韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 12집, 2001. 8. 67-82.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 12, Aug. 2001. 67-82.

# 역사-발생적 원리에 따른 변증법적 방법의 수학학습지도 방안

한 길 준 (단국대학교)
정 승 진 (우만초등학교)

발생적 원리는 수학을 공리적으로 전개된 완성된 것으로 가르치는 형식주의의 결함을 극복하기 위하여 제기되어온 교수학적 원리로, 수학을 발생된 것으로 파악하고 그 발생을 학습과정에서 재성취하게 하려는 것이다. 특히, 수학을 지도함에 있어서 역사적으로 발생, 발달한 순서를 지켜 지도해야 한다는 것이 역사-발생적 원리로, 수학이 역사적으로 발생, 발달 되어온 역동적인 과정을 학생들이 재경험해 보게 하기 위해서는 이러한 일련의 과정을 효과적으로 설명할 수 있는 교수-학습 방법이 필요하다. 변증법적인 방법론은 헤겔에 의해서 꽃을 피운 철학으로, 正-反-合의 원리에 따라 사물의 발생과 진화 과정을 역동적으로 설명할 수 있는 방법론이다.
따라서, 본 연구는 초등학교에서 역사-발생적 원리에 따라 수학을 지도할 수 있는 방법으로 변증법적인 방법을 고찰하여, 역사-발생적 원리의 수학 교수-학습 방법에 대한 시사점을 얻고자 한다.

## Ⅰ. 서 론

수학은 문명의 중요한 구성요소이고, 문명의 형성과 발달에 크게 이바지하였다는 말을 우리는 많이 들어왔다. 물론, 수학자들은 수학을 공부해야하는 당위성으로 위와 같은 말을 하지만, 그대로 믿는 사람이 우리 주위에 그렇게 많지는 않다. 심지어 요즘에는 자연과학자들 조차도 수학을 왜 배우는지 모르겠다는 말을 한다고 한다. 역사적으로 볼 때, 쇼펜하우어 같은 철학자조차도 수학이란 기계도 할 수 있는 일을 다루는 가장 저열한 정신활동이라고 공언하였다니 이는 수학에 대한 올바른 평가는 될 수 없지만, 수학이 그 만큼 인기가 없었다는 사실을 입증해 줄 수는 있다. 요즘은 어떤가? 쇼펜하우어가 수학에 대해서 악평한 것 보다 더 심한 악평을 할 사람들이 더 많아졌으면 많아졌지 적어지지는 않았을 것이다.

이러한 배경에는 수학의 연역적 접근에 따른 엄밀성이 가장 큰 자리를 차지하고 있다. 특히 새수학의 연역적 접근은 수학이 논리적인 학문이라는 보장을 했을 지는 몰라도, 수학의 발생과 발달의 과정을 느끼고, 발견할 수 있는 문을 완전히 닫아 버려 학생들에게 반수학적인 경향만 심어주었다.

그러나, 수학의 주요한 분야가 생겨난 수세기 동안 대부분 그에 대한 연역적 논리적 전개는 이루어지지 않았으며, 수체계, 대수학, 해석학의 논리적인 기초는 19세기 후반까지 확립되지 않았다. 위대한 수학자의 직관은 논리보다 더 강력한 것으로, 직관적인 의미를 갖는 자연수, 분수, 도형 등의 개념은 쉽게 수용되었으나 덜 직관적인 무리수, 음수, 복소수, 문자변수, 미적분의 기본개념은 창안되거

나 수용되는데 몇 세기가 걸렸다. 즉, 수학자들이 그러한 개념을 수용한 근거는 논리가 아니라 유추, 물리학적인 의미 등과 같은 직관적인 증거였고, 논리는 훨씬 후에 등장하였으며, 그만큼 논리적 접근은 어려웠던 것이다(Kline, 1973).

수학을 연역적으로 가르치는 것에 반대하는 주요한 논거 중에 하나가 역사-발생적 원리이다. Klein과 Poincare 같은 수학자들은 수학의 역사적 발달 과정에 소박하고 직관적인 상태에서 점진적인 형식화 단계를 거쳐 마지막에 연역적인 형식체계에 이르도록 지도하는 것이 자연스럽고 과학적인 지도 방법이라고 주장한다(우정호, 1998).

발생적 원리는 수학을 공리적으로 전개된 완성된 것으로 가르치는 그러한 형식주의의 결함을 극복하기 위하여 제기되어온 교수학적 원리이다. 발생적 원리란 발달의 개념을 수학교육학의 중심에 놓고 수학의 학습-지도의 문제를 발달에 대한 어떤 해석에 따라 구상하려는 것이다. 다시 말해 발생적 원리란 수학을 발생된 것으로 파악하고 그 발생을 학습과정에서 재성취하게 하려는 것이다(우정호, 2000).

특히, 수학을 지도함에 있어서 역사적으로 발생, 발달한 순서를 지켜 지도해야 한다는 것이 역사-발생적 원리로(강옥기, 2000), 여러 세대에 걸쳐 이룩한 사고 수준과 같은 정도의 사고를 얻으려면 조상들의 경험과 똑같은 경험을 겪어야만 한다. 이러한 역사-발생적 원리의 학습지도의 당위성에 대하여 Poincare는 과학의 기초에서 “동물학자들은 동물의 태아발달은 짧은 기간동안에 모든 지질학적 시대의 자기 조상의 역사를 되풀이하고 있다고 생각한다. 그것은 정신의 발달에서도 똑같이 나타나고 있으므로, 교육자의 임무는 아동들이 조상들의 경험을 겪어보고, 빠짐없이 그 단계를 빠르게 통과하게 하는 것이다. 이러한 목적 때문에 수학의 역사를 반드시 안내해야 한다(Kline, 1973)”라고 말하고 있다.

수학이 역사적으로 발생, 발달 되어온 역동적인 과정을 학생들이 재경험해 보게 하기 위해서는 이러한 일련의 과정을 효과적으로 설명할 수 있는 교수-학습 방법이 필요하다. 변증법적인 방법론은 헤겔에 의해서 꽃을 피운 철학으로, 正-反-合의 원리에 따라 사물의 발생과 진화 과정을 역동적으로 설명할 수 있는 방법론이다.

고대 이후로 변증법은 “대화를 통해 진리를 획득하는 대화법”이나, “모순 또는 대립을 통하여 사물의 운동을 설명하려는 논리”의 의미로 사용되었다. 특히, 헤겔은 사물이 변하는 운동과정을 정립(定立:these)→반정립(反定立:antithese)→종합(綜合:synthese) 3단계의 과정이 주기적으로 반복하는 것으로 생각하여, 사물이 발전하는 과정을 역동성 있게 설명하였다. 이러한 일련의 과정은 “선행 과정”에서 발생하는 “모순”을 거부하지 않고, “부정”을 통하여 모순을 극복하려는 과정이기 때문에 더욱 발전적인 과정이다(장상호, 1999). 즉, “A는 A일뿐 ~A는 아니다”식의 형식논리학적 표현은 모든 것을 대립과 구별을 통해서만 인식하게 되므로 끊임없이 움직이는 현실의 참된 실태는 결코 파악할 수 없지만, 유가 무로 전화(轉化)하고, 무가 유로 전화하는 사물과 사고의 운동과정을 중시하는 변증법에서는 “A는 ~A가 된다.”이기 때문에, A는 ~A로 전화될 수 있는 것이다. 헤겔이 말한 것처럼 “학

문의 중요성은 도달해야 할 목적에 있는 것이 아니라 거기에 이르는 도정(道程)에 있다"라면, 교육은 학문의 결과를 단순히 제시하는 것보다는 이미 겪은 혹은 겪을 수 있는 경험을 통하여 학생들이 도야와 체험을 할 수 있도록 이루어져야 한다.

이러한 헤겔의 변증법에 대한 정신은 Poincare의 정신과 일맥상통하는 것으로 역사-발생적 원리에 따른 수학학습지도 방법으로 헤겔의 변증법적인 방법론을 도입해 봄으로써 효과적인 학습지도가 이루어질 수 있을 것으로 생각한다.

따라서, 본 연구는 초등학교에서 역사-발생적 원리에 따라 수학을 지도할 수 있는 방법으로 변증법적인 방법을 고찰하고, 초등학교에서 학습하고 있는 곱셈에 대한 역사-발생적 원리의 수학 교수-학습 방법에 대한 시사점을 얻고자 한다.

## Ⅱ. 이론적 배경

### A. 역사-발생적 원리

수학의 역사적 발달과 학문으로써 수학의 역사적 발달은 우리가 수업에서 전개하는 것과 동일한 단계를 밟지는 않는다. 매듭이나 패턴과 같은 몇 가지의 올된 기하학적 형태는 최근에 이르러서야 학문적 관심의 대상이 되었다. 그렇지만, 수학의 기본 분야인 그래프, 기초통계학은 비교적 현대에 이르러 서야 발달하였다(Struik, 1987).

그리고, 수 체계, 미적분학, 기타 다른 수학 분야는 모두 적절한 논리적 구조를 가지고 있으므로, 학생들에게 수학을 배우는데 있어서 실수를 되풀이하게 강요할 필요는 없다. 그러나, 위대한 수학자들이 수학의 여러 가지 주제에 대한 논리적 근거를 세우려고 수세기 동안 노력했지만 결국은 실패했다는 사실은 논리적 접근이 쉽지 않다는 것을 증명하는 셈이다. 사람들은 역사를 요약할 수도 있고, 쓸데없는 노력과 함정을 피할 수도 있지만 그것을 제거할 수는 없다(Kline, 1973).

지금까지 대부분의 수학교육자들은 그것이 어떤 형태이든 역사-발생적 원리를 주장해 왔다. Klein, Poincare, Toeplits, Freudental, Polya, Broussau 등 유명한 학자들은 대부분 역사-발생적 원리를 지지해 왔고, 이들은 수학을 완성된 산품으로서가 아니라 수학화의 과정으로서만 바르게 이해되고 학습될 수 있다는 생각을 공유하고 있다. 역사-발생적 원리는 수학적, 인식론적, 심리학적, 교육학적 관점에서 현대 수학교육이론의 대부분의 주장과 조화되며, 수학적 구조의 발생도 학습자의 인지구조의 발생도 적절히 고려되고 있는 학습지도 원리이므로 수학교육은 역사-발생적 방법에 따라 조직되어야 한다고 주장하기에 이르렀다(우정호, 2000).

이와 같이 역사-발생적 원리에 입각한 수학을 지도하기 위해서는 수학이 어떻게 발생되었는지에 대한 수학의 역사를 먼저 알 필요가 있다. 특히, 이성헌(1991)은 수학의 역사를 공부하는 이유로 다음과 같이 세 가지를 들고 있다.

1) 수학 그 자체의 이해

수학의 역사는 모든 과학이나 산업기술의 기반으로써 인간 문화에 중요한 지위를 차지하는 수학이 어떠한 자연과 사회를 배경으로 어떻게 발전되어 왔으며, 또 그렇게 형성된 수학이 인간의 생활 개선에 어떠한 역할을 하여 왔는가를 인식시켜 준다.

2) 교재연구 및 수학지도에서의 활용

수학의 역사는 교재의 취급과 연구에 있어서 또는 지도상의 문제점의 규명에 있어서 많은 도움을 준다.

3) 학생들의 흥미 유발

수학의 역사는 학생에게 수학에의 친근감을 주고, 무미건조하기 쉬운 학습을 흥미 있는 학습으로 이끌 수 있으며, 수학에 대한 자신감을 줄 수 있다.

또한, Reimer(1995)에서는 수학의 역사와 수학을 연결시키면 좋은 점에 대하여 다음과 같이 다섯 가지를 기술하고 있다.

1) 수학사를 이용해서 학생들의 동기를 유발할 수 있다.
2) 수학이라는 것은 인간의 생활에 필요한 문제를 해결하기 위해서 만들어진 결정체이다.
3) 수학자들의 삶을 통해서 수학은 특별한 사람들이 하는 것이 아니라는 것을 알 수 있다.
4) 수학의 기원을 알 수 있다.
5) 다양하게 문제를 해결 할 수 있는 방법을 발견 할 수 있다.

이와 같이 수학의 발생과정으로써 수학의 역사를 발생적 관점에서 관찰하고 학생들이 직접 그 발생의 중심에 서서 그 과정을 체험해 보아야 한다는 견해는 중세 스콜라 철학의 명상적이고 권위주의적인 세계관이 퇴조하고, 인식과정에서 주체의 활동적이고 구성적인 역할의 인식과 더불어 실학 사상이 등장하게 되면서 제기되었다. 이러한 시대적 조류에 힘입어 Euclid의 종합적 연역적 방법에 대한 강력한 비판으로 17세기에 등장한 분석적, 발생적 방법의Arnauld와 Clairaut의 원론(Elements)을 필두로 하여 19세기 Lindner에 의해 역사-발생적 방법이라는 일반적인 교수학적 구상으로 명확히 드러났으며, 발생적 원리에 입각한 학교교육의 포괄적인 구상이 Mager에 의해서 19세기 중엽에 이루어졌다. 이후, 발생적 원리는 19세기 후반 Darwin의 생물학적 발달 이론에 의해 새로운 변화를 맞게 되었고, Herbart 학파에 의해 수학교육의 지배적인 원리가 되었으며, 그 시대의 수학교육에 관한 책 가운데 가장 좋은 지도 원리로 추천되었다. 그러나 20세기에 들어와 Dewey의 생활중심 교육사상의 영향으로 발생적 원리는 점차 힘을 잃게 되었고, 특히 "새 수학"의 도입으로 인하여 발생적 측면이 아주 소홀히 되었다. 그러나 새 수학의 연역적 접근과 엄밀성에 대한 반발로 발생적 원리가 재조명되었고, Polya의 수학적 발견과 Lakatos의 증명과 반박의 과정에서 역사적 발달 과정에 대한 치밀한 분석의 중요성이 부각되었다. 특히, Toeplitz는 수학교사 교육을 위한 역사-발생적 원리에 따른 수학 교재를 집필한 사람으로, 그에게 있어서 주요한 것은 수학의 역사가 아니라 문제, 사실 및 그 증명의

발생이 문제이며, 이러한 발생의 결정적인 방향전환이 문제였다(우정호, 2000).

실제로, 수학의 역사는 바로 인류라고 하는 가장 큰 학습자의 학습과정으로써 그 학습과정을 충실히 관찰하고 분석해야만 수학의 교수-학습을 위한 가상적인 창조의 과정을 재구성 할 수 있다. Fruedenthal은 학생들에게 이러한 역사적 학습과정, 다시 말해 수학의 발달이라고 하는 인류의 학습과정을 단축된 형태의 가상적인 과정으로 재현시켜 줌으로써, 수학적 사고 경험을 하게 할 수 있다고 보았다. 그에게 있어서 역사-발생적 원리는 수학의 역사에서 볼 수 있는 역사적 도식화과정을 시간적으로 단축하여, 현재의 학생들이 그것을 수학의 교수학습에서 재현하게 한다는 교수원리라고 할 수 있고, 따라서 이러한 교수원리에서 문제가 되는 것은 "그 역사적 도식화 과정을 어떻게 동형적으로 단축할 것인가?"하는 것이다(민세영, 1997).

그러나, 역사 발생적 접근에 대한 비판 또한 없지 않다. 이론적으로는 유용한 방법인 것 같지만 교과서 집필자와 교사의 능력이란 면에서 볼 때, 현실적으로 실현되기 어려우며, 비록 초등화된 소박한 방법이지만 전통적인 연역적인 전개 방식이 갖는 우아하고 체계적이며 명확하고 경제적인 교재 구성 방식에 비해 전개 과정이 지루하고 정확성과 우아함이 결여되기 쉽고 일반적인 이론적 체계화에 이르기 어려우며 교재 구성이 곤란한 경우가 적지 않다(우정호, 1998).

## B. 변증법적 방법론

연역 논리와 달리 변증법적 논리는 명제들과의 관계를 분석하기 위한 일련의 형식적인 규칙들을 제공하지는 않는다. 형식적인 규칙이 연역 논리학에서 중심적인 중요성을 가지고 있는 이유가 연역은 내용이 아니라 오직 형식적인 관계에만 관심을 갖고 있기 때문이라는 사실을 다시 생각해 볼 필요가 있다. 그러나 변증법적 논리는 형식 논리가 아니라 내용 논리이다. 발견에 대해서 하나의 형식 논리를 구성하려는 노력을 궁극적으로 받아들이기란 아주 어려운 일이다 그리고 이러한 이유로 말미암아 발견의 논리를 구성하려는 시도는 논리와 형식논리를 동일시하는 사람들에게는 실패로 끝날 수 밖에 없다. 그렇게 될 수밖에 없는 정확한 이유는 역사적인 배경에서 탐구의 구조 내용을 이해하지 않고서는 그것을 이해할 수 없기 때문이다. 변증법적 논리는 역사적 맥락에 의해서 탐구구조를 검토할 수 있는 도구를 우리에게 제공해 준다(Harold, 1987).

고대 이후로 변증법은 "대화를 통해 진리를 획득하는 대화법"이나, "모순 또는 대립을 통하여 사물의 운동을 설명하려는 논리"의 의미로 사용되었다. 특히, 헤겔은 사물이 변하는 운동과정을 정립(定立:these)→반정립(反定立:antithese)→종합(綜合:synthese) 3단계의 과정이 주기적으로 반복하는 것으로 생각하여, 사물이 발전하는 과정을 역동성 있게 설명하였다. 이러한 일련의 과정은 "선행 과정"에서 발생하는 "모순"을 거부하지 않고, "부정"을 통하여 모순을 극복하려는 과정이기 때문에 더욱 발전적인 과정이다(장상호, 1999).

구체적으로 헤겔의 변증법에서 가장 중요한 개념인 모순, 부정, 지양의 개념에 대해서 장상호

(1999)의 견해를 중심으로 살펴보면 다음과 같다.

1) 모순

형식논리학과 변증법에서 가장 큰 차이를 보이고 있는 것은 "모순"에 대한 견해이다. 형식 논리학에서 모순은 우리의 사고에서 모순을 없애는 무모순의 논리로 다음과 같은 특징이 있다.

① 모순은 진리를 찾는데 장애물이다. Aristoteles나 Kant 등 대부분의 철학자는 모순은 진리를 발견할 때, 절대적으로 배제해야할 것으로 보았기 때문에, 모순이 있는 곳에는 진리가 없다.

② 모순율의 적용: 모순되거나 반대되는 두 명제가 있다면, 하나는 틀림없이 잘못되었다.

③ 변하지 않는 존재만이 절대 진리이다.

④ 영원불변하는 실재에는 모순이 없다.

따라서, 형식 논리학에서는 동일률에 의하여 단지 "A는 A일뿐 ~A는 아니다"식의 표현은 모든 것을 대립과 구별을 통해서만 인식하게 되므로 끊임없이 움직이는 현실의 참된 실태는 결코 파악할 수 없다.

그러나, Hegel의 텍스트에서 '모순'이라는 표현은 매우 독특하게 사용되었다. 즉 대개 Hegel이 실제로 다루고 있는 것은 특수한 종류의 모순이며, 그는 '논리학'에서 특별히 장을 구분하여 말하고 있는 것, 이른바 '모순' 자체에 관해서는 전혀 관심이 없었으며, 있다 하더라도 예외적인 것에 불과하다. 대략 1930년대 또는 1940년대 이후 Hegel 연구 문헌 속에서(그리고 다른 곳에서도) 이러한 종류의 모순에 대해서 '변증법적' 모순이라는 표현이 부여되었다(김종기, 1997). 즉, Hegel의 변증법은 운동하는 사물의 논리학이고, 모순의 논리학이다. Hegel의 변증법에서 모순은 모순을 용인하는 논리학으로 다음과 같은 특징이 있다.

① 모순은 발전의 원동력이다. 모순을 해결하기 위해 사물과 사고는 새로운 방향으로 변하고, 그러한 변화를 통해서 사물은 발전한다. 즉, 모순의 충돌과 적대화가 아니라 화해에 의해서 발전이 이루어진다.

② 모순율의 적용-모순이란 거기에 머무를 때만 모순이고 계속 앞으로 전진하면 모순이 아니다. 변증법에서는 유가 무로 전화(轉化)하고, 무가 유로 전화하는 사물과 사고의 운동과정을 중시하기 때문에 형식 논리학적인 모순율과 동일률은 효과가 없다. 그러나 "A는 ~A이다."가 아닌 "A는 ~A가 된다." 즉, A는 ~A로 전화됨에 따라 생겨나는 대립은 전통적인 형식논리학에서 말하는 모순이 아니므로 Hegel의 변증법은 형식논리학의 모순율을 부정하는 것이 아니라 그 전통에 속하는 것이다.

③ 만물은 유전한다. 세계는 영원한 생명 유전의 과정이며, 만물의 생성과 변화는 대립물의 투쟁이라는 변증법적 운동에 의해서 이루어진다. 영원불변하는 것이 있다면, 생성과 소멸의 과정 그 자체뿐이다. 따라서, A가 필연적으로 ~A로 전화하고, 진리는 유동적이고 상대적이다.

④ 실재 속에는 항상 모순이 살아 있다. 세계 자체는 대립물의 투쟁, 즉 모순을 해결하기 위한 운동을 하면서 끊임없는 생성과정을 밟는다. 그리고 모순은 자연계와 정신계 어디에도 살아 있으므로,

곧 모순이 사물의 진상이고, 사물의 운동성과 충돌성, 표출성은 모순의 정도에 따라 다르다.

이와 같이, Hegel은 진리의 논리로써 변증법을 사용하였다. 사고의 논리로 보았을 때 모순은 부정적이고 더 이상 발전이 없는 중단의 상태이지만, 이성의 부정적이고 긍정적인 단계를 인정한다면, 변증법은 진리의 논리가 되는 것이다. 불변하는 사물이 없듯이 이 세상의 모든 것은 변한다. 또한, 역사의 모든 단계는 질적으로 서로 다르며, 이러한 상이성도 인정되어야 한다.

2) 부정

부정은 긍정과 대립되는 말로 어떤 일이나 그러한 양태를 성립시키지 않게 하려는 의지 또는 어떤 판단이나 명제를 거짓이라 하는 이성적 행위이다. 형식 논리학에서의 부정을 살펴보면, 어떠한 명제 p의 부정(또는 반정립) ~p라 함은 p가 참이면 ~p는 거짓, p가 위이면 ~p가 참임을 의미한다. 따라서 "판단의 부정"이라는 뜻은 "판단이 오류"이거나 혹은 "판단의 배제"와 같은 소극적인 의미밖에 갖지 못한다. 또한, 형식논리에서 부정의 부정은 "긍정→부정→부정→긍정", 즉 이전의 동일성으로 다시 돌아오는 것으로, "처음의 긍정"과 "부정을 통한 긍정" 사이에는 성질이나 본질에 있어서 동일한 것이다.

그러나, Hegel의 변증법에서 부정은 형식 논리학에서의 부정과는 달리 어떠한 명제가 진리나 허위의 어느 하나에 속하는 것을 판별하는 것이 아니라, 그 내부에 동시에 가지고 있는 부정과 긍정의 요소 중에서, 부정적 요소를 극복하려는 변화의 과정이다. 따라서 다음과 같은 특징이 있다.

① 부정은 실재적이며 발전을 위한 매개체이다. 모순을 확인한 후에 모순율을 거부하지 않고 극복하려는 일련의 과정이 부정이기 때문에 발전을 위한 매개체이다.

② 사상의 동력원 역할을 한다. 모든 모순은 절대화 될 수 없고 조만 간에 해결되지 않으면 안 된다. 만약 해결되지 않으면, Hegel에게도 이것은 오류의 징표이다. 그것을 부정해서 생기는 모순은 그것을 해소하기 위한 운동을 추진하는 힘이다. 그리고, Hegel의 변증법에 있어서 부정의 부정은 형식 논리의 형식적 맥락을 떠나서 "최초의 긍정"과 "부정의 부정을 통해서 얻은 긍정"은 질적으로 결코 같은 것이 아니다. 부정은 항상 경험의 매개 과정이 포함되어 있기 때문에 새로운 긍정은 보다 발전적으로 변모하는 것이다. 즉, 생산적이고 발전적이다. 이와 같은 변화를 설명하기 위해서 Hegel은 지양이라는 말을 사용하였다. 특히, Adorno는 어떠한 절대적인 것도 인정하지 않고 부정을 통하여 그 모순 점을 발견하고 겸허하게 개선함으로써 더욱 완벽한 단계로 나가자는 부정의 변증법을 주장하였다. Adorno의 부정의 변증법은 유물론적 변증법의 새로운 해석이며 보완작업이라는데 그 의의가 있다. 모든 사물은 정지해 있지 않으며 자체 모순에 의해 다음 단계로 변화되어 간다는 변증법 논리에 따르면, 절대적인 것은 존재할 수 없다. 따라서 Adorno는 자연 해결이 신봉하는 존재라는 절대 개념도 부정하며 형이상학적인 절대성과 영원함도 부정하였다. 예를 들어 모두가 공의 밝은 면만 보고 있으면 그 공의 참 모습은 파악할 수 없다. 부정적 측면, 즉 어두운 면도 보여주어야만 그 공의 정체를 알 수 있는 것과 같은 것이다. Adorno는 부정의 변증법을 통하여 한 사회나 체계가 절대적으

로 신봉하는 대상을 부정함으로써 그 정확한 실체를 부각시키려고 한 것이다(이원복, 1995).

3) 지양

지양은 일반적으로 사물에 관한 모순이나 대립을 부정을 매개로 하여 고차적인 단계에서 통일하는 것을 가리킨다. 원어로는 "부정하다, 보존하다, 고양하다"의 세 가지 의미가 있다. Hegel은 이러한 세 가지를 복합적으로 관련지어 사용하였다.

① 본래의 부정으로 "폐기" 혹은 "극복"의 의미이다. 형식 논리학의 오성적인 부정과 유사하지만, 완전히 그 뜻과 일치하는 것은 아니고, 다음의 ②,③번 요소와 결합을 통하여 변증법적 부정의 중요한 측면이 된다.

② "보존"의 의미이다. 부정은 부정의 대상을 완전히 폐기하는 것이 아니라, 부정의 대상에 남아있는 중요하고 가치 있는 것은 보존하는 것이다. 즉 부정된 것이 보존을 통하여 타자로 넘어가게 된다.

③ "고양"의 의미이다. 이것은 더 높은 단계로의 발전을 의미하며, 더 낮은 단계로 변화하거나 똑같은 수준에 머무는 것은 지양이 아니다.

지양의 의미를 가진, 부정의 부정인 종합은 통일의 단계로 사물의 운동이 한순간 정지하는 것으로, 종합이 극복해야할 또 다른 부정을 야기하고 그러한 과정은 끊임없이 전개된다. 선행하는 부분은 끊임없이 후속 부분에 의해 지양되기 때문에, 모든 개별적인 판단들 보다 우위성을 가진 "구체적인 전체"로 발전하게 된다. 따라서 변증법적인 발전은 직선형의 발전이 아니라 나선형의 발전이고, 이전의 원환(圓環)과 이후의 원환(圓環)은 한 단계의 수준 차이가 있다.

C. 역사-발생적 원리에 따른 변증법적 방법의 수학학습지도

고대의 수학과 같은 놀라운 인간의 창조물이 그후 계속 발전되지 않고 정체성을 띠게 된 이유는 무엇일까? 그것은 이집트나 중국사회의 정체성 때문이다. 이집트나 중국에서는 수학의 발견이나 의학에 관한 것이 이미 일찍부터 聖典으로 취급되었고, 그 이후 이것에 수정을 가하거나 보완을 하면 이단자처럼 취급받았기 때문이다. 이러한 聖典化는 과학사상의 발전을 처음부터 막아 버렸다. 비근한 예로 우리 나라에서도 이조 500년 동안 한 자, 한 구도 수정되지 않은 수학을 배웠던 것이다(김용운·김용국, 1992). 이와 같이 변화와 발전이 없는 수학으로 인하여 고대 문명의 발상지였던 이집트나 중국의 수학은 역사 속의 수학으로만 남아있게 되었다.

그러나, 유클리드 기하와 비유클리드 기하의 공리가 서로 모순되면서도 제각기 그 정당성을 주장할 수 있는 것처럼 인간은 자유로이 공리를 설정함으로써 사색의 가치를 발견할 수 있다. 수학사는 이와 같은 모순된 사유가 왜 나와야 했던가를 밝히는 일을 주제로 삼기도 하는데, 모순되는 공리계의 존재는 인간 사상이 갖는 모순을 단적으로 상징한다. 그 모순 속에서 끊임없이 발전을 기하는 것이 인간 이성의 숙명인 것이다(김용운·김용국, 1992).

따라서, 학생들이 이러한 수학의 역사를 경험해 보고, 그 과정을 생각해 볼 수 있도록 역사-발생적 원리에 따라 수학을 지도해야 한다. 그러나, 여기서 중요한 것은 수학의 역사를 가르친다고 하면서, 한낱 역사적 사건이나 일화만 소개하고 만다면 과연 역사-발생적 원리에 따라 수학을 지도했다고 생각할 수 있는가하는 문제이다. 이러한 지도는 단순하게 학생들의 흥미를 끌 수는 있지만, 수학의 역동적인 변화과정과 그 속에 살아 숨쉬는 수학자들의 직관적인 수학적 사고를 발견하고 느낄 수는 없을 것이다. 그렇다면, 모순 속에서 끊임없이 발전을 기하는 인간의 숙명을 학생들이 직접 경험해 보도록 하기 위해서는 어떻게 지도해야 하는가? 물론 많은 해결책을 제시 할 수 있지만, 그 중에서 변증법적 방법에 따라 역사-발생적 원리를 구현할 수 있도록 수학을 지도하는 방법을 생각해 볼 수 있다.

앞에서 살펴본 Hegel의 변증법적 방법의 핵심 내용인 모순, 부정, 지양의 원리를 통하여 변증법적인 수학 학습 원리를 다음과 같이 여섯 가지로 본 연구자가 선정해 보았다.

첫째, 모순을 발견하고 해결하는 과정을 통하여 수학을 스스로 구성하는 기쁨을 느끼게 한다.

둘째, 세련되고 완성된 형태의 수학적 내용을 제시하기보다는 모순을 포함하고 있는 학습 내용을 많이 제공한다.

셋째, 모든 만물에는 모순이 존재하므로 수학적 지식이 영원 불변하는 절대적인 지식이라고 생각하기보다는 변증법적 운동에 의해 변할 수 있는 유동적, 상대적인 지식이라는 생각을 갖게 한다.

넷째, 모순을 확인한 후에 모순율을 거부하지 않고 극복하려는 일련의 과정이 부정이기 때문에, 모순을 발견한 후에 부정의 과정을 해결할 수 있는 충분한 시간과 이를 극복할 수 있는 자신감을 가질 수 있도록 한다.

다섯째, 부정은 부정의 대상을 완전히 폐기하는 것이 아니라, 부정의 대상에 남아있는 중요하고 가치 있는 것을 토대로 발전할 수 있으므로, 항상 부정된 대상을 신중하게 분석하여 문제 해결의 실마리를 얻도록 한다.

여섯째, 변증법적인 발전은 직선형의 발전이 아니라 나선형의 발전이므로 선행부분은 후속 부분에 의해 끊임없이 지양될 수 있으므로, 항상 탐구하는 태도를 갖도록 한다.

이러한 여섯 가지의 변증법적 방법의 학습원리를 구현하면서 역사-발생적 원리에 따라 수학을 지도하는 방법으로 다음과 같이 두 가지를 생각해 볼 수 있다.

첫째, 수학의 역사적 발달 과정을 고찰해봄으로서 점차 수학적 지식을 세련화시키고 정교화 시키는 과정을 학생들이 경험해 보게 하는 것이다. 형식논리학적 측면에서 본다면, 모순을 발견하고 해결하는 절차만 인정될 수 있으나 변증법적 논리에서 보면 방법과 절차를 좀더 쉽게 일반화 정교화시키는 과정도 모순을 해결하는 역동적인 발전의 과정으로 설명할 수 있다. Lakatos는 증명과 반박을 통해서 모순을 해결하면서 수학이 발전한다고 말하고 있다. 그러나 수학의 발전에서 중요한 것 중에 하나가 바로 발전적으로 정교화, 세련화시키는 과정이다. 예를 들어보면, 이집트의 분수연산은 그 자체로 아무런 모순이 없었고, 피라미드같은 위대한 건축물을 만드는데도 큰 역할을 했다. 그러나 결정

적으로 중요한 것은 그러한 과정을 이해하고 수행하는데 너무나 많은 어려움이 있었기에 수학을 직업으로 하는 관리가 필요했고, 분수의 계산과정이 좀더 쉽고 정교하게 세련되었더라면 일반 사람들도 쉽게 계산을 할 수 있었을 것이다. 즉, 수학의 발전과정에서 중요한 것은 모순을 해결하기 의한 반박의 과정뿐만 아니라 방법과 절차를 좀더 쉽게 일반화, 정교화시키는 과정이 있다는 것이다. 이러한 발전적 측면에서 본다면, 형식논리학적인 모순이 아닌 발전이나 개선의 여지를 담고 있는 수학 내용도 곧 모순이라고 생각할 수 있고, 이러한 모순을 해결해 가는 과정으로 변증법적인 방법을 생각할 수 있는 것이다. 따라서, 역사-발생적인 학습 내용의 위계를 이러한 발전적이고 정교화시키는 과정으로 설정한다면, 보다 효과적으로 수학의 역사-발생적 과정을 지도 할 수 있을 것이다.

둘째, 현재의 수학과 역사 속의 수학을 비교, 검토, 토론해 보는 활동을 통해서 지금 학습하고 있는 학습 내용의 전개 방식에 대한 당위성과 다양한 해결 방법을 찾아보는 것이다. 이 방법은 위의 첫 번째 방법처럼 위계적으로 그 과정을 하나씩 경험해 보고 발견해 보는 것이 아니라, 역사 속의 여러 가지 수학 내용과 현재의 수학 내용을 수평적으로 비교해 봄으로서 현재의 수학 내용에 대한 이해를 촉진하는 지도 방법이다. 즉, 현재의 내용과 과거의 내용들을 단순하게 나열하는 것이 아니라 학생 스스로 어느 내용이 더욱 효과적인지 장단점을 비교해 봄으로서 수학의 역동적인 변화 과정을 느껴보도록 하고, 학생들 자신도 수학을 발명할 수 있다는 자신감을 심어주는 것이다.

## Ⅲ. 연구 내용

### A. 곱셈의 역사-발생적 과정

#### 1) 고대 이집트의 곱셈 방법

고대 이집트 사람들의 곱셈은, 오늘날 우리가 기본수의 곱셈, 기수법의 원리 및 덧셈 등을 이용해서 논리적으로 조직하여 형식화한 곱셈방법(세로셈)과는 달랐다. "곱셈의 덧셈에 관한 배분법칙"을 이용한다는 원리는 같지만 그 수행 과정에서는 매우 달랐다. 그들은 곱셈을 하기 위해 "두배하기와 더하기"라는 두 종류의 셈법을 이용했다. 그들이 이와 같은 방법을 사용할 수 있었다는 것은, 이미 놀랍게도 "모든 자연수는 2의 거듭제곱수들의 합으로 나타낼 수 있다."라는 사실을 알고 있었다는 증거이기도 하다. 예를 들어, 26×33의 곱은 다음과 같이 구할 수 있다.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 33 | |
| ∨ | 2 | 66 | |
| | 4 | 132 | 왼쪽수의 합이 26이 |
| ∨ | 8 | 264 | 되는 수를 ∨해서, |
| ∨ | 16 | 528 | ∨된 오른쪽 수들의 |
| | | | 합을 구하면 된다. |

66+264+528=858

2) 러시아 농부들의 곱셈

러시아 농민들은 "두배하기, 반으로 나누기 및 더하기"의 방법으로 곱셈을 수행하였다. 피승수는 1이 될 때까지 계속하여 반으로 나누고, 대신에 승수는 계속하여 두배하는 조작을 이용하였다. 두 수의 곱셈 중 왼쪽 열은 피승수를 2로 나누고, 나누어진 수를 계속 2로 나누어 가는데, 홀수일 때는 1 작은 수를 2로 나누어 그 수를 쓴다. 이런 방법으로 나눈 수가 1이 될 때까지 계속 써 내려가며, 오른쪽 열은 승수를 시작으로 왼쪽 열이 1이 될 때까지 계속 두 배 한다. 이때 왼쪽 열에서 홀수인 경우, 같은 항의 오른쪽 수들만 모두 합하면 처음 두수의 곱과 같다. 예를 들어 18×25는 다음과 같다.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 18 | × | 25 | |
| ∨ | 9 | | 50 | 왼쪽 열에서 홀수인 경우 |
| | 4 | | 100 | ∨표시를 하고, 같은 항의 |
| | 2 | | 200 | 오른쪽 수를 모두 더한다. |
| ∨ | 1 | | 400 | |

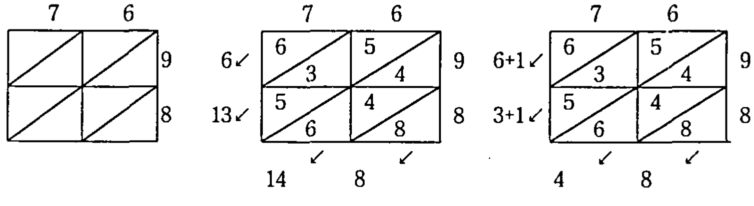
50＋400＝450

3) 인도의 곱셈 방법

```
  8 4
2 5 0 5
  5 6 9 5
```

인도에서는 다양한 방법으로 곱셈을 하였는데 간단한 곱셈인 569×5는 다음과 같이 왼쪽에서 오른쪽으로 계산하였다. 우선 셈판의 상단 약간 아래쪽에 569를 쓰고, 같은 줄에 곱할 5를 쓴다. 그러면 5×5=25이므로 옆의 그림자처럼 25를 569위에 쓰고, 다음에 5×6=30이므로 25에 있는 5를 8로 바꾸고 그 다음 자리에 0이 되므로 빨리 5를 지우고, 그림처럼 그 위에 8을 쓴다. 그리고 5×9=45이므로 0은 4로 바꾸고, 그 다음 자릿수는 5가 된다. 그래서 최종적으로 2845가 셈판의 상단에 나타난다(이우영・신항균 역, 1995).

다음은 인도 초기에 쓰던 격자곱셈으로 문제는 위쪽과 오른쪽에 나누어 쓰고, 각 자리수마다 곱을 한 후 격자표에 십의 자리와 일의 자리 숫자로 분리해서 쓴다. 그런 후 상우와 좌하의 대각선 방향으로 합해서 그 칸 바로 밑쪽과 옆쪽에 합을 써나간다. 곱은 좌상부터 하우방향으로 차례대로 쓰면 된다. 대각선 방향으로 합했을 때, 10이 넘으면 10을 그 다음 합에 가서 1로 합한다. 즉 자리수로 올려가며 덧셈을 해야한다. 26×98는 다음과 같다.




26 × 98 = 7448

4) 중국의 곱셈 방법

산목을 바둑판처럼 칸을 친 算盤위에 늘어놓고 (이것을 布算이라함) 필산과 똑같은 방법으로 계산

했다. 산목으로 계산을 하는 곱셈방법을 보면, 78×56은 다음과 같다. <표 1>에서 <표 2>로 옮겨 <표 3>을 통해 4320 + 48 = 4368을 얻는다.

<표 1>

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 5 | 6 | 상위 |
| 3 | 5 | | | 중위 |
| | 4 | 0 | | |
| 3 | 9 | 0 | | |
| | 7 | 8 | | 하위 |

<표 2>

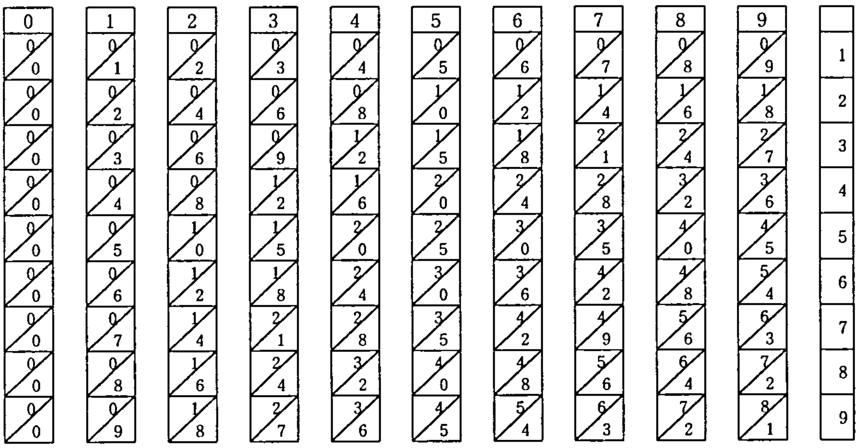
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | 6 | 상위 |
| 3 | 9 | 0 | | 중위 |
| | 4 | 2 | | |
| 4 | 3 | 2 | | |
| | | 7 | 8 | 하위 |

<표 3>

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | 상위 |
| 4 | 3 | 2 | | 중위 |
| | | 4 | 8 | |
| 4 | 3 | 6 | 8 | |
| | | | | 하위 |

5) 네이피어 막대를 이용한 곱셈방법

인도초기에 쓰던 격자곱셈방법이 유럽에 전해지면서 네이피어가 더욱 쓰기 편리한 '네이피어 막대'를 구안해냈다. 이 막대를 갖고 다니면서 구구단표처럼 이용하였고, 이것을 보면서 격자표에 쉽게 기록하여 곱셈을 하였다고 한다. 이러한 계산법을 우리 나라에서는 籌算이라고 하여 이용하였으며, 현재 민속 박물관에도 이러한 막대가 보존되어 있다(김용운・김용국, 1977).




6) 그리스의 곱셈 방법

그리스는 승수와 피승수를 분해한 후 분배법칙을 이용하여 곱셈을 하였다. 이러한 과정을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다(Burton, 1995).

| | | |
|---|---|---|
| | 24 | |
| | × 53 | |
| 1000 | 60 | |
| 200 | 12 | |
| 1200 | 72 | = 1272 |

$$
\begin{aligned}
&24 \times 53 \\
&= (20 + 4)(50 + 3) \\
&= 20\times 50 + 20\times 3 + 4\times 50 + 4\times 3 \\
&= 1000 + 60 + 200 + 12 \\
&= 1272
\end{aligned}
$$

7) 우리 나라의 곱셈 방법

우리 나라는 거의 중국의 산목을 사용한 산법을 그대로 사용하였는데, 1850년경에는 요즘과 같은 세로 셈의 형식을 갖추고 있음을 알 수 있다. 시대별로 살펴보면 <표 4>와 같다.

<표 4> 우리 나라의 시대별 곱셈 방법

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 孫子算經 (24×16) | 상위 | 24 | 20 | 4 | |
| | 중위 | | 2 | 32 | |
| | | | 12 | 64 | 384 |
| | 하위 | 16 | 16 | 16 | |
| 九數略, 17세기 말 (24×) | 상위 | 24 | 4 | 20 | |
| | 중위 | | 4 | 64 | |
| | | | 24 | 32 | 384 |
| | 하위 | 16 | 16 | 16 | |
| 習算津筏 1850년 | | 24 | 24 | 24 | |
| | | 16 | 16 | 16 | |
| | | 24 | 144 | 144 | |
| | | 12 | | 24 | 384 |

B. 역사-발생적 원리에 따른 곱셈의 변증법적 지도 방안

1) 정교화, 세련화시키는 발전적 과정으로서의 변증법적인 지도 방법

36×24의 곱셈을 다음과 같이 정교화, 세련화시키는 변증법적인 절차에 따라 지도할 수 있다.

① 동수누가에 의한 곱셈 방법의 도입

36을 24번 더해서 36×24의 곱셈을 구해 봄으로서 좀더 편리한 곱셈 방법의 필요성을 깨닫게 한다. 이와 같이 좀더 나은 발전 적인 방법을 발견하기 위하여 기존의 방법을 부정하는 것이 바로 헤겔의 변증법에서 의미하는 부정이고 이러한 부정의 요소를 내포하고 있는 내용은 바로 발전을 위한 모순을 내재하고 있는 것이다. 이러한 발전을 위해서 다음 단계로 진행하는 것이 바로 지양의 단계이다.

② 이집트의 곱셈 방법의 도입

이집트의 곱셈 방법을 통해서 동수누가를 좀더 쉽게 할 수 있다는 것을 발견한다. 그러나 이 방법 또한 숫자가 커지면 불편해 진다는 사실을 발견하고 다른 방법을 모색하게 한다.

③ 그리스의 곱셈 방법

그리스의 곱셈 방법은 분배법칙에 의한 곱셈으로 세로셈 형식을 취하고 있다. 그러나 이 단계에서는 곱한 수를 모두 일일이 나열해야 하는 불편함이 있지만 자리 수의 혼동은줄일 수 있다.

④ 중국의 곱셈 방법

중국의 곱셈 방법은 세로 셈의 형식이나 가운데에 두수의 곱을 쓰게 되므로 한썩 <표 1>, <표 2>, <표 3>과 같은 단계를 거치는 불편함이 있다.

⑤ 인도의 곱셈 방법

인도의 곱셈 방법을 도입함으로써 세로 셈의 편리함을 알게 한다. 그러나 결과를 위에다 쓰거나, 격자표를 만드는 불편함이 있다.

⑥ 우리 나라의 1850년경의 습산진벌의 곱셈 방법

습산진벌에 나타난 방법을 통해서 세로 셈으로 계산되는 과정을 발견하게 하고 오늘날과 같은 방법을 사용하는 것이 왜 좋은지에 대하여 아동 스스로 느끼게 한다.

2) 역사적인 방법과 현재의 방법의 장단점을 비교하여 다양한 해결 전략을 기르는 과정으로서 변증법적인 지도 방법

36×24의 곱셈을 다음과 같이 역사적인 방법과 현재의 방법의 장단점을 비교하여 다양한 해결 전략을 기르는 과정으로서 변증법적인 절차에 따라 지도해 볼 수 있다.

① 교사는 여러 가지 곱셈 방법을 학생들에게 제시하고 학생들에게 토론에 의하여 그 원리를 발견하게 한다.

② 다양한 곱셈 방법을 발견한 후에는 그 방식을 적용하여 직접 곱셈을 함으로서 각각의 곱셈 방법을 익히도록 한다.

③ 각각의 곱셈 방법에 대한 장단점을 비교해 보고 어떻게 그 과정이 발달되어 왔는지를 추론해 볼 수 있도록 한다. 또한, 각 방법들의 공통점과 차이점을 발견함으로서 곱셈의 원리를 발견하게 한다.

## Ⅳ. 결 론

NCTM(1989)의 수학교육과정과 평가의 새로운 방향에서 미국 수학교육학이 당면한 문제로써 수학의 지도가 지식 전달이라는 권위주의적 모델에서 학습의 흥미유발을 강조하는 학생중심으로 옮겨가야 하고 수학 교육의 목표가 기본 계산 기능을 연마하는 것에서 수학의 위력을 느끼게 하는 방향으로 전환되어야 한다는 것을 강조하고 있으며, 또한 수학이 자의적인 규칙이라는 생각에서 규칙을 활용하는 과학으로 전환되어 탐구하고 역동적이며 진화되어 가는 과목으로써의 수학에 대한 인식이 없으면 어떤 종류의 수학 학습도 기대할 수 없다라고 제시하고 있다.

이러한 측면에서 볼 때, 역사-발생적인 수학학습지도는 학생들에게 수학의 역동적이고 진화, 발전되어가는 과정을 탐구하게 하는 원리로서 형식주의의 연역적 접근으로 인하여 수학에 지쳐있는 학생들에게 새로운 활기를 불어넣어 줄 수 있는 학습 방법이다. 즉, 역사-발생적 원리는 수학이 역사적으로 발생, 발달한 순서를 지켜 지도해야 한다는 것으로, 수학이 역사적으로 발생, 발달 되어온 역동적인 과정을 학생들이 재경험해 보게 하기 위해서는 이러한 일련의 과정을 효과적으로 설명할 수 있는 교수-학습 방법이 필요하다. 특히, 변증법적인 방법론은 헤겔에 의해서 꽃을 피운 철학으로, 正-反-合의 원리에 따라 사물의 발생과 진화 과정을 역동적으로 설명할 수 있는 방법론으로 역사-발생적인 과정을 효과적으로 설명할 수 있는 방법론이다.

따라서, 본 연구는 초등학교에서 역사-발생적 원리에 따라 수학을 지도할 수 있는 방법으로 변증법적인 방법을 고찰하였고, 초등학교에서 학습하고 있는 곱셈에 대한 역사-발생적 원리의 수학 교수-학습 방법을 전개해 봄으로써 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 학생들이 수학의 역사를 경험해 보고, 그 과정을 생각해 볼 수 있도록 역사-발생적 원리에 따라 수학을 지도해야 한다. 그러나, 여기서 중요한 것은 수학의 역사를 가르친다고 하면서, 한낱 역사적 사건이나 일화만 소개해서는 안되고, 수학의 역동적인 변화과정과 그 속에 살아 숨쉬는 수학자들의 직관적인 수학적 사고를 발견하고, 모순 속에서 끊임없이 발전을 기하는 인간의 숙명을 학생들이 직접 경험해 보도록 지도해야 한다.

둘째, Hegel의 변증법적 방법의 핵심 내용인 모순, 부정, 지양의 원리를 통하여 변증법적인 수학 학습 원리로 다음과 같이 여섯 가지를 선정하였다.

1) 모순을 발견하고 해결하는 과정을 통하여 수학을 스스로 구성하는 기쁨을 느끼게 한다.

2) 세련되고 완성된 형태의 수학적 내용을 제시하기보다는 모순을 포함하고 있는 학습 내용을 많이 제공한다.

3) 모든 만물에는 모순이 존재하므로 수학적 지식이 영원 불변하는 절대적인 지식이라고 생각하기 보다는 변증법적 운동에 의해 변할 수 있는 유동적, 상대적인 지식이라는 생각을 갖게 한다.

4) 모순을 확인한 후에 모순율을 거부하지 않고 극복하려는 일련의 과정이 부정이기 때문에, 모순을 발견한 후에 부정의 과정을 해결할 수 있는 충분한 시간과 이를 극복할 수 있는 자신감을 가질 수 있도록 한다.

5) 부정은 부정의 대상을 완전히 폐기하는 것이 아니라, 부정의 대상에 남아있는 중요하고 가치 있는 것을 토대로 발전할 수 있으므로, 항상 부정된 대상을 신중하게 분석하여 문제 해결의 실마리를 얻도록 한다.

6) 변증법적인 발전은 직선형의 발전이 아니라 나선형의 발전이므로 선행부분은 후속 부분에 의해 끊임없이 지양될 수 있으므로, 항상 탐구하는 태도를 갖도록 한다.

셋째, 이러한 여섯 가지의 변증법적 방법의 학습원리를 구현하면서 역사-발생적 원리에 따라 수학을 지도하는 방법으로 다음과 같이 두 가지를 생각해 볼 수 있다.

1) 수학의 역사적 발달 과정을 고찰해봄으로서 점차 수학적 지식을 세련화시키고 정교화 시키는 과정을 학생들이 경험해 보게 한다. 변증법적 논리에서 보면 방법과 절차를 좀더 쉽게 일반화 정교화시키는 과정도 모순을 해결하는 역동적인 발전의 과정으로 설명할 수 있다.

2) 현재의 수학과 역사 속의 수학을 비교, 검토, 토론해 보는 활동을 통해서 지금 학습하고 있는 학습 내용의 전개 방식에 대한 당위성과 다양한 해결 방법을 찾아보는 것이다. 현재의 내용과 과거의 내용들을 단순하게 나열하는 것이 아니라 학생 스스로 어느 내용이 더욱 효과적인지 장단점을 비교해 봄으로서 수학의 역동적인 변화 과정을 느껴보도록 하고, 학생들 자신도 수학을 발명할 수 있다는 자신감을 심어주는 것이다.

# 참 고 문 헌


강옥기 (2000). 수학과 학습지도와 평가론, 서울: 경문사.

김용운 · 김용국 (1992). 세계수학문화사, 서울: 전파과학사.

____________ (1977). 한국수학사, 서울: 과학과 인간사.

김종기(역) (1997). 모순이란 무엇인가? 서울: 동녘.

민세영 (1997). 역사발생적 원리에 따른 로그단원의 지도에 관한 연구, 대한수학교육학회논문집, 7(2), pp.381-396.

우정호 (2000). 수학학습-지도 원리와 방법, 서울대학교 출판부.

_____ (1998). 학교수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판부.

이성헌 (1991). 세계수학사 및 수학교수법, 서울: 교학연구사.

이우영 · 신항균 역 (1995). 수학사, 서울: 경문사.

이원복 (1993). 현대문명진단, 서울: 조선일보사.

장상호 (1999). 학문과 교육(상), 서울대학교 출판부.

Boyer, C. B. (1968). *A History of Mathematics*. Brooklyn Collage.

Burton, D. M. (1995). *BURTON"S History of Mathematics*: An Introduction. Wm. C. Brown Publishers.

Harold, I. B. (1977). Preception, Theory and Commitment: *The New Philosophy of Science*, The university of Chicago Press. 신중섭(역) (1987). 새로운 과학철학. 서울: 서광사

Klein, M. (1973). *Why Johnny Can't Add?* NY: St. Martin's Press.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM.

Reimer. L. & Reimer. W. (1995). Connecting mathematics with its history: A powerfull, practical linkage. In House, P. A. & Coxford, A. F. (Eds.), *Connecting Mathematics across the Curriculum 1995 Yearbook*(pp. 104-114). Reston, VA: NCTM.

Struik, D. J. (1987). *A Concise History Of Mathematics*. NY: DOVER PUBLICATIONS.