하여 학습하여야 핵심 수학 내용이다. Trigonometry, 선형대수, mathematical analysis, AP 확률통계, calculus는 아래 학년의 수학을 성공적으로 이수한 학생들이 선택할 수 있는 고급 수학 영역이다. 이때 이들 고급 수학의 주제들은 다양한 조합으로 강좌로서 학교에서 개설되어 학생들은 수강하여 학점을 취득한다. 캘리포니아 주교육부는 고급 수학 내용의 조합으로 구성될 특정한 개설 강좌 또는 교수방법을 명시하고 있지 않다. 우리의 고등학교에 해당하는 10, 11, 12학년의 학교 수학교육이 한국과 캘리포니아 주가 얼마나 다르게 배우는지 확인하게 비교 될 것이다.

중등 수학교육을 우리와는 다르게 보고 있는 캘리포니아 주 수학교육과정에서 8학년-12학년 수학 교육과정을 대수1, 기하, 대수2, trigonometry, mathematical analysis, 선형대수, 확률 통계, AP 확률 통계, Calculus로 장차 교과서로 구성될 수학 영역을 구분하여 표준을 제시하고 있다.

실제 각 학교에서 교육은 이를 영역을 조합하여 학교에서 수학 강좌를 개설하여 운영한다. 예로서 precalculus는 trigonometry, mathematical analysis 그리고 선형대수를 조합하여 구성한 강좌이다. 어떤 학교는 대수2를 포함하여 trigonometry 강좌를 개설한다. 수학 교육 과정을 각 학교에서 개설하는 강좌 편성의 선택권은 학교 교육의 유연성을 해치지 않기 위함이다.

한국은 수준별 단계형 선택형 교육으로 학교 유연성의 갖추려고 한다는 점에서 차이가 있다. 그러나 각 학교에서 그리고 교사의 강좌 구성의 선택권이 제한되는 상황에서 학교 교육의 유연성이 발휘될 것인가는 좀더 지켜보아야 할 것이다. 중등 수학 교육의 유연성 확보는 시급한 현안 과제이다. 7차 수학 교육과정에서 이 부분을 고려하고 고심한 혼적이 역력히 나타나고 있다.

고등학교 학교 수학 교육의 유연성을 어떻게 실현할 것인가의 목표는 같지만 실효성과 신뢰성을 갖는 제도가 어떤 것인지 지켜볼 뿐이다. 미국의 제도는 교육 제공자인 학교와 교사 그리고 교육 수효자가 상당히 밀접한 관계와 신뢰성을 바탕으로 운영될 수 있는 점이 있다. 항상 이런 비교에서 우리가 주의하여야 하는 것은 교육제도와 같이 수많은 복잡한 요소로 구성된 시스템은 설계자가 바라는 그대로 작동하기 어렵다는 것이다. 캘리포니아 주의 수학 교육과정이 10여년 동안의 긴 논의와 우여곡절 속에서 그리고 비교적 수학자, 수학교육자 그리고 교사들이 균형 있게 참여하여 만들어 낸 시스템이다.

7차 학교 수학 교육과정을 보는 중요한 2개의 관점이 있다. 하나는 어떻게 인간의 인지발달 과정과 자연스럽게 부합하여 학생 개개인이 학교 또는 교실에서 여러 동료들과 함께 공부하면서 수학적 지식과 기술을 배우고 익히도록 교육과정을 설계하는 아래에서 위로 올라가는 그러한 설계이다. 한편 수학 교육과정을 설계할 때 대학, 사회 그리고 직업분야에서 수학을 조망하고 이로부터 교육하여 야할 가치를 갖는 수학의 교육과정을 구성하는 관점으로 위에서 아래로 내려가는 설계방식이다. 1단계에서 10단계, 선택과목, 대학수학 교육과정을 차례로 설계하는 방식을 bottom-up 방법이라고 한다. 부르자. 그리고 80%이상 대학에 진학하는 대학 교육이 대중화되었다는 관점에서 대학 수준의 학습에 필요한 수학의 주제와 대학의 수학교육 환경을 고려하여 고등학교 수학교육과정을 설계하고 그리고 중학교, 초등학교로 이어지는 교육과정을 설계하는 방식을 top-down 방식이라고 한다. 중고등학교 또는 수학교사는 학교의 교과과정과 교수-학습 계획을 설계할 때 어떤 방식을 적절히 고려하여 교육 목표에 도달할 것인지를 다루어야 한다.

[타교과와 연계/통합 교육과정]

오늘날 학교의 교실은 다양한 개성 및 능력을 가진 학생들로 구성되어 있다. 11세 이상의 중학 및 고등학교에서 수학하는 청소년 시기는 특히 정신, 정서, 신체의 발달의 변동이 상당히 크다. 교육자들은 중등학교 교육에서 학생을 가르치는 방식으로 개별 교과 영역의 학습이 타 교과 학습과 연계된 그리고 통합된 학습이 상당히 효과적이라는 것을 점점 더 명확히 깨닫기 시작하고 있다. 다교과적인 (multi-disciplinary) 연계/통합 교육은 청소년의 일상 생활을 보다 의미 있게 하고 여러 가치를 존중하고 발견하는 계기가 되게 한다.

중등 수학교과 교육이 높은 수준의 사고 및 의미 있는 학습을 목표로 한다면 과학, 기술 또는 경제관련 사회 교과와 연계된 교육과정 또는 프로그램 개발이 필요하다. 다교과적인 연계 교육프로그램의 주제는 실제 세계에서 오고 탐구 학습의 성격을 갖는다. 따라서 수학 교과 영역은 다교과적 연계/통합 학습에서 학생의 학습이 가능하게 하는 필수 기본 소양으로의 역할 기능을 할 것이고 학생들은 이러한 학습을 통하여 수학의 가치를 경험하게 된다.

다교과 연계/통합 교육 프로그램은 학교의 여러 교육 환경 및 자원뿐만 아니라 사회와의 상호 작용을 필요로 한다. 현재 한국은 7차 교육과정이 중등 학교 교육에서 올해부터 중학교 1학년에 적용되기 시작하였다. 7차 중등 수학 교육과정은 단계별 교육을 특성으로 기본필수 이수 교과로 7단계부터 10단계 수학 교과과정이 구성되어 있다. 교과 재이수와 학습 부진 학생의 다음 단계로 올리기 위한 구제 보충 수업 운영(remedial classes)을 포함하는 단계형 교육과정은 대학 신입생들의 사례와 같이 특히 중등 학교수학 교육에 해결해야 할 많은 새로운 교육적 과제를 만들어 낼 것으로 예상된다.[김도한 외 7인(2000)]

[대학수학교육의 상황 및 과제]

수능성적으로 볼 때 비슷하게 고교 교육과정을 이수한 능력을 가졌다고 볼 수 있는 대학생의 대학

에서 수학 학습 능력의 격차는 너무 심하다. 이러한 경향은 서울대와 같은 우수 한 학생 집단뿐만 아니라 수능 성적 30-50%에 있는 지방대의 학생 집단에서도 그 격차가 너무 커서 같은 교실 수업이 매우 어렵다. 이러한 고교 졸업생의 수학 능력의 질적 격차는 대학 교육의 많은 문제를 일으키고 있다.

대학에서 수학의 학문적 위상과 경쟁력이 예전과 같지 못하여 어려운 상황이다. 대학에서 수학의 위상 하락은 대학에서 수학 교육을 주도할 기본적인 힘마저 없다. 실제로 서울대, 지방 국립대 그리고 명문대를 제외하고 대학에서 서비스 성격의 수학 강좌 또는 수학적 소양이 부족한 학생들을 재교육하는 성격의 수학 강좌를 수적으로 적은 수학 교수들이 가르치는 교육환경은 매우 열악하다. 수학 강좌 당 학생 수는 고등학교에서 수학교사에게 수학을 배우는 수업 환경보다 더 열악하다고 볼 수 있다. 설상가상으로 대부분의 대학에서 경쟁력 있는 학문이 아니고 기초 학문이라고 수학전공에 대한 지원은 홀대를 받고 있다.

한국의 상황은 고등학교와 대학에서 수학 교육을 적절히 제공해주지 못하는 진실로 어처구니없는 상황으로 점점 더 밀려가고 있다. 21세기에 새로이 창출되고 있는 직업의 70-80%가 수학을 포함하는 수리적인 능력을 필요로 한다고 미국 교육부와 노동부는 보고서를 통하여 직업 세계의 변화하는 구체적 증거를 제시하고 있다.[Siam(1998)]

인구 밀집 국가인 한국은 인적 자원 개발을 영망으로 하여 퇴보한 국가의 사례로 남을까 두렵다. 고등학교까지의 학교교육에서 제대로 받지 못한 수학 교육을 대학에서 재교육할 여건이 되지 못한다. 선진국은 대학수학교육의 목표가 한국의 대학과 다르다. 많은 대학 졸업자는 학교수학의 수준을 넘어서는 수리적 소양을 위하여 대학 수준의 수학교육을 받을 것을 권고하고 이를 지원하는 재정 및 자원을 만들고 교육과정을 만들어 교육하고 있다. 한국에서는 이러한 움직임을 실제적으로 하고 있는 대학은 1-3개에 불과하다. 대학 수준의 수리적 능력 또는 소양에 대한 필요성을 지식인 집단인 대학교수 사회에서도 제대로 이해하고 있지 못하다.

고등학교 수학 교육의 실패자들은 대학에 진학하였다 하더라도 대학 졸업 후 새로이 만들어지는 일자리의 70-80%는 자신들의 부족한 수학적 소양으로 인하여 이미 취업 기회조차 갖지 못한다는 사실이다. 한편 매우 미묘한 논점이 하나 더 있다. 고등학교의 수학 교육이 성공하더라도 수학의 내용이 21세기의 시대 상황에 부적절한 경우에도 절반 이하의 성공이라는 것이다. 수학 올림피아드에서 상위 성적에 있는 국가라고 모두 부강한 국가는 아니다. 그러나 모든 부강한 국가는 강한 수학 교육이 바쳐주고 있음을 알 수 있다. 현재 한국 수학 교육 설계자들은 강한 수학 교육에 지나치게 의욕을 앞세운 측면도 있다.

III. 결 론

7차 수학 교육과정에 대하여 교사, 수학교육학자, 수학자, 교육 행정가 사이에 현재뿐만 아니라 앞으로 더욱더 다양한 논란이 중대될 것으로 예상된다. 논쟁의 핵심 주제는 항상 사회의 변화를 지원

하는 교육의 변화와 역할에 있을 것이다.

한국의 수학교사는 대부분 수학교사로서의 전문성에 대한 자부심도 높고 학교수학 내용에 대하여 잘 알고 있다고 생각한다. 배우는 학생 측면에서 보면 수학 그 자체에 대한 권위가 매우 높다. 권위적 분위기가 작용하는 수학교육은 역기능이 있다. 다음과 같은 수학교육의 경험에서 오는 교훈들을 새기고 깊이 이해할 필요가 있다.

1. R.D.Kellough

//교수 계획을 아무리 잘 준비하여도, 수업환경이 부실하거나 잘 관리되지 않은 교실 수업에서 학습자들에게 수업이 진행된다면 준비한 수업 계획은 거의 가르쳐지지 않거나 형편없이 가르쳐진다.

//잘 관리되는 교실에서 학생들은 무엇을 해야하는지를 알며 그것을 잘하기 위하여 필요한 자료를 준비하며 그것을 하는동안 집중하며 지속하여 한다.;

수업 분위기 조성은 충분히 지원되어야한다. 그리고 과제와 과제 수행 과정은 명확하고 교수 자료는 흥미있고 즉시 활용가능하며 학생에게 생생하도록 실제적인 의미를 가져야 한다. 수업 행위(진행,proceedings) 들은 사업처럼(businesslike) 효율적이어야한다.

//학습자들이 배울 수 있다는 교사의 믿음이 없다면 학생들은 학습하지 못한다. 학생들을 가르칠 수 있다는 교사의 믿음이 없고 그리고 학생들이 배우기를 원할 때 까지 학생들은 배우지 못한다.

2. R.J.Souvinet

21세기를 준비하도록 학생을 가르치는 일은 과거에 좋은 교수법이라고 믿었던 파라다임에서의 이동이 요구된다.

3. Arthur A. Carin

중학생들은 사고 발달을 위한 목표(대상 objects)에 대한 행동을 요구하는 정신 발달 형성단계(formative stage of mental development)에 있다. 교사가 공급해주어야하는 것은 다양한 정신/신체(minds-on/hands-on)적인 행동들 속에서 학생들이 다를 수 있는 목표(대상)들이다. 학생들의 이러한 다양한 행동 속에서 여러 관계성(연관성)을 이해하고 결론을 이끌어내도록 지도되어야 한다.

4. Barry S. Raebeck

//모든 교실에 붙여지고 시행되어야 할 2 개의 규칙이 있다. 2개의 규칙은 학습자를 존중하라, 개인의 특성(property)을 존중하라. respect students, repeat property.

//교사는 모든 학생에 대한 "성공이 성공을 낳는(success breeds success)" 시나리오를 수(설)립하여야 한다. 지난 1년 동안 2600개의 학생들의 이수학점 중에서 오직 1개의 F 학점이 있었을 뿐이다.

충분치 못했다고 하더라도 7차 교육과정은 과거 어느 교육과정보다 많은 논의와 교육계의 의견 수렴을 거쳐서 마련되었다고 본다. 현재 수학교육계에서 진행되고 있는 7차 교육과정의 비판과 반대를 생각한다면 폭넓고 다양한 의견 수렴이 항상 좋은 결과로 이어지지 않을 수도 있다는 사례로 남

을지 모른다. ‘악법도 법이다’라는 말을 남기고 그리스의 현인 소크라테스는 자신의 형벌을 감수하였다. ‘최악의 교육과정도 교육과정이다’라는 자조가 될지 모르지만 수학교사, 수학 교수는 7차 교육과정으로 수학교육 받은 학생들을 사랑을 가지고 여전히 잘 가르쳐야 하는 교육자로서의 책무를 진다. 소크라테스의 마지막 말은 그리스 폴리스의 멸망을 자조하였지만 우리 교육에 대한 자조 섞인 말은 한국 수학 교과의 쇠퇴로 결과되지 않았으면 하는 바람이다.

현 시점에서 7차 수학 교육과정의 설계 작업은 종결되었다고 판단할 수밖에 없다. 초등학교 수학의 각 단계들과 중학 1학년 즉 7단계 수학 교육 과정이 구현되고 실행되고 있는 시점이다. 교육과정 설계와 함께 교육과정을 구현하고 교실에서 수업을 시행하는 과정 또한 매우 중요하고 실제로 교사들에게 많은 역할이 기대되는 부분이다. 교육 과정의 설계와 구현은 건물의 설계와 시공을 따로 떼어 생각할 수 없는 것에 비유할 수 있다. 7차 교육과정 설계의 잘잘못을 떠나 구현 과정에 있는 만큼 학생들의 교육을 생각한다면 책임을 갖고 교육이 이루어지는 여러 기술적인 부분에 대한 노력을 균형 있게 하여야 할 것으로 생각된다.

수학 교육과정에 대하여 수학 및 수학교육계가 이토록 복잡한 상황에 놓이게 된 것은 최근의 경제 사회적 변화와 같은 교육계 주변을 둘러싸고 있는 외부 시스템의 변화와 밀접하게 연관되어 있다. 이러한 교육의 외부 환경에서 주는 문제, 도전, 충격 그리고 반응은 과거 어느 때보다 다루기 어렵고 예측하기도 어렵고 전혀 새로운 문제 상황과 함께 나타나고 있기 때문이다.

참 고 문 헌

- 장옥기 외 6인 (1997). 제7차 초·중·고등학교 수학과 교육 과정 개정 시안 연구 개발, 97 교육부 연구 과제 답신 보고서.
- 교육부 (1999). 중학교 교육 과정 해설, 대한교과서주식회사.
- 교육부 (1997). 수학과 교육 과정(교육부 고시 제1997-15호 별책8), 서울: 대한교과서주식회사.
- 구광조·오병승·류희찬 역 (1992). 수학 교육 과정과 평가의 새로운 방향, 서울: 경문사.
- 한국교육과정평가원(1998). 수학과 수준별 교육 과정 적용 방안과 교수·학습 자료 개발 연구.
- 국립교육평가원 (1996). 학력평가 국제비교연구, -TIMSS 질문지 분석 연구 보고서-.
- 국립교육평가원 (1995). 학력평가 국제비교연구, -TIMSS 본검사 국내 연구 보고서-.
- 김도한 외 7인 (2000). 학부전공 교육과정 좌담회, 대한수학회 소식, 69, pp.23-34.
- 김도한 (2000). 서울대 의예과 미적분학 강의 내용, 대한수학회 소식, 69, pp.36-38.
- 김영국 (2000). 대학 미적분학 교육의 국제적인 경향, 대한수학회 소식, 73, pp.10-14.
- 계승혁 외 7인 (2000). 미적분학 교육에 관한 좌담회, 대한수학회 소식, 69, pp.20-35.
- 박용문 (1999). 한국 수학의 위기, 대한수학회 소식, 66, pp.2-6.
- 송용진 외 5인 (2000). 수학영재교육에 관한 좌담회, 대한수학회 소식, 72, pp.44-59.

- AMS (1999) Task Force on Excellence. *Towards Excellence: Leading Mathematics Department in the 21 Century*, <http://www.ams.org/towardsexcellence/>.
- MAA (2000). *Quantitative Reasoning for College Graduates: A Complement to the Standards* http://www.maa.org/past/q1/q1_toc.html
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. NCTM. 1991.
- E. Dubinsky & G. Harel (eds.) (1992). The Concept of Function: Some Aspects of Epistemology and Pedagogy, *MAA Notes*, 25, Math. Assoc. of America, Washington, DC .
- R. D. Kellough (1996). *Integrating Mathematics and Science for Intermediate and Middle School Students*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
- G. Leinhardt (1998). On the messiness of overlapping goals in real settings, *Issues in Education* 4, pp.125-132.
- R. A. Raimi & L. S. Braden (1998). State Mathematics Standards, *Fordham Report*, 2(3), Washington D.C.
- A. H. Schoenfeld (1985), *Mathematical Problem Solving*, Academic Press, Orlando, FL.
- A. H. Schoenfeld (2000). Purposes and Methods of Research in Mathematics Education, *Notices Amer. Math. Soc.* 47, pp.641-649.
- SIAM (1998). The Siam Report on Mathematics in Industry, Philadelphia