韓國數學教育學會誌 시리즈 E
<數學教育 論文集>
제 14집, 2002. 8. 61-70.

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 14, Aug. 2002. 61-70.

수학의 관계적 이해를 위한 스키마식 수업 모델 제시

김 성 숙 (배재대학교)
이 상 덕 (단국대학교)
김 화 수 (단국대학교 대학원)

수학은 추상적인 학문이다. '추상'은 몇 개 또는 무한히 많은 사물의 공통성이나 본질을 추출하여 파악하는 사고작용이다. 이렇게 추상된 것들을 모아 분류를 하고 그 다음에 이름을 붙이는 것이 바로 개념이 형성되는 과정이고 수학자가 수학을 하는 과정이다. 이 개념들은 여러 가지 모양으로 결합하여 스키마라고 부르는 개념 구조를 형성하게 되는데, 이 스키마는 수학적 사고를 하는데 매우 중요한 역할을 하여 수학을 개념적으로 이해하는데 도움을 주며, 새로운 지식을 얻는데 필요한 필수적인 도구가 된다. 본 논문에서는 연속적인 수열의 합의 공식에 대하여 학생들이 Skemp가 말한 '관계적 이해'를 할 수 있도록 스키마를 이용하여 문제를 해결할 수 있는 모델과 원주의 스키마를 이용한 생활 속의 문제를 제시하여 학생들이 공식을 암기하기보다는 수학의 구조를 파악하고 연계성을 이해함으로서 능동적인 구성활동을 유발하여 수학에 대한 흥미를 느낄 수 있도록 도움을 주고자 한다.

I. 서 론

수학은 추상적인 학문이다. '추상'은 몇 개 또는 무한히 많은 사물의 공통성이나 본질을 추출하여 파악하는 사고작용이다. 이렇게 추상된 것들을 모아 분류를 하고 그 다음에 이름을 붙이는 것이 바로 개념(concept)이 형성되는 과정이고 수학자가 수학을 하는 과정이다. 이 개념들은 여러 가지 모양으로 결합하여 스키마(Schema)라고 부르는 개념 구조를 형성하게 되는데, 이 스키마(Schema)는 수학적 사고를 하는데 매우 중요한 역할을 하여 수학을 개념적으로 이해하는데 도움을 주며, 새로운 지식을 얻는데 필요한 필수적인 도구가 된다. 또한 학생의 기존 스키마가 수학을 이해하는 데에 결정적 영향을 미치고, 여러 방법을 통한 스키마의 동원이 수학 이해의 증진에 크게 도움이 될 수 있다.

Skemp는 새로운 상황을 이미 알고 있는 스키마와 동화시키는 것을 '이해'라고 설명한다. 그는 규칙이 어떻게 작용하는지 모르면서 암기한 규칙을 문제해결에 적용하는 것을 도구적 이해, 어떤 규칙에 대한 적용방법과 이유를 아는 상태를 관계적 이해, 자기가 이해한 것을 다른 사람들에게도 확신시킬 수 있는 것을 논리적 이해, 수학적 기호와 표기를 수학적 아이디어와 적절히 연결, 추론, 연역할 수 있는 것을 기호적 이해로 구분하여 설명하고 있다. 단순히 암기한 공식에 따라 의미가 거의 없는 기호의 조작만을 반복하는 도구적 이해만 한 학생들은 자신이 경험하지 않은 문제가 나올 때는 자신을 잃게되어 수학의 흥미를 잃게된다. 스키마를 이용한 학습은 기존의 지식을 통합하고 새로운

학습을 위한 도구가 되어 적어도 관계적 이해까지 도달하게 도와줄 수 있다. 교사들은 학생 자신이 선험지식인 예비 스키마를 활용하여 새로운 수학적 개념을 재구성하도록 도와주어야 한다. 학생들에게 효과적으로 수학을 가르치기 위하여 교사는 교재뿐만 아니라 학생들과 관련된 요소, 즉 수학의 선험지식, 학생의 동기, 흥미, 필요와 태도들을 고려하여 학생들이 주어진 개념을 잘 연결하여 이해할 수 있도록 지도해야 한다. 본 논문에서는 스키마식 수업의 모델을 제시하여 수학의 연계성과 위계성을 보여줌으로서 학생들이 공식을 암기하기보다는 능동적으로 수학의 구조를 파악하고 이해함으로서 수학에 대한 흥미를 느낄 수 있도록 도움을 주고자 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 스키마(schema)

Kant에 의해서 시작된 이 개념은 '순수 이성 비판'에서 순수한 선험적 상상과 현실세계에서의 경험을 분리하여 순수한 선험적 상상을 스키마라 불렀다. 예를 들어 '삼각형'이라는 스키마는 수많은 세모 모양의 형태가 종합된 하나의 규칙이며 '개'라는 스키마는 네발 달린 개를 상상할 때마다 나오는 규칙이라는 것이다. 스키마는 '기억 속에 체계적, 조직적으로 저장되어 있는 지식의 구조'를 의미하며 단순한 지식뿐만 아니라 학생이 이미 경험을 통해 얻은 모든 지식을 포함하는 개념으로 학생들이 앞으로 학습하게될 내용에 중요한 영향을 미치게 된다. 영국의 사회심리학자 버틀레트(Batlett. 1932)는 스키마가 단순히 과거의 기억을 재생하는 것이 아니라 정보를 새로운 모습으로 구성하는 과정을 의미한다고 했고 라병소는 '수학학습에서의 관계적 이해를 위한 스키마 구성에 관한 연구'(라병소, 1999, pp. 41) 에서 다음과 같이 언급하였다.

"수학에서 지식을 구성하는 것은, 학습자의 입장에서 보면 아주 적극적인 노력이 필요한 작업이다. 새로운 아이디어를 구성하여 이해하는 것은 기존의 아이디어와 새로운 아이디어 사이에 연결을 만드는 것을 포함한다. 학습자는 학습과정에서 수동적인 역할보다는 능동적인 역할을 하지 않으면 안 된다. 이것이 바로 반영적 사고이다. 또한 학습자의 마음에 존재하고 있는 아이디어들의 네트워크는 기존의 지식을 구성하는 결과이며 새로운 지식이 구성되는 도구이기도하다. 이와 같은 통합된 네트워크는 기존의 스키마에 많이 연결되면 될수록 새로운 아이디어는 더욱 잘 이해될 것이다.

학습이 일어날수록 네트워크는 변하며 재배열된다. 반영적 사고를 통하여 새로운 아이디어는 우리가 알고있는 것에 적절히 끼워지도록 스키마가 수정되거나 변하게 된다. 이와 같이 아이디어의 네트워크는 개념을 구체화한 것이다. 그러므로 개념이 의미를 가지기 위해서는 지식의 구조라는 아이디어 속에서 의미를 가져야한다."

Piaget는 위와 같은 내용을 동화와 조절이라고 하였는데, 동화란 한 아이디어를 기존의 스키마에 연결시키는 것이고, 조절이란 새로운 아이디어가 끼워지도록 스키마가 수정되는 것이라고 표현하였

다. Piaget의 발생론적 심리학을 수학교육에 적용시킨Skemp는 새로운 상황을 이미 알고 있는 스키마와 동화시키는 것을 '이해'라고 설명하였으며 이해 중심의 학습이론인 스키마식 학습 이론을 전개하였다. 그는 규칙이 어떻게 작용하는지 모르면서 암기한 규칙을 문제해결에 적용하는 것을 도구적 이해, 어떤 규칙에 대한 적용방법과 이유를 아는 상태를 관계적 이해, 자기가 이해한 것을 다른 사람들에게도 확신시킬 수 있는 것을 논리적 이해, 수학적 기호와 표기를 수학적 아이디어와 적절히 연결, 추론, 연역할 수 있는 것을 기호적 이해로 구분하여 설명하고 있다.(R. Skemp) 도구적 이해만 한 학생들은 자신이 경험하지 않은 문제가 나올 때는 자신을 잃게되어 수학의 흥미를 잃게된다. 스키마를 이용한 학습은 기존의 지식을 통합하고 새로운 학습을 위한 도구가 되어 적어도 관계적 이해까지 도달하게 도와줄 수 있다.

2. 구성주의

구성주의는 오늘날 수학교육학(von Glasersfeld, 1987)뿐만 아니라 발달심리학과 컴퓨터 공학, 교육공학에 이르기까지 중요한 위치를 차지하고 있으며 수학교육학의 상당한 논의의 핵심에 있다. 구성주의(constructivis)가 수학교육상의 용어로 등장한 것은 1985년 네덜란드에서의 PME(수학교육심리학 국제연구그룹)의 학술대회였다. 그 이후 1987년 캐나다의 PME에서 미국의 Kilpatrick를 비롯한 여러 학자들이 구성주의를 중심으로 한 논문들을 발표하였다(Kilpatrick, J.,1987).

구성주의는 모든 지식은 교사로부터 수동적으로 받아들이는 것이 아니라 인식의 주체인 학생의 내면 세계에서 능동적 구성활동에 의해 자주적으로 형성된다는 것이다. 그러나 지식이 저절로 구성된다는 것은 아니다. 오히려 적당한 환경에서 교사의 도움을 받아 구성될 수 있는 것이다. 이와 같은 관점에서 생각해 볼 때 교사의 가장 중요한 역할은 학생들이 스스로 개념을 탐색하고 개념사이의 관련성을 잘 이해할 수 있도록 안내하며 총체적인 환경을 만들도록 도와주는 것이다. 본 논문에서는 스키마식 수업 모델을 제시함으로써 학생들이 교과서에 쓰여 있는 공식을 그대로 받아들이는 것이 아니라 이미 알고 있는 지식과 새로운 공식간의 연계성을 찾아봄으로써 학생들로 하여금 수학의 구조를 파악하게 하고 능동적 구성활동을 유발할 수 있게 도움을 주고자 한다.

3. 학습의 전이

전이는 교육에 있어서 가장 중요한 기본 목표중 하나이다. 교육자들은 학생들이 학교에서 학습한 지식과 기능을 학교에서뿐만 아니라 학교 밖의 실제 상황에서도 적절하게 사용하기를 바란다. 우리는 학생들이 수학 시간에 문제 해결 기능을 학습하고 사회나 과학 시간에 다른 분석적 사고 기능을 학습했다면, 이 기능들이 모두 학교 밖의 다른 상황으로 자동적으로 전이되기를 기대한다. 그러나, 이러한 기대에 부정적인 많은 연구 결과가 나와 있다. (Perkins & Salomon, 1998).

학생들이 학교에서 배웠던 많은 양의 수학적 지식은 주로 대학입시를 위한 시험문제의 답을 구할 때 사용된다. 잠재적으로는 다양한 상황에 적용될 수 있지만, 이처럼 부분적으로만 사용되는 지식을 Whitehead는 불활성(inert) 지식이라고 표현하였다(Van Haneghan et al, 1992). 학생들이 학교에서 획득한 지식은 대부분 수동적으로 얻은 불활성 지식이기에 새로운 상황에 접하여 사고해야만 하는 문제 해결 상황에서는 그 지식을 전이시키지 못한다. Bransford et al.(1986)과 Perfetto et al(1983)은 일상 생활의 지식과 전통적인 학교 수업에서 획득된 지식은 모두 불활성적인 경향이 있다고 주장하였다. 그 이유에 대하여, 여러 연구자들(Brown et al., 1989; Lesh, 1981)은 교실의 문제 해결 활동이 실생활의 문제 해결 상황을 반영하지 못하고 있기 때문이라고 지적하였다. 본 논문에서는 답의 산출보다는 앎의 과정에 비중을 둔 스키마식 수업을 통하여 배운 수학적 지식을 생활 속의 문제에 전이시킬 수 있는 예제들을 제시하였다.

4. Freudenthal의 수학화

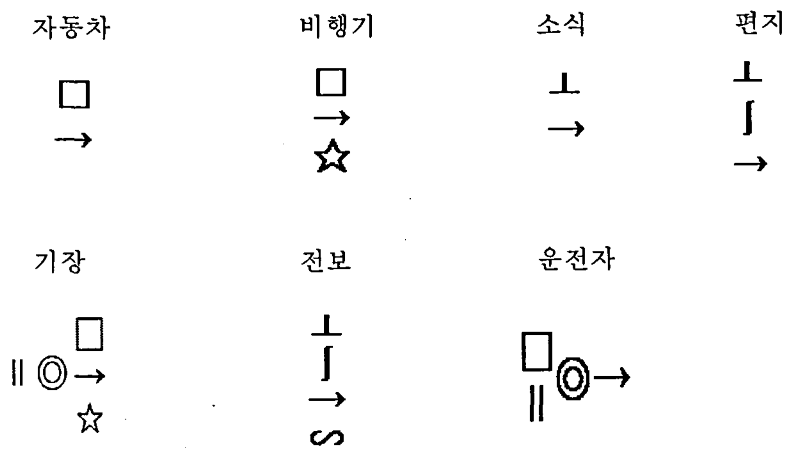
Freudenthal은 1962년 '논리적 분석과 비판적 고찰'이라는 논문에서 '수학화' 라는 용어를 처음 소개하였다. 수학화란 "현상을 수학적인 수단에 의하여 조직하는 것"을 의미한다(Freudenthal, 1973, p.44). 이 때 현상이라는 것은 실생활의 한 영역을 의미하기도 하고 수학 자체를 의미하기도 한다. 그는 '*학생들이 배워야하는 것은 현실과 관계없는 이미 조직화된 수학이 아니라 창조적 활동으로서의 수학, 즉 현실을 수학화 하거나 수학 자체를 수학화 하는 과정이다*'(Freudenthal, 1973, p.44)라고 하였다. 즉, 교사는 이미 조직화된 수학을 가르치며 학생들이 수동적으로 지식을 받아들이게 하는 것이 아니라 그들로 하여금 수학의 한 부분을 재발명하게 하는 것이다. 이 논문에서는 학생들이 이미 알고 있는 지식으로부터 새로운 공식을 그림을 통하여 찾아보게 함으로써 학생 자신이 수학의 개념을 연결할 고리를 찾아 수학의 구체화된 개념과 규칙을 스스로 획득하여 학생들로 하여금 수학의 구조를 파악하게 하도록 도움을 주는 수업 모델을 제시하고자 한다.

Ⅲ. 수업 모델

학생들의 기존의 스키마는 새로운 지식을 얻는데 꼭 필요한 도구이다. 우리가 학습하는 대부분은 이미 알고 있는 어떤 것에 의존한다. 포탄이나 총탄의 궤적을 연구하는 탄도학을 배우려면 유체역학, 동력학을 알아야 하고, 역학을 알려면 운동방정식을 나타내는 미분방정식을 알아야 하며, 미분방정식을 알기 위해서는 미분적분학을 이해하여야 하며, 미분적분학을 이해하려면 대수를 공부해야하고, 대수를 공부하려면 산수를 읽혀야 한다. 이와 같이 높은 차원의 모든 학습은 선행되는 기본적 스키마에 의존하게 된다. 예를 들어 다음과 같은 9개의 기본적인 개념(R. Skemp)들을 학생들에게 먼저 숙지 시켜 보자.

콘테이너	움직이다	하늘	기록하다	지식
□	→	☆	⊥	∫
전기	**사람**	**조종하다**	**(기계)장치**	
∽	‖	◎	■	

위에 숙지한 9개의 개념이 기존의 스키마가 되어, 학생들은 그 중 몇 개를 가지고 새로운 개념을 형성할 수 있다. 자동차를 설명할 때 콘테이너가(□) 움직이다(→) 라는 개념들의 모임으로 가르쳐 준다면, 학생들은 위의 9개의 개념 중 2개나 3개를 가지고 자동차뿐만이 아니라 비행기, 소식, 편지 등의 개념을 기호를 이용하여 다음과 같이 형성할 뿐 아니라 더 많은 기호를 이용하여 기장, 전보, 운전자 등 새로운 개념을 스스로 이해하고 구성할 수 있다.



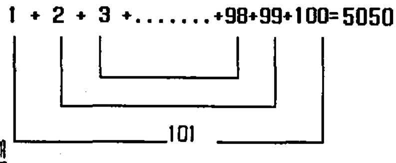
이렇게 스스로 이해하고 구성한 지식은 Skemp가 말하는 관계적 이해뿐 아니라 자기가 이해한 것을 다른 사람들에게도 확신시킬 수 있는 논리적 이해를 넘어 수학적 기호와 표기를 수학적 아이디어와 적절히 연결, 추론, 연역할 수 있는 기호적 이해까지 발전 할 수 있다.

1. 연속적인 수열의 합의 공식 이해를 위한 스키마식 수업 모델

a. 연속적인 수열의 합의 공식 유도

① 1에서 10까지의 합을 옆의 그림과 같이 양 끝의 수를 쌍을 지어 구하면, 각 쌍들의 합이 각 각 11이므로, 5 개의 쌍 들을 더하면 $11 \times 5 = 55$가 된다.

② 위의 스키마를 이용하여 옆의 그림과 같이 1부터 100까지의 합을 구해보면 합이 101인 쌍이 모두 50개 있으므로 $101 \times 50 = 5050$가 된다.



③ 1부터 9까지의 합을 구하기 위하여 위의 스키마를 이용하여 1부터 10까지의 합인 55를 구한다음 10을 뺀다. 그러므로 $55 - 10 = 45$가 된다. 학생들은 여기에서 연속적인 홀수 개의 수열의 합은 연속적인 짝수개의 수열의 합과 다른 새로운 스키마를 형성하게 된다.

④ 1에서 5까지의 합을 ③의 스키마를 이용하여 구하면, 1에서 6까지의 합을 구한 다음 6을 빼거나 1부터 4까지의 합인 10을 구한 다음 5를 더하면 되므로 15가 된다.

⑤ 3에서 9까지의 합을 위의 스키마를 이용하여 구하면, 1부터 9까지의 합인 45를 구한 다음 1과 2의 합 3을 빼면 되므로 42가 된다.

위의 문제를 그림을 이용하여 해결하여 보자.

⑥ 1에서 5까지의 합을 옆의 그림을 이용하여 구하면, 1에서 5까지의 합은 ●의 개수와 같다. 배열된 모양의 삼각형보다 개수 세기가 편한 사각형 모양을 만들기 위해 빈 공간에 ×를 채워 넣어 ●과 ×의 개수가 같은 부분 밑에 밑줄을 그어서 개수가 남는 ●의 부분과 분리를 시켜 놓자. 위에서 4번째 줄까지의 모양을 보면 5×4의 직사각형 모양이 되므로 ●의 개수는 $\frac{5 \times 4}{2} + 5 = 15$이다. 그러나

● × × × ×
● ● × × ×
● ● ● × ×
● ● ● ● ×

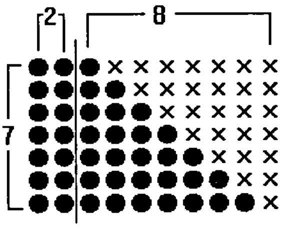
● ● ● ● ●

이 방법은 5를 더하는 과정이 한 번 더 들어가 있으므로 두 번의 계산을 해야 한다. 처음부터 ●과 ×의 개수가 같은 직사각형을 만들어 주면 옆의 모양이 되어 한 번에 계산을 하여 $\frac{5 \times 6}{2} = 15$가 된다.

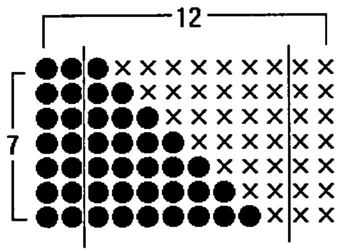
● × × × × ×
● ● × × × ×
● ● ● × × ×
● ● ● ● × ×
● ● ● ● ● ×

⑦ 1에서 6이나 7까지의 합도 똑같은 방법으로 그림을 이용하여 구해보면 학생들은 이 과정에서 하나의 패턴을 발견 할 수 있다. 직사각형의 모양에서 세로의 개수는 변함이 없지만 가로의 개수가 하나 증가한다는 사실이다. 이 사실을 일반적인 경우에 적용하면 1에서 n까지의 합을 구할 때 세로의 개수는 n이지만 가로의 개수는 $n+1$이 되어, $1+2+3+4+5+\cdots\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$이 됨을 알 수 있게 된다. 학생들은 1부터 어떤 수까지의 합을 그림을 그리며 구하는 실험적인 과정을 통해서 1에서 n까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$이라는 사실을 스스로 이해하고 구성할 수 있게 된다.

⑧ 1에서 5까지의 합을 그림을 이용하여 구하는 첫 번째 방법을 스키마로 이용하여, 3에서 9까지



의 합을 구하여 보자. 3에서 9까지의 합을 옆의 그림을 이용하여 구하면 $\frac{8\times7}{2}+(2\times7)$ = $28+14=42$가 됨을 알 수 있다. ●와 ×가 같은 수가 되도록 위에서 수선 옆의 ●의 개수(14개)만큼 ×의 개수 (14개)를 그려 새로운 직사각형 모양을 아래와 같이 만들면 직사각형의 모양에 있는●와 ×의 개수는 $12\times7=84$가 되어 ●의 개수는 $\frac{84}{2}=42$가 된다. 학생들이 이런 방법으로 4에서 8까지나 또는 5에서 9까지의 합을 그림을 이용하여 구하여 보면 또 다른 하나의 패턴을 발견 할 수 있다. 3에서 9까지의 합을 구하는 직사각형의 모양에서 세로의 개수는 $(9-3)+1=7$이고 가로의 개수는 $3+9=12$가 되는 것이다.



⑨ 이 사실을 일반적인 경우에 적용하여 a에서 l까지의 수의 합을 구할 경우, 세로의 개수는 $(l-a)+1$이고 가로의 개수는 $a+l$이 되는 것을 알 수 있다. 그러므로 학생들은 a에서 l까지의 연속적인 수의 합이 $\frac{(a+l)\cdot(l-a)+1}{2}$가 됨을 경험을 통하여 스스로 이해하고 알 수 있게 된다.

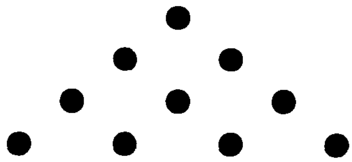
b. 수열의 합의 스키마로 생활 속의 문제 해결

① 첫 날에는 100원, 둘째 날에는 200원, 셋째 날에는 300원 … 365일 째에는 36500원씩, 한 해 동안 매일 이런 식으로 저축한다면 일년동안 얼마의 돈을 저축하게 될까?

<풀이> 365가 홀수이므로 위의 ③이나 ④의 스키마를 적용하면 365일 째 저금한 돈 36500을 제외하고 첫날 저금한 100원과 364일 째 저금한 36400원을 더하면 36500, 둘째 날 저금한 200원과 363일 째 저금한 36300원을 더하면 36500원이 되어 각 각의 합은 36500원이 되는 것을 알 수 있고 36500원이 되는 쌍이 182개가 있으므로 $36500\times182=6643000$원, 여기에 365일째 저금한 36500원을 더하면

$6643000+36500=6679500$원이 된다. 또는 ⑦에서 배운 100에서 36500까지의 합을 구할 때 공식의 스키마를 이용하면, $\frac{(365\times366)\times100}{2}=6679500$이 됨을 알 수 있다.

② 볼링에서의 10개의 핀이 4줄로 아래와 같이 삼각형 모양으로 배열되어있다. 핀이 50줄로 삼각형 모양으로 배열되어 있는 슈퍼볼링게임을 한다고 상상해 보자. 이 배열에서 핀의 총수는 얼마인가?



<풀이> ⑦에서 배운 스키마를 이용하여 1부터 50까지의 연속적인 수의 합을 구하면 $\frac{(50\times51)}{2}=1275$ 가 됨을 알 수 있다.

2. 원주의 스키마를 이용한 생활 속의 문제

① 학생들에게 학교에 동그란 통과 줄자를 가져오게 하여 원주를 지름으로 나누게 한다. 또는 컴퍼스로 여러 크기의 원을 그려 원주를 지름으로 나누게 한다. 이 경험으로부터 π는 원주를 지름으로 나눈 값이며 원주는 지름과 π의 곱이라는 스키마가 형성되며 원주를 l 반지름을 r이라 하면 $l=2\pi r$이 되는 것을 경험을 통하여 스스로 알게된다.

② 반지름 r이 $20cm$인 새 타이어와 $19.5cm$인 헌 타이어의 원주를 구해보자. ①의 스키마를 이용하면 타이어의 원주는 $2\pi r$이므로 새 타이어의 원주는 $2\pi r=125.6cm=1.25m$가 되고 헌 타이어의 원주는 $2\pi r=122.5cm=1.23m$가 됨을 알 수 있다.

③ 원주를 이용하여 타이어와 택시 요금의 관계, 그리고 스키마(Shema)로써의 원주의 역할에 대해 알아보자. 실재로 새 타이어와 헌 타이어의 반지름이 얼마나 차이가 나는지는 모르지만 여기에서는 그 차이를 $0.5cm$라 가정하고 똑같은 $3km$의거리를 갈 때 새 타이어를 가진 택시와 헌 타이어를 가진 택시요금의 차이를 계산하여 보자. 택시 요금은 거리와 시간에 비례해서 요금이 계산되는데, 여기에서는 거리에 대한 요금에 대해서만 생각하자. 택시 요금이 $100m$ 당 100원씩 올라간다면 $1m$당 1원씩 올라가는 것이다. $3000m$를 간다고 할 때, 새 타이어의 택시가 1바퀴 돌 때 원주만큼 가므로 $1.25m$를 가고 헌 타이어의 택시가 1바퀴 돌 때는 $1.23m$를 가는 것을 알 수 있다. 그러면 $3000m$를 갈 때 새 타이어의 택시는 2400바퀴를 돌고 헌 타이어의 택시는 2430바퀴를 도는 것을 나눗셈을 하거나 계산기를 이용하여 계산할 수 있다. 즉, 새 타이어의 택시는 $3km$를 가는데, 2400바퀴를 회전하였으므로 기본요금과, 시간요금을 제외하고, 1바퀴 당 약 1원씩이라고 하면, 약 2400원이 나오고, 헌 타이어의 택시는 똑같은 거리를 가는데, 2430바퀴가 걸렸으므로, 마찬가지로 기본, 시간 요금을 제외하고, 1바퀴 당 약 1원씩이라고 하면, 2430원이 나온다. $3km$가는데 약 30원 차이가 난다. 우리가 택시를 탈 때 타이어가 새것인지 아닌지 확인은 안 하겠지만 학생들이 교실에서 배운 원주의 개념이 실생활에 어떻게 응용이 되는지에 대하여 흥미를 가질 수 있는 예제라고 생각한다.

IV. 결 론

입시위주의 교육에서는 공식암기 위주로 문제풀이에 집중하는 수업을 하는 경향이 있다. 공식이 어떻게 나오게 되었는지도 모르고 암기한 공식을 문제해결에 적용하다 보면 학생들은 Skemp가 말한 도구적 이해밖에는 할 수 없다. 이렇게 이해한 것은 경험하지 못한 새로운 문제를 풀 때에 전혀 도움이 되지 않고 학생들은 수학을 어려운 학문이라 생각하여 수학을 포기하는 사례까지 나타나게 된다. 교사들은 학생들이 어떻게 새로운 공식이 나오게 되었는지 방법과 이유를 알도록 도움을 주어야 한다. 그러기 위해서는 교사가 학생들 각자가 새로운 개념을 배우기 위한 적절한 예비스키마가 존재하는지에 관심을 가져야 한다. 만약에 학생들에게 필요한 예비 스키마가 없다면 기본적인 개념에서 시작하여 필요한 스키마를 형성하도록 미리 과제를 주어서 준비하게 할 때, 학생들이 수학에 흥미를 느끼며 Skemp가 말한 관계적 이해를 할 수 있게 된다. 관계적 이해는 새로운 상황에 적용할 수 있고, 기억이 오래가며, 그 자체로 학습이 목적이 되는 장점을 가지고 있다. 보다 일반적인 수학적 관계로부터 특수한 규칙이나 알고리즘을 연역할 수 있기에 경험하지 못한 문제를 풀 때에도 이미 알고 있는 스키마를 적용할 수 있는 능력을 갖게 되므로 수학에 대하여 자신감을 갖게 된다. 또한 자신만 이해 할 뿐 아니라 타인에게도 확신시킬 수 있는 논리적 이해에 이를 수 있다고 생각한다.

본 논문에서는 연속적인 수열의 합의 공식에 대하여 학생들이 관계적 이해를 할 수 있도록 스키마를 이용하여 문제를 해결할 수 있는 모델과 원주의 스키마를 이용한 생활 속의 문제를 제시하였다. 스키마를 이용한 수업은 학생들로 하여금 조직화되고 추상화된 수학을 능동적으로 구성하게 함으로써 수학의 원리와 필요성을 동시에 느끼게 해 주어 수학도 다른 과목 못지 않게 재미있다는 것을 느끼게 할 수 있다고 생각한다.

참 고 문 헌

라병소 (1999). <u>수학 학습에서의 관계적 이해를 위한 스키마 구성에 관한 연구</u>, 단국대학교 박사학위 논문.

R. Skemp 지음 · 황우형 옮김 (1997). <u>수학 학습심리학</u>, 민음사.

Bransford, J.D.; Franks, J.J.; Vye, N.J. & Sherwood, R.D. (1986). *New approaches to instruction: Because wisdom can't be told.* Paper presented at the Conference on Similarity and Analogy, University of Illinois.

Brown, J.S.; Collins, A. & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher* **18(1)**, pp.32-42.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task,* Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Freudenthal, H. (1962). *Logical analysis and critical survey In* : Report on the relations between arithmetic and algebra, ed. H, Freudenthal Subcommission ICMI. Groningen, Wolters.

Kilpatrick, J. (1987). What Constructivism Might Be in Mathematics Education. *PME-XI ; Program,* pp.3-27.

Perkins, D.N. & Salomon, G. (1988). Teaching for transfer. *Educational Leadership* **46(1)**, pp.22-32.

Rerfetto, G.A.; Bransford, J.D.; Franks, J.J. (1983). Constraints on access in a problem-solving context. *Memory and Cognition* **11**, pp.24-31.

Van Haneghan, J.P.; Barron, L.; Young, M.; Williams, S.; Vye, N. & Bransford, J. (1992). The Jasper series: An experiment with new ways to enhance mathematical thinking. In D. F. Halpern (Ed.), *Enhancing thinking skills in the sciences and mathematics,* pp.15-38, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive Activity. In C. Janvier(ED.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics,* pp.3-17, Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

Von Glasersfeld, E. (1991a). *Radical Constructivism in Mathematics Education.*. Kluwer Academic Publishers.

Whitehead, A. (1929). *The aims of education* Cambridge, MA: harvard University Press.