韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 14집, 2002. 8. 273-295.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 14, Aug. 2002. 273-295.

중등학교에서의 통계 지도 방향 탐색

- 대표값과 분산, 표준편차를 중심으로-

김 창 일 (단국대학교)
전 영 주 (당진고등학교)

통계는 연역적 사고를 강조하는 수학의 다른 영역과 달리 귀납적 추론과 직관적 사고를 요구한다. 따라서 학교 수업에서 학생들이 실제적인 상황을 모델링 할 수 있도록 하며, 주어진 상황에서 자료를 올바르게 산출하고 분석 할 수 있도록 적절한 지도 방법이 필요하다. 그렇지만 학교 수업은 대다수 알고리즘 연습 위주의 통계 학습-지도로 통계적 사고 교육이 제대로 이루어지지 못하고 있다. 이로 인해 학생들은 형식적인 통계 처리에는 익숙하지만 통계 교육의 궁극적 목적인 변이성과 자료를 현명하게 다루는 능력이 부족하다. 본고에서는 피상적인 기계적 계산위주의 통계교육에서 실제적인 자료를 수집하고, 이를 적절히 가공 처리하여 정보의 가치를 높일 수 있는 통계 지도 방향을 탐색해 보고자 한다.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

수시로 의사결정을 하며 살아가는 현실에서 주변의 자료는 귀중한 정보이며, 이러한 자료를 적절히 가공하여 그 가치를 높이는 것 또한 합리적인 의사결정을 하는데 큰 도움을 제공한다. 여기서 자료를 적절히 가공하고 가치를 높일 수 있도록 학교 수학에서 지도할 수 있는 단원이 '통계'이다.

통계교육에 있어 Moore(1992)는 통계적 자료의 맥락에 따라 자료의 의미가 해석되고 자료의 특성에 따라 분석방법이 결정된다며, 통계 실제와 자료분석으로부터의 통계교육을 주장하였고, Freudenthal(1973)은 기계적인 통계치의 계산보다는 실제적인 자료를 수집하여 이를 표현하고 처리하는 경험을 통해 통계의 기본적인 원리를 이해하도록 함으로써 자료에 대한 비판적인 추론능력을 개발하여야 한다고 주장하였다. 또한, Curcio(1989)는 자료의 분석, 비교, 추론을 '자료를 살펴라, 자료 사이를 살펴라, 그리고 자료 너머를 살펴라'는 세 가지 관점으로 학교에서의 통계교육을 주장하였다.

그러나 흔히 학교 수업에서는 상급학교 입시 준비를 위한 단편적인 지식 습득이나 알고리즘 연습을 위주로 하는 통계 지도로- 예를 들어, 우리 나라 교과서에서 산술평균은 성적이나 몸무게 등의 자료 또는 도수분포표가 주어지고 그에 대한 평균을 구하는 것으로 되어 있다. 더욱이 '다음 자료의 평균을 구하여라. 76, 80, 84, 78, 82'와 같이 자료의 배경 맥락이 없이 평균을 구하는 계산에 중점을 두는 경향이 있다(박영희, 2001). 이것은 감추어진 평균의 의미를 간과한 것으로 우정호(2000)의 '자료의 특성에 따라 대표값으로 평균 및 최빈값과 함께 저항성이 있는 중앙값을 적절히 사용하도록 해

야 한다'와 박영희(2001)의 '맥락과 자료에 알맞은 대표값을 적용하고 그 결과를 분석하기 위해서 학생들이 여러 대표값들이 각각 적용되는 상황을 통해 그 의미와 적용범위를 알도록 해야 한다'는 주장과는 차이가 있다.- 통계의 유용성과 탐구의 실제적 특성을 저해하는 교육으로 이루어지고 있는 실정이다. 이로 인해 학생들은 형식적인 통계 처리에는 익숙하지만 자료를 현명하게 다루는 능력이 부족하게 되고, 통계적 사고의 본질 이해의 한계를 드러내고 있다.

이런 점에서 교육부(1997)와 NCTM(2000)은 앞으로의 통계영역 지도방향을 명확히 제시하고 있다. 교육부가 1997년 고시한 7차 교육과정에서 '확률과 통계' 단원은 실생활에서 접하는 자료를 효율적으로 조사, 정리, 분석해 봄으로써 유용한 정보를 얻는데 효과적인 도구가 통계적 방법임을 알 수 있게 하며, 창의적인 문제 해결에 적용할 수 있도록 실제적이면서 통합적인 지도를 하도록 요구하고 있다. 또한 NCTM에서는 학교수학에서 자료의 분석, 통계와 확률을 가르치는 목표를, 1) 문제를 제기하고 그 문제에 답하기 위하여 자료를 수집하고, 조직하며 표현할 수 있다. 2) 외삽적인 방법으로 자료를 해석할 수 있다. 3) 자료에 근거한 추론, 예측, 논의를 전개하고 평가할 수 있다. 4) 승률과 확률의 기본 개념을 이해하고 적용할 수 있다는 것으로 설정하고 있다.

따라서 학교 통계교육에서 학생들이 직접 경험하고 있는 실제적 상황의 모델에서 자료의 맥락과 특성에 따라 그리고 숨겨진 자료의 정보를 탐구, 분석하는 탐색적 자료분석의 지도방법을 통해 학생들이 정보의 가치를 높여주는 통계의 유용성을 깨닫도록 하는 것이 중요하다.

이에, 본고에서는 교사와 학생들에게 중·고등학교에서 다루고 있는 대표값과 분산 표준편차를 중심으로 필자가 제작한 탐구문제를 투여한 후, 그 결과를 고찰하여 통계 지도 방향을 탐색해 보는데 있다.

2. 연구의 과제

본 연구의 목적을 실현하고자 다음과 같은 문제를 설정하였다.

1) 교사와 학생들의 문제 의식을 통해 대표값과 분산, 표준편차를 중심으로 통계지도 방향을 모색해 본다.
2) 통계교육에 대한 교사와 학생들의 태도를 살펴본다.

Ⅱ. 대표값과 산포도의 지도

앞으로의 학교수학은 "평균을 어떻게 구할 것이냐?"하는 컴퓨터 시대에 맞지 않는 현행 교과과정에서, 학생들이 덜 지겨워하고 흥미와 창의성을 더해주는 "얻어진 평균을 어떻게 해석할 것이냐?"하는 문제(이영하, 2001)[1]로 학습-지도의 중심을 옮겨야 할 것이며, 무엇보다 통계 교육은 귀납적 추론

1) 중학교 이후에서는 평균이 대표값의 하나로 소개되고 있는데, 대표값의 정의가 문제다. 자료의 특성을 대표한다고 되어 있는데, 자료의 특성은 여러 가지가 있다. 그렇다면 자료의 특성을 나타내는 최대값, 최소값, 범

과 직관적 사고 배양 체계로의 변화가 요구된다.

1. 산술평균

대표값에는 평균, 중앙값, 최빈값이 있고, 평균은 자료의 특성에 따라 산술평균, 기하평균과 조화평균으로 구분하고, 또 산술평균은 단순평균(simple mean)과 가중평균(weight mean)으로 구분할 수 있다. 산술평균은 대표값 중에서 가장 널리 사용되는데, 그 안에 추정, 상호조정, 균형점, 공평함과 재분배, 오차의 최소화 등 여러 의미가 있다(박영희, 2001). 산술평균은 중심(中心)이 아니고 중심(重心)이다. 산술평균은 자료의 무게중심을 표시하는 변량이 되며, 모든 자료의 값이 평균에 반영되었다는 특징을 가지고 있다. 또한 산술평균은 분포의 특성치 예측에 이용되는 이상적인 값이며, 여러 가지 대수적 연산이 가능하다. 예를 들면 평균의 선형변환은 대표적인 예이다. 그러나 산술평균은 극단적으로 큰 값 또는 작은 값인 극단점의 영향을 받는 단점을 가지고 있다. 극단점의 영향을 제거하기 위하여 수정평균(modified mean)을 구하여 이용하기도 한다. 수정평균은 자료의 수가 적을 때에는 최대값과 최소값을 제외한 평균이고, 자료의 수가 많을 때에는 순서통계량에서 양극단의 25%의 자료를 제외한 평균인 절사평균(trimmed mean)이 된다.

【탐구문제1】 투자전략 중에 이동평균선과 현재 주가와의 이격도를 분석하는 방법이 있다. 이격도(◆ 이격도 = 주가/이동평균치 × 100(%))는 주가와 이동평균선과의 괴리정도를 말하는 지표로 당일의 주가를 이동평균치로서 나눈 백분율로서 이용한 투자기법이다.

구분	이격도 상태	매입시점	매도시점
상승국면의 경우	*25일 이동평균선과의 관계	98%	106%
	*75일 이동평균선과의 관계	98%	110%
하락국면의 경우	*25일 이동평균선과의 관계	92%	102%
	*75일 이동평균선과의 관계	98%	104%

다음의 표는 S전자의 최근 한달 동안의 주식 시세이다. 예를 들어 5월 6일 기준 25일(4월 1일부터 5월 6일) 이동평균치는 388,600원이다. 이 때, 5월 7일 주식 시장이 열린 가운데 S전자의 주가가 장중 350,000원이라면 이격도를 구하여 이날 투자를 해야되는지 알아보면 이격도는 350,000원/388,600원 × 100(%)≒90.07(%)이다. 따라서 이격도 상태가 25일 이동평균선과의 관계를 보면 92%이하이므로 투자를 해도 괜찮다는 추정을 할 수 있다(단, 기준일 현재 하락국면의 경우로 본다). 그렇다면 5월

위, 분산, 표준편차, 기타 무슨 숫자이든지 대표값이 될 수 있다. 따라서 대표값은 '수치적 자료의 중앙을 나타내는 값'으로 정의를 분명히 해줄 필요가 있고, 그런 정의에 비추어 본 평균의 역할과 기능에 대한 충분한 논의를 거쳐야 할 것이다. (p235). 참고적으로 <10-가 단계> 대부분의 교과서가 자료 전체의 특징을 대표적으로 나타내는 수를 자료의 대표값으로 정의하고 있고, 교과서(이강섭 외 6인, 2002a)는 자료의 중심의 위치를 대표적으로 나타내는 값을 대표값으로, 교과서(최봉대 외 6인, 2002)에서는 자료 전체의 중심적인 경향이나 특성을 하나의 수로 나타내어 자료 전체를 대표하는 값을 대표값으로 정의하였다.

13일 기준 25일 이동평균치를 구하고, 그 결과를 이용해서 5월 14일 현재 장중의 주가가 340,000원일 때 투자를 해도 괜찮은지 추정하여 보자(단, 기준일 현재 하락 국면[2]으로 본다.)

(단위: 원)

2002년 4월1일	374000	4월16일	389000	4월30일	382000
4월2일	398500	4월17일	406000	5월1일	382000
4월3일	404000	4월18일	406500	5월2일	379500
4월4일	389000	4월19일	396000	5월3일	370000
4월8일	389000	4월22일	410000	5월6일	348000
4월9일	369000	4월23일	427000	5월7일	352000
4월10일	356000	4월24일	432000	5월8일	362500
4월11일	359500	4월25일	413000	5월9일	362000
4월12일	369000	4월26일	400000	5월10일	334000
4월15일	385000	4월29일	381000	5월13일	

이러한 통계적 실험을 통하여 통계적 사고에 대한 학생들의 이해를 높일 수 있고, 실생활에서 이용되는 주가의 이동평균선은 이동산술평균이라는 다른 방식을 이해하도록 지도할 수 있다. 그러면서 산술평균은 특이점으로부터 자유롭지 못한 약점을 갖고 있음을 알려 줄 수 있다. 또한 최근 경제에 대한 학생들의 관심과 연계해서 경제 문제를 통계 학습-지도에 활용할 수 있을 것이다.

【탐구문제2】 환경부고시 제2000-31호 소음·진동규제법 제7조의 규정에 의한 소음·진동공정시험방법(환경부고시 제 1995-10호)중 환경기준의 측정방법은 다음과 같다.

(1)낮시간대(06 : 00~22 : 00)에는 당해지역 소음을 대표할 수 있도록 측정지점수를 충분히 결정하고, 각 측정지점에서 2시간이상 간격으로 4회이상 측정하여 산술평균한 값을 측정소음도로 한다.

(2)밤시간대(22 : 00~06 : 00)에는 낮시간대에 측정한 측정지점에서 2시간 간격으로 2회이상 측정하여 산술평균한 값을 측정소음도로 한다.

단위 (Leq dB)

지역구분	09 시	12 시	16 시	20 시	23 시	01 시
일반(지점 1)	51	51	50	52	44	40
일반(지점 2)	51	50	52	50	44	41
일반(지점 3)	49	48	46	49	43	40
도로변(지점 1)	72	72	74	75	70	66
도로변(지점 2)	71	72	70	71	67	64

※2001년도 1/4 분기 서울, 용산구 이태원동지역의 환경소음측정치임(출처: http://www.me.go.kr/).

1. 위자료를 보고 어느 지역의 소음이 가장 심한지 낮과 밤 시간대별로 찾아보자.

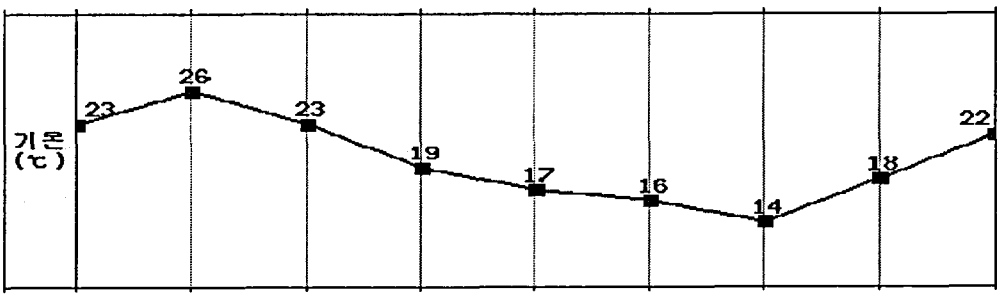
2) 상승국면, 하락국면에 대한 자세한 설명은 본 연구의 한계를 넘어선다.

2. 환경부(http://www.me.go.kr/) 자료를 이용하여 내가 사는 지역에서 소음이 가장 심한 곳은 어디인지 알아보자.

컴퓨터 데이터 베이스로부터 필요한 정보를 수집하고, 단순하게 설계된 표본보다는 인터넷의 발달로 인한 자료 산출의 지도가 보다 의미 있게 다루어지도록 할 수 있다. 그래서 기존의 자료 정리보다는 실제적인 문제를 해결하는 자료처리 능력을 기르도록 지도할 수 있다.

【탐구문제3】 기상청에 따르면 일평균 기온이란 매일 3시, 6시, 9시, 12시, 15시, 18시, 21, 24시의 8회 관측치를 산술 평균한 것이라고 한다. 그렇다면 아래 꺾은선 그래프를 보고 5월 21일의 일평균 기온을 구하여라. 그리고 하루 중 최고 기온과 최저 기온의 평균과 일평균 기온과는 어느 정도의 오차가 있는지 알아보자.

시간	2002년 5월 21일(화)							
	00-03	03-06	06-09	09-12	12-15	15-18	18-21	21-00



학생들에게 일평균 기온은 하루 중 최고 기온과 최저 기온의 산술평균이 아님을 지도하고, 8명을 모둠으로 하여 하루동안 한명의 학생이 각 1회씩 8회 기온을 관측한 후 일평균을 구하도록 하는 실험을 할 수 있을 것이다. 또 시간의 변화에 따른 자료는 꺾은선 그래프를 이용한다는 것과 주어진 그래프를 해석하도록 지도할 수 있다. 그리고 학생들에게 "월평균 기온은 어떻게 구해야 할까? 연평균 기온은 어떻게 구해야 할까?'란 문제를 제시하여 월평균 기온과 연평균 기온을 구하는 방법을 추정해보도록 할 수 있다.

【탐구문제4】 서울 소재 S대학의 2003학년도 수시 2학기 모집 요강에서 일부를 발췌 수정한 것이다. 학생부성적은 교과성적 90%, 출석성적 10%를 반영함. 교과성적은 우리 대학교가 지정한 교과 과목의 성취도(수=5, 우=4, 미=3, 양=2, 가=1로 환산함)를 이수단위로 가중치 평균하여 환산석차백분율에 따른 해당등급의 득점을 반영함(※지정 교과는 국, 영, 수, 사, 과). 출석성적은 사고에 의한 결석일수만 반영함.

여기서 왜 가중치 평균으로 계산하라 하였는가 말해보자? 그리고 나의 지난해 국, 영, 수, 사, 과

성적의 가중치 평균을 구해보자. 또, 단순평균과의 차이점은 무엇인가?

학생들의 관심이 높은 대학입학 전형 요강을 통한 실생활 속에서 자료를 수집하고 산출하여, 조직하고 표현할 수 있도록 지도할 수 있다. 그리고 학생들이 문제 해결과정에서 단순평균과의 차이를 구분할 줄 알고, '왜' 가중평균을 사용해야 하는가의 필요성을 깨닫도록 할 수 있다. 가중평균은 변수 X의 상대적인 중요성을 표시하는 가중치를 고려하는 대표치이다. 예를 들어, 두 종류의 컴퓨터 A, B를 제조하는 D전자주식회사에서 사용 1년 미만의 제품에 대해서 고장난 제품의 비율을 조사하였더니 A는 10%, B는 30%라고 한다. 이 때 고장난 제품의 평균비율을 구해 보자. 만약에 A, B 두 제품의 매출 대수가 같다면 평균고장비율은 단순평균인 20%가 되지만, 실제 제품 A의 매출대수가 200대, 제품 B의 매출 대수가 600대로 주어졌다고 하면 고장난 제품의 평균비율은 매출대수를 가중치로 한 가중평균을 사용해야 한다. 따라서 D전자주식회사에서 생산된 제품의 평균고장비율은 다음과 같이 계산된다.

$$\overline{X}_w = \frac{0.1\times 200 + 0.3\times 600}{200+600} = 0.25$$

2. 기하평균

자료에 따라서는 의사결정자가 시간에 따라 변화하는 비율의 평균이나 주요 경제성장률의 평균에 대해 관심을 가질 때가 많다. 이 때 비율이나 성장률에 대한 대표값으로서 기하평균 개념을 도입할 수 있다. 그리고 Flores(1998)는 기하평균 $c=\sqrt{a\times b}$에 log 함수를 적용하면 $\log c=\frac{\log a+\log b}{2}$가 되어 산술평균과 연결되고, 두 수 a^n, a^m의 기하평균은 지수의 산술평균을 지수로 갖는 $a^{\frac{n+m}{2}}$이 되므로 등비수열의 어떤 두 수간의 기하평균은 산술평균으로 구할 수 있다고 하였다(박영희, 2001에서 재인용).

기하평균하면 대부분의 학생들이 산술평균과 기하평균과의 부등식(산술평균 ≥기하평균≥조화평균)을 우선 떠올리고, 부등식의 성립함을 대수적, 기하학적으로 해결하는데 익숙해 있으나 기하평균의 의미를 알고 주어진 상황을 수학화하여 통계적 사고로 전환하는데는 서툰 실정이다. 다음 자료예시를 통해 학생들이 기하평균의 의미를 이해할 수 있을 것이다.

【탐구문제5】 단국이의 용돈은 재작년을 기준으로 작년에 2배, 작년을 기준으로 금년에 3배로 증가하였다. 그래서 요즈음 단국이는 신이나 있다. 그런데 단국이의 용돈은 1년에 평균 얼마나 늘어난 것일까? 기준연도가 되는 재작년 용돈을 k라 하면, 작년의 용돈은 $2k$가 될 것이며, 금년 용돈은 $2k$의 3배인 $6k$가 될 것이다. 이 때 평균증가비율을 g라고 한다면 다음 관계가 성립한다.

$$k\cdot g\cdot g = 6k$$

따라서 $g=\sqrt{6}=2.45$이므로 단국이의 용돈 평균증가비율은 2.45배라고 할 수 있다. 그렇다면 어

느 Bacteria의 수가 culture(배지)에서 3일 동안 1,000마리에서 4,000마리로 증가하였을 경우, 하루 평균 증가율은?

3. 조화평균

자료의 특성에 따라 자동차의 속도, 작업능률 또는 상품가격의 변화(매 기간 동일한 금액을 투자하여 서로 다른 양의 상품을 구입하는 경우의 평균구입 가격을 계산할 때)등에 대한 대표값으로는 산술평균이나 기하평균이 적절하지 못하므로 다른 관점의 평균이 필요하며, 그 평균이 조화평균이다.

조화평균은 원래 피타고라스에 의하여 정의되었는데 그 시대에는 소반대(subcontrary)라 하였으나 뒤에 아르키타스(Archytas)와 히파소스(Hippasus)에 의해 조화평균으로 이름이 바뀌었다. 수 n이 존재해서 $a=H+a/n$와 $H=b+b/n$가 성립하면 H는 a와 b의 조화평균이다. 이것이 조화평균에 대한 피타고라스의 정의이다. 기원전 425년경의 피타고라스 학파 사람인 필로라우스(Philolaus)는 8이 12와 6의 조화평균이라는 사실을 이용하여 정육면체를 '기하적인 조화'라 불렀다(Howard Eves, 1995).

어떤 사람이 거리 d를 속도 x로 움직인 다음에, 거리 d를 속도 y로 움직이면 평균속도는 조화평균인 $\frac{\text{거리}}{\text{시간}}=\frac{2d}{d/x+d/y}=\frac{2xy}{x+y}$이다. 이 문제에서 두 개의 달린 거리 d가 일정하므로 h를 조화평균이라고 할 때 $\frac{2d}{h}=\frac{d}{x}+\frac{d}{y}$ 즉, 조화평균인 평균속도를 전체거릴 2d를 달린 시간과 각각의 시간의 합은 같음을 이용하여 조화평균의 식을 유도할 수 있다. 만일 두 거리가 d_1, d_2로 같지 않다면 $\frac{d_1+d_2}{h}=\frac{d_1}{x}+\frac{d_2}{y}$ 로서 평균속도 h를 구해야 하며 이 때의 h는 조화평균과 같지 않다. 따라서 교사는 학생들이 조화평균의 공식을 배우기에 앞서서 조화평균이 적용될 수 있는 조건 및 이와 같은 일반적인 유도식을 알도록 지도해야 한다(박영희 2001).

【탐구문제6】 어떤 운전자가 두 지점 A, B사이를 왕복 운전할 때, 갈 때에는 시속 100km, 올 때에는 시속 150km의 속력으로 돌아왔다면 이 때의 평균속력은 얼마인가?

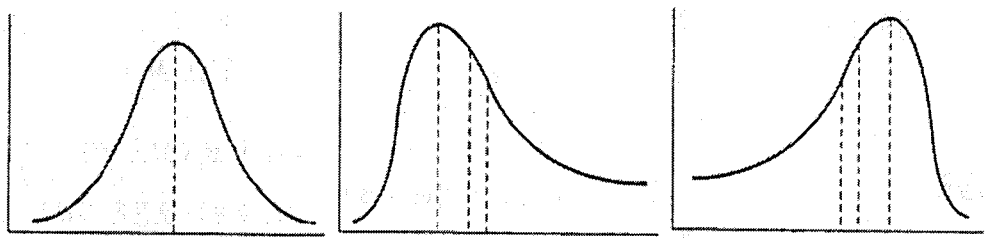
이 때 평균속력을 산술 평균으로 구하면 100+150/2=125km가 된다. 그러나 속력의 정의에서 총 운행거리를 총시간으로 나눈 값이 평균속력이 되므로 이 때의 산술평균은 대표치로서 적당하지 못하다. 따라서 대표값의 선정은 자료의 성격에 따르게 된다. 이 예의 올바른 평균은 속력의 정의에 따라야 한다. 즉 두 지점간의 거리를 S라 하면 왕복에 걸린 총 시간은 S/100+S/150이므로 평균속력 H는

$$H=\frac{2S}{S/100+S/150}=\frac{2}{1/100+1/150}=120(km/h)$$

따라서 평균속력은 시속 120km로 보아야 한다.

4. 평균과 중앙값, 최빈값의 관계

어떤 특정한 자료의 값이 다른 자료의 값들과 비교하여 유난히 크거나 작을 경우 이를 극단값이라 하는데, 극단값이 들어 있는 자료의 대표값으로서는 평균이 부적절한 경우가 있다. 이 경우 자료를 크기 순으로 나열하여 한 가운데 위치한 값을 대표값으로 취하는데 이를 중앙값이라 한다. 최빈값은 자료의 분포에서 빈도수가 어느 곳에 가장 많이 모여 있는가를 나타내는 수값으로 기성복의 치수나 신발의 크기 등의 자료에서 사용된다. 분포의 양상에 따라 대표값을 나타내는 평균(M), 중앙값(M_e), 최빈값(M_0)이 차지하는 위치가 서로 다르다<그림1>.



$M = M_e = M_0$ $M_0\ M_e M$ $M\ M_e\ M_0$

<그림 II-1> 대표값의 위치관계

【탐구문제7】 어느 상점의 주간 매출액을 요일별로 조사하였더니 다음과 같았다. 중앙값과 평균을 구하고 어느 쪽이 자료의 대표값으로 적합한지 판별해 보자.

(단위 : 만 원)

요일	월	화	수	목	금	토
매출액	100	120	300	110	90	125

자료의 성격을 고려하지 않은 단순한 수치개념에서의 판별로는 극단점(수요일이 300만원)이 있으므로 대표값으로는 90, 100, 110, 120, 125, 300(만원)의 중앙값($M_e = 1/2(110+12) = 115$(만원))이 적절하며, 상품의 매출액은 이익을 전제로 하므로 총매출액과 이익에 관련되어서는 평균을 대표값으로 볼 수도 있음을 알게 한다. 다만 수요일의 현상이 일시적인 것이라면 평균보다는 중앙값이 적절한 대표값이라는 것을 학생들에게 지도할 수 있다.

【탐구문제8】 우리반 학생들의 진로 희망에 대한 도수분포표이다. 대표값을 구하여라.

진 로	도 수
전문직(의사, 법조인, 교사 등)	13
컴퓨터 관련 업종	10
연예인(가수, 탤런트, 모델 등)	7
공무원	5
계	35

교실 안에서의 소재로 학생들이 통계에 가깝게 접근하도록 할 수 있으며, 수량자료뿐만 아니라 범주자료에서도 대표값을 구할 수 있다는 것을 알도록 할 수 있다. 그리고 평균은 계산에 의한 값이며, 최빈값은 구체적인 값으로 위치적 대표치라는 사실을 설명할 수 있다.

이영하(2001)는 분산과 표준편차는 기술통계학에 속하는 주제임에도 불구하고 계산이 복잡하다는 이유로 고등학교 과정으로 옮겨진 7차 교육과정은 통계적 추론 중심의 고교 통계에서 논의의 핵심을 흐리게 할 우려가 있음을 지적하고 있다. 수학공식에 의한 통계교육은 통계적 사고를 저해할 뿐만 아니라 자료를 산출하고, 분석하고, 추론하는 통계적 학습을 어렵게 만든다. 따라서 대표값과 마찬가지로 산포도 역시 기계적인 계산 위주에서 산포도의 뜻과 필요성에 학습-지도의 초점을 맞추는 것이 바람직하다.

5. 분산과 표준편차의 의미와 지도

산포도를 표시하는 방법에서 평균편차(편차의 절대값의 평균)가 갖는 문제점을 해결하기 위해서는 편차의 제곱을 이용하면 보다 편리하고 효과적이라 할 수 있다. 이러한 편차의 제곱을 이용한 개념이 분산이며, 분산의 양의 제곱근이 표준편차이다. 따라서 변량과 평균의 차이가 클수록 분산의 값은 커지게 된다. 또한 분산은 편차를 제곱하여 계산하기 때문에 평균으로부터 멀리 떨어진 자료일수록 그 의미가 증폭되어 나타난다. 또한 분산은 분산의 단위로는 자료의 단위를 그대로 사용할 수 없다. 예를 들어, 자료가 거리를 나타내는 m으로 측정되었다면 분산의 단위는 m^2, 즉 면적의 단위로 바뀌게 되는 결과가 된다. 이와 같은 분산의 한계점을 극복하기 위하여 사용되는 산포도의 한 방법이 표준편차이다. 따라서 표준편차는 산포도로 가장 널리 쓰이고 있다.

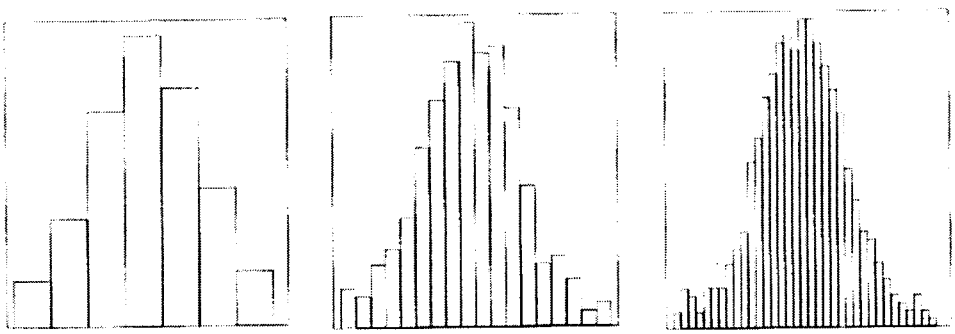
【교과서 예제】 다음 자료는 2000년 8월 27일 신문에 게재된 프로 야구 선수의 타격에 대한 여러 가지 기록이다. 이 자료들을 엑셀 프로그램에 입력하여 다음을 구하여라(이강섭 외 6인, 2002a).

이름	타율	안타	홈런	타점	이름	타율	안타	홈런	타점	이름	타율	안타	홈런	타점
PJH	0.351	142	10	55	PJT	0301	94	5	44	PGW	0269	92	30	78
BRI	0348	115	13	58	KJH	0301	123	11	54	CGH	0265	81	21	50
SJM	0347	149	31	87	LSY	0298	122	35	88	JSH	0262	109	1	35
JSH	0342	131	12	45	MHY	0295	124	21	81	KOK	0261	86	2	36
FRK	0335	133	20	91	HSH	0292	102	8	46	SJH	0260	95	17	63
DAB	0331	113	19	64	RMI	0291	111	23	68	CTW	0259	111	5	40
KDJ	0326	127	26	90	JSG	0290	120	3	40	KJH	0256	99	11	36
JWJ	0326	140	5	44	YJH	0284	120	7	36	KMJ	0252	84	1	26
LBG	0322	144	17	86	KSC	0284	101	6	38	LHS	0251	86	6	49
LYW	0319	126	20	52	KH	0278	90	6	34	KTG	0241	84	4	30
SJS	0311	118	27	78	JJH	0275	106	23	74	LJY	0238	84	4	8
WZ	0308	125	28	90	KDI	0275	107	6	35	CJB	0236	87	6	42
PJH	0308	135	30	102	PJM	0275	100	13	51					
YJH	0306	107	14	74	KHS	2070	103	6	51					

(1) 홈런 수에 대한 도수분포표
(2) 홈런 수에 대한 평균
(3) 홈런 수에 대한 분산
(4) 홈런 수에 대한 표준편차

신문, 잡지에 실려 있는 여러 가지 자료에서 표준편차를 구하고 해석하는 것은 유용한 일이다. 경제면에서 월별 수출입에 관한 통계자료, 반도체 생산량 자료, 환율에 관한 자료 등을 찾을 수 있으며, 사회면에서는 교통, 의료, 교육, 사회복지 등에 관한 통계를 찾을 수 있다. 또한, 스포츠면에서는 축구, 농구, 배구 등 여러 경기에 대한 자료들을 아주 쉽게 찾아볼 수 있다(이강섭 외 6인 2002b). 이때 엑셀 프로그램을 사용하면 자료에 대한 여러 가지 통계 처리를 쉽게 할 수 있다. 컴퓨터 소프트웨어는 통계 분석에서 예전부터 사용되어 왔지만 통계 교수·학습에 있어 테크놀러지의 역할은 여전히 강조되고 있다. 그것은 컴퓨터와 계산기는 손으로 그래프를 그리거나 통계처리 하는 것으로부터 교사나 학생들을 자유롭게 해주기 때문이다(Rubin, 1991).

그래프를 그리는데 있어서 자료의 특성이나 유형에 따라 적절한 지도가 필요하다. 막대그래프(bar chart, line diagram)는 각 변수에 도수를 막대의 길이로 나타낸 막대모양의 도표로서 범주형 자료나 도수가 적은 이산자료에 적합하다. 히스토그램(histogram)은 각 계급의 크기를 밑변으로 하고, 이에 대응하는 도수를 높이로 하여 연결된 직사각형으로 나타낸 도표이다. 히스토그램은 계급이 구간으로 되어 있는 연속자료와 도수가 큰 이산자료에 적합하다(김해진 외 3인, 1998). 특히 밀도 히스토그램의 막대 넓이의 합은 항상 1이므로 거의 곡선으로 변한 후<그림2>에도 곡선 아래의 넓이는 1이며, 가상적으로 상상한 이와 같은 곡선의 방정식을 확률 밀도 함수라 한다(이영하, 2001)는 것을 이해시키는 것이 중요하다.



표본크기가 작을 때 표본크기가 중간일 때 표본크기가 클 때

<그림 II-2> 표본크기에 따른 히스토그램

【탐구문제9】 단국이와 한남이의 1학기 기말고사 성적이다. 두 학생 점수의 평균을 구하고, 각각의 점수를 그래프로 나타내어 누가 평균점수를 중심으로 각 과목의 성적이 더 가까이 집중되어 있는지 비교해보자.

학생	윤리	국어	영어	수학	사회	과학	음악	미술	체육
단국이	70	80	80	90	90	80	80	70	80
한남이	50	90	100	90	60	50	80	100	100

【탐구문제10】 다음 자료는 우리반 학생들의 윗몸 일으키기 횟수를 나타낸 것이다. 윗몸 일으키기 횟수의 평균을 구하여라. 그리고 계급을 10으로 하여 도수분포표를 만들고 평균을 구하여라. 또, 처음 자료에서 얻어진 평균과 도수분포표에서 구한 평균과의 차이점은 무엇인가 알아보자.

5	10	12	40	37	31	50	42	35	53	45	35
20	35	57	25	38	54	5	25	15	39	15	23
31	25	45	15	20	33	20	48	24	30	46	

횟 수	이상 미만 0~10	10~20	20~30	30~40	40~50	50~60
학생 수(명)	2	5	8	10	6	4

위 도수분포표상에서 살펴보면 10회 이상 20회 미만의 계급의 학생수는 5명인데 이 5명의 구체적인 횟수는 알 수 없으므로 계급값 15회로 보게 된다. 따라서 각 자료의 최대오차는 ±5(회)이 된다. 이러한 오차는 모든 자료에 같은 방법으로 적용되며, 이 오차는 (계급의 폭)/2이 된다. 이러한 오차는 평균에서도 똑같이 발생하므로 이 자료의 정확한 평균값은 계급값으로 계산된 평균 m±5(회)로 표시할 수 있다. 이와 같이 도수분포표를 이용하여 평균을 구하면 시간과 노력이 절약될 수 있다는 장점은 있으나 오차가 발생한다는 단점도 있다. 그러므로 학생들에게 도수분포표를 이용하여 계산된 평균과 분산은 원시자료(raw data)의 평균과 분산의 근사값이라는 것을 학생들이 이해하도록 지도하는 것이 필요하다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

A. 연구의 대상

본 연구를 위해 충청남도 당진군에 위치한 중 고등학교 학생 중 인문계 D고등학교 3학년 5명, H중학교 3학년 5명과 교사 D고등학교 2명, H중학교 2명을 임의로 선정하여 검사지를 투입하고 분석 대상으로 선정하였다. 따라서 다른 지역 학교의 교사와 학생들에게도 동일한 연구 결과가 나올 것이라고 일반화하는 데에는 제한점이 있을 것이다.

B. 연구의 설계 및 검사도구

본 연구는 조사연구로 이루어졌으며, 사용된 검사 도구는 대표값과 분산, 표준편차에 대한 교사와 학생들의 문제 의식을 알아보기 위하여 탐구문제를 중심으로 한 검사문제지 <부록1>와 통계교육에 대한 학생과 교사의 태도를 알아보기 위하여 자체 제작한 질문지 <부록2>를 사용하였으나 둘 다 표준화되지는 않았다.

C. 연구 절차

검사문제지를 적용해 본 후 통계교육에 대한 태도를 알아보기 위해 교사와 학생들에게 질문지를

이용한 설문 조사를 실시하였다. 교사의 설문 조사와 검사문제지 조사를 학생 조사 전일에 실시하여 교사가 검사에 대한 충분한 사전 지식을 갖추고 학생들의 검사가 이루어지도록 하였다.

중학생에게는 검사문제지를 풀기 전에 문제지에 있는 어려운 용어를 교사(H중학교)가 설명해주도록 하였으며, 문제지 투여는 동일 반 학생이 아닌 관계로 클럽활동 전일제 날에 각 해당학교의 수학 교사 지도하에 60분간 실시하였다. 검사지는 교사와 학생 동일 검사지를 사용하였다. 설문지 조사는 교사와 학생 모두 오후 자율학습 시간을 이용하여 20여 분간 실시하였다. 본 연구 대상자 모두 학교에서 통계단원을 가르치고 배운 후였다.

D. 자료의 분석

본 연구의 검사 문제지 처리는 학생과 교사의 반응을 알아보았으며, 질문지 처리는 '매우 그렇다', '대체로 그렇다', '보통이다', '대체로 그렇지 않다', '전혀 그렇지 않다'를 항목별로 백분율을 사용하여 분석하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 검사 문제지에 대한 반응

중학교 학생들은 대체적으로 부정적인 반응을 나타냈다. 예를 들면 우선 용어에 대한 생소함으로 어려움을 느꼈다는 학생들과 '간단한 원리를 중학생 수준에 맞지 않는 소재를 사용하고 지나치게 계산이 복잡하게 만들어서…', '아직 배우지 않아 모르겠다'는 반응들이었다. 그렇지만 '교과서 내에서 접하는 문제들과는 유형이 약간 색다른 문제인 듯 싶다…'는 반응을 보인 학생도 있었다.

고등학생의 경우에는 '…이런 문제는 실생활과 밀접한 관련이 있기 때문에 학생들에게 다루어 보게 함이 좋을 것 같다. 학교에서는 단순계산 위주로 가르치기 때문에 이런 문제는 낯설어 대부분의 학생들은 문제를 보자마자 겁부터 내게 된다…'는 반응과 '…컴퓨터나 계산기를 이용해서 풀었으면 하는 문제도 있었다. 복잡하게 여러 값을 더해야 하는 경우 계산기 정도는 이용해서 풀어도 괜찮을 듯 싶다'는 복잡한 계산의 통계문제 처리에 있어 계산기나 컴퓨터 사용에 대해 우호적인 것으로 나타났다.

중 고등학교 교사들은 모두 긍정적이었다. 우선 중학교 교사들은 '일상적인 상황문제이므로 수학적 계산 전에 우선 평균을 추측하도록 지도…', '학생들의 흥미도가 높은 문항으로 접근이 쉬워…'와 같이 실생활 문제라서 학생들의 흥미가 높을 것이라는 반응을 보였다.

또한 '대표값(평균, 중앙값, 최빈값)의 뜻은 알고 있으나, 왜 이런 값들이 의미가 있는지 이해하기 위해 주어진 탐구문제와 같은 자료들을 많이 접하도록(교사가 제시, 과제물)…'와 같이 교사가 통계적 사고와 원리를 깨달을 수 있게 흥미 있는 실생활의 자료를 제공하고 학생들이 조별 과제물로 제

출토록 하여 수행평가로 활용할 수 있을 것이라는 방안을 제시하였다. 고등학교 교사 한 분은 '…자료를 제시하고 학생들로 하여금 문제를 생각하도록 하는 접근((problem posing)이 자료를 분석하는 계기를 제공할 것이다'라는 말씀을 해 주신 분도 있다.

2. 질문지에 대한 학생들의 반응

<표 IV-1> 질문지 반응 결과(학생)

문항	내용	매우 그렇다	대체로 그렇다	보통이다	대체로 그렇지 않다	전혀 그렇지 않다	계
1	학생수	3	6	·	·	1	10
	백분율	30%	60%	·	·	10%	100%
2	학생수	2	2	5	·	1	10
	백분율	20%	20%	50%	·	10%	100%
3	학생수	·	4	4	1	1	10
	백분율	·	40%	40%	10%	10%	100%
4	학생수	·	3	2	4	1	10
	백분율	·	30%	20%	40%	10%	100%
5	학생수	·	3	4	3	·	10
	백분율	·	30%	40%	30%	·	100%
6	학생수	8	2	·	·	·	10
	백분율	80%	20%	·	·	·	100%
7	학생수	3	2	3	1	1	10
	백분율	30%	20%	30%	10%	10%	100%
8	학생수	3	4	2	1	·	10
	백분율	30%	40%	20%	10%	·	100%
9	학생수	1	1	2	3	3	10
	백분율	10%	10%	20%	30%	30%	100%
10	학생수	5	2	1	1	1	10
	백분율	50%	20%	10%	10%	10%	100%
11	학생수	5	3	1	·	1	10
	백분율	50%	30%	10%	·	10%	100%
12	학생수	4	1	·	·	·	5
	백분율	80%	20%	·	·	·	100%
13	학생수	·	1	1	2	1	5
	백분율	·	20%	20%	40%	20%	100%
14	학생수	·	2	4	2	2	10
	백분율	·	20%	40%	20%	20%	100%
15	학생수	2	5	1	1	1	10
	백분율	20%	50%	10%	10%	10%	100%

본 연구에서 활용한 설문지 결과는 <표 Ⅳ-1>과 같다. 통계 문제를 풀 때 주로 공식을 이용(①번 문항)하지만 개념과 원리가 더 중요(②번 문항)하다는 생각을 갖고 있는 것으로 나타났다. 통계를 왜 배우는지 의미를 느끼지 못한다는 문항(③번 문항)을 보면 '대체로 그렇다'가 40%, '보통이다'도 40%로 부정적인 비율로 나타났다.

계산이 복잡한 통계 문제는 계산기나 컴퓨터를 이용하는 것이 바람직하다(⑥번 문항)고 생각하는 학생이 대다수로 나타났으며, 특히 실생활과 관련된 문제(⑧번 문항)에 관심이 많은 것으로 응답했다. 그리고 통계의 유용성(⑦번 문항)에 대해서는 다소 긍정적으로 통계교육의 목적(③번 문항)과 상반된 답변을 얻을 수 있었다. 한편 산술평균을 구하는 공식(⑩번 문항)과 의미에 대해서(⑪번 문항) 그리고 산술평균과 기하평균 조화평균의 절대부등식에 대해서(⑫번 문항)도 잘 알고 있는 반면 기하평균과 조화평균이 사용되는 예를 들 수 있는가(⑬번 문항)의 물음에 "보통이다' 20%, '대체로 그렇지 않다' 40%, '전혀 그렇지 않다' 20%로 기하평균과 조화평균의 의미를 이해하고 있는 학생이 적은 것으로 나타났다. 또 분산을 대신해 왜 표준편차를 사용하는지(⑭번 문항) 모르는 학생이 다소 있었으나 주어진 자료에서 얻어진 평균값과 자료를 정리하여 얻어진 도수분포표에서 구한 평균값이 다르다(⑮번 문항)는 것은 대체적으로 알고 있는 것으로 나타났다.

3. 질문지에 대한 교사들의 반응

<표 Ⅳ-2> 질문지 반응 결과(교사)

문항	내용	매우 그렇다	대체로 그렇다	보통이다	대체로 그렇지 않다	전혀 그렇지 않다	계
1	교사수	·	1	1	2	·	4
	백분율	·	25%	25%	50%	·	100%
2	교사수	·	3	1	·	·	4
	백분율	·	75%	25%	·	·	100%
3	교사수	1	1	1	1	·	4
	백분율	25%	25%	25%	25%	·	100%
4	교사수	·	1	·	2	1	4
	백분율	·	25%	·	50%	25%	100%
5	교사수	·	1	3	·	·	4
	백분율	·	25%	75%	·	·	100%
6	교사수	2	2	·	·	·	4
	백분율	50%	50%	·	·	·	100%
7	교사수	2	1	1	·	·	4
	백분율	50%	25%	25%	·	·	100%
8	교사수	3	1	·	·	·	4
	백분율	75%	25%	·	·	·	100%
9	교사수	·	·	1	3	·	4
	백분율	·	·	25%	75%	·	100%

문항	내용	매우 그렇다	대체로 그렇다	보통이다	대체로 그렇지 않다	전혀 그렇지 않다	계
10	교사수	·	1	·	3	·	4
	백분율	·	25%	·	75%	·	100%
11	교사수	·	1	·	3	·	4
	백분율	·	25%	·	75%	·	100%
12	교사수	·	1	·	3	·	4
	백분율	·	25%	·	75%	·	100%
13	교사수	·	2	1	1	·	4
	백분율	·	50%	25%	25%	·	100%
14	교사수		3	·	1	·	4
	백분율	·	75%	·	25%	·	100%
15	교사수	·	2	1	1	·	4
	백분율	·	50%	25%	25%	·	100%

교사들의 반응은 <표 Ⅳ-2>와 같다. 구체적으로 살펴보면, 통계 문제를 풀 때 주로 공식에 대입하여 푸는 것에 치중(①번 문항)하는 가의 물음에 '대체로 그렇다'가 25%, '보통이다'가 25%로 나타났으나 개념과 원리가 더 중요(②번 문항)하다고 가르친다는 비율이 높게 나타나 다소 모순적인 반응을 보였다. 더욱이 통계부분이 교과서의 편집(끝부분)으로 가르치는데 다소 소홀히 취급하는가(③번 문항)의 물음에 '매우 그렇다' 25%, '대체로 그렇다' 25%, '보통이다' 25%로 나타나 그 동안 학교 통계교육이 수학의 다른 영역에 비해 절대적 시수를 확보하지 못한 것으로 드러났다.

계산이 복잡한 통계 문제는 계산기나 컴퓨터를 이용하는 것이 바람직하다(⑥번 문항)고 생각하는 교사는 학생들과 마찬가지로 대다수 긍정적인 반응을 보였으며, 특히 실생활과 관련된 문제(⑧번 문항)를 다룰 때 학생들이 흥미를 보인다는 대답이 절대적이었다. 그리고 평균이외의 대표값을 지도하는가(⑨번 문항)와 산술평균의 의미에 대해서 가르치는가(⑪번 문항)의 물음에 대체로 긍정적이었다. 또한 산술평균과 기하평균 조화평균을 부등식으로만 가르치는가(⑫번 문항)는 '대체로 그렇지 않다'가 75%로 대체적으로 교사들이 통계적 사고에 대한 중요성을 인식하고 있는 것으로 보인다. 뿐만 아니라 표준편차가 왜 사용되고 있는지를 가르치는가(⑭번 문항)의 물음에 '대체로 그렇다'가 75%로 나타나 분산을 대신해 왜 표준편차를 사용하는지(⑭번 문항) 알고 있는가의 학생응답('보통이다' 40%, '대체로 그렇지 않다' 20%, '전혀 그렇지 않다' 20%)과 괴리가 나타나 이 부분에 대해 통계지도시 다시 한 번 강조할 필요가 있는 것으로 생각된다.

Ⅴ. 결 론

자료를 모으고, 조직하고, 분석하고, 추론하는 일련의 과정에서 얻어지는 통계적 사고 배양과 통계의 유용성을 알도록 해 주는 것이 통계교육 목적의 하나이다. 그러나 현재의 통계수업은 수학적 방

법에 의해 지도되고, 통계적 사고보다는 기계적인 계산 연습으로 통계적 사고의 교육이 제대로 이루어지지 못하고 있는 실정이다.

우정호(2001)는 통계를 지도하는 교사는 자료분석의 귀납적 본성과 실제적인 통계적 작업에 포함된 수학과 다른 특성을 간과해서는 안되며, 통계적인 개념과 방법을 수학적 지식으로 가르치려고 하면 통계의 본질이 사라지고 무미건조한 규칙과 처방의 모임으로 변질되게 된다고 주장한다. 따라서 통계교육의 방향은 방법적, 도구적 이해에서 벗어나 사고법적, 원리적 측면이 강조될 필요가 있다(이영하, 2001). 이를 위해 시험용 단순지식 습득이나 계산식으로서의 지도가 아니라 통계학습에서 얻을 수 있는 귀납적, 직관적 사고를 연마하기 위한 흥미 있는 실생활 자료의 제공과 이를 이용한 지도 방법 연구가 있어야 할 것이다.

통계학은 자료로부터 정보를 얻는 과학이다(Moore, 1992). 자료로부터 얻은 정보 중에 대표값과 분산 그리고 표준편차에 대해 알아보았다. 대표값은 옛날부터 묵시적으로 사용되어 문화 속에서 다양한 의미를 내포하게 되었으며, 그에 따라 산술평균, 기하평균, 조화평균, 중앙값, 최빈값으로 대표값(박영희, 2001)의 의미가 구분되어진다. 따라서 자료의 특성과 맥락에 따라 통계적 분석 방법과 의미 해석을 달리 할 수 있다는 것을 학생들이 알 수 있게 지도 되야 할 것이다. 이것은 특정한 상황에서 어떤 수치가 정확한지 알아야 하며, 평균, 중앙값, 최빈값이 자료의 어떤 점을 대표하는지 이해해야 한다는 NCTM(2000)의 규준과 우정호(2000)의 자료의 특성에 따라 대표값으로 평균 및 최빈값, 중앙값을 적절히 사용하도록 해야한다는 주장과 동일선상에 있다. 그러므로 학생들은 산술평균과 더불어 중앙값과 최빈값을 학습하고 더 나아가서 일상 생활에서 많이 사용되고, 상황에 따라 산술평균 대신 사용되는 기하평균, 조화평균에 대한 내용도 배워야 할 것이다(박영희, 2001).

또한, 분산과 표준편차를 구하기 위해 복잡한 계산을 하다가 자칫 통계 교육의 목적을 망각하지 않도록 상황에 따라 컴퓨터나 계산기를 적절히 사용해야 할 것이다. 그리고 그래프를 그려보는 활동을 통하여 두 자료의 분포 상태를 직관적으로 이해하도록 지도하며, 도수분포표를 이용하여 계산된 평균과 분산은 원시자료(raw data)의 평균과 분산의 근사값이라는 것을 학생들에게 지도하는 것이 필요하다고 생각한다.

이러한 방법이 학생들에게 실제적인 통계교육이 될 것으로 기대된다. 필자의 생각이 바람직한 지도 방향으로는 부족하다는 생각이 든다. 많은 현장 선생님들의 연구가 뒤따르길 바란다.

참 고 문 헌

교육부 (1997). 수학과 교육과정, 교육부 고시 제 1997-15호 [별책 8].

박영희 (2001). 통계 영역에서 대표값의 의미와 지도에 관한 고찰, 대한수학교육학회회지 학교수학 3(2).

이영하 (2001). 확률과 통계내용 체계화, 수학사랑 제3회 MATH FESTIVAL.

우정호 (2000). 통계교육의 개선방향 탐색, 대한수학교육학회회지 학교수학 2(1).
최봉대 외 6인 (2002). 수학 10-가, 서울: (주)중앙교육진흥연구소.
이강섭 외 6인 (2002a). 수학 10-가, 서울: (주)지학사.
_____ (2002b). 교사용 지도서 수학 10-가, 서울: (주)지학사.
신현성 외 1인 (2002). 수학 10-가, 서울: (주)천재교육.
최상기 외 3인 (2002). 수학 10-가, 서울: (주)고려출판.
박윤범 외 5인 (2002). 수학 10-가, 서울: 대한교과서(주).
이방수 외 1인 (2002). 수학 10-가, 서울: (주)천재교육.
박규홍 외 3인 (2002). 수학 10-가, 서울: (주)교학사.
양승갑 외 8인 (2002). 수학 10-가, 서울: (주)금성출판사.
박두일 외 8인 (2002). 수학 10-가, 서울: (주)교학사.
Curcio, F.R. (1989). *Developing Graph Comprehension*, NCTM, Reston, VA.
Freudenthal H., *Mathematics as an Educational Task*, D. Reidel Publishing Company, 1973.
Moore, D.S. (1992). What is statistics? In D.C. Hoaglin & D.S. Moore (Eds.), *Perspectives on contemporary statistics*, The Mathematical Association of America.
NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
Howard Eves, 허민 & 오혜영 역 (1995). 수학의 기초와 기본개념, 서울: 경문사.
Rubin, A.D. (1991). *Using Computers in Teaching Analysis*, A Double-Edged Sword. Paper presented at the American Association for Advancement of Science, Washington, DC.

<부록 1>

검사 문제지

_____학교 직위(교사, 학생) 이름_____

※ 이 검사는 여러분이 기존에 접했던 통계문제와 비교해서 여러분의 생각을 알아보기 위한 것입니다. 각 문제를 풀고, 솔직하게 여러분의 의견을 나타내 주시기 바랍니다.

【탐구문제1】 투자전략 중에 이동평균선과 현재 주가와의 이격도를 분석하는 방법이 있다. 이격도(◆ 이격도 = 주가/이동평균치 × 100(%))는 주가와 이동평균선과의 괴리정도를 말하는 지표로 당일의 주가를 이동평균치로서 나눈 백분율로서 이용한 투자기법이다.

구분	이격도 상태	매입시점	매도시점
상승국면의 경우	*25일 이동평균선과의 관계	98%	106%
하락국면의 경우	*25일 이동평균선과의 관계	92%	102%

다음의 표는 S전자의 최근 한달 동안의 주식 시세이다. 예를 들어 5월 6일 기준 25일(4월 1일부터 5월 6일) 이동평균치는 388,600원이다. 이 때, 5월 7일 주식 시장이 열린 가운데 S전자의 주가가 장중 350,000원이라면 이격도를 구하여 이날 투자를 해야되는지 알아보면 이격도는 350,000원/388,600원 × 100(%)≒90.07(%)이다. 따라서 이격도 상태가 25일 이동평균선과의 관계를 보면 92%이하이므로 투자를 해도 괜찮다는 추정을 할 수 있다(단, 기준일 현재 하락국면의 경우로 본다). 그렇다면 5월 13일 기준 25일 이동평균치를 구하고, 그 결과를 이용해서 5월 14일 현재 장중의 주가가 340,000원일 때 투자를 해도 괜찮은지 추정하여 보자(단, 기준일 현재 하락 국면으로 본다).

(단위 : 원)

2002년 4월1일	374000	4월16일	389000	4월30일	382000
4월2일	398500	4월17일	406000	5월1일	382000
4월3일	404000	4월18일	406500	5월2일	379500
4월4일	389000	4월19일	396000	5월3일	370000
4월8일	389000	4월22일	410000	5월6일	348000
4월9일	369000	4월23일	427000	5월7일	352000
4월10일	356000	4월24일	432000	5월8일	362500
4월11일	359500	4월25일	413000	5월9일	362000
4월12일	369000	4월26일	400000	5월10일	334000
4월15일	385000	4월29일	381000	5월13일	

【탐구문제2】 환경부고시 제2000-31호 소음·진동규제법 제7조의 규정에 의한 소음·진동공정시험방법(환경부고시 제 1995-10호)중 환경기준의 측정방법은 다음과 같다.

(1) 낮시간대(06 : 00~22 : 00)에는 당해지역 소음을 대표할 수 있도록 측정지점수를 충분히 결정하고, 각 측정지점에서 2시간이상 간격으로 4회이상 측정하여 산술평균한 값을 측정소음도로 한다.

(2) 밤시간대(22 : 00~06 : 00)에는 낮시간대에 측정한 측정지점에서 2시간 간격으로 2회이상 측정하여 산술평균한 값을 측정소음도로 한다.

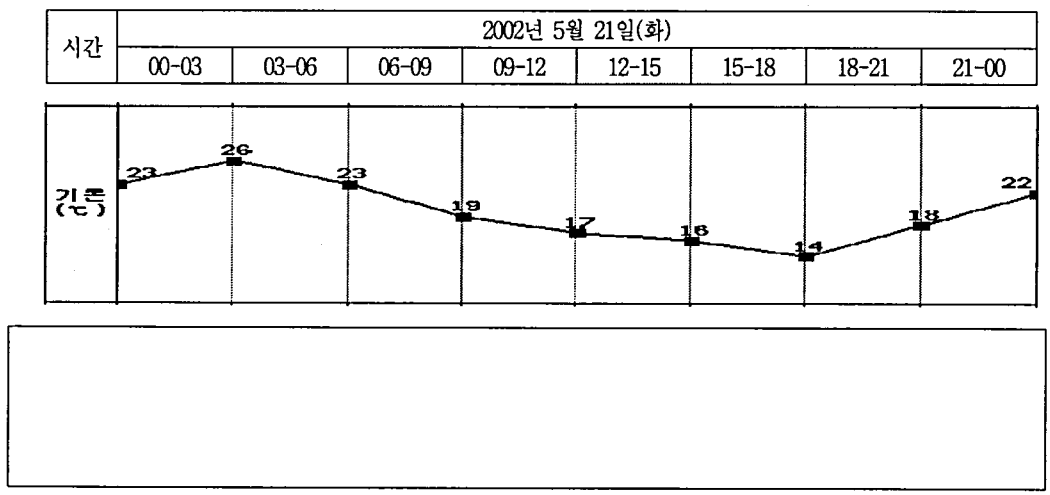
단위 (Leq dB)

지역구분	09 시	12 시	16 시	20 시	23 시	01 시
일반(지점 1)	51	51	50	52	44	40
일반(지점 2)	51	50	52	50	44	41
일반(지점 3)	49	48	46	49	43	40
도로변(지점 1)	72	72	74	75	70	66
도로변(지점 2)	71	72	70	71	67	64

※2001년도 1/4 분기 서울, 용산구 이태원동지역의 환경소음측정치임(출처http://www.me.go.kr/).

위자료를 보고 어느 지역의 소음이 가장 심한지 낮과 밤 시간대별로 찾아보자.

【탐구문제3】 기상청에 따르면 일평균 기온이란 매일 3시, 6시, 9시, 12시, 15시, 18시, 21, 24시의 8회 관측치를 산술 평균한 것이라고 한다. 그렇다면 아래 꺾은선 그래프를 보고 5월 21일의 일평균 기온을 구하여라. 그리고 하루 중 최고 기온과 최저 기온의 평균과 일평균 기온과는 어느 정도의 오차가 있는지 알아보자.



【탐구문제4】 서울 소재 S대학의 2003학년도 수시 2학기 모집 요강에서 일부를 발췌 수정한 것이다. 학생부성적은 교과성적 90%, 출석성적 10%를 반영함. 교과성적은 우리 대학교가 지정한 교과 과목의 성취도(수=5, 우=4, 미=3, 양=2, 가=1로 환산함)를 이수단위로 가중치 평균하여 환산석차백분율에 따른 해당등급의 득점을 반영함(※지정 교과는 국, 영, 수, 사, 과). 출석성적은 사고에 의한 결석

일수만 반영함.

여기서 왜 가중치 평균으로 계산하라 하였는가 이유를 적어라? 또, 단순평균과의 차이점은 무엇인가?

【탐구문제5】 단국이의 용돈은 재작년을 기준으로 작년에 2배, 작년을 기준으로 금년에 3배로 증가하였다. 그래서 요즈음 단국이는 신이나 있다. 그런데 단국이의 용돈은 1년에 평균 얼마나 늘어난 것일까?

【탐구문제6】 어떤 운전자가 두 지점 A, B사이를 왕복 운전할 때, 갈 때에는 시속 100km, 올 때에는 시속 150km의 속력으로 돌아왔다면 이 때의 평균속력은 얼마인가?

【탐구문제7】 어느 상점의 주간 매출액을 요일별로 조사하였더니 다음과 같았다. 중앙값과 평균을 구하고 어느 쪽이 자료의 대표값으로 적합한지 판별해 보자.

(단위 : 만 원)

요일	월	화	수	목	금	토
매출액	100	120	300	110	90	125

【탐구문제8】 우리반 학생들의 진로 희망에 대한 도수분포표이다. 대표값을 구하여라.

진 로	도 수
전문직(의사, 법조인, 교사 등)	13
컴퓨터 관련 업종	10
연예인(가수, 탤런트, 모델 등)	7
공무원	5
계	35

【탐구문제9】 단국이와 한남이의 1학기 기말고사 성적이다. 두 학생 점수의 평균을 구하고, 각각의 점수를 그래프로 나타내어 누가 평균점수를 중심으로 각 과목의 성적이 더 가까이 집중되어 있는지 비교해보자.

학생	윤리	국어	영어	수학	사회	과학	음악	미술	체육
단국이	70	80	80	90	90	80	80	70	80
한남이	50	90	100	90	60	50	80	100	100

【탐구문제10】 다음 자료는 우리반 학생들의 윗몸 일으키기 횟수를 나타낸 것이다. 윗몸 일으키기 횟수의 평균을 구하여라. 그리고 계급을 10으로 하여 도수분포표를 만들고 평균을 구하여라. 또, 처음 자료에서 얻어진 평균과 도수분포표에서 구한 평균과의 차이점은 무엇인가 알아보자.

5	10	12	40	37	31	50	42	35	53	45	35
20	35	57	25	38	54	5	25	15	39	15	23
31	25	45	15	20	33	20	48	24	30	46	

<부록 2-1>

통계 교육에 대한 질문지(학생용)

_____학교 이름_____

※ 다음 각 항목들은 통계 교육에 대한 여러분의 생각을 알고자 한 것입니다. 각 항목을 잘 읽고 여러분의 생각이 어디에 속하는지 아래 판단 기준에 따라 솔직하게 "V"하여 주시기 바랍니다.

<판단기준> ①매우 그렇다 ②대체로 그렇다 ③보통이다 ④대체로 그렇지 않다 ⑤전혀 그렇지 않다

1. 통계 문제를 풀 때 주어진 공식에 대입하여 푸는데 치중한다	①	②	③	④	⑤
2. 통계에서 의미하는 아이디어가 더 중요하다고 가르친다	①	②	③	④	⑤
3. 통계부분이 교과서 편집(끝부분)으로 가르치는데 다소 소홀히 취급한다	①	②	③	④	⑤
4. 통계적 사고는 공식을 잘 활용하는 것으로 충분하다	①	②	③	④	⑤
5. 통계에는 공식을 이용하여 풀 수 없는 문제가 더욱 많다	①	②	③	④	⑤
6. 복잡한 통계문제를 풀 때 계산기나 컴퓨터를 이용하면 좋겠다	①	②	③	④	⑤
7. 수학적 통찰과 통계적 사고는 삶을 사는데 도움을 받을 것이다	①	②	③	④	⑤
8. 수학에서 증명하는 문제보다는 실생활과 관련된 문제를 다룰 때 학생들이 더 흥미를 보인다	①	②	③	④	⑤
9. 대표값으로 평균이외에는 가르치지 않는다	①	②	③	④	⑤
10. 평균을 지도할 때 공식만을 가르치고 있다	①	②	③	④	⑤
11. 산술평균이 어떤 의미가 있는지 가르치고 있다	①	②	③	④	⑤
12. 산술평균 기하평균 조화평균을 부등식의 증명으로만 가르친다	①	②	③	④	⑤
13. 기하평균과 조화평균이 사용되는 예를 들어준다	①	②	③	④	⑤
14. 분산의 한계점으로 인해 표준편차를 사용하는지를 가르친다	①	②	③	④	⑤
15. 주어진 자료에서 얻어진 평균과 자료를 정리하여 얻어진 도수분포표에서 구한 평균과 다르다는 것을 가르친다	①	②	③	④	⑤

<부록 2-2>

통계 교육에 대한 질문지(교사용)

_____학교 이름_____

※ 다음 각 항목들은 통계 교육에 대한 여러분의 생각을 알고자 한 것입니다. 각 항목을 잘 읽고 여러분의 생각이 어디에 속하는지 아래 판단 기준에 따라 솔직하게 "V"하여 주시기 바랍니다.

<판단기준> ①매우 그렇다 ②대체로 그렇다 ③보통이다 ④대체로 그렇지 않다 ⑤전혀 그렇지 않다

1. 통계 문제를 풀 때 주어진 공식에 대입하여 푸는데 치중한다	①	②	③	④	⑤
2. 통계에서 의미하는 아이디어가 더 중요하다고 가르친다	①	②	③	④	⑤
3. 통계부분이 교과서 편집(끝부분)으로 가르치는데 다소 소홀히 취급한다	①	②	③	④	⑤
4. 통계적 사고는 공식을 잘 활용하는 것으로 충분하다	①	②	③	④	⑤
5. 통계에는 공식을 이용하여 풀 수 없는 문제가 더욱 많다	①	②	③	④	⑤
6. 복잡한 통계문제를 풀 때 계산기나 컴퓨터를 이용하면 좋겠다	①	②	③	④	⑤
7. 수학적 통찰과 통계적 사고는 삶을 사는데 도움을 받을 것이다	①	②	③	④	⑤
8. 수학에서 증명하는 문제보다는 실생활과 관련된 문제를 다룰 때 학생들이 더 흥미를 보인다	①	②	③	④	⑤
9. 대표값으로 평균이외에는 가르치지 않는다	①	②	③	④	⑤
10. 평균을 지도할 때 공식만을 가르치고 있다	①	②	③	④	⑤
11. 산술평균이 어떤 의미가 있는지 가르치고 있다	①	②	③	④	⑤
12. 산술평균 기하평균 조화평균을 부등식의 증명으로만 가르친다	①	②	③	④	⑤
13. 기하평균과 조화평균이 사용되는 예를 들어준다	①	②	③	④	⑤
14. 분산의 한계점으로 인해 표준편차를 사용하는지를 가르친다	①	②	③	④	⑤
15. 주어진 자료에서 얻어진 평균과 자료를 정리하여 얻어진 도수분포표에서 구한 평균과 다르다는 것을 가르친다	①	②	③	④	⑤