

수학 문제해결의 심층적 관찰을 통한 교수 방법의 개선

박 만 구 (서울난곡초등학교)

본 연구의 목적은 아동의 수학 문제해결에 대한 심층적인 관찰을 통하여 기존에 가지고 있는 교수법에 대한 반성을 통하여 바람직한 교수 방법으로서의 개선을 위함이다. 본 연구에서는 76명의 예비교사들이 자신들이 만든 수학 문제나 기존의 문제를 한 학생 또는 두 학생의 문제 푸는 방법을 처음부터 끝까지 자세한 관찰한 사실을 통하여 어떻게 기존의 교수법을 반성하는가를 살펴보고 교수법의 개선 방안을 고찰한다. 이 연구를 통하여 학생의 문제 풀이를 심층적으로 관찰하는 것이 기존의 교수법의 바람직한 개선에 어떻게 기여할 수 있는지를 고찰해 본다.

I. 머리말

대부분의 초등학교 학생들에게 제일 하기 싫은 과목은 수학교과이고 제일 공부를 잘하고 싶은 과목도 수학교과인 경우가 많다. 대부분의 초등학교 선생님에게 일반적으로 가르치기가 쉬운 과목은 수학교과, 제대로 가르치기가 가장 어려운 과목도 수학교과라는 말도 있다. 우리는 전통적으로 수학 시간은 교사의 일방적인 지도 아래 학생들은 수동적으로 수학 지식을 받아들이는 수업을 했다. 그래서 학생들의 수학적 상태는 무시되었고, 심지어 고등학교의 수학 시간에는 70% 이상의 학생이 들러리라는 말까지 생기고 있다. 물론, 여러 가지 이유와 사정이 있겠지만 수학교과가 학생들이 수학을 어떻게 하고 있는지 살펴보고 그들의 상태에 맞게 수학을 하려는 의지가 있다면 위와 같은 상황에서 벗어날 수가 있을 것이다.

제 7차 초등학교 수학교과 교육과정의 가장 큰 특징 중의 하나는 ‘단계형 수준별 교육과정’이라고 할 수 있다. 이를 위해서는 먼저 학생의 수학적 수준을 파악해야 한다. 지금은 반에서 부진한 학생에게만 보충과정을 지도하고 있고 반에서 과밀학급 등의 이유로 제대로 이루어지지 못하고 있다. 그래서 아직도 제 7차 수학교과 교육과정이 현실과는 거리가 있는 이상적인 면에 치우쳐 있다는 비판을 받고 있다. 초등 수학교과 교육과정에서는 학습자의 능동적인 학습활동을 권장하며, 학습자의 인지적인 측면 뿐만 아니라 학습자의 정의적인 측면을 배려해야 한다고 강조하고 있다 (pp. 78-84). 이 모든 것의 성패는 학교의 교실 안에서 학생들과 상호 작용을 하는 수학교과에 달려 있다고 할 수 있다. 수학교과사는 학생의 수학에 대해서 알아야 한다.

NCTM (1991, 2000)에서도 초등학교 수학 교사는 학생들에 대하여 이해가 선행되어야 함을 강조하고 있다. Professional Standards for School Mathematics에서 수학을 가르치는 때에는 학생들을 알아야 함 다음과 같이 강조하고 있다. “학생들이 무엇을 배워야 할 지는 근본적으로 그들이 수학을

어떻게 배우는가와 연결되어 있다.” 그리고, 비교적 최근에 발간된 Principles and Standards for School Mathematics에서는 “효과적인 수학 교수는 학생이 무엇을 알고 있으며 또 무엇을 배울 필요가 있는지를 이해하고, 학생으로 하여금 그것을 잘 배우도록 하는데 도전하도록 하고 도와주는 것이 필요하다” (p. 16)고 말하고 있다. 수학을 가르친다고 하는 것은 아주 복잡하고 함을 써야 하는 일이고 교사가 어떻게 가르쳐야 하는가를 정하는 것은 쉬운 일이 아니다. 그 어느 방법도 어느 학생들에게나 절대적으로 ‘옳은’ 방법이란 있을 수가 없다.

그러나, 학생이 어떻게 수학을 하는지에 대한 교사의 지식은 별 주목을 받지 못하고 왔거나 빈약했다¹⁾. 많은 수학교사들이 자신들이 받아왔던 교수 학습 방법을 그대로 답습하는 경우가 많았다. 박교식 (1996)은 우리 나라 초등학교 교수·학습에서 볼 수 있는 특징으로 교사들이 수학의 성격이 Freudenthal이 말한 既成의 수학이라고 했다. 즉, 수학이 연역적으로 완전하게 모습을 갖춘 수학이라고 생각하는 것이다. 따라서, 수학 시간에 행해지는 수업에서 아동들의 활발한 활동을 기반으로 하는 재발명의 과정은 실현하기 어렵다고 말하고 있다. 학생들의 재 발명을 경험하게 하기 위해서는 교사의 수학에 대한 인식이 달라져야 함을 지적하고 있다.

우리 나라 초등학교의 수학 교수 학습의 현실을 볼 때, 수학 교실에서의 교수 학습이 개선이 되어야 할 것이고 그 한 시작으로 교사들은 학생들의 수학하는 과정을 철저히 관찰할 기회를 가져야 함을 알았다. 본 논문에서는 아동의 수학 문제를 해결하는 과정의 심층적인 관찰을 통하여 기존에 가지고 있는 교수법에 대한 반성과 교수 방법의 개선에 대한 바람직한 방법을 모색해 보고자 한다.

II. 교수 방법 및 관찰 연구

1. 교수 방법

교수의 방법은 철학적, 심리학적, 교육학적인 면에서 종합적으로 고려되어야 하고 모든 요소가 유기적이고 종합적으로 고려되어야 한다. 우리 나라의 교사나 학생들을 대상으로 학생들의 수학에 대한 이해와 교사의 교수 방법에 대한 직접적인 연구는 거의 없지만 몇 논문에 부분적으로 학생의 수학에 대한 이해가 교사의 교수법에 영향을 주고 있음을 밝히고 있다.

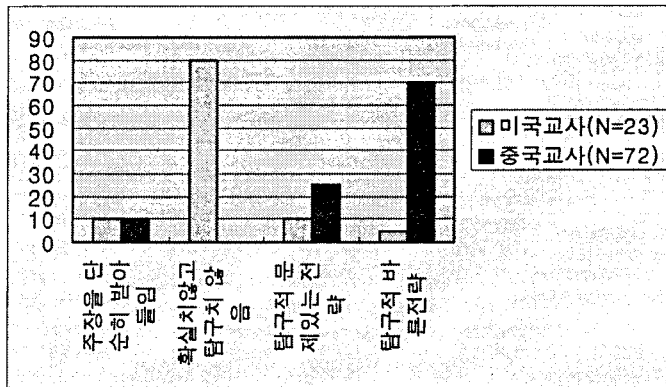
최창우·권기자 (2000)는 교사의 아동의 감정적 상태에 대한 인지가 수학교육에 영향을 주게 됨을 논하였고, 서울대학교 컴퓨터와 수학교육 연구소 (2002)에서는 컴퓨터를 이용한 자바월드에서 거북이의 움직임을 조절하기 위해 학생들이 어떻게 프로그램을 운용하는지 관찰하는 것은 교사들에게 학생이 수학을 어떻게 하고 있는지를 보여 주는 좋은 기회를 제공하는 수단이 되고 있다.

박교식 (1996)은 우리 나라 초등학교 교수·학습에서 볼 수 있는 특징으로 교사들이 수학의 성격

1) 최근의 주 연구의 경향은 학생이 수학을 어떻게 학습하는지에 관한 연구에서 교사가 어떻게 수학을 가르쳐야 하는지에 관한 것으로 관심이이 변하고 있지만, 학생의 수학에 대한 세밀한 관찰을 토대로 한 교수의 방법에 관한 연구는 많지 않다.

이 Freudenthal이 말한 既成의 수학이라고 했다. 즉, 수학이 연역적으로 완전하게 모습을 갖춘 수학이라고 생각하는 것이다. 따라서, 수학 시간에 행해지는 수업에서 아동들의 활발한 활동을 기반으로 하는 재발명의 과정은 실현하기 어렵다고 말하고 있다. 학생들의 재 발명을 경험하게 하기 위해서는 교사의 수학에 대한 인식이 달라져야 함을 지적하고 있다.

Lipping Ma (1999)는 미국과 중국의 초등학교 교사들을 대상으로 그들의 수학 지식과 교수 방법에 대하여 연구를 하였고, 교사의 학생들의 문제에 대한 주장에 대한 양국 교사들의 반응을 비교하였다.



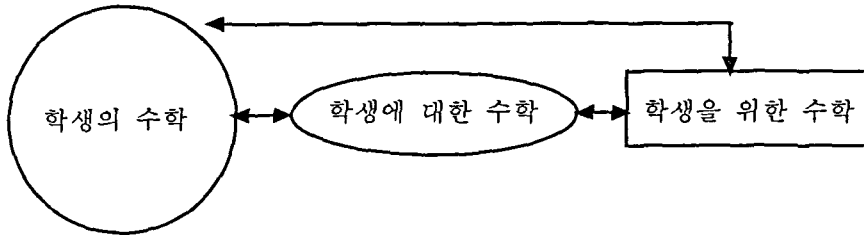
<그림 1> 학생의 주장에 대한 교사의 반응 (p. 92)

중국 교사들은 미국 교사에 비하여 탐구적인 자세로 임하는 학생들에게 더 관심을 가지고 반응을 보임을 보여 주고 있다. 즉, 학생들의 독창적인 생각을 존중하고 알려고 노력한다는 사실을 알 수 있다. 또, 교사는 학생들의 수학에 관심을 가지고 교사도 학생들에게서 배워야 한다는 사실을 Schifter의 말을 이용하여 지적하고 있다.

경험 많은 교사라도 그들 자신의 교실 수업에서 계속 배울 수 있고 그리고 배워야 한다는 개념은, 교사가 된다는 것은 이미 충분히 배웠다는 표시라는 전통적인 개념과 첨예하게 대조된다. 학교의 전통적인 문화의 관습에 따르면, 정의상 교사는 이미 가르칠 내용 영역에 대해 해야 할 수업의 계열에 대해 방에 가득한 학생들에게 명령을 부과하는 기술을 아는 사람이라고 말하는 것은 별로 과장이 아니다(pp. 147-148).

필자가 초·중·고를 거치면서 경험했던 것과 또 현직에 근무하면서 여러 수학 수업을 관찰해 본 바에 의하면, 아직까지 우리 나라의 수학 수업은 교사의 일방적인 수업 계획에 의하여 학생들 개개인의 수학적 상황이 별로 고려되지 못하고 있음을 알았다. 그러나, 가르치려고 하는 대상에 대한 연구는 무엇보다도 선행되어야 한다고 본다. 모든 교수법의 출발은 교수의 대상인 학생을 아는 것이 선행되는 것이 당연하다.

그런데, 다행인지 불행인지 교사는 실제로 학생들의 머리 속에서 일어나는 수학적 작용을 볼 수가 없다. 여기에서 Leslie P. Steffe 교수를 비롯한 구성주의자들의 학생들의 수학에 대한 생각을 간단히 살펴보는 것이 의미가 있겠다. 그들은 학생의 수학, 학생에 대한 수학, 학생을 위한 수학으로 나누어 설명하고 있다.



<그림 2> 학생의 수학에 대한 관점

위 그림에서 '학생의 수학'은 실제로 학생들의 머리 속에서 일어나는 수학적 작용을 말하고, '학생에 대한 수학'은 교사나 제 삼자가 학생의 수학하는 활동을 관찰하여 학생이 어떤 수학을 하고 있다고 학생의 수학에 대하여 가정하는 수학, 즉 학생의 수학에 대한 하나의 모델로서의 수학을 말하고, '학생을 위한 수학'은 학생에 대한 수학을 바탕으로 학생에게 수학적인 발전을 위해 학생과 상호 작용을 위해 가장 적절하다고 생각되는 수학을 말한다. 뒤의 두 가지는 어디까지나 학생의 수학에 대한 가정 또는 모델일 뿐이다. 우리가 학생이 어느 문제에 대하여 어떻게 반응을 보일 것이라는 것을 정확히 예측하는 것이 얼마나 어려운지는 실제로 그와 같은 연습을 해 볼 때 알 수 있다. 그러므로, 교사는 학생 앞에 전통적으로 그랬던 것처럼 권위적일 수가 없고 겸손히 자신이 생각하는 수학을 학생에게 제시해야 할 것이다.

2. 관찰 연구

이 연구 논문의 주된 연구 방법은 관찰법으로, 관찰법은 관찰을 기본으로 하여 연구문제에 대한 답을 얻기 위한 체계적인 접근 방법으로 그 역사는 아주 오래 전부터이다. 이 연구 방법은 인간의 행동을 연구할 때, 개인에게 직접 물어 본대거나 상황을 통제하여 실험을 한다거나 검사하는 대신에 관찰을 통하여 어떤 사실을 알고자 할 때 사용한다. 예를 들어, 교실의 수업에서 교사가 질문하는 학생에 대한 반응이 남녀별로 어떤 차이가 있는지에 대하여 살펴보려고 할 때 관찰방법은 다른 어느 방법보다 효과가 있을 것이다. 또한, 관찰법은 특정한 실험 설계와 실험 과정에서 연구자가 가질 수 있는 연구자의 내재된 가설에 내재된 효과를 감소시킬 수 있는 장점이 있다 (김아영, 2000, p. 13).

관찰방법은 연구의 한 방법으로 주로 집단 전체에서 일어나는 상태를 가능한 자연스런 가운데 알아보려는 방법이지만 본 연구에서는 한 학생 또는 두 학생이 수학 문제를 풀어나갈 때, 어떻게 풀는지를 세밀하게 관찰하는 방법을 사용하였다. 그러나, 이 연구에서는 사용한 것은 엄밀한 의미에서

자연관찰법은 아니다. 학생이 어떻게 해야할지 모르는 경우에는 자연스럽게 힌트도 주면서 학생이 어떻게 문제를 풀어 가는지를 관찰했다. 필요한 경우에는 대화 내용을 녹음도 하면서 상황을 그대로 알아보려고 하였다.

이 연구에서는 교육대학교 3학년 76명의 예비교사들이 자신들이 만든 수학문제나 기존의 문제를 한 학생 또는 두 학생에게 풀도록 한 후, 학생이 푸는 방법을 처음부터 끝까지 심층적으로 관찰한 사실과 예비교사들이 이 관찰을 통해 깨달은 점을 쓴 보고서와 대화를 중심으로 자료를 수집하였다. 또한, 4명의 현직교사이자 교육대학원에 다니는 학생에게도 같은 방식의 자료를 가지고 분석을 하였다.

예비교사들은 학생들의 문제풀이의 관찰 전에 학생의 수준 파악, 학생의 수준에 맞는 문제를 만들거나 선정하기, 그 문제를 학생에게 투입하기 전에 학생의 풀이 방법 예상하기, 문제를 푸는 과정의 관찰, 힌트주기, 문제를 풀기의 관찰 동안에 기존의 생각과의 차이점, 학생들의 문제풀이의 관찰을 통하여 자신들의 교수법을 반성하기 등에 대하여 중점적으로 생각하여 관찰하였다. 그리고, 실제로 학생들이 풀이를 한 것을 첨부하여 정리하였다. 특히, 관찰하는 동안에 학생의 문제 풀이에서 기존의 생각과는 어떻게 다른지 특히 놀랄만한 발견은 무엇인지를 살펴보았다. 그리고 기존의 교수 방법에 대하여 학생의 문제 풀이를 심층적으로 관찰하는 것이 어떤 의미를 줄 수 있는지에 대하여 알아보았다.

III. 관찰의 실제와 교수 학습의 개선

교수학습의 개선은 우리 교사가 수업을 해 나가면서 끊임없이 추구해야 하는데, 자신의 수업 방법에 대하여 반성해 볼 수 있는 것은 학생들의 수학하는 과정을 관찰해 보는 것이다. 그런데, 우리나라에서는 교육대학이나 사범대학에서 학생들의 수학과정을 심층적으로 관찰할 수 있는 기회가 거의 없다. 물론, 교생실습을 통하여 학급 전체로 이루어는 수업에 대하여 관찰을 하고 수업도 해 보는 경험을 해 보지만 한 학 학생을 대상으로 어느 부분에서 어떻게 풀어나가고 교사의 힌트에 대하여 어떻게 반응을 해하는지에 대하여 심층적으로 관찰해 볼 수 있는 기회를 거의 가져 보지 못했다.

미국의 조지아 대학에 있는 구성주의적인 생각을 가진 몇몇 교수들을 중심으로 초등학교 예비 교사들을 위한 실습 프로그램의 일환으로 교생실습과는 별도로 한 학생을 지정하여 매 주에 한번씩 학교로 찾아가 한 학기 동안 아동이 하는 수학을 관찰할 수 있는 기회를 갖도록 하였다. 한 학기가 끝난 다음의 반응은 대부분 긍정적인 것이었으며, 그 동안 아동들이 어떻게 수학 학습을 해 가는지에 대하여 새롭게 안 사실이 많음을 말했다²⁾ 다음은 한 교생이 자신이 초등학교 학생들이 학생을 가르치기 전에 자신이 어떻게 '가르쳐야' 할 지에 대하여 생각하고 있는 것을 기술한 내용이다.

나는 우선 나의 학생들로부터 그들이 실제로 변에 대하여 어떻게 생각하고 있는지를 알기 위하여 더 많은 정보를 얻을 필요가 있었다. 아마도 나는 학생들에게 그의 생각을 예로 보여주도록 할 것이다.

2) 필자가 조교로 있는 동안에 교생들과 학교에 나가서 관찰할 기회를 가졌다.

그들로부터 반응을 들은 후, 변에 에 대한 정의를 생각하게 되었는데 변은 경계로 생각되었다. 이제 학생들에게 이 개념을 설명할 때, 이 등근 모양을 한 까만 곡선은 왜 경계를 가지고 있는데 선분이 될 수 없는지 물어 볼 것이다. 나는 또 학생들에게 단지 선분을 가지고 있다고 해서 사각형이나, 직사각형 등의 도형이 될 수 없다는 사실을 이해시킬 수 있기를 바란다.

교생들은 한 학생을 상호작용을 하고 관찰한 것을 반의 담임교사와 만나 자신들의 의견을 나누는 시간을 가졌다. 담임교사와의 대화는 많은 것을 깨닫게 하였으며 그들이 미처 알지 못했던 사실을 알게 되었고 담임 교사의 입장에서 생각하는 면을 깨닫게 되었다. 학기말에 자신이 맡은 학생에 대한 장문의 리포트를 쓰고, 강의실에 모여서 각자가 깨달은 사실들을 서로 간에 교환할 수 있는 기회를 가졌는데 서로 간에 공감하는 사시들이 많이 있었다. 그 중에서도 어린 학생들에 대하여 막연히 가지고 있었던 생각이 구체적으로 알게 되고 장차 일선에 나가서 학생들을 가르칠 때에도 이런 점들이 많이 도움이 되고 있었다.

본 연구는 학생들의 문제 풀이만을 관찰하고 장기간의 관찰이 아니라는 면에서 제한점을 가지고 있으나 예비 교사들에게 자신이 장차 학생을 가르치는데 큰 도움이 됨을 알 수 있었다. 먼저 처음에 학생에 맞는 문제를 만들거나 선정하는 작업에서부터 어려움을 가지는 경우가 많았다. 과외 등을 오랜 동안 한 경우는 덜 했지만 성정 아동의 수학적 수준을 가늠하는데 쉽지가 않았다. 왜냐 하면 아동들의 수학 활동을 자세히 관찰하려면 그 아동에게 적절히 도전적이면서도 너무 어렵지 않은 문제를 선정해야 하기 때문이었다. 이 과정에서 자연스럽게 해당 학생의 수학적 수준을 파악하기 위해 그들의 수학활동에 관심을 갖게 되고 몇 개의 예비 문제를 가지고 시험적으로 풀이를 시켜 본 경우도 있었다.

예비 교사들은 아동이 문제를 풀기 전에 그 아동이 어떻게 문제를 풀 것인지 예상해 보았는데 그 일은 쉽지가 않았다. 현직에서 오랜 동안 수학을 가르쳐 온 교사들도 학생이 문제를 풀기 전에 어떻게 반응하고 풀지를 정확히 예상하기는 매우 어렵다. 몇 예비교사들은 아동의 수학에 대한 태도도 알아보려고 하였다. 아동이 “수학”이란 말을 들었을 때 어떤 생각이 드느냐고 물어 보기도 했다.

아래 그림 3은 3학년 여자 아이가 문제를 푼 것을 그대로 보여 준 것이다. 예비교사는 아동이 문제를 풀기 전에 그 아동이 문제 풀이에 어려워 할 것이고 풀 수 있다면 남자의 수를 먼저 구하고 여자의 수를 나중에 구할 것이라고 예상했다.

3. 개이글호 열차기 부산에서 서울까지 도착했다. 부산을 출발할 때 남자 135명, 여자 235명이 타고 있었다. 대구에서 남자 127명이 타고 92명이 내리고 여자는 126명이 타고 127명이 내렸다. 서울역에 도착한 열차에는 남녀 중 어느 쪽이 몇 명이 더 타고 있었니? 여기가 54명 더 타고 있었다

$$\begin{array}{r}
 235 \\
 + 127 \\
 \hline
 362
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 135 \\
 + 127 \\
 \hline
 262
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 262 \\
 - 127 \\
 \hline
 135
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 135 \\
 + 235 \\
 \hline
 370 \\
 - 127 \\
 \hline
 243 \\
 - 126 \\
 \hline
 117
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 135 \\
 + 235 \\
 \hline
 370 \\
 - 127 \\
 \hline
 243 \\
 - 126 \\
 \hline
 117
 \end{array}$$

<그림 3> 아동의 문제 풀이 방법

다음은 대화 내용의 일부이다.

아동: 왜 이리 말이 어려워요?

관찰자: 응, 좀 길지? 천천히 읽어봐...

아동: (한참 풀다가) 헛갈려... 맞나 모르겠다. 아, 또 빼기네. 나 빼기 싫어하는데. 더하기는 좋아해요. 근데 어쩔 땐 빼기도 좋아요. 기분이 좋은 날은... (답을 구하고) 49! 헛갈리네요.

아동이 문제의 길이가 길은 것을 보고 문제 풀기에 어려움을 느끼나 비교적 차분하게 문제 풀기를 시작했다. 실제로 아동이 문제를 풀 때에는 여자의 수를 먼저 구했다. 이것은 예비교사가 예상했던 것과는 반대의 경우인데 예비교사는 이것을 특이하게 생각했다. 그 아동은 여자의 수를 구할 때 탄 사람은 덧셈으로, 내린 사람은 뺄셈으로 하여 셈을 하고 있다. 남자의 수를 옮겨 쓰는 과정에서 262명을 267명으로 써서 최종 답이 틀리게 되었다. 그러나, 계산의 과정은 정확했다. 그래서 나중에 예비교사는 다시 풀도록 했고 결국 정확한 답을 얻었다. 이 아동이 자신이 뺄셈을 싫어한다고 한다고 한 것처럼 바로 앞의 덧셈 문제는 아주 쉽고 정확하게 해결했다. 예비교사는 이 아동의 이런 현상을 받아 내림하는 것을 받아 올림하는 것보다 더 어려워한다는 것으로만 분석하고 있다. 그런데, 예비교사가 더 알고 싶다면 왜 이 아동이 받아 내림하는 것을 더 어려워하는지 문제의 성격을 바꾸어서 더 탐구해야 왜 이 아동이 그런 어려움을 갖게 되는지를 알 수 있게 되는 것이다.

한 예비교사는 자신이 그 동안 과외를 해 왔던 2학년 남자 아이를 대상으로 관찰을 했는데, 그 아동은 사립학교에 다니며 2학년임에도 불구하고 문제집을 7권씩이나 풀고 있는 수학이 아주 뛰어나다고 생각되는 아동이었다. 계산 문제와 도형 문제의 두 문제를 가지고 아동의 풀이 방법을 관찰하였는데 예상이 완전히 빗나갔다. 처음 문제는 인터넷에서 발견한 문제인데 예비 교사 자신도 풀지 못했던 문제이기 때문에 2학년 아동이 풀기는 어려울 거라고 예상했으나 아동은 쉽게 해결했고, 두 번

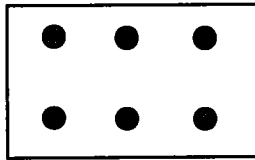
제 문제는 아동이 그러 가면서 쉽게 풀거라고 예상했으나 정확히 풀지 못했다. 대화 내용은 녹음을 하였다.

<제시한 문제>

1, 미나는 다음과 같이 수를 썼습니다. □ 안에 들어 갈 수를 차례로 쓰시오.

1, 2, 3, □, 3, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 6, □

2. 다음 그림의 점판에서 3점을 이어 삼각형을 그립니다. 돌려놓거나 얹어놓아 같아지는 것은 같은 것으로 볼 때, 서로 다른 삼각형을 모두 몇 개나 그릴 수 있습니까?



다음은 풀이 과정에서 대화 내용과 예비교사가 자신의 생각에 대하여 쓴 것을 그대로 옮겨 놓은 것이다.

아동: 어? (1번 문제를 보고) 이거 너무 쉽다.

관찰자: 이게 쉬워?

아동: 네. 아이~ 이거 너무 쉽잖아요. 선생님~, 이거 일이삼, 이삼사 그거잖아요? 맞죠?

관찰자: 그래? 그럼 한 번 풀어 봐.

아동: (첫 번째 빈 칸에는 정답인 2를 썼는데, 두 번째 빈 칸에는 오답인 7을 쓴다.)

관찰자: 어? 윤석아!

아동: 왜요?

관찰자: 두 번째 답이 7이야?

아동: 아! 아니다~ 아니다~

관찰자: 그림?

아동: (7을 5로 고쳐 쓴다.) 맞죠?

관찰자: 그래. 정답은 맞았는데, 윤석이 이거 어떻게 풀었니?

아동: 이거 일이삼, 이삼사 그거잖아요?

관찰자: 어떻게 일이삼, 이삼사인데? (내가 보기에는 학교에서 전에 이 문제를 푼 듯 했다. 그리고, 문제를 잘 살펴보지도 않고, 그냥 쓴 것 같아서 끝까지 문제를 푸는 과정을 묻기로 했다.)

아동: 그니깐.. 이렇게.. (머뭇머뭇)

관찰자: 그니깐.. 어떻게?~

아동: 일이삼 다음에는 이부터 시작하고. (이 문제의 규칙에 대해서 대충 들어본 것 같기는 했으나 정확히 알지는 못하는 것 같았다.)

관찰자: 근데, 왜 이삼사 다음에 오가 안 나오고 삼이야?

아동: 그니까..(머뭇머뭇한다. 아이가 대답할 때까지 기다리기로 했다.)

관찰자: 잘 한 번 생각해봐, 윤석아.

아동: (연필로 숫자를 가리키며) 일이삼, 이삼사, 삼사오, 사오육, 그다음에 오잖아요. (하지만 아직도 무언가 확실치 않았다.)

관찰자: 그래? 그럼 오 다음엔 뭐가 나오지?

아동: 육, 칠..

관찰자: 그래 맞았어. 윤석아, 여기 이것들은 세 개씩 숫자들이 짝을 짓지?

아동: 네.

관찰자: 그리고 각각은 처음에 시작하는 숫자가 하나씩 올라가지?

아동: 네, 맞아요. 그거예요. 제 말이 그거예요, 선생님.

관찰자: 그래. 윤석이가 알고 있었는데, 선생님한테 설명을 잘 못했나 보네?

아동: 네, 선생님 빨리 다음 문제해요.

관찰자: 그래. (아이가 자신이 정확히 알지 못했었다는 것을 감추고 싶어하는 것 같아서 그냥 넘어가기로 했다. 그것을 끝까지 추궁했다가는 아이한테 상처가 될 듯 싶었다.)

이 아동은 처음에는 아주 쉽게 풀었다고 생각했으나 그 아동이 확실한 이해한 것인지는 이 예비교사는 두 번째 문제에 대해서는 아동이 잘 이해하지 못해서 하나하나 힌트를 주었다. 2학년 학생에게는 이해하기가 힘든 문제였다. 다음은 예비교사가 자신이 이 아동을 관찰한 후에 느낀 점을 쓴 글이다.

그 동안 아이에 대해서 많은 것을 파악했다고 생각했던 내 자신이 부끄러워졌다. 두 문제 모두 나의 예상이 빗나갔기 때문이다. 첫 번째 문제는 아이가 정말 힘들게 풀 것이라고 예상했었는데, 너무나도 쉽게 풀어버렸고, 두 번째 문제는 비교적 쉽게 풀 것이라고 예상했었는데 생각보다 시간이 많이 소요되었고 아주 힘들게, 힘들게 풀었다. 그리고, 그 동안 이 아이를 과대평가하고 있었다는 생각이 들었다. 아무리 많은 문제집을 풀고, 공부를 많이 하고, 완벽을 추구하는 성격이라고 해도 이 아이는 이제 겨우 9살, 피아제의 인지 발달 단계론에 의하면 구체적 조작기에 막 들어선 아이인데, 그 동안 나도 모르게 이 아이를 그보다 훨씬 높은 단계에 있는 것으로 착각하고 있었다는 생각이 들었다. 특히, 첫 번째 문제를 풀면서 그 동안 이 아이의 수학 시험 점수에 의문이 생겼다. 과연 이 아이가 그 문제의 풀이 과정을 이해하고 그 문제를 맞힌 것인지, 아니면 선생님이 가르쳐주신 것을 그냥 외워버린 것인지, 다시 한 번 학습에 있어서 과정이 중요하다는 것을 깨닫는 순간이었다. 이번 학기에 공부를 하면서 구성주의 학습에 대해서 알게 되었는데 바로 이러한 이유 때문에 구성주의 학습이 필요하다는 생각을 했다. 그 동안의 우리의 수업 방식이 아이들로 하여금 지식에 대하여 진실로 이해하도록 하는 것이 아니라 피상적으로 외우도록만 했다는 생각이 들었기 때문이다. 그렇게 길러진 아이들이 만드는 사회는 결국, 발전과 변화를 지양하는 보수적인 사회, 창의력을 상실한 사회가 될 것이라는 암울한 예감마저 들었다.

이 예비교사에게 한 아동의 심층적인 관찰은 아동의 수학에 대한 자신의 생각을 새롭게 하게 되었고, 자신이 가르치는 교수법에 대하여 되돌아보게 했다. 물론, 대상 아동은 그 동안 과의를 했기

때문에 그 아동의 수학 수준에 대하여 잘 알고 있다고 생각했었다. 그러나, 그녀는 아동의 수학 풀이에 대한 심층적인 관찰을 통하여 그 동안 자신이 생각했던 것에 대하여 재성찰해 보는 기회가 되었다. 예비 교사로서 장차 학교 현장에 나가서 학생을 가르칠 때에도 어떤 점에 유의할지를 생각하게 되었다.

현직교사이자 수학교육과 대학원생에게도 아동의 문제 풀이에 대한 심층적인 관찰은 교사에게 전체 학습을 대상으로 할 때는 깨닫지 못했던 것을 새로운 사실을 깨닫도록 하였다. 한 교사는 이 관찰을 통하여 “학생들은 모든 문제는 반듯이 풀린다고 생각하고, 문제에 나오지 않는 조건을 추측해서 푼다”고 말하고, 두 학생이 문제 풀이를 하는 경우에 “친구와 서로 토론할 시간과 기회를 줄 경우 기대 이상의 것을 이루었다”고 기술했다.

이상에서 살펴 본 바와 같이 아동의 수학 문제 풀이하는 것을 심층적으로 관찰하는 것은 예비교사나 현직교사들에게 많은 긍정적인 효과를 가져다주었다. 다른 예비교사나 교사들이 자신들이 그 효과를 다음과 같이 정리할 수 있다.

첫째, 수학 문제를 아이들의 입장에서 보려고 노력하게 된다. 이미 성인이 된 교사는 아이들의 “눈높이”로 문제를 보는 것은 거의 불가능하다. 심지어 자신이 어렸을 때의 기억으로 되돌아가는 것조차 힘이 든다. 그러나, 교사가 아동들이 어떻게 문제를 풀어 가는지를 심층적으로 관찰함으로써 아동들의 수학에 대한 이해를 깊게 할 수 있고 그 만큼 아이들의 눈높이에 맞게 문제를 진술하거나 진술된 수학 문제를 최대한 아동의 수준에서 볼 수 있을 것이다. 이는 교사와 학생간의 진정한 의사소통을 가능하게 할 것이고, 이는 학생들을 기꺼이 수학교실에 끌어들일 수 있을 것이다.

둘째, 수학에 대한 인식이 달라진다. 전통적으로 수학은 완전 무결한 이론과 정리들의 집합체로 교사는 단지 이것들을 학생들의 머리 속에 넣어 주는 것이 가장 주된 역할이었는데, 학생들의 수학하는 과정을 심층적으로 관찰하다 보면 수학을 그런 식으로 머리 속에 넣어 줄 수 있는 것이 아니라는 것을 깨닫게 된다. 수학의 학습은 학생들의 수학적인 수준이나 상황에 결정적으로 영향을 받게 됨을 알게 된다. 그러므로, 교사는 자신이 학생보다 더 많이 아는 사람으로써 교수에 임하기보다는 교사도 학생들의 수학을 배워 가는 하나의 학습자로 겸손하게 학생들과의 상호작용을 하도록 하게 된다.

셋째, 소위 지진한 학생에 대한 인식이 달라진다. 학생들은 학생들 나름대로의 논리를 가지고 수학을 하는 경우가 있음을 깨닫는다. 그러므로, 교사의 입장에서 보면 비논리적이고 틀린 풀이 방법이라고 할 지라도 그 학생이 왜 그런 답을 얻게 되었는지에 관심을 가지게 된다. 답만을 가지고 “맞았다,” “틀렸다”라고 판정을 해 버리는 것은 학생들이 수학을 잘 할 수 있는 싹을 잘라 버리게 되는 경우도 있다. 지진한 학생을 점수로 판단하는 것이 아닌 하나의 존귀한 인간으로 보게 되며, 수학을 하는데 교사로서 어떻게 힌트를 주고 이끌어 주어야 하는지에 대한 실질적인 아이디어를 가질 수 있다.

마지막으로, 교사 자신의 교수 방법을 끊임없이 개발하고 계발시켜 나갈 수 있도록 한다. 아동의 심층적인 관찰은 교사로서 기존에 자신이 배웠던 방식이나 전통적으로 수학 시간에 이루어지는 수업

방식에 대하여 반성하도록 함으로써 보다 바람직한 어떻게 해야 할 지에 대해서 성찰하도록 하고 자신이 취약한 부분이 무엇인지도 알게 한다. 자신이 부족한 부분을 깨달아 그 부족한 부분을 개발시켜 나갈 수 있는 기회를 제공한다. 동료 교사들과 자신이 관찰한 사실을 가지고 진솔하게 의견교환을 할 수 있는 자연스런 기회를 제공할 것이고 같은 경험을 가진 교사들의 의견교환을 통하여 보다 세련된 교수 방법을 개발시켜 나가게 한다.

IV. 맺음말

아직도 월드컵에서 우리 나라 축구 선수들이 국민들에게 준 감동이 남아 있고 이 월드컵을 계기로 한국 축구의 수준이 한층 높아졌다. 많은 사람들이 한국팀의 선전은 한국 축구팀의 감독을 맡았던 거스 히딩크의 역할이 결정적이었다고 말하고 있다. 그의 가장 특징적인 선수 훈련 방법은 기초 체력 훈련과 더불어 선수 하나 하나의 치밀한 분석을 토대로 약점들을 과학적으로 분석하여 집중 강화 훈련을 시킨 것이라고 말한다. 또, 경기가 있기 전에 상대팀 선수들에 대한 비디오 분석 등 치밀한 분석을 토대로 상대팀의 약점을 심분 이용했다고 한다.

똑같은 전략이 수학교육에서도 이루어져야 한다고 생각한다. 지금까지 수학을 가르치는 교사들은 수학을 공부하는 선수들인 학생들에 대한 철저한 분석이 부족했다. 먼저 학생 개개인에 대한 철저하고도 치밀한 분석이 선행되어야 한다. 수학의 기본적인 개념과 원리의 강조와 각 학생의 취약한 부분을 집중적으로 보완해 주는 지도가 효과적이다.

본 논문에서는 그 방법으로 아동들의 심층적인 관찰 방법을 통하여 교사들의 교수·학습의 방법을 어떻게 개선해 나갈 수 있는지에 대하여 알아보려 하였다. 예비교사들과 현직교사들이 아동의 수학 문제 해결하는 과정을 심층적으로 관찰함으로써 그로부터 그들이 무엇을 얻을 수 있는지에 대하여 알아보았다. 그 효과로는 크게 다섯 가지로 수학 문제를 아이들의 입장에서 보려고 노력하게 되고, 수학에 대한 인식이 달라지고, 지진한 학생에 대한 인식이 달라지게 되고, 그리고 교사 자신의 교수 방법을 끊임없이 개발하고 개발시켜 나갈 수 있도록 한다.

그의 실현 방안으로는 교대나 사대의 교육과정에 학생들의 수학활동을 심층적으로 관찰할 수 있는 기회를 갖도록 하는 것이다. 학생 시절에 한 학생의 수학하는 과정을 세밀히 관찰하는 경험은 나중에 현직에 나가서 전체 학생들을 가르칠 때에도 각 학생들의 수학적 수준에 계속적인 관심을 가지게 될 것이다. 또, 수학적으로 부진한 학생들에 대하여 포기하기보다는 어느 부분이 취약한지를 알려고 노력할 것이다. 학교 내에서도 교사들 사이에 자발적인 모임을 만들어서 서로 간에 학생들을 관찰한 결과를 가지고 토론을 할 수 있는 장이 마련되어야 할 것이다.

교사를 의사로 비유하는 것은 적절하다고 볼 수 있다. 의사는 환자가 오면 먼저 진찰을 하고 그 진찰 소견에 의하여 하나의 처방을 내리게 된다. 그 처방이 잘 듣지 않으면 다른 처방이 주어지고, 그 처방도 잘 듣지 않으면 진찰 후 또 다른 처방을 내리는 식으로 계속된다. 그러나, 많은 교사들이

각 학생에 대한 철저한 진단이 없이 모든 학생들에게 만병통치약의 처방을 해 왔다. 그러나, 그 처방은 어떤 학생에게는 생명에 치명적으로 해를 줄 수 있는 독약이 될 수도 있는 것이다.

현재의 수학 시간에 학생을 수학 점수로 판단하는 분위기에서는 학생들을 수학 활동에 끌어들이기가 쉽지 않다. 효과적인 수업을 위해서는 교사가 수학적 지식뿐만 아니라 아동들 자체에 대한 연구도 필요하다. 이렇게 될 때, 수학을 포기하는 이 나라의 학생들에게 다소나마 희망을 줄 수 있을 것이다. 이제 교사의 학생의 수학에 대한 심층적인 관찰을 통한 수학 교사의 허당크식 조력 방법이 수학교실에서도 필요하다.

참 고 문 헌

- 교육부 (1999). 초등학교 교육과정 해설: 수학, 과학, 실과, 서울: 대한교과서주식회사.
- 김아영 (2000). 관찰연구법, 서울: 교육과학사.
- 박교식 (1996). 우리 나라 초등학교의 수학 교수학습에서 볼 수 있는 몇 가지 특징, 대한수학교육학회 논문집 6(2), 서울: 대한수학교육학회.
- 서울대학교 컴퓨터와 수학교육 연구소 (2002). 거북 명령 실습실. <http://javamath.snu.ac.kr/teacher/>에서 2002년 7월 10일에 발췌.
- 최창우·권기자 (2000). 구성주의적 관점에서 관찰한 초등수학의 교수·학습방법에 관한 연구. 한국수학교육학회 <초등수학교육>, 4(2), 서울: 한국수학교육학회.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*, Mahwah, NJ: Erlbaum.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.