韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 14집, 2002. 8. 349-370.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 14, Aug. 2002. 349-370.

중학교 함수영역에서 수학적 모델링을 활용한 수행과제와 구체적 평가기준안 개발

조 원 주 (성암여자정보산업고등학교)
권 오 남 (이화여대학교)

21C 사회는 실생활의 많은 현상들과 문제들을 수학적으로 해결하기 위한 능력을 요구하고 있다. 따라서, 21C가 요구하는 수학교육의 역할도 실생활에서 접하는 현상 또는 문제들의 수학적 모델을 구성하여 해를 구하고, 그 결과를 실생활에 비추어 해석하는 경험을 제공하고 그 능력을 발전시키는 것을 포함한다고 하겠다. 따라서, 본 연구는 수학적 모델링이 수학에 대한 사회적 요구를 달성할 수 있는 효과적인 하나의 방법이 될 것이라는 믿음을 가지고, 수학적 모델링 활동을 중학교 수학 교육의 중심 제재인 함수의 지도에 활용하기 위한 구체적 실천방안을 논의한다.
이를 위해 연구문제를 '1. 일선 수학 교사들은 수학적 모델링의 개념을 어느 정도 파악하고 있으며 그 활용가치와 활용 가능성에 대해 어떻게 판단하고 있는가?', '2. 중학교 함수 영역의 수학적 모델링 수행과제와 그에 따른 구체적 평가 기준안을 개발한다.'로 설정하고, 연구문제 1을 해결하기 위해 임의로 선택된 서울과 경기도의 현직 수학교사 47명을 대상으로 설문조사를 실시하였으며, 연구문제 2를 해결하기 위해서는 설문결과에서 얻은 현장의 요구를 바탕으로 중학교 함수 영역의 수학적 모델링 수행과제와 구체적인 평가 기준안을 개발한 후, 개발된 과제와 평가 기준안은 현직교사 3인의 자문을 얻어 내용 타당도와 신뢰도를 검증하였다.

Ⅰ. 서 론

정보의 범람과 테크놀러지의 발전, 보급으로 특징지어질 수 있는 21C 사회는 수학적 사고력과 문제해결력과 같은 수학적 능력을 요구하고 있다. 이는 실생활의 많은 현상들과 문제들을 수학적으로 해결하기 위한 능력의 필요성이 점점 더 증대되고 있다는 뜻으로, 사회는 실생활에서 접하는 현상 또는 문제들의 수학적 모델을 구성하여 해를 구하고, 그 결과를 실생활에 비추어 해석하는 능력을 요구하고 있다.

한편 교육부의 「수학과 교육과정」에 학교 수학의 목표는 "수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다"라고 명시되어 있다. 이에서 알 수 있듯이 학교 수학의 성격과 목표도 실생활의 문제를 수학적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기르는데 있다고 할 수 있다.

그러나, 이러한 능력을 개발하는 것은 수학적 개념과 원리, 법칙만을 익혀서는 이루어지지 않으며 (Kaiser-Messmer, G. 1989), 실생활에서 접하는 문제를 수학적으로 해결하는 능력을 기르기 위해서는 수학적 모델링의 경험이 필수적이다. 수학적 모델링이란 실세계를 표현하기 위해 선택된 하나 또

는 그 이상의 수학적 실체들과 그것들 사이의 관계들의 조합으로, 수학을 구조화되지 않은 실생활의 문제 상황에 응용하는 것을 말한다(Galbraith & Clatworthy, 1990). 다시 말하면 수학적 모델링은 일반적으로 현실 세계에서 얻어진 문제를 이해하는 것에서부터 출발하여 문제를 구조화하여 변수를 선택하고 그 변수들 사이의 관계에 대한 가설을 세우고 이를 수학적 표상으로 표현한 후, 실세계 자료를 사용하여 그 타당성을 검증하여 특정 해를 구하는 과정을 거친다(Edwards & Hamson, 1989). 따라서 수학적 모델링의 과정 자체가 바로 수학에 대한 사회적 요구와 학교 수학 교육의 목표를 동시에 달성할 수 있는 효과적인 방법이 될 수 있다.

한편 위의 수학적 모델링의 과정에서 언급된 "변수의 선택과 그 변수들 사이의 관계"는 주로 함수 영역에 해당하는데, 함수의 개념은 우리나라 중학교 교육과정에서 반 이상을 차지하고 있는 중요한 개념이라고 볼 수 있다. 따라서 수학적 모델링 활동을 중학교 수학 교육의 중심 제재인 함수의 지도에 통합하면 학생들이 수학, 특히 함수의 가치를 이해하고, 문제 해결력 신장과 함수 개념 습득에 긍정적인 효과가 있을 것이라고 예상된다.

따라서 본 연구에서는 수학적 모델링을 학교 수학에 도입하는 것에 대한 교사들의 인식에 대한 기초조사를 실시하고, 수학적 모델링 수행과제와 그 구체적 평가 기준안을 개발함으로써, 학교 수학에 수학적 모델링 도입의 발판을 마련하고자 한다. 이를 위해 첫째 일선 수학 교사들은 수학적 모델링의 개념을 어느 정도 파악하고 있으며 그 활용 가치와 활용 가능성에 대해 어떻게 판단하고 있는가, 둘째 중학교 함수 영역의 수학적 모델링 수행과제와 그에 따른 구체적 평가 기준안을 개발한다는 연구 문제를 설정하였다.

II. 이론적 배경

A. 수학적 모델링의 개념

수학적 모델링(mathematical modelling)을 이야기하기 위해서는 모델(model)이 무엇인가에 관한 논의가 선행되어야 한다. 모델은 일반적으로 어떤 대상의 크기를 줄여서 만든 물리적인 복제품을 의미하며 모양과 기능 그리고 색깔 등 그 근원이 되는 대상의 특징들을 그대로 또는 비슷하게 가지고 있다. 이러한 물리적 모델을 사용하면 조작하고 연구하는 과정에서 그 근원이 되는 실물에 대한 많은 정보를 얻을 수 있기 때문에 크기나 무게 또는 비용 등의 문제로 인해 실물을 직접 조작, 연구하기 어려울 때 많이 사용된다(Swetz, 1991).

물리적 모델과 마찬가지로 이론적 모델도 생각할 수 있다. 어떤 대상이나 현상의 이론적 모델은 그 실물이나 현상을 정확하게 설명하는 법칙이나 이론 등의 집합체를 뜻한다. 특히, 이러한 법칙이나 이론들이 본질적으로 수학적인 것일 때 우리는 그것을 "수학적 모델(mathematical model)"이라고 부른다(정은실, 1991). 즉, 수학적 모델이란 어떤 현상의 특징을 비슷하게 가지고 있는 수학적인 구조를 의미하며, 함수나 방정식처럼 수학적인 개념을 사용해서 만들어진 모델을 말한다(Edward &

Hamson, 1989). 한편, Niss(1989)는 수학적 모델을 실세계를 표현하기 위해 선택된 하나 또는 그 이상의 수학적 대상, 관계, 구조 등의 집합체로 보고, (A, M, f)로 해석하였는데, A는 주어진 조건하에서의 실세계의 사건이나 대상, M은 수학적 대상, f는 A를 M으로 변환하는 연결로 정의하고, 이러한 수학적 모델은 비 수학적인 많은 분야에 적합한 모델들을 제공한다고 말하였다.

이러한 모델을 세우는 전 과정 즉, 그래프나 방정식, 부등식, 표 만들기, 알고리즘 등을 이용하여 수학적 모델을 만드는 전 과정을 "수학적 모델링"이라고 한다(Swetz, 1991). 다시 말하면 수학적 모델링이란 "구조화되지 않은 실생활의 문제 상황에 수학을 응용하는 것(Galbraith & Clatworthy, 1990)"으로서, 많은 실생활의 문제들이 수학적 모델을 만들고 조작하여 얻어진 해를 해석하고 실생활에 비추어 정당화하는 수학적 모델링의 과정을 거침으로써 해결될 수 있다.

요컨대, 수학적 모델이란 어떤 실물이나 현상 등을 나타내기 위해 수학적 개념을 사용해서 만들어진 이론적 모델이며, 수학적 모델링이란 실세계 문제상황에서 수학적 모델을 만들어 해를 구하고 다시 실세계 자료에 맞추어 정당화하는 전 과정이라고 할 수 있다.

이러한 수학적 모델링은 흔히 수학의 응용과 문제해결, 수학화 등의 단어들과 동의어로 쓰이곤 하지만 각 단어들의 의미와 그 범위가 조금씩 다른데, 수학화는 실생활 문제에서 수학적 모델을 만들어 가는 과정으로 수학적 모델링의 일부분이며, 수학적 모델링은 비 수학적으로 보이는 현실세계 영역에서의 문제해결이라고 볼 수 있고, 수학의 응용이란 이것들을 포함하는 수학의 모든 사용을 의미하는 용어라고 할 수 있겠다.

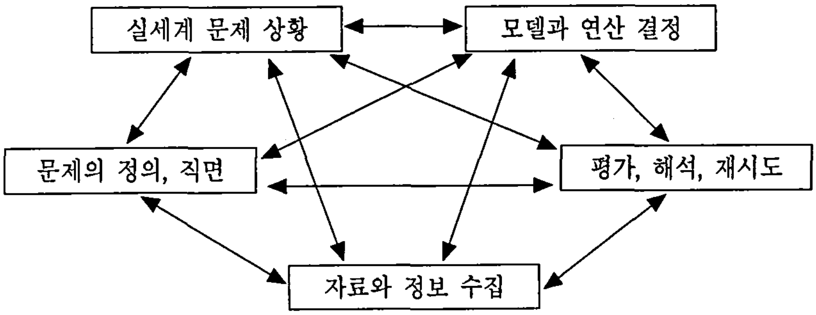
B. 수학적 모델링의 과정

위에서도 살펴보았듯이 수학적 모델링은 문제해결의 한 형태이므로, 수학적 모델링의 과정도 처음에는 문제해결의 과정에서 출발했다고 볼 수 있다. Polya(1954)는 문제해결 과정을 문제에 대한 이해, 계획의 작성, 계획의 실행, 반성의 네 단계로 제시하였고, Pollack(1959)은 문제 인식하기, 식 세우기, 해 구하기, 평가하기, 설명하기의 다섯 단계로 제시했는데(Clements, 1989, 재인용), 이는 이 시기의 많은 문제 해결의 모델과 마찬가지로 첫 번째 단계에서 시작해서 마지막 단계에서 끝나는 단순 선형 모델이었다.

모델링 과정에 대한 이보다 발전된 모델은 반복의 개념이 추가된 것으로서, Hall(1972)은 문제해결의 마지막 단계인 정당화 단계에서 실생활의 문제를 인식하고 모델을 세우는 첫 번째 단계로 돌아가는 통로를 포함한 반복적인 선형의 모델링 과정을 제시하였다(Clements, 1989, 재인용). 이처럼 모델링 과정이 반복적 선형으로 발전한 것은 모델링에서 정당화가 강조되기 시작함을 알려준다.

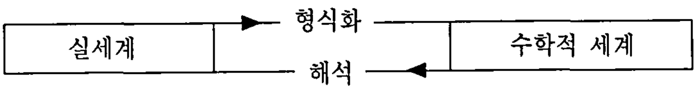
한편, 수학적 모델링 과정에 대한 선형적 접근의 대안으로, Bell(1993)은 수학적 모델링이란 [그림 II-1]처럼 여러 개의 "중심점"으로 구성된 구조라고 설명하면서, 정해진 순서나 경계가 있는 것이 아닌 아무 중심점이나 먼저 시작해서 어디로든 이동할 수 있는 성망형 접근을 제시하였다(Doerr, H. M., 1995, 재인용).

요컨대, 수학적 모델링 과정에 대한 이론들을 모델링의 순서 및 흐름에 따라 나눌 때, 크게 단순 선형, 반복적 선형, 성망형 등으로 나누어 볼 수 있다.



<그림 II-1> Bell의 모델링 과정의 중심점(1993)

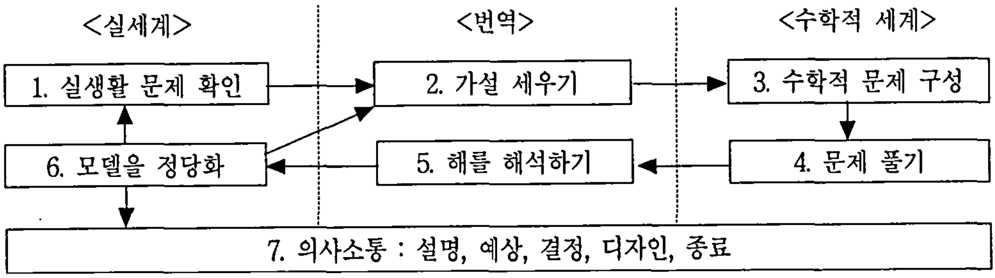
한편, 실세계와 수학적 세계와의 연결 형태에 따른 수학적 모델링 단계를 구분한 과정들도 있다. Burghes(김수미, 1993, 재인용)가 1986년에 구성한 수학적 모델링의 과정은 문제상황을 조직화하고 변수를 택하여 변수들 사이의 관계를 결정하고, 이 변수들과 그 관계들을 구체화하는 모델을 세우고 그 모델을 검증하는 공식화된 구조를 갖는다.



<그림 II-2> Burghes의 수학적 모델링 과정(1986)

왼쪽 사각형은 비 수학적인 상황의 문제가 일상 언어로 제시된 실세계를 표현한다. 그 문제를 적절히 표현할 수 있는 중요한 변수를 선택하고 문제의 특징을 나타내는 변수 사이의 관계를 설정함으로써 실세계의 문제상황은 오른쪽 사각형인 수학적 세계의 문제로 바뀌고, 이렇게 만들어진 수학적 문제를 풀고 그 해를 원래의 문제 상황에 비추어 해석함으로써 수학적 세계의 문제는 다시 실세계의 문제로 환원된다.

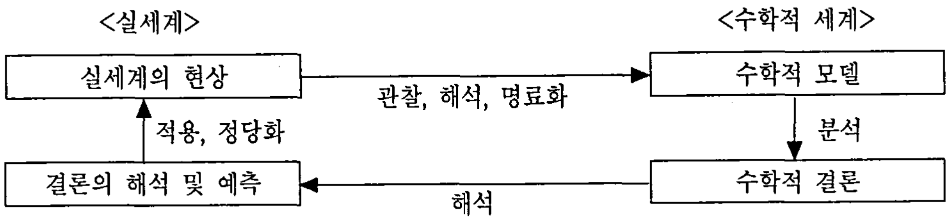
Galbraith & Clatworthy(1990, 재인용)는 수학적 모델링 과정의 단계를 <그림 II-3>에서 보듯이 7단계로 나누었다.



<그림 II-3> Open University의 모델링 단계도(1990)

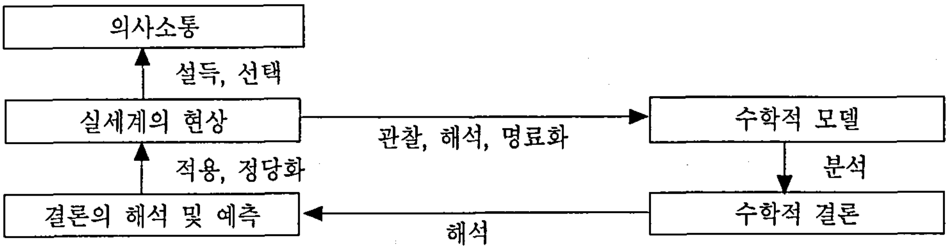
위 그림에서 가운데에 위치한 두 개의 상자 즉, 이 단계와 오 단계는 문제가 발생한 실세계와 추상적 수학의 세계를 연결하는 다리 역할을 하는 것으로서, 실세계의 문제를 수학적 문제로 번역하고 수학적 문제의 해를 실세계의 해로 해석하는 활동 등이 이에 해당한다. 이러한 반복적인 모델링의 과정을 거쳐 모델의 정당화가 끝나면, 다른 사람을 설득하고, 미래를 예측하여, 그에 따른 결정과 선택을 하는 의사소통 단계로 모델링을 마무리짓는다. 이 마지막 단계는 수학교육에 있어서 수학적 의사소통의 중요성을 강조하는 추세를 반영한 것이라고 볼 수 있다.

NCTM(1991)이 이를 보다 단순화하여 제시한 수학적 모델링 과정은 다음과 같다. 첫째, 문제 상황이나 현상을 관찰하여 문제를 인식하고, 그에 중요한 영향을 미치는 변수들을 파악한다. 둘째, 변수들 사이의 수학적인 관계를 추측하여 주어진 현상의 수학적 모델을 세운다. 셋째, 모델을 분석하여 수학적인 해를 구한다. 넷째, 구해진 해를 해석하여 주어진 문제상황의 답을 찾는다. 다섯째, 답을 문제상황에 비추어 보고 수학적 모델을 정당화하여 끝내거나 필요하면 모델을 수정하여 새로운 답을 찾는 과정으로 돌아간다. 이를 도식화하면 <그림 II-4>와 같다.



<그림 II-4> NCTM의 모델링 단계도(1991)

이상에서 다양한 모델링 과정에 관한 다양한 학자들의 견해와 설명을 살펴보았다. 본 고에서는 NCTM(1991)에서 제시한 모델링 과정에 Open University (1990)에서 제시한 모델링 과정 중 칠 단계인 의사소통의 단계를 추가하여 <그림 II-5>와 같은 모델링의 과정을 수학적 모델링의 지도 및 평가를 위한 자료 개발에 근거로 삼고자 한다.



<그림 II-5> 수학적 모델링 단계도

C. 수학적 모델링과 교육과정

수학적 모델링이란 용어의 사용이 낯선 이들도 있겠지만 수학적 모델링의 과정은 역사적으로 수학만큼이나 오래되었으며 인류의 중요한 인문·과학적 사고의 일대 개혁의 시점에서 효과적으로 이용되어 왔다. 수학적 모델링 과정에 대한 기록은 르네상스시대에 나타나기 시작한다.

Galileo와 그의 제자들은 지구의 표면에서 발사된 물체의 움직임에 대한 관찰 끝에 위로 던져진 투사체의 경로가 수학적 세계에 존재하는 포물선이라는 것을 결론지었다. 또, Kepler는 천체를 지속적으로 관찰한 결과, 행성의 움직임에 대한 기존 모델인 원형궤도에 모순이 있음을 발견하고, 새로운 모델 수립을 시도하는 중에 타원 궤도가 Tycho Brache의 관찰 자료와 일치한다는 것을 발견하고 행성의 움직임에 관한 법칙을 수립하였다. 17세기의 Newton은 사과가 나무에서 떨어지는 비수학적인 현상을 보고 수학적 가설을 세우고 실험과 관찰을 거듭한 결과 현대 물리의 근간이 되는 뉴튼식 역학 모델을 수립하였다(김수미, 1993).

이와 같이 수학적 모델링이 역사적으로 오래되고 중요한 활동이었음에도 불구하고, 전통적으로 학교교육에서는 수학적 모델링의 역할에 대한 언급과 지도가 미비했다. 수학적 모델링은 1960년대 수학 응용의 전통을 가진 영국에서 수학적 모델링이 학교수학에 도입되기 시작했다.

Burkhardt(1989)에 의하면, 1960년대 다른 교육기관에 비해서 독립적인 교수방법과 평가가 허용되는 영국의 대학과 초등학교에서 수학적 모델링을 가르치기 시작하였으며 특히 초·중·고등, 또는 대학들 보다 그 내부 시스템의 변화가 용이한 전문대학(polytechnics)에서 수학적 모델링의 지도가 성공적으로 이루어졌다.

영국의 이러한 변화는 미국의 초등학교에 영향을 미쳤으며(Burkhardt, 1989), 1970년대와 80년대에 걸쳐 수학의 응용을 통한 문제해결이 학교 수학의 초점으로 떠올랐고, 1989년에 NCTM은 "학교수학을 위한 교육과정과 평가규준(Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics)"이란 책에서 수학적 모델링을 강조하였다.

Blum과 Niss(1991)에 의하면 1980년대의 수학 교육에서는 문제해결, 모델링, 응용수학이 점차적으로 중요한 주제가 되고 있으며, 이러한 경향은 1979년 Pollack이 주재한 제 3회 International Congress on Mathematics Education(수학 교육의 국제 협의회, ICME-3), 1983년 Bell이 주재한

ICME-4, 1986년 Lesh와 그 동료들이 주재한 ICME-5 등에서 뚜렷하게 나타나고 있다. 특히 1983년 수학적 모델링의 지도를 주제로 한 협의회인 International Conferences on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications(ICTMA)가 조직되어 수학적 모델링 지도에 관한 교과서와 논문, 교재, 컴퓨터 소프트웨어 등이 활발하게 논의되고 있다.

D. 수학적 모델링과 평가

Herman 외(1992)에 의하면 평가는 학생의 학습 결과와 수업의 목표를 반영하고 있을 때 "나는 현재 어느 정도로 어떻게 잘하고 있는가?", "나는 어떻게 하면 더 잘할 수 있을까?"라는 물음에 대한 근거 있는 생산적이고 유용한 정보를 제공한다.

수학적 모델링은 그 본질상 많은 시간을 들여 종합적으로 평가되어야 한다(Clatworthy, 1989). 수학적 모델링은 문제를 파악하고, 변수를 선택하여 적절한 모델을 형성하며, 수학적 문제를 해결하여, 그 결과를 실생활에 비추어 해석한 것을 효과적으로 의사소통하는 것이 필수적이기 때문에, 수학적 모델링의 평가는 위의 학습 내용을 반영할 수 있어야 한다. 따라서 45분 동안 선다형 문제 30여 개를 푸는 것으로 대신할 수 없고, 단답형 문제도 그 학습 목표의 달성 정도를 파악하기에 적합하지 않다(Godbold, 1998).

위의 주장을 고려할 때, 수학적 모델링의 평가는 기존의 전통적 선택형 지필 평가가 아닌 대안적 평가를 통해 이루어져야 한다. 교사는 열린(open-ended)문제나 포트폴리오, 프로젝트 등의 수행과제를 제시하고, 관찰법 및 면담법 그리고 학생들의 풀이 과정을 분석적으로 또는 총체적으로 채점함으로써, 학생들의 수학에 대한 긍정적인 태도를 발전시키고 학생들이 자신의 성취에 대해 자신감을 느끼도록 도와줄 수 있다(Hikle, 1995).

또한 수학적 모델링은 대부분의 경우 협동학습의 형태로 이루어지기 때문에 수학적 모델링의 평가도 협동학습 형태를 반영하게 된다. 이 때, 협동학습은 학생들 간의 학문적 협동을 강화하여, 긍정적인 그룹 관계를 장려하고, 학생들의 자신감을 발달시킨다(Hikle, 1995)는 장점도 있으나, 평가에 있어서는 소그룹 상황에서 '개인의 공헌도' 문제를 불러일으키기도 한다. 이에 대해 Galbraith(1990)는 과제마다 조의 구성원을 바꾼다든지, 개인 면담의 비중을 높임으로써 해결되고 이 같은 문제를 해결할 것을 제안하고 있다.

모델링 평가에 대한 선행연구의 결과로 호주의 Galbraith와 Clatworthy(1990)가 제안한 모델링 평가 규준 및 기준표가 <표 Ⅱ-1>에 나와있으며, 문제해결 평가에 대한 선행연구로 미국의 여러 주에서 수행평가 채점 기준표가 발표되었다.

<표 II-1> Galbraith와 Clatworthy(1990)의 모델링 평가 규준 및 기준표

규준	기준 1	기준 2	기준 3
문제를 명확하게 설명할 수 있는 능력	단서가 주어졌을 때 만 진행할 수 있는가	주어진 정보에서 정확한 단서를 찾고, 그것을 명확한 수학적 표현으로 변형할 수 있는가	열린 문제이거나 주어진 정보가 불충분하거나 너무 많을 때에도, 문제를 명확히 할 수 있는가
변수를 선택하고 그들 사이의 관계를 찾아 적합한 모델을 세우는 능력	정보가 주어졌을 때만 진행할 수 있는가	중요한 요인은 결정하고, 최소한의 도움을 받아서 관계를 발전시킬 수 있는가	단서가 없을 때도 중요한 요인을 결정하고, 독립적으로 관계를 발전시킬 수 있는가
수학적 풀이, 해석, 정당화, 평가, 구체화 등을 포함하는 수학적 문제를 해결하는 능력	단서나 힌트 등을 통해서 상당한 도움이 주어진 문제를 풀 수 있는가	약간의 도움 또는 도움 없이 기본적인 문제를 풀 수 있는가	독립적으로 기본적인 문제를 풀 수 있고 모델을 구체화하고 평가할 수 있는가
쓰기와 말하기 형태로 결과를 의사소통하기	시각적, 구어로 정확하게 발표하여 합리적으로 의사소통할 수 있는가	보조도구를 사용하여 도움 없이도 명확하게 의사소통할 수 있는가	혁신이고 창조적인 모습을 포함한 뛰어난 발표로 명확하게 의사소통할 수 있는가

최연희, 권오남, 성태제(1998)에 의하면 미국의 수행평가 프로그램과 그 채점 도구들은 다음과 같다. Vermont주는 1990년부터 1991까지 2년 간 수학과 포트폴리오 평가 프로그램에서 수행 과제를 개발하였으며, 수학적 의사소통과 문제해결을 가장 본질적인 수학적 능력으로 보고, 모두 7개의 기준을 설정하여 분석적 채점 기준을 제시하였다. Wisconsin주는 1992년부터 1993년까지 2년간 8학년과 10학년 763명의 학생들을 대상으로 수학과와 문학과의 수행평가를 개발하고 실시하였으며, 총체적 채점 기준을 제시하였다. 1992년 Indiana 대학 평가 센터에서는 실제적인 상황을 수학적으로 문제화하여 수행평가 검사지를 개발하였으며, 수학과 수행평가 채점 기준으로는 수학적 추론, 개념적 지식, 수학적 의사소통, 절차의 네 가지 범주로 나누어 분석적 채점 방법을 도입하였다. Minnesota 주의 Minnepolis 수학적 문제 해결 평가 프로그램은 주 차원의 대규모의 수행평가를 실시하였으며, 이 평가에서 사용한 채점 기준은 문제 해결의 전략, 해답의 질, 수학적 의사소통, 수학적 반성과 연결성, 문장구조와 철자와 기능의 다섯 가지 범주로 나누어 분석적 채점법을 사용하였다.

위에서 살펴본 바를 요약하면, 호주와 미국의 수학과 수행평가 프로그램과 채점도구들은 대체적으로 분석적 채점법을 사용하였고, 그 범주는 크게 문제해결 과정의 측면과 의사소통의 측면으로 나누고 있다. 이는 최근 수학에서 중요하게 부각되고 있는 두 가지 주제를 그대로 반영한 것이다(최연희, 권오남, 성태제, 1998).

그러나 이러한 평가 기준들이 절대적으로 존재하는 것은 아니며, 교사가 평가하고자 하는 목표와 의도에 알맞게 수행 과제를 제작하고 그에 따른 채점 기준을 설정하는 것이 중요하다고 하겠다. 이에 본 고에서는 Galbraith와 Clatworthy (1990)가 제안한 모델링 평가 규준과 기준을 참고로 하여, 소그룹 활동을 통한 수학적 모델링의 평가 기준을 문제 해결 측면과 의사소통 측면, 그리고 정의적 영역 측면으로 나누고, 분석적 채점법을 채택하여 수행과제에 따른 구체적 채점 기준표를 개발하고자 한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 내용

A. 연구 방법

이 장에서는 앞장의 기초 연구를 토대로 하여 수학적 모델링을 활용한 수행 과제와 그 평가 기준안을 만들고자 한다. 그에 앞서, 현장의 요구를 수용하기 위하여 교사들을 대상으로 하여 학교 수학에서 수학적 모델링의 활용 가치와 그 가능성에 대한 설문조사를 실시하였으며, 설문 결과를 분석하여 중학교 함수 단원에서 활용이 가능한 과제들과 그에 대한 구체적인 평가 기준안을 개발하였다. 개발된 과제와 평가 기준안의 타당도는 현장교사를 중심으로 검증하였고, 신뢰도는 개발된 과제를 사용한 수학적 모델링 수업을 실시하여 얻은 결과를 교사 3명이 각각 채점하고 그 일치도를 구함으로써 검증하였다.

B. 연구 내용

1. 함수 단원의 선정 이유

함수 개념은 비례관계, 유리수, 확률, 변수 등과 같이 오랜 역사적 발생을 거쳐 세련되어 온 가장 강력한 개념으로 수학의 밑바탕에 폭넓게 스며 있는 기본적이면서도 포괄적인 개념이다. 이러한 함수가 학교 수학에 도입된 것은 20세기 초 독일에서 Klein이 '함수적 사고' 교육의 중요성을 강조한 교육 개혁을 주창한 이후이다(이문정, 2000). 함수의 개념은 대수영역에서 뿐만 아니라 수학 전체에서 가장 중요한 개념이라고 볼 수 있으며(O'Callaghan, 1998), NCTM(1989)은 수학에 있어서 통합 개념의 중요성을 강조하면서 함수가 중·고등학교 수학 교육과정에서 중심 조직 원리가 되어야 한다고 주장하고 있다.

한편, 수학적 모델링이란 현실 세계에서 얻어진 문제를 이해하는 것에서부터 출발하여 문제를 구조화하여 변수를 선택하고 그 변수들 사이의 관계에 대한 가설을 세우고 이를 수학적 표상으로 표현한 후, 실세계 자료를 사용하여 타당성을 검증하고 특정 해를 구하는 과정을 거친다(Edwards and Hamson, 1989). 여기서 언급된 "변수의 선택과 그 변수들 사이의 관계"가 곧 역사 발생적으로 본 함수의 출발점이라고 볼 수 있다. 따라서, 수학적 모델링 활동을 중등학교 수학교육의 중심 제재인 함수 지도에 통합하면 학생들의 함수 개념 습득 및 동기 유발, 그리고 더 나아가 수학의 가치를 인식하는데 큰 도움을 얻을 수 있을 것이다.

2. 연구내용

"일선의 수학 교사들은 수학적 모델링의 개념을 어느 정도 파악하고 있으며 학교 수학에의 활용 가치와 그 활용 가능성에 대해 어떻게 판단하는가?"를 알아보기 위한 연구문제 1을 위해서 설문 연구를 실시하였다.

설문지는 위의 목적을 달성할 수 있는 문항으로 자체 개발한 후, 지도교수의 조언을 얻어 수정, 확

정하였다. 설문지 문항은 다섯 부분으로 구성되어 있는데, A. 수학적 모델링에 대한 인식 정도와 활용 가치, B. 수학적 모델링 도입에 따른 장점과 현재 학교 수학에서의 활용 가능성, C. 수학적 모델링 도입의 방법과 예상되는 어려움의 세 부분으로 크게 나눌 수 있고, D와 E는 B와 A에서 수학적 모델링의 활용 가치와 활용 가능성에 대한 부정적인 대답의 이유를 기술, 선택하도록 되어 있다. 설문의 의뢰는 연구자 임의로 선정한 서울특별시와 경기도, 인천의 중·고등학교 수학 교사 47명(남7명, 여 40)을 대상으로 실시하였다. 설문 대상자의 구체적인 정보는 [표 Ⅲ-1]과 같다.

<표 Ⅲ-1> 설문 대상 교사 현황

구분	성별		연령				학교		경력			
	남	여	20대	30대	40대	50대	중	고	3년 미만	3~10년	10~20년	20년 이상
인원	7	40	14	19	12	2	23	24	12	14	16	5
백분율	14.9	85.1	29.8	40.4	25.5	4.3	48.9	51.1	25.5	29.8	34.1	10.6

설문 대상 학교는 연구자가 속한 대학원에 재학 중인 교사들이 재직하는 학교로 임의 선택하였으며, 설문지 회수에 걸린 시간은 일주일이었고, 회수율은 81.4%였다. 설문에 대한 반응을 분석하여 얻은 현장의 요구를 바탕으로 수학적 모델링 활동과제와 구체적 평가 기준안을 개발하는 연구 문제 2를 위해서 다음과 같은 순서를 따랐다.

가. 수학적 모델링 활동 과제 및 구체적 채점 준거 개발

교육부(1997)에서 고시한 수학과 교육 과정에서 "규칙성과 함수"영역의 7-가, 8-가, 9-가의 학습 목표를 확인하고, 수학적 모델링의 활동의 학습 목표와 그 목표에 맞는 과제를 선정하고 수학적 모델링을 활동 과제를 다섯 개 개발하였다.

또한 Galbraith와 Clatworthy(1990)가 제안한 모델링 평가 규준과 기준을 참고로 하여, 소그룹 활동을 통한 수학적 모델링의 일반적 평가 기준을 문제 해결 측면인 조별 보고서와 의사소통 측면인 조별 발표, 그리고 정의적 영역 측면인 개인 태도로 나누고 분석적 채점법을 채택하여 수행과제에 따른 구체적 채점 기준표를 개발한다. 조별 발표와 개인 태도의 평가는 수학적 모델링 활동 중에 평가하며, 조별 보고서의 평가는 수학적 모델링 활동을 끝낸 후, 조별 보고서를 수압하여 평가한다. 개발된 일반적 채점 기준표는 <표 Ⅲ-2>, <표 Ⅲ-3>, <표 Ⅲ-4>와 같다.

<표 III-2> 조별 보고서 채점 기준표

규준	0점	1점	2점	3점
문제를 이해하고 명확하게 설명할 수 있는 능력 (C1)	주어진 정보를 전혀 이해하지 못한 경우	주어진 정보에서 단서의 일부만을 이해한 경우	주어진 정보에서 단서의 대부분을 이해했으나 명확한 수학적 표현을 위해서 도움이 필요한 경우	주어진 정보에서 정확한 단서를 찾고, 그것을 명확한 수학적 표현으로 독립적으로 변형한 경우
변수를 선택하고 그 사이의 관계를 찾아 적합한 모델을 세우는 능력 (C2)	변수를 부적절하게 선택한 경우	변수를 올바르게 선택했으나 모델을 발전시키지 못하는 경우	변수를 올바르게 선택하고 약간의 도움을 받아 모델을 발전시킨 경우	변수를 올바르게 선택하고 독립적으로 모델을 발전시킨 경우
수학적 풀이, 해석 등 수학적 문제를 해결하는 능력 (C3)	수학적 풀이를 전혀 하지 못한 경우	수학적 풀이를 시도하였으나 계산상의 오류가 있거나 해석에 오류가 있는 경우	수학적 풀이가 대부분 맞았으나 해석 등이 오류가 있는 경우	독립적으로 수학적 문제를 풀고 올바르게 해석한 경우
모델의 정당화와 평가, 예측 그리고 반성적 사고를 포함하는 반성 능력 (C4)	모델을 정당화 또는 평가를 시도하지 않은 경우	단서나 힌트 등을 통해 모델을 평가 할 수는 있으나 비슷한 상황에 적용하지 못하는 경우	모델을 평가할 수 있고, 약간의 도움을 통해서 비슷한 상황에 적용하거나 새로운 모델을 제시할 수 있는 경우	독립적으로 모델을 평가하고 비슷한 상황에 적용할 수 있으며, 새로운 모델이나 한 모델을 세우는 다양한 풀이법을 제시할 수 있는 경우

<표 III-3> 조별 발표 채점 기준표

규준	0점	1점	2점	3점
쓰기와 말하기 형태로 결과를 의사소통하는 능력 (C5)	발표를 포기한 경우	구어로 발표하여 합리적으로 의사소통한 경우	보조도구 등을 사용하여 명확하게 의사소통한 경우	창조적인 모습을 포함한 뛰어난 발표로 명확하게 의사소통한 경우

<표 III-4> 개인 태도 채점 기준표

규준	1점	2점
문제 해결에 자신감을 가지고 적극적으로 토론에 참여하였는가?	보통이다.	매우 그렇다
창의적으로 문제 해결을 시도하였는가?	보통이다.	매우 그렇다.
조별 기록자 또는 발표자로 활약하였는가?	그렇다.	

이렇게 개발된 일반적 채점 기준안을 바탕으로 각 활동 과제에 맞는 구체적 채점 기준안을 작성하였는데, 채점의 신뢰도를 높일 수 있도록 모호한 표현보다는 구체적 용어와 지시를 통해 분명한 판단이 가능하도록 하였다. 배점은 문항의 중요도 및 난이도에 대한 연구자의 판단에 따라 이루어졌

으며, 과제에 따라 문항별 배점이 약간씩 차이가 있다. 단, 조별 발표에 대한 채점 기준과 개인 태도에 대한 채점 기준은 과제에 영향을 받지 않기 때문에 과제별로 구체적 채점 기준안을 제작하지 않고, 일반적 채점 기준안에 따르도록 하였다.

나. 수학적 모델링 활동의 내용 타당도와 채점 준거 내용 타당도 검증

개발된 활동 과제의 내용 타당도와 구체적 채점 준거 내용 타당도는 현직 교사 3인에게 5, 4, 3, 2, 1의 리커트 척도를 이용한 설문조사를 통해 검증하였다. 활동 과제의 내용 타당도를 구하는 설문 문항은 Herman 외(1992) '좋은 수행평가 과제의 기준'에 따라 구성하였으며, 그 내용은 '과제는 교수목표에 적합한가?', '과제는 분석과 종합과 같은 고등사고 능력을 반영하는가?', '과제는 학생들의 현재와 미래의 실제 생활에서 만날 수 있는 문제인가?', '과제는 모든 학생들에게 공정한가?', '과제는 교과내용의 수준에 적합하며 수업자료로서 가르칠만한 것인가?', '과제는 학생들의 의미있는 참여를 유도할 수 있는가?', '과제는 학교 혹은 학급에서 실행 가능한 것인가?'이다. 채점 준거 내용 타당도는 '채점 준거가 과제의 해당 문항에 대한 답변을 평가하는 데 적합한가?'를 검증하였다.

다. 현장 적용 및 평가도구의 분석

개발한 수학적 모델링 과제는 서울 소재 실업계 여자 고등학교 1학년 A반과 B반 학생 68명을 대상으로 실험을 실시하였다. 두 반의 학생들은 이미 엑셀 프로그램을 사용해서 주어진 함수식의 그래프를 그리는 수업을 두 시간 실시한 후였고, 수학적 모델링 수업은 3인 1조로 진행되었다.

조별 보고서는 수학적 모델링 활동 직후 수압하여, 3인의 현장교사가 이미 개발된 구체적 채점 기준안에 의해 평가하였다. 채점자 훈련은 연구자가 채점 교사들에게 과제의 목표와 각 문항에 대한 설명을 하고, 그 구체적 채점 기준을 연구자와 채점 교사가 함께 읽으면서 유의점을 강조하는 것으로 대치하였다. 각 채점자는 독립적으로 채점을 실시하되, 채점의 객관성을 유지하기 위해 모든 조별 보고서의 1번 문항 채점이 다 끝난 후에 2번 문항의 채점으로 넘어가는 방식을 취했다.

그런데, 수행평가의 경우에 평가의 결과로 얻는 측정치들은 평가자의 판단에 근거한 점수이기 때문에 검사도구들간의 안정성, 유사성, 동형성, 문항들 간의 일관성을 추정하는 대신에 관찰이나 판단들에 대한 일관성을 추정한다(최연희, 권오남, 성태제, 1998). 본 연구에서는 개발된 수행 과제에 대한 구체적 평가 기준안의 신뢰도를 구하기 위해 장경윤, 권오남, 최명례(1996)가 평가 도구의 신뢰도를 분석할 때 사용한 Leik의 '서열척도에서의 채점자간 일치도'를 적용하였다.

현장 적용 후 학생들의 답안을 검토해 본 결과, 학생들이 활동지의 문항에서 묻고자 하는 질문의 의도를 제대로 파악하지 못하는 경우와 평가 기준안 또는 교사 지침서에서 예상치 못한 답이 발견되는 두 가지 문제점이 발견되었다. 학생들이 문제의 의도를 제대로 파악하지 못하는 경우는 활동지의 문항을 보다 구체적이고 조직적으로 수정하였고, 예상치 못한 답안이 나온 문항은 교사용 지침서와 평가 기준안에 답과 기준을 추가하여 수정·보완하였다.

Ⅳ. 결과 및 분석

A. 수학적 모델링의 활용가치 및 가능성에 대한 교사 반응 분석

연구문제 1의 "학교 수학에서 수학적 모델링의 활용 가치 및 가능성에 대한 수학 교사들의 인식 조사"의 설문조사 반응을 분석한 결과, 설문 대상자들의 반 이상(57.4%)이 수학적 모델링의 개념과 도입의 필요성을 알고 있으며, 대부분(97.9%)이 학교 수학에 수학적 모델링을 활용할 가치가 있다고 응답하였다. 그러나 현재 학교 수학에서의 활용 가능성에 대해서는 긍정적 반응 47.8%, 부정적 반응 52.2%로 대략 반분되는 추세를 보였다. 부정적 반응의 원인으로는 과다한 학습량과 교사들의 경험과 학교의 수학용 기자재 부족, 그리고 구체적인 수업교재와 구체적 평가 기준안의 미비가 거론되었다.

<표 Ⅳ-1>는 수학적 모델링에 대한 인식 정도를 묻는 문항 A-1의 반응을 정리한 것이다.

<표 Ⅳ-1> 설문지 A-1 문항 반응 분석표

문항	보기	인원	백분율
A-1	① 알지 못한다.	3	6.4
	② 이름은 들어봤지만 개념을 정확히 알지는 못한다.	17	36.2
	③ 수학적 모델링의 개념을 알고 있다.	19	40.4
	④ 수학적 모델링 도입의 필요성과 방법 등을 알고 있다.	8	17.0
	⑤ 수학적 모델링의 구체적 활용방법과 평가 방법을 알고 있다.	0	0

이를 살펴보면, A-1의 수학적 모델링에 대한 인식정도를 묻는 문항에 전체 대상자의 57.4%가 수학적 모델링의 개념과 도입 필요성, 방법 등을 알고 있다고 응답하였는데, 구체적 활용과 평가 방법까지 알고 있는 교사가 이번 설문 대상자 중에 한 명도 없다는 사실은 유의할 만 하다.

<표 Ⅳ-2> 설문지 A-2, 3, 4 문항 반응 분석표

문항	보기	인원	백분율	보기	인원	백분율
A-2	① 중·고등학교	1	2.1	② 대학교	15	31.9
	③ 대학원	10	21.3	④ 일급 정교사 연수	3	6.4
	⑤ 직무연수	1	2.1	⑥ 동료 교사	7	14.9
	⑦ 기타	7	14.9	⑧ 들어본 적 없다	3	6.4
A-3	① 있다	8	17.0	② 없다	39	83.0
A-4	① 그렇다	46	97.9	② 아니다	1	2.1

수학적 모델링이라는 개념을 접한 경로는 [표 Ⅳ-2]의 A-2에 대한 반응에서 보듯이 다양했다. 특히 40대 응답자의 8.3%, 30대 응답자의 26.3%, 20대 응답자의 64.3%가 수학적 모델링을 대학교에서 접했다고 응답한 사실은 교사교육에서 수학적 모델링이 본격적으로 다루어지기 시작하였음을 나타낸다고 하겠다.

학교 수학에서 수학적 모델링의 활용 가치를 묻는 A-4에 대해서는 긍정적 반응이 97.9%로 나왔

으며, 이는 학교 수학에 수학적 모델링 도입의 정당화에 대한 교사들의 합의는 이미 이루어졌다고 해석할 수 있다. A-4에 부정정 반응을 보인 대상자는 문항 E에서 '교사들이 수학적 모델링을 잘 알지 못하기 때문에 수학적 모델링을 학교수학에 도입할 수 없다.'는 이유를 제시하고 있다.

<표 Ⅳ-3>에는 수학적 모델링 도입에 따른 장점과 현재 학교 수학에서의 활용 가능성에 대한 중복 반응이 요약되어 있다.

<표 Ⅳ-3> 설문지 B-1, 2 문항 반응 분석표

문항	보기	인원	백분율	보기	인원	백분율
B-1	① 심화학습	9	19.6	② 다양한 학습 경험	18	39.1
	③ 성취도 신장	2	4.3	④ 수학적 의사소통능력 신장	10	21.7
	⑤ 문제해결력 신장	27	58.7	⑥ 흥미 및 동기 유발	24	52.2
	⑦ 직업교육	4	8.7	⑧ 수학의 가치 인식	36	78.3
B-2	① 그렇다	22	47.8	② 아니다	24	52.2

B-1, B-2 문항의 반응을 분석한 결과, 학교 수학에 수학적 모델링 도입의 가치를 인정한 46명의 교사들은 그로 인한 장점으로 수학의 가치 인식과 문제 해결력 신장, 그리고 수학학습에 대한 흥미 및 동기 유발을 순서대로 꼽고 있지만, 그 활용 가능성에 대해서는 큰 차이 없이 양분되는 양상을 보이고 있다.

여기서 부정적 반응을 보인 대상자의 비율은 남교사의 42.9%, 여교사의 47.5%이며, 3년 미만 대상자의 50%, 3~10년 대상자의 42.9%, 10~20년 대상자의 50%, 2년 이상 대상자의 40%이므로, 성별 또는 경력에 큰 영향을 받지 않음을 알 수 있다. 이들은 문항 D에 대한 반응에 그 이유를 [표 Ⅳ-4]와 같이 제시했는데, 과다한 학습량에 부족한 수업시간, 교사의 수학적 모델링에 대한 지식과 경험 부족, 학생 수 과다, 기자재의 부족, 수업교재 및 구체적 평가 기준안의 부족 등의 순서로 나타났는데, 이는 앞에서 살펴본 Blum과 Niss(1991)의 주장에서 익히 짐작할 수 있는 내용이다.

<표 Ⅳ-4> 설문지 D 문항 반응 분석표

문항	보기	인원	백분율	보기	인원	백분율
D	① 학생 수 과다	7	29.2	② 과다한 학습량	20	83.3
	③ 기자재 부족	7	29.2	④ 교사의 시간적 부담	3	12.5
	⑤ 교사의 모델링 경험 부족	16	66.7	⑥ 교사의 기자재 활용 기능 부족	6	25.0
	⑦ 교재 및 평가기준안 부족	7	29.2	⑧ 평가에 드는 시간과 어려움	2	8.3
	⑨ 기타	1	4.5			

다음의 <표 Ⅳ-5>는 학교 수학에 수학적 모델링의 활용 가능성에 대해 긍정적인 반응을 보인 교사들을 대상으로 수학적 모델링 활동의 도입의 방법과 예상되는 어려움을 조사한 문항 C에 대한 반응을 정리한 것이다.

<표 Ⅳ-5> 설문지 C-1, 2, 3 문항 반응 분석표

문항	보기	인원	백분율	보기	인원	백분율
C-1	① 단원의 도입	4	18.2	② 단원의 전개	1	4.5
	③ 단원의 정리	12	54.6	④ 수행평가로 활용	2	9.1
	⑤ 독립된 단원	0	0	⑥ 교과 내 통합지도	3	13.6
	⑦ 교과 간 통합지도	0	0	⑧ 기타	0	0
C-2	① 학생 수 과다	6	27.3	② 과다한 학습량	14	63.6
	③ 기자재 부족	7	31.8	④ 교사의 시간적 부담	8	36.4
	⑤ 교사의 모델링 경험 부족	14	63.6	⑥ 교사의 기자재 활용 기능 부족	1	4.5
	⑦ 교재 및 평가기준안 부족	13	59.1	⑧ 평가에 드는 시간과 어려움	2	9.1
	⑨ 기타	1	4.5			
C-3	① 학생 수 축소	7	31.8	② 학습량의 축소	11	50.0
	③ 기자재 확충	10	45.5	④ 교육과정 및 교과서에 수록	4	18.2
	⑤ 교재 및 평가기준안 개발	16	72.7	⑥ 기자재 활용에 관한 보수교육	3	13.6
	⑦ 모델링에 관한 보수교육	13	59.1	⑧ 사범대 교육과정에 포함	1	4.5
	⑨ 기타	1	4.5			

C-1에서 응답자들은 수학적 모델링을 단원의 정리 부분에서 실생활 문제로 활용하려는 의도를 가지고 있으나, 시간에 비해 과다하게 배정된 학습량과 수학적 모델링에 대한 교사들의 지식과 경험 부족, 그리고 구체적 수업교재 및 평가 기준안 부족 순으로 어려움이 있을 것으로 C-2에서 예상하고 있다. 한편, C-3의 반응에서는 수학적 모델링을 학교수학에 도입하기 위해 가장 필요한 것은 구체적인 수업교재 및 평가 기준안의 개발(72.7%)과 교사들의 보수 교육(59.1%), 학습량 축소(50%), 수학교육용 기자재의 확충(45.5%) 순으로 나타났다. C-2와 C-3의 순위의 변화는 아마도 교사들에게 가장 시급하면서도 자신들과 교육 당국의 지원으로 해결 가능해 보이는 요인을 선택했기 때문이라고 보여진다.

이 설문 결과를 통해 본 고의 연구 문제 1에 대한 답을 함과 동시에 연구문제 2인 수학적 모델링을 활용한 수행과제와 구체적 평가 기준안 개발의 필요성이 명확히 입증되었다고 할 수 있겠다.

B. 개발된 수행과제와 구체적 평가 기준안의 타당도 및 신뢰도 검사 결과

위의 설문 결과를 바탕으로 개발된 수행 과제와 구체적 평가 기준안의 과제 내용 타당도와 채점 준거 내용 타당도, 그리고 채점자간 일치도에 대한 과제별 결과 분석 중 <과제 5>를 다음에 실었다.

주어진 실세계 자료의 관계를 테크놀러지를 사용하여 추측하고, 그 관계식을 통하여 미지의 것을 알아내도록 하는 <과제 5: 난 피자가 좋아!>의 내용 타당도와 채점자간 일치도 결과는 <표 Ⅳ-6>, <표 Ⅳ-7>, <표 Ⅳ-8>에 제시하였다.

<표 IV-6> <과제 5>에 대한 과제 내용 타당도 분석 결과

채점자	과제와 평가목표 간의 일치성	고등사고 능력 평가	과제의 실생활 반영도	과제의 공정성	교과내용과의 관련성	학생들의 참여유도 정도	실행 가능성
A	5	5	5	5	5	5	5
B	4	5	5	5	3	4	5
C	5	5	5	5	4	5	5
평균	4.66	5.00	5.00	5.00	4.00	4.66	5.00

<표 IV-7> <과제 5>에 대한 채점 준거 내용 타당도 분석 결과

채점자	조별 보고서 문항					
	1번	2번	3번	4번	5번	6번
A	5	5	5	5	5	5
B	5	5	5	5	5	3
C	5	5	5	5	5	4
평균	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	4.00

<표 IV-8> <과제 5>의 채점자간 일치도 분석 결과

문항	1번	2번	3번	4번	5번	6번
채점자간 일치도 평균	0.944	1	0.972	0.944	0.944	0.963

현직 교사 3인에게 5, 4, 3, 2, 1의 리커트 척도를 이용한 설문조사를 통해 검증한 내용 타당도 결과에 따르면 이 과제는 '교과내용과의 관련성'에서 3점, 4점, 5점을 받았는데, 3점을 부여한 이유로 '3원 일차 연립 방정식은 중학교 교육과정이 아니므로 적합하지 않다'는 의견이 제시되었다. 현장 적용 결과도 전체의 삼 분의 이에 해당하는 여덟 개의 조가 세 명의 채점자에게서 모두 0점을 받았다. 그러나 이는 역으로 이 과제가 수학적 창의력을 알아볼 수 있는 기회가 된다고 해석할 수 있다.

조별 보고서 채점 결과에 따른 채점 준거의 신뢰도는 Leik의 '서열척도에서의 채점자간 일치도'를 적용하였다. 세 채점자의 채점 결과가 일치할 때의 일치도가 1이므로 채점자간 일치도가 1에 가까울수록 채점 결과가 일치한다는 뜻이다. 본 연구에서 개발한 채점 기준안은 각 과제에 따른 구체적 채점 기준안이기 때문에, <표 IV-22>에서 보듯이 채점자간 일치도의 평균값이 모두 .9 이상으로 매우 높은데, 그 이유는 특히 이 과제가 테크놀러지를 이용하여 함수식을 얻도록 되어있고, 많은 문항이 대수적 풀이로 해결할 수 있었기 때문에 학생들의 성취 단계를 채점자가 객관적으로 알아볼 수 있기 때문이라고 생각된다. 이 때, 지필 방식으로 피자의 가격을 구하는 함수식을 세우는 방법을 묻는 6번

문항의 채점기준과 그 기준에 따른 실제 채점결과는 <표 Ⅳ-9>, <그림 Ⅳ-1>, <그림 Ⅳ-2>, <그림 Ⅳ-3>에 제시된 바와 같다.

<표 Ⅳ-9> <과제 5>의 6번 문항 평가기준

문항	규준	배점	0점	1점	2점	3점
6번	C4	3점	지필 방식으로 함수식을 구하려는 시도를 하지 않은 경우	미지수를 사용하여 피자 가격을 계산하는 함수식을 세우지 못했거나 함수식에 오류가 있는 경우	미지수를 사용하여 피자 가격을 계산하는 2차 함수식을 맞게 세웠으나 자료 대입에 실패한 경우	미지수를 사용하여 피자 가격을 계산하는 2차 함수식을 세우고 자료를 대입하여 올바른 연립방정식을 세운 경우

반지름	10	15	20
가격	8400	11500	16,000

$10 : 15 : 20 = 8400 : 11500 : 16000$

<그림 Ⅳ-1> <과제 5>의 6번 문항 1점 답안 예시

$a =$
$b =$

$y = ax^2 + bx + c$

<그림 Ⅳ-2> <과제 5>의 6번 문항 2점 답안 예시

반지름을 x라고 할때 면적을 구하기위해 식을 세운다면 x의 차수는 2차가된다.

① $8400 = \underset{(10^2)}{100a} \pm 10b + c$

② $11,500 = \underset{(15^2)}{225a} \pm 15b + c$

③ $16,000 = \underset{(20^2)}{400a} \pm 20b + c$

<그림 Ⅳ-3> <과제 5>의 6번 문항 3점 답안 예시

<그림 Ⅳ-1>의 답안은 비례식에서 멈추고 함수식을 세우지 못했으므로 1점을 부여했으며, <그림 Ⅳ-2>의 답안은 일반적 2차 함수식은 세웠으나 자료 대입에 실패하였으므로 2점을 부여했다. 그리고 <그림 Ⅳ-3>의 답안은 2차 함수식을 세우고 자료를 대입하여 연립방정식을 세웠으므로 3점을 부여하였다. 현장 적용 후에 수정, 보완된 과제 활동지(교사용 지침서)와 구체적 평가 기준표 중 <과제 5>를 <부록>에 실었다.

Ⅴ. 결론 및 제언

이 논문은 실생활에 기반을 둔 수학적 모델링을 학교 수학에 도입하기 위한 하나의 시도로써, 다음과 같은 연구문제를 설정하였다. 첫째, 일선 수학 교사들은 수학적 모델링의 개념을 어느 정도 파악하고 있으며 그 활용가치와 활용 가능성에 대해 어떻게 판단하고 있는가? 둘째, 중학교 함수 영역의 수학적 모델링 수행과제와 그에 따른 구체적 평가 기준안을 개발한다.

연구문제 1을 위해서는 교사들의 수학적 모델링에 관한 인식정도와 학교 수학에 도입하는 것에 대한 판단을 설문조사를 통해서 알아보았으며, 그 결과 얻어진 현장의 수요를 바탕으로 연구문제 2를 다루었다.

설문조사에서 얻은 수학적 모델링의 개념에 대한 인식정도, 그리고 수학적 모델링의 활용가치 및 활용 가능성에 대한 교사들의 반응은 다음과 같았다. 첫째, 설문 대상 교사들의 57.4%는 모델링의 개념과 학교 수학에의 도입의 필요성을 알고 있었으며, 설문 대상자들 중 97.9%가 학교 수학에 수학적 모델링을 활용할 가치가 있다고 응답하였는데, 그로 인해 예상되는 장점으로는 수학의 가치 인식, 문제 해결력 신장, 수학 학습에 대한 흥미 및 동기 유발 등을 순서대로 꼽았다. 둘째, 학교 수학에 수학적 모델링을 활용할 가치가 있다고 응답한 반응자 중 현재 학교 수학에 수학적 모델링 활용이 가능하다고 판단하는 교사는 47.8%로 나타났다. 수학적 모델링을 현재 학교 수학에 활용하는 것이 불가능하다고 답한 이유로는 과다한 학습량에 부족한 수업시간, 교사들의 수학적 모델링에 대한 지식과 경험 부족, 학생 수 과다, 기자재 부족, 수업교재 및 구체적 평가 기준안의 미비 순으로 나타났다. 셋째, 학교 수학에 수학적 모델링 활용이 가능하다고 판단한 교사들은 수학적 모델링을 주로 단원의 정리 부분에서 실생활 문제로 활용할 의도를 가지고 있었으며, 그를 위해 가장 시급한 것은 구체적인 수업교재 및 평가 기준안의 개발(72.7%)과 교사들의 보수 교육(59.1%), 학습량 축소(50.0%), 그리고 수학 교육을 위한 테크놀러지 도구의 확충(45.5%)을 꼽았다.

이상에서 파악한 현장의 요구를 수용하여, 본 연구에서는 중학교 함수 영역의 수학적 모델링을 활용한 수행과제 및 구체적 평가 기준안을 개발하였다. 개발된 다섯 개의 수행과제와 그 구체적 평가 기준안에 대해서는 3인의 현직 교사에게 과제와 목표간의 일치성, 수학적 고등 사고 능력의 평가, 과제의 실생활 반영도, 통합 교과적 접근, 평가 과제의 공정성, 교과 내용과의 관련성, 학생들의 참여 유도 정도, 과제의 실행 가능성의 여덟 개 항목으로 나누어 타당도 판단을 의뢰하였는데, 그 중 네

개의 수행과제에 대해 리커트 척도 5단계 중 4이상의 타당도를 인정받았다. 따라서, 본 연구에서 제작한 네 개의 수행 과제들은 수행과제가 갖추어야 할 기본 조건들을 만족한다고 볼 수 있다.

또한 수학적 모델링을 활용한 수행 과제의 평가에 대한 신뢰도는 수학적 모델링 활동 과제의 현장 적용 후 3인의 현직 교사 사이의 채점자간 일치도로 검증하였는데, 각 과제 또는 문항마다 차이는 있으나 모두 .8 이상의 높은 일치도를 보였다. 이는 과정 평가를 중시하는 수행평가로 그 성취 정도를 파악할 수밖에 없는 수학적 모델링의 경우, 각 수행과제에 따른 구체적 평가 기준안의 마련이 곧 채점자에 관계없이 신뢰로운 평가를 가능하게 하며, 교사들의 수행평가로 인한 평가의 어려움을 덜어줄 수 있는 길임을 알려 준다.

이상의 연구 결과로부터 수학의 가치를 인식시키고 문제 해결력을 신장시키기 위해 수학적 모델링을 학교 수학에 도입하는데 있어서의 제언은 다음과 같다. 첫째, 설문에 응한 교사들의 반응에서 알 수 있듯이, 수학적 모델링을 학교수학에 도입하는 것에 대한 교사들의 불안감 및 저항감을 해소하기 위해서는 구체적인 수업 자료 및 평가 기준안의 개발 못지 않게 수학적 모델링에 관한 재교육과 수학적 모델링의 실제적인 경험이 교사들에게 절대적으로 필요하다. 둘째, Blum과 Niss(1991)의 지적에서 예상할 수 있지만, 개발된 과제를 현장에 적용할 때 비수학적으로 보이는 새로운 형식의 수학적 모델링에 거부감을 표시하는 학생들이 있었다. 이러한 학생들의 어려움을 덜어주기 위해서는 수학적 모델링이 쉬운 수준의 과제로 저학년부터 도입되어야 한다. 셋째, 수학적 모델링을 학교 수학에 도입하기 위해서는 실생활의 생생한 자료들을 다룰 수 있어야 하는데, 그를 위해서는 다양한 자료를 다루고 분석하기 위한 테크놀러지의 보급과 사용이 장려되어야 하고 반드시 그 활용 방법이 학교 수학에서 다루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

김경자 역 Herman, J.L. & Aschbacher, P.R. & Winters, L. (2000). 수행평가 과제 제작의 원리와 실제, 서울: 이화여자대학교 출판부.

김수미 (1993). 중등학교에서의 수학적 모델링에 관한 고찰, 서울대학교 대학원 교육학 석사학위 청구논문.

교육부 (1997). 제 7차 수학과 교육과정, 서울: 교육부

우정호 역 Polya, G. (1987). 어떻게 문제를 풀 것인가, 서울: 천재교육.

이문정 (2000). 중학교 수행평가에서 의사소통능력에 초점을 둔 함수단원의 평가 기준표 개발, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.

장경윤 · 권오남 · 최명례 (1996). 중학교 수학 수행 평가 문항의 개발 및 그 활용 가능성의 탐색, 교과 교육 공동 연구 결과 보고서.

정은실 (1993). 응용과 모델구성을 중시하는 수학과 교육과정 개발 방안 탐색. 한국수학교육학회지

시리즈 A <수학교육>, **30(1)**, pp.1-19.

최연희·권오남·성태제 (1998). 중학교 영어·수학 교과에서의 열린 교육을 위한 수행평가 적용 및 효과 분석 연구. 이화여자대학교 사범대학.

Blum, W. (1989). *Applications and Modelling in Learning and Teaching Mathematics,* Chichester, UK: Ellis Horwood Limited.

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied Mathematical Problem Solving, Modelling, Applications, and Links to other Subjects-State, Trends and Issues in Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics* 22, pp.37-68.

Clements, D. (1989). *Mathematical Modelling.* Cambridge University Press.

Doerr, H. M. (1995). *An Integrated Approach to Mathematics Modelling: A Classroom Study.* A paper presented at the Annual Meeting of the American education Research Association, April 18, San Francisco, CA.

Edwards, D. & Hamson, M. (1989). *Guide to Mathematical modelling.* Boca Raton, FL: CRC Press.

Galbraith, P.L. & Clatworthy, N.J. (1990). Beyond standard models-Meeting the challenge of modelling. *Educational Studies in Mathematics* 21, pp.137-163.

Godbold, L. (1998). Why Modelling Matters. *The Nature and Role of Algebra in the K-14 Curriculum.* Proceeding of a National Symposium. (Washington, DC, May pp.27-28, 1997)

Hikle, E. V. (1995). *Mathematical Modelling. Fastback* 392. Bloomington, Ind.: Phi Delta Kappa Educational Foundation.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics.* Reston, Va.

Niss, M. (1994). Mathematics in society. In Biehler, R. et al. (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline,* pp.367-378. Boston : Kluwer Academic Publisher.

O'Callaghan, B.R. (1998). Computer-Interactive Algebra and Students' Conceptual Knowledge of Function. *In Journal for Research in Mathematics Education* **29(1)**, pp.21-40.

Swetz, F. & Hartzler, J.S. (1991). *Mathematical modelling in the secondary school curriculum.* Reston, Va: NCTM.

<부록-1> <과제 5. 난 피자가 좋아!> 수학적 모델링 활동 과제

난 피자가 좋아!

2002년 월 일 요일 교시	( )번 이름 :
제 학년 반 조	( )번 이름 :
기 록 자 :	( )번 이름 :

나는 피자를 제일 좋아한다. 우리 집 근처에는 [피자피자]라는 피자집이 있는데, 유명 브랜드는 아니지만 맛과 서비스가 좋아서 많은 사람들이 이용한다. 하루는 [피자피자] 앞을 지나는 데, 새로운 안내문이 눈에 띄었다. "저희 [피자피자]에서는 고객여러분들의 성원에 힘입어 지름 50cm 짜리 **'패밀리 피자'**와 지름 12cm 짜리 **'일인용 피자'**를 이번 주말부터 판매할 예정입니다. 그동안 라지 사이즈의 피자도 부족하다고 느끼셨던 분들이나 혼자서고 피자의 참맛을 느끼고 싶으셨던 분들의 많은 애용 바랍니다." 그 날 저녁 집에 와서 나는 식구들에게 오는 토요일에 [피자피자]의 새로운 메뉴 '패밀리 피자'를 시켜 먹자고 졸랐다. 엄마는 나의 성화에 못 이겨 '패밀리 피자'의 가격을 물어보셨다. 그러나 가격은 안내문에 나와있지 않았기 때문에 난 대답할 수가 없었다. 그러자 엄마는 웃으시며 제안을 하나 하셨다. 내가 '패밀리 피자'와 '1인용 피자'의 가격을 합리적으로 계산해서 맞추면 이번 토요일에 '패밀리 피자'를 주문해주시겠다는 것이었다. 아~, 불행히도 우리엄마는 '수학선생님'이었던 것이다. 난 집에 있던 [피자피자]의 주문 메뉴판을 가지고 '패밀리 피자'의 가격을 맞춰 보기로 하였다. 난 이번 토요일에 피자를 먹을 수 있을까?

	라이트 사이즈	레귤러 사이즈	라지 사이즈
양	2인용	3~4인용	5~6인용
피자 지름	20 cm	30cm	40cm
피자 가격	8,400원	11,500원	16,000원

(단, [피자피자] 에서는 얇은(thin) 피자만 판매한다.)

1. 내가 이미 알고 있는 것과, 여기서 알고 싶은 것은 무엇인지 자세히 기록하시오.
2. 피자 가격을 계산하는 함수식을 세우기 위해 필요한 문자들을 정의하세요.
3. 엑셀을 이용하여 자료를 분석하여 얻은 함수식은 무엇인가?
4. 3번의 함수식을 이용해서 '패밀리 피자'의 가격을 구하면?
5. 3번의 함수식을 이용해서 '1인용 피자'의 가격을 구하면?
6. 우리가 만약 계산기나 컴퓨터 등 과학기계의 도움 없이, 종이와 연필만 가지고 피자 가격을 계산하는 함수식을 찾아야 한다면 어떻게 해야할지 논의하고, 그 답을 구하는 과정에서 식을 세우세요.(복잡한 풀이는 생략해도 됩니다.)

<부록-2> <과제 5. 난 피자가 좋아!> 수학적 모델링 활동의 구체적 평가 기준표

1. 조별 보고서 채점 기준표 (12점)

문항	규준	배점	0점	1점	2점	3점
1번	C1	2점	문제를 이해하지 못한 경우	자신이 알고 있는 정보 또는 구하고자 하는 것 중의 하나에 오류가 있는 경우	자신이 알고 있는 정보와 구하고자 하는 것 모두 바르게 구한 경우	
2번	C2	1점	독립변수와 종속변수 선택에 오류가 있는 경우	독립변수와 종속변수를 바르게 선택한 경우		
3번	C2	2점	자료를 분석하여 함수식을 얻는데 실패한 경우	자료를 분석하여 함수식을 얻었으나, 함수식의 차수 결정에 실패한 경우	자료를 분석하여 알맞은 차수의 함수식을 얻은 경우	
4번	C3	2점	올바른 x값을 선택하지 못한 경우	올바른 x값을 선택했으나 계산에 오류가 있는 경우	올바른 x값을 선택하여 y값을 얻고 알맞은 답을 쓴 경우	
5번	C3	2점	올바른 x값을 선택하지 못한 경우	올바른 x값을 선택했으나 계산에 오류가 있는 경우	올바른 x값을 선택하여 y값을 얻고 알맞은 답을 쓴 경우	
6번	C4	3점	지필 방식으로 함수식을 구하려는 시도를 하지 않은 경우	미지수를 사용하여 피자 가격을 계산하는 함수식을 세우지 못했거나 함수식에 오류가 있는 경우	미지수를 사용하여 피자 가격을 계산하는 2차 함수식을 맞게 세웠으나 자료 대입에 실패한 경우	미지수를 사용하여 피자 가격을 계산하는 2차 함수식을 세우고 자료를 대입하여 올바른 연립방정식을 세운 경우
계			12점			

2. 조별 발표 채점 기준표 (3점)

규준	0점	1점	2점	3점
쓰기와 말하기 형태로 결과를 의사소통하는 능력 (C5)	발표를 포기한 경우	구어로 발표하여 합리적으로 의사소통한 경우	보조도구 등을 사용하여 명확하게 의사소통한 경우	창조적인 모습을 포함한 뛰어난 발표로 명확하게 의사소통한 경우

3. 개인 태도 채점 기준표 (5점)

규준	1점	2점
문제 해결에 자신감을 가지고 적극적으로 토론에 참여하였는가?	보통이다.	매우 그렇다
창의적으로 문제 해결을 시도하였는가?	보통이다.	매우 그렇다.
조별 기록자 또는 발표자로 활약하였는가?	그렇다.	