

언어적 접근에 의한 수학적 기호의 교수-학습지도 방법 연구

한 길 준 (단국대학교)
정 승 진 (우만초등학교)

수학적 기호는 수학이라는 특수한 분야에 한정되어 사용되는 언어라고 할 수 있다. Usiskin(1996)은 수학을 쓰고 수학적 의미를 의사 소통하는 데에 기호가 그 수단이 되기 때문에 수학 또한, 수학적 기호로 만들어진 언어라고 말하였다. 그러나, 수학적 언어와 일상 언어사이의 이중성 때문에 언어로써 수학 기호는 학생들을 힘들게 만든다. 교사에게는 의미 있는 기호일지라도 학생들에게는 친숙하지 않을 수 있기 때문에, 많은 학생들이 자신들의 수학적 사고를 표현하거나 개념을 반영하거나 또는 아이디어를 확장하기 위해, 수학을 말하고, 읽고, 이해하고 쓰는 데에 어려움을 겪고 있다.

따라서, 본 연구는 학생들이 기호체계에 능숙해지도록 도와주고, 수학 학습과 문제 해결을 위해 수학 기호 언어가 의미 있고 접근하기 쉬운 의사소통 매체가 되게 하기 위하여 언어적 접근에 의하여 수학적 기호의 교수-학습지도 방법에 대하여 살펴보자 한다.

I. 서 론

인간은 근본적으로 기호의 제작자이고, 자기 자신이 만들어 놓은 기호의 테두리 안에서 살아가는 존재이기 때문에 우리의 눈이 이해하는 모든 것은 기호이다(김경용, 1994). 우리는 기호를 통하여 세계를 이해하며, 기호를 가지고 다른 사람들과 의사소통하고, 기호에 의해서 우리가 소망하는 새로운 사회, 새로운 삶을 꿈꾼다. 기호가 없는 인간은 상상할 수 없고, 기호가 없는 세계란 존재하지 않는다. 인간 자체가 기호이고, 인간의 생활이 미치는 모든 것에 기호의 망이 펼쳐져 있다. 또한, 기호는 우리 자신의 사고와 다른 사람의 사고를 연결시켜주고, 우리가 쉽게 접근할 수 있는 사고와 그렇지 못한 사고의 매개체 역할을 한다.

Usiskin(1996)은 수학을 쓰고 수학적 의미를 의사 소통하는 데에 기호가 그 수단이 되기 때문에 수학 또한, 수학적 기호로 만들어진 언어라고 말하였다. 따라서, 우리는 수학적 기호를 이용하여 수학적 개념을 만들고, 수학적으로 사고한다. Skemp(1987) 역시 수학의 힘에 접근하는 수단이 바로 수학적 기호라고 언급하며, 기호 표현의 이해를 강조하였다.

수학적 기호를 이용하면, 복잡한 아이디어나 정신적인 과정들을 한 덩어리로 묶어서 물리적 기호로 표현할 수 있으며, 그 표기는 다시 새로운 아이디어에 반영되거나 새로운 아이디어를 생성하기 위해 조작될 수 있으므로(Harel & Kaput, 1994), 수학적 기호는 수학이라는 특수한 분야에 한정되어 사용되는 언어라고 할 수 있다. Polya(1957)는 "How to solve it"에서 수학적 기호를 사용하는 것은

언어를 사용하는 것과 유사하다고 언급하며, 수학적 기호는 일종의 훌륭히 작성된 언어로 그 목적에 잘 들어맞고, 간편, 정확하며, 일상 문법의 규칙과는 달리 어떤 예외도 허용치 않는 그러한 규칙을 지닌 언어라고 말하였다. 이러한 관점에서 본다면, 방정식 세우기는 일종의 번역으로 일상언어를 수학적 기호라는 언어로 번역하는 것으로 생각할 수 있다. 그러나, 수학적 언어와 일상 언어사이의 이 중성 때문에 언어로써 수학 기호는 학생들을 힘들게 만든다. 교사에게는 의미 있는 기호일지라도 학생들에게는 친숙하지 않을 수 있기 때문에, 많은 학생들이 자신들의 수학적 사고를 표현하거나 개념을 반영하거나 또는 아이디어를 확장하기 위해, 수학을 말하고, 읽고, 이해하고 쓰는 데에 많은 어려움을 겪고 있다.

학생들이 기호 사용에서 어려움을 겪는 또 다른 이유 중에 하나는 기호가 정신적 실체의 형성과 적용을 지원하는 것은 물론, 개념적 실체를 대신할 수도 있다는 점이다. 수학적 사고의 보조 수단으로서의 기호의 강력한 힘과 더불어, 기호는 경험에 의한 기호 자체의 물리적 구조(예를 들어 대수적 문장을 문자로써 취급하는 것)를 넘어선 어떤 정신적 내용에 대해서는 언급하지 않는다는 위험성이 있다. 기호를 만든 사람들은 아마도 자신이 갖고 있는 기존 개념들을 표현하고 정교화하기 위하여 기호를 만들었겠지만 학교에서는 기호에 대한 정신적 대상들을 만들 수 있는 경험을 충분히 제공하기 전에 기호의 조작(예를 들어, 미적분에서 미분과 적분의 기술)에 집중함으로써 기호를 만들게 된 정신보다는 결과에만 집착하게 만들어 버린다. 학생들에게 자신들의 아이디어를 그들 나름대로의 기호로 표현할 기회를 준 다음 다시 표준화된 기호로 안내하여야 하는데(Harel & Kaput, 1991), 이런 절차 없이 표준화된 기호로 너무 빨리 의사소통을 요구하기 때문에 수학 기호가 발달의 장애 원인이 되기도 한다(Rubenstein & Thompson, 2001).

언어적 측면에서 보면 기호는 같은 언어를 사용하는 사회구성원간의 임의의 의미 있는 규약이다(박경자 외, 1994). 따라서, 서로 다른 언어를 사용하는 구성원들은 서로의 기호를 이해할 수 없다. 서로간에 의사소통이 이루어지기 위해서는 상대 언어에 대한 충분한 학습이 이루어져야한다. 수학적 기호 역시 학생들에게는 새로운 언어이다. 수학적 기호에 겨우 의미만 붙인채, 말로는 표현하지도 않고, 적기만 하면서 제대로 된 수학적 의사소통을 기대한다는 것은 어려운 일이다. 따라서, 학생들이 수학을 잘 이해하고 자신감이 넘치는 문제해결자가 될 수 있도록 풍부한 수학적 경험을 제공하려고 할 때에는 먼저, 수학 기호 사용에 학생들이 능숙하도록 해야 한다. NCTM(1989)에서는 의사소통으로서의 기호 학습을 권장하고 있다. NCTM(1989)에 따르면, 학생들이 수학적 기호를 읽고, 쓰고, 아이디어를 토론하는 기회를 통해서 수학언어를 자연스럽게 사용한다면 수학능력은 가장 잘 성취된다. 자신의 생각을 다른 사람과 서로 나눔으로써 학생들은 자신의 사고를 명확하게 하고, 세련되게 하며, 강화하는 것을 배우게 된다. 이러한 의사소통과정을 통해서 학생들은 단어의 의미에 관해서 의미의 일치를 보고 공통적으로 공유되는 정의가 결정적으로 중요함을 인식할 수 있다. 자신의 아이디어를 말로써 그리고 글로써 설명하고, 가정하고, 방어하는 기회를 가짐으로써 개념과 원리를 더 잘 이해 할수 있다.

앞에서 살펴본 바와 같이 수학적 기호는 수학을 표현하는 언어로 수학을 쓰고 수학적 의미를 의사소통하는 수단이다. 그러므로 수학적 기호를 발명한 사람들 역시 자신의 생각을 나타내기 위하여 기호를 만들었고, 이렇게 만든 기호는 자기 자신뿐만 아니라 다른 사람들과 수학적 개념을 의사소통하는데 도움이 된다. 즉, 언어로써의 수학적 기호는 바로 의사소통의 도구인 것이다. 그러나, 학생들은 이러한 수학적 기호 언어의 이해와 사용에 많은 어려움을 갖고 있다.

따라서, 본 연구는 학생들이 기호체계에 능숙해지도록 도와주고, 수학 학습과 문제 해결을 위해 수학 기호 언어가 의미 있고 접근하기 쉬운 의사소통 매체가 되게 하기 위하여 수학적 기호의 효과적인 교수-학습지도 방법을 살펴보는데 그 목적이 있다.

II. 이론적 배경

1. 언어에서의 기호와 수학에서의 기호

언어학자들에 따르면, 이 세상에 존재하는 모든 것은 기호이고 인간은 이러한 기호를 바탕으로 의사소통을 한다. 수학적 기호 역시 언어의 일종으로써 언어와 동일시할 수 있다. Polya(1957)는 언어학자들의 광의적인 기호 해석에 대하여 수학적 기호와 일반 기호의 차이점에 대하여 언급하며, 한편으로 다음과 같이 수학적 기호의 우월성을 자랑하고 있다. 말하는 것과 생각하는 것은 밀접한 관련이 있으며, 언어의 사용은 사고를 돋는다. 철학자와 언어학자들은 좀 더 나아가 언어의 사용이 이성의 사용에 필수 불가결하다고 주장하였다. 그러나 이 주장은 다소 과장된 듯하다. 진지하게 수학 연구를 한 경험이 조금이라도 있다면 단지 기하도형을 살펴보거나 대수적 기호를 다루면서, 전혀 말을 사용하지 않고도 상당히 어려운 일련의 사고를 해 낼 수 있음을 알 수 있다. 도형과 기호는 수학적 사고와 밀접하게 관련되어 있으며 그것을 사용함으로써 사고를 돋는다. 언어를 기호의 일종으로 보고 기호의 사용은 이성의 사용에 필수 불가결한 것으로 생각된다면 철학자들과 언어학자들의 다소 편협한 주장이 개선될 수 있을 것이다.

그러나 이것은 언어적으로 표현되지는 않지만 시각적으로 표현된 수학적 기호들에 대한 설명이기 때문에 언어학자들 입장에서 보면 당연히 수학적 기호도 언어적 기호의 일종이라고 볼 것이다. Sebeok(이두원, 1994: 재인용)은 일반적으로 기호(sign)에 포함시키는 것을 다음과 같이 크게 여섯 가지로 나누어 제시하였다.

(1) Icon(도상)

아이콘 또는 도상이란 기호를 구성하고 있는 기표(signifier)와 기의(signified)간 연간 관계가 지형적 유사점에 기초를 두고 있는 기호를 말한다. 예: 사진, 그림, 의성어 등

(2) Index(지표)

인덱스 또는 지표란 기호를 구성하고 있는 기표와 기의간 연관 관계가 연속성이나 지시성에 기초

를 두고 있는 기호를 말한다.

(3) Symbol(상징)

심벌 또는 상징이란 기호를 구성하고 있는 기표와 기의간 연관 관계가 임의성이나 관습성에 기초를 두고 있는 기호를 말한다. 예 : 언어(사과라고 불리는 과일이 한국어에서는 '사과'라는 기표, 영어에서는 apple이란 기표에 의해 임의적으로 관습적으로 상징됨). 교통신호등(빨강 = 정지, 녹색 = 주행) 등.

(4) Signal(신호)

시그널 또는 신호란 기호를 구성하고 있는 기표와 기의간 연관 관계가 기계적이면서 자동적 자극-반응식의 습관성에 기초를 두고 있는 기호를 말한다.

(5) Symptom(증상)

심틈 또는 증상이란 기호를 구성하고 있는 기표와 기의간 연관관계가 강요적 또는 생리적이거나 자연적이며, 비관습적이다.

(6) Name(이름)

네임 또는 이름이란 기호를 구성하고 있는 기표와 기의간 연관관계에 있어 기표가 자신이 지명하고 있는 것, 즉 기의와 외연적 분류 관계를 맺고 있는 기호를 말한다. 예: 과일(기의 : 사과, 배, 포도, 바나나, 등), 차(홍차, 녹차, 쌍화차 등), 의사(내과의사, 외과의사, 신경과 의사 등) 등.

이와 같이 언어학에서 일컫는 기호는 무궁 무진하다. 그러나 수학적 기호는 이보다는 더 협의적이고, 그 뜻이 더욱 명시적이다. Harel과 Kaput(1991)는 수학적 기호를 암시적인 기호와 정교한 기호로 나누어 다음과 같이 설명하였다.

토의나 증명을 할 때, 변수를 표현하기 위하여 사용되는 기호들이 암시적 기호들이다. 예를 들어, ' β 를 순서쌍이라 하자'라는 문장은 암시적 기호가 사용된 대표적인 예이다. 기호 β 는 대상의 구조(두 개의 대상의 순서열)를 부호화 한 것이 아니고, 변수가 변하는 집합에 이름을 붙인 것이다. 기호가 얼마나 정교한가의 여부는 그 기호가 사전 수학 지식과 어느 정도 관련이 있느냐에 따라 결정되는 것으로 상당히 인지적인 문제다. 정말로, 어떤 사람에게는 정교한 것으로 보이는 기호가 또 다른 사람에게는 아주 쓸모 없거나 암시적인 것이 될 수도 있다. 그럼에도 불구하고, 이름뿐인 기호를 정교한 기호로 연결시키는 활동은 환경에 따라 양방향으로 작동될 수 있는 일종의 전이 행동이다. 사전 지식과 기호의 연결을 인식한다는 것은 사전 지식의 특징이 반영된 형식을 안다는 것을 의미한다. 정교한 기호와 암시적인 기호 사이의 구별은 학습 능력과 유용성이라는 측면에서 중요한 의미를 갖

는다. Harel은 정교한 기호가 대상의 중요하고 두드러진 변수를 표현하고 있다면 이해하고 기억하기가 용이할 것이라고 주장했다. 관련된 것들을 개념적 실체로 대상화했을 때, 암시적인 기호가 더욱 의미 있게 쓰여질 수 있다는 가정을 덧붙이고자 한다. 즉, 개념에 대한 기호를 개발할 때, 사용자가 개념을 이해하고 있는 정도에 맞추어 기호의 정교성을 결정해야 하며, 또한 과제에 대한 사용자의 요구에 맞춰 나가야 한다. 결국, 어떤 경우에는 세밀한 것을 생략하는 것이 중요하며, 또 상황에 따라 기호를 세밀하게 구조화해야 할 필요도 있다. 기호에 분명하게 표현된 구조를 조절하는 것은 수학적 사고에서 중요한 요소이다. 왜냐하면 사람들은 기호를 조정함으로써 ‘사람의 정신적 현미경의 초점’을 조정할 수 있다. 따라서 기호의 역할은 우리에게 매우 중요하다.

Harel과 Kaput는 암시적 기호인가, 정교적인 기호인가로 구분하는 것이 상황에 따라, 개인에 따라 다르다고 했다. 이처럼 기호를 구분하는 것은 쉬운 일은 아니다. 이에 비해 Skemp(1987)는 수학적 기호의 표현성에 중점을 두어 언어적 기호와 시각적 기호로 나누어 구분하였다. 시각적 기호와 언어적 기호는 수학학습에서 상보적 관계가 있기 때문에 모두 필요한 기호이다. 시각적 기호는 모든 종류의 다이어그램이나 기하학적 도형이 그 예가 되겠고, 단어나 대수적 기호는 언어적 기호의 범주 속에서 생각할 수 있다. 시각적 기호와 언어적 기호는 수학에서 함께 쓰이기도 하고 따로 사용되기도 한다. 언어적인 설명이 있는 다이어그램은 두 가지 기호가 함께 사용된 보기라고 할 수 있다. 이 때, 언어적 기호는 반드시 필요한 것이지만 시각적 기호는 그렇지 않을 때도 있다. 시각적 기호가 절대 필요한 것이 아닐지라도 매우 유용하게 아이디어를 나타내는 데 언어적 기호보다 훨씬 이해하기 쉬울 때가 있다. 시각적 기호가 나타내는 각각의 아이디어는 더 짧은 시간에 일깨울 수 있고 전체로서의 구조를 파악하는데 도움이 된다. 이와 같은 생각에서 볼 때, 수학학습은 두 가지 기호의 장점을 최대한으로 살려서 이들을 결합하여 사용한다면 학습의 효과를 극대화 할 수 있을 것이다. 시각적 이미지는 언어적 이미지보다 더 기본적일지라도 의사소통하기가 어렵다. 그 이유는 언어적 이미지는 마음속으로 생각한 것을 소리내어 말하기만 하면 되지만 시각적 사고를 전달하기 위해서는 그림을 그리거나 사진 등을 만들어야 하기 때문이다.

수학적 기호에 대하여 주목할 만한 것은 가다끼리(이용률 공역, 1999)의 견해로 수학적 생각과 관련을 시켜 다음과 같이 기호화를 설명하고 있다. 수학은 기호의 과학이라고 일컬어질 만큼 기호를 많이 구사한다. 그리고 기호가 나타내는 의미는 사상하고, 기호의 조작 규칙을 정하여, 이에 바탕을 둔 형식적인 처리를 한다. 그러므로 기호화된 형식에 주목하여 그 기호를 형식적으로 다루려는 생각도 중요하다. 그런데 도형도 일종의 기호로 볼 수 있으며, 수를 추상하여 숫자로 나타내는 것도 기호화로 볼 수 있다. 산술의 기호는 문자로 나타낸 도형이며, 기하 도형은 선으로 나타낸 공식인 것이다. 그리고 수학자 가운데, 이 선으로 된 공식을 쓰지 않고 증명을 완결할 수 있는 사람은 없으며, 계산할 때 괄호로 묶거나 괄호를 열거나, 이 밖의 해석 기호를 사용하지 않고 증명을 해 낼 수 있는 사람은 좀처럼 없다. 이와 같은 사실을 감안하여 이 기호화의 생각에 좁은 의미의 기호화의 생각과 함께 수량화, 도형화의 생각을 포함시킨다. 그러나 기호화라는 말은 반드시 넓은 의미로만 쓰이는 것

은 아니다. 좁은 의미의 기호화만을 나타낼 때도 기호화라는 말을 써서 무방하다.

이상으로 수학적 기호에 대하여 살펴보았는데, 수학적 기호의 중요성은 아무리 높이 평가해도 지나치지 않을 것이다. 십진법을 사용하여 계산하는 현대인은 수를 나타내는 십진체계처럼 편리한 방법이 없었던 고대의 산술가보다 훨씬 더 유리한 입장에 있을 것이고, 대수학, 해석기하학 및 미적분학의 일상 기호에 익숙한 평범한 현대의 학생은 아르키메데스의 천재를 요구한 넓이와 부피에 관한 문제를 해결하는데 있어서 그리스 시대의 수학자보다 엄청나게 유리한 입장에 있을 것이다.

2. 수학적 기호를 이용한 의사소통

기호는 우리 자신의 사고와 다른 사람의 사고를, 또, 우리가 쉽게 접근할 수 있는 사고와 그렇지 못한 사고를 연결시켜 주는 매개체 역할을 한다. 비록 수학의 위력은 그 인지구조 속에 의존하지만 이 힘에 접근하는 것은 수학적 기호에 의존한다. 그러므로 수학학습은 기호 표현의 이해가 중요하다

Skemp(1987)는 다음과 같이 수학적 기호의 중요성에 대하여

- 1) 의사소통
- 2) 지식의 기록
- 3) 새로운 개념의 형식화
- 4) 다양한 분류 내용을 간단히 하기
- 5) 반성적 활동을 가능하게 하는 일
- 6) 설명
- 7) 구조의 명시를 돋는 일
- 8) 기계적인 절차를 자동화하는 일
- 9) 정보의 재생과 이해
- 10) 창조적인 지적 활동 등의 방면에 도움을 줌

과 같이 10가지로 나누어 설명하고 있다. 이에 비해 Pimm(1991)은 수학의 가장 분명하고 두드러지는 특징중의 하나가 수학의 기호적인 특징이라고 간주하고, 그는 기호의 기능에 대하여 다음과 같이 설명하고 있다.

- 1) 기호는 수학의 구조를 설명한다.
- 2) 절차를 간편하게 한다.
- 3) 수학에 대하여 심사숙고할 수 있게 한다.
- 4) 사고의 완전성과 영속성을 촉진한다.

두 사람의 견해에서 언어로써의 수학적 기능의 중요성을 언급한다면, 바로 의사소통에 대한 것일 것이다. NCTM(1989)에서는 학생들을 위한 새로운 목표로 다섯 가지 규준을 제시하고 있는데, 그 중에서 네 번째 규준이 바로 수학적으로 의사소통하는 것을 배워야 한다는 것이다. 수학적으로 의사소통하는 것을 배운다는 것은 학생들이 수학적 아이디어를 듣고, 읽고, 쓰고, 말하고, 심사숙고하고, 논

증하는 것에 대하여 경험하는 것을 말하는 것으로, 이것은 학생들이 읽고, 쓰고, 아이디어를 토론하는 기회를 가짐으로써 수학언어가 자연스럽게 사용되는 문제상황속에서 가장 잘 성취된다. 자신의 생각을 다른 사람과 서로 나눔으로써 학생들은 자신의 사고를 명확하게 하고, 세련되게 하며, 강화하는 것을 배우게 된다. 또한 중등학교 학생들은 그들의 아이디어를 의사소통하기 위하여 언어를 많이 사용하는 경험을 해야 한다. 의사소통과정은 학생들에게 단어의 의미에 관해서 의미의 일치를 보고 공통적으로 공유되는 정의가 결정적으로 중요함을 인식할 것을 요구한다. 학생들은 자신의 아이디어를 말로써 그리고 글로써 설명하고, 가정하고, 방어하는 기회를 가짐으로써 개념과 원리를 더 잘 이해 할 수 있다.

언어학에서 의사소통이 일어나는 과정은 기표, 기의, 기호에 의해서 설명된다. Saussure의 이론을 정교화한 Barthes(김경용, 1994: 재인용)에 의하면 기호는 세 가지 기본 요소로 이루어지는데 그것은 기표, 기의, 기표와 기의가 결합하여 만든 기호 자체이다. 하나의 기호를 만들기 위해서 기표와 기의를 결합시키는 작용을 의미작용 또는 의미화라고 부른다. 의미작용은 기호를 만들어 낼 때에만 일어나는 것이 아니고, 기호의 의미를 풀이할 때도 일어난다.

예를 들어 순이가 철수에게 장미꽃을 줄 때, 순이가 장미꽃(기표)에 사랑(기의)을 전한다면 순이 쪽에서 의미작용이 일어난 것이고, 철수가 장미꽃(기표)을 받고 순이가 날 좋아하는구나(기의)라고 생각한다면, 철수 쪽에서도 의미작용이 일어난 것으로 기호를 만들 때(기호작용)와 기호를 풀이 할 때(기호 해석) 의미작용이 일어난 것이다. 한가지 중요한 것은 의미작용과 커뮤니케이션은 서로 관련은 있지만, 서로 다른 현상이다. 커뮤니케이션은 기표를 전달하는 과정인데 이럴 때의 기표는 흔히 메시지라는 말로 더 잘 알려져 있다. 즉, 커뮤니케이션은 메시지의 전달과정으로 같은 의미작용이 송신자와 수신자 사이에서 일어날 것을 미리 기대하고 쌍방이 참여하는 행위이다. 우리말로 커뮤니케이션은 <의사소통>이라고 번역하는 경우가 많은데, 커뮤니케이션이란 <소통>의 개념과 가까운 말이다. 그러나 <의사>를 기의 또는 의미라는 뜻으로 쓰고 의사소통이란 말을 만들었다면, 원리상 그 말은 틀린 말이다. 의미는 전달이나 소통되는 것이 아니고 의미 재생산에 의해서 공유되는 것이다. 이런 의미에서는 본다면 커뮤니케이션은 <의사소통>보다는 <의사공유> 또는 <의미공유>라고 해석하는 것이 알맞다. 예를 들어, 순이가 데이트 중에 “철수씨, 오늘밤 달이 유난히 밝지요?”라고 말을 붙였을 때, 철수가 ”난, 이 동네 안 살아서 잘 몰라요.”라고 대답했다면 두 사람 사이에 커뮤니케이션은 실패했지만 의미작용은 나름대로 이루어진 것이다. 즉, 순이와 철수 모두 의미를 생산해 냈지만 철수는 순이의 의미를 재생산하지 못했기 때문에 의사공유가 실패한 것이다(김경용, 1994).

수학에서 “-”라는 기호를 가지고 해석해 보면 기표로써 “-”는 한가지지만 기의로써 “-”는 상황에 따라 달라진다. 4 - 3 일 때는 빼는 의미가 있고, -3일 때는 음수 3 또는 +3의 반수로써 -3일 수도 있다. 이것을 결정하는 것은 수학적 상황으로 어떤 상황에서 기호가 사용되었는가이다. 그러나 각각의 상황에 대한 수학적 개념이 정립되어 있지 않으면 대단히 구별하기가 어려울 수도 있다. 한편으로는 기호를 만들 때 이러한 점을 고려하여 하나의 기호에 여러 가지 의미가 들어있지 않게 즉, 좋

은 기호를 만드는 것이 중요하다.

Polya(1957)는 좋은 기호에 대해서 다음과 같이 설명한다. 좋은 기호란 애매모호하지 않고 함축성이 있으며 기억하기 쉬운 것이어야 한다. 유해한 이차적인 의미를 피해야 하며 유용한 이차적인 의미를 이용하여야 한다. 기호의 순서와 관계는 사물의 순서와 관계를 암시해야 한다. 좋은 기호는 기억하기 쉽고, 알아보기 쉬워야 한다. 기호는 대상을 곧바로 떠올려 그 기호가 가리키는 의미를 이해시키는 것이어야 한다. 기호를 쉽게 인식할 수 있게 하는 간편한 방법은 첫 글자를 기호로 사용하는 것이다. 예를 들어 비율을 나타내는데 r 을 시간을 나타내는데 t 를 부피를 나타내는데 V 를 사용했었다. 그러나 모든 경우에 첫 글자를 사용할 수는 없다. 반지름을 고려하게 되어 있었으나 이미 문자 r 은 비율을 나타내는 데 사용했으므로 반지름을 r 라고 부를 수는 없었다. 직육면체의 주어진 가로, 세로, 높이를 나타내는 데 a, b, c 를 사용하였다. 이 경우에 a, b, c 는 length, width, height의 첫 글자를 사용한 기호 l, w, h 보다 더 낫다. 세 길이는 그 문제에서 같은 역할을 하고 있는데 이는 잇달은 세 문자를 사용하여 강조될 수 있는 것이다. 더욱이 a, b, c 는 알파벳의 첫 부분에 나오기 때문에 방금 언급한 대로 주어진 양을 나타내는 가장 평범한 문자이다. 어떤 다른 경우에 만약 세 길이가 다른 역할을 하고 어떤 것이 수평이고 어떤 것이 수직인가를 아는 것이 중요하다면 기호 l, w, h 가 더 나을 수도 있다. 같은 범주에 속하는 대상을 나타내기 위해서 한 범주에 대해서는 같은 종류의 알파벳 문자를 택하고, 서로 다른 범주에 대해서는 각기 다른 알파벳을 흔히 사용한다. 평면기하에서는 흔히 다음과 같이 사용한다. 로마 대문자 A, B, C, \dots 등은 점을 나타내고, 로마 소문자 a, b, c, \dots 등은 선을 나타내며, 그리스 소문자 $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 등은 각을 나타낸다.

3. 언어적 접근에서 본 수학적 기호

언어적 접근에 의해 수학적 기호를 연구한 Kane, Byrne, Hater(1974); Shyrd와 Rothery(1984); Reehm과 Long(1996)의 논문을 살펴보고자 한다(Rubenstein & Thompson, 2001: 재인용).

<표 1>은 기호 사용의 6가지 범주와 수학의 5개의 기본 분야(strand)의 사용 예를 나타낸 것이다. 이 목록이 완벽하지는 않지만, 기호화의 문제들을 논하는 기초를 제공할 수 있다. <표 1>의 ①은 수, 기하와 측정, 함수 등과 같은 개념을 명명하는데 기호가 사용되는 예를 나타낸 것이다. 언어적으로 유추해 보면, 명사에 해당된다. <표 1>의 ②는 이러한 개념들 사이의 관계들을 나타내는데 기호가 사용된다는 것을 보여준 것으로, 역시 언어유추를 하면, “~와 같다”, “~의 부분집합이다”와 같은 관계들은 동사의 역할을 한다. 이와 같이 관계를 진술함으로써 완전한 수학적 문장이 만들어진다.

<표 1>의 ③과 ④는 연산자로서 기호의 사용을 나타낸다. <표 1>의 ③은 단일 연산자들이다. 다시 말해서, 반수를 찾거나, 어떤 수에 대한 계승을 찾는 것과 같이 하나의 값을 연산한다. <표 1>의 ④에 있는 기호들은 더하기, 지수, 평균 구하기처럼 두 개 혹은 그 이상의 값을 연산한다. 역시 언어유추를 하면, 연산자를 통하여 수학적인 어구(phrases)가 만들어진다.

<표 1> 수학적 기호의 사용

사용	예
	수 : 24, $2/3$, 0.85, -5, 29%, 4:5, π , e , i
① 개념의 이름	대수와 미적분 : x , $f(x)$, $(-4,5]$, ∞ 기하와 측정 : $\angle A$, $\triangle ABC$, \overline{EF} 통계와 확률 : x , x^2 이산수학 : \emptyset , \aleph_0
	수 : $2.3 \neq 2.5$, $3 < 7$, $5.99 = 6$, $3 \mid 12$
	대수와 미적분 : $2x + x = 3x$
② 관계의 설명	기하와 측정 : $\triangle ABC \sim \triangle RST$ 이등변 $\triangle EFG$, $\overline{EF} = \overline{GF}$ 는 기호적으로 뿐만 아니라 시각적으로도 보여주고 있다. 통계와 확률 : $P(X) < P(Y)$ 이산수학 : $A \subset B$
	수 : $-(7)$, $ -4 $, 5^{-1}
③ 하나의 값을 갖는 연산이나 함수의 표현	대수와 미적분 : $-x$, \sqrt{x} , $[x]$, $\int f(x)dx$ 기하와 측정 : 넓이 (원 O) 통계와 확률 : $n!$ 이산수학 : $[A]^{-1}$, $\det[A]$
	수 : $3+7$, 4^3 , $G.C.D.(12,18)$
④ 둘 또는 그 이상의 값을 갖는 연산이나 함수의 표현	대수와 미적분 : $f \circ g$, f/g 기하와 측정 : $(1/2)bh$, $2L+2W$ 통계와 확률 : 평균 $\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ 이산수학 : $A \cap B$, $q \wedge r$, $C(n,r)$
⑤ 단어, 단위, 정리 등의 약어	수 : % 대수와 미적분 : ' "(도함수 또는 이계도함수) 기하와 측정 : ft , in , kg , $^\circ$, SAS 통계와 확률 : $s.d.$ 이산수학 : \Rightarrow (내포한다), \therefore (그러므로) 명백한 것 : (), [], { }
⑥ 그룹화의 표현	간접적인 것 : $\sqrt{9+16}$, $\log xy$, 2^{x+3} , $\frac{3+5}{4+4}$

<표 1>의 ⑤는 수학적 문장을 간략한 기호로 나타낸 것이다. 간략한 기호를 보았을 때에는, 그 간략화가 의미하는 바를 먼저 생각해야만 한다. 예를 들어, 학생이 $s.d.$ 를 보았다면, 표준편차라는 것을 생각하고 읽어야한다.

<표 1>의 ⑥의 그룹화 기호들은 구두점(punctuation)으로서의 기능을 한다. 수학적 언어에서 그룹화의 기호들은 명백하게 드러날 수도 있고 아닐 수도 있다. 예를 들어, $\sqrt{9+16}$ 에서 근호 기호에 의

해 간접적으로 제시된 암묵적인 그룹화는 계산기에 $\sqrt{9+16}$ 을 입력하여 팔호를 사용하여 명백하게 드러나도록 만들 필요가 있다. 학생들은 변환하거나 수치를 구하는 상황에서 그룹화의 기호를 명백하게 바꾸는데 실패하기 때문에, 간접적이거나 암묵적인 그룹화에 종종 어려움을 갖는다.

<표 1>에 보이는 것처럼 기호의 다양한 사용의 이해를 통하여 학생들이 기호를 학습할 때 발생할 수 있는 문제점을 쉽게 해석할 수 있다. 따라서 본 연구에서 말하기 문제는 기호를 구어로 변환하는 것을 의미하고, 읽기 문제는 기호가 상징하는 의미를 이해하는 것을 다루며, 쓰기 문제는 기호를 명시하는 것을 다룬다.

4. 언어적 측면에서 본 수학적 기호 학습과 관련된 문제

언어적 측면에서 본 수학적 기호 학습과 관련된 문제는 말하기, 읽기, 쓰기로 나누어 살펴볼 수 있다. 말하기 문제는 기호를 구어로 변환하는 것을 의미하고, 읽기 문제는 기호가 상징하는 의미를 이해하는 것을 다루며, 쓰기 문제는 기호를 명시하는 것을 다룬다. 이러한 세 분야의 문제는 독립적으로 일어나는 것이 아니라, 종종 동시에 일어난다. Pimm(1987)이 말했던 것처럼 Skemp는 언어를 표면 구조(문어로의 기호)와 내부 구조(개념적인 의미)로 식별하고 있는데, 일반적으로 말하기는 표면 구조와 관련이 되며 아이디어를 옮기는 데 사용되고, 기호의 읽기와 쓰기는 개념적인 의미를 이용하거나 이에 접근하는 것을 의미한다. 다음은 Rubenstein & Thompson(2001)의 수학적 기호 학습에 관련된 문제를 정리한 것이다.

1) 기호를 말하는 것과 관련된 문제

Usiskin(1996)은 “만약 학생이 수학을 어떻게 소리내어 읽어야 하는지를 모른다면, 그것은 수학을 마음에 명기하는 것이 어렵기 때문이다.”라고 말했다. 읽기는 이해와 연결된다. 하지만 친숙하지 않은 일상단어를 발음할 수 있는 것과는 다르게, 학생들은 새로 학습한 수학 기호를 “소리내어 말하는 것”이 어렵다. 우리가 기호나 결합된 어구를 발음하는 방법 - 예를 들어, ~로 나누어 떨어진다의 반대인 ~을 나눈다-은 사회구성원들의 규약에 의한 것이다. 따라서, 초보자는 그 규약을 말해야만 한다. 그 내용을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

① 기호나 기호의 집합을 말하는데 하나 또는 그 이상의 단어가 필요하다.

\leq : “작거나 같다”, \pm : “플러스 또는 마이너스”, \perp : “수직이다”,

$C(5,3)$: “다섯 개중에 한번에 세 개를 택하는 조합”

② 하나의 표현이 여러 가지 방법으로 말해진다.

$x - y$: “ x 마이너스 y ”, “ x 에서 y 만큼 없엔 것”, “ x 빼기 y ”, “ x 와 y 의 차”, “ x 에서 y 작은 것”, “ x 보다 y 만큼 작은 것”

$a \div b$: “ a 나누기 b ”, “ a 와 b 의 비율”, “ b 로 a 를 나눈 것”, “ b 가 a 를 나눈 것”

x^2 : “ x 제곱”, “ x 에 제곱하다”, “ x to the power of 2”

③ 기호가 항상 왼쪽에서 오른쪽으로 읽히지는 않는다.

$$\sum_{i=1}^n i, \quad \frac{3x^5 + 7x^3 - 8}{x^4 - 16}$$

④ 부정확한 말하기는 오해를 일으킨다

- x 를 “음수 x ”로 읽는 것은, 학생들에게 그 표현이 음의 값을 산출해야만 한다고 생각하게 함 r^2 혹은 r_2 를 “ r -이”라고 있는 것은 제곱이나 아래첨자로 간주되기보다는 곱셈으로 인식된다.

2) 기호를 읽는 것과 관련된 문제들

우리가 수학 기호를 말할 때는 그 표면구조를 조작한다. 내부구조나 의미는 기호 학습 핵심과 가깝다. 그 내용을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

① 같은 기호가 다른 의미를 가질 수 있다.

-는 반수, 마이너스, 혹은 음수를 의미한다.

(-2, 3)같이 소괄호는 순서쌍이나 수직선상의 개구간을 나타낼 수 있다.

지수에 -1이라는 기호는 역함수나 역수를 의미할 수 있다.

프라임기호는 여집합, 피트, 분, 혹은 도함수를 의미할 수 있다.

② 여러 가지 기호가 동일한 개념을 나타낸다.

나눗셈: $12 \div 3$, $3) \overline{12}$, $\frac{12}{3}$, 곱셈: 3×4 , $(3)(4)$, $3 * 4$, $3 \cdot 4$

도함수: dy/dx , y' , $f'(x)$, 조합: $C(n, r)$, ${}_nC_r$, $\binom{n}{r}$

③ 이해하는 데에 중심적인 기호가 명백하지 않을 수도 있다.

$$3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}, \quad x = 1x, \quad x = x + 0, \quad x = x^1, \quad 3x = 3 \cdot x$$

④ 기호들의 위치와 순서가 의미에 영향을 미칠 수도 있다.

산수에서는 $34 \neq 43$ 이지만, 대수에서는 $xy = yx$ 이다. 대수에서는 $xy = yx$ 이지만, 컴퓨터 대수 시스템에서는 xy 와 yx 는 서로 다른 변수를 나타낸다. $5 \cdot 3$ 과 $5 \cdot 3$ 은 서로 다르다.

-3^4 은 3의 4제곱의 반수를 의미하며, 그 값은 -81과 같으나, 반면에 $(-3)^4$ 는 -3의 4제곱을 의미하며 그 값은 81과 같다.

$t_n = 2n$, $t_n = 2^n$, $t_n = n^2$ 은 기호 2와 n 의 위치만 다르게 기호화되어있는 세 개의 중요한 수열이다.

⑤ 서로 다른 문자로 된 동일한 공식이 서로 다른 상황에서 사용된다.

$a^2 + b^2 = c^2$ 피타고라스 정리, $x^2 + y^2 = r^2$ 원점이 중심인 원의 공식, $x^2 + y^2 = z^2$ 복소수의 편각. 초등대수에서 대체로 x , y , z 가 미지수로 사용되고, m 은 직선의 기울기로, b

는 y 절편으로 사용된다. 통계에서는 a 는 회귀직선의 y 절편을 b 는 기울기이다. 삼각함수에서는 대체로 θ, α, β 가 각으로 사용된다. 대수와 미적분에서는 f 와 g 가 일반적인 함수의 이름이다.

⑥ 기호화에는 일련의 함수가 포함된다. 학생들은 다른 형태를 인식할 필요가 있다

$$y = mx + b, \quad y - y_1 = m(x - x_1), \quad x/a + y/b = 1 \text{는 모두 일차함수의 표현형식이다.}$$

$$y = ax^2 + bx + c, \quad y = a(x - h)^2 + k, \quad y = (x - r_1)(x - r_2) \text{는 모두 이차함수의 표현형식}$$

이다. $y = ab^x$ 와 $y = ae^{kx}$ 은 지수함수의 표현형식이고, $y = \frac{1}{x-h} + k$ 와 $y = \frac{p(x)}{q(x)}$ 은 유리함수의 표현형식으로, 여기에서 $p(x)$ 와 $q(x)$ 는 다항식이고 $q(x) \neq 0$ 이다.

3) 기호를 쓰는 것과 관련된 문제들

기호를 말하고 읽은 것은 받아들이는 과정이고, 기호를 만들어내는 것은 생성적인 과정이다. 학생들은 다른 사람들의 생각을 번역하기 위해서는 수학적인 기호를 읽을 수 있어야만 하며, 문제를 해결할 때는 수학적인 기호를 만들어내고 변환시킬 수 있어야만 한다. 이 시점에서 이전에 접했던 어려움들이 뒤섞인다. 기호를 쓰는데 있어서의 일반적인 어려움을 살펴보면 다음과 같다.

① 분배법칙을 쓰면 안되는 곳에 적용한다.

일반적으로 변수 k 는 $k(x+y) = kx+ky$ 이지만, 함수 f 는 $f(a+b) \neq f(a)+f(b)$ 이다. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ 과 $\log(10+100) = \log 10 + \log 100$ 라고 쓰는 것에 일반적인 오류가 있다.

② 소문자와 대문자를 구분하는데 실패한다.

사다리꼴의 넓이 공식 $A = (1/2)h(a+b)$ 에서 b 에 관해 풀려고 할 때, a 와 A 를 구분해야만 한다.

③ 같은 표현이나 문장의 다른 형태의 값을 인정하지 않는다.

일차함수 $y = mx + b$ 는 초기값, 변화율, 그래프를 쉽게 찾을 수 있는 형태이다. $y - y_1 = m(x - x_1)$ 는 기울기와 한 점을 알 때 쉽게 만들어 낼 수 있는 형태이다.

이차함수 $y = a(x - h)^2 + k$ 는 꼭지점을 쉽게 알 수 있는 형태이고, $y = (x - r_1)(x - r_2)$ 는 근을 쉽게 알 수 있으며, $y = ax^2 + bx + c$ 는 y 축과의 교점을 쉽게 찾을 수 있는 형태이다.

III. 수학적 기호의 교수-학습지도 방법

일반적으로 교사들은 기호사용이 학생들에게 어떤 어려움을 주는지 알고 있어야 한다. 기호화는

완벽하고, 추상적이고, 구체적이고, 형식적인 수학 언어의 한 형태이다. 학생들이 매일 같이 사용하는 일상 언어와는 달리, 수학적 기호사용은 대부분 수학 수업 시간에만 제한적으로 사용된다. 따라서, 수학적 언어를 사용할 기회는 정규적이고, 풍부하고, 의미 있고, 가치 있어야 한다.

또한 동기를 고려해야 한다. 학생들은 수학적 기호를 잘 사용하는 것의 가치를 이해해야 한다. 어떤 교실에서 학생들은 겨우 수학적 기호에 의미를 갖다 붙일 뿐, 말로는 표현하지도 않은 채 단순히 기호들을 적기만 하는 경우가 있다. 우리가 그들에게 무언가 더 하라고 하면, 어떤 학생들은 저항하며 더 안 하려고 한다. 학생들로 하여금, 토론을 통하여 어떤 활동에 의미를 줄 수 있는 그런 상황을 생각해 보도록 하는 것이 좋다.

다음의 교수 아이디어들은 언어, 시각화, 프로젝트와 같은 다양한 접근방법을 반영한 것이다. 이들 아이디어 중 많은 것들은 학생들의 수학적 어휘 구사 능력을 향상시키기 위한 전략들과 비슷하다 (Thompson and Rubenstein 2000).

1. 적극적으로 수학적 언어 사용하기

언어는 기호 감각을 기르기 위한 기반으로 기능할 수 있는 친숙한 매체이다. 어떤 기호를 처음으로 소개할 때 사용되는 일반적인 전략은 표기법을 말하고 쓰게 하고, 위치와 순서 등 관련된 이슈를 강조하고, 학생들에게 그 기호를 읽고 기록할 기회를 주는 것이다. 학생들로 하여금 자신의 개인 기호표나 카드에 기호를 기록해 두도록, 즉 기호를 쓰고, 어떻게 읽는지 언어로 기록하고, 기호를 사용하는 예를 적어 두도록 지도할 수도 있다. 하지만, 학생들의 수학적 기호 사용이 단순한 말하기와 베끼기 이상의 더 심오한 것이 되어야 한다.

2. 들은 것 다시 말하기

이는 참여자들이 수학적 설명을 읽고, 중간중간 멈춰 그때까지 이해한 것, 의견, 질문을 대화를 통해 다시 말하고 공유하도록 하는 것이다. 이러한 작업은 특히 학생들로 하여금 그들이 수학을 따로 읽을 때 기호를 말하고 해석해야 한다는 것을 인식시키는 데 도움이 된다(Siegel et al.,1996).

3. 교사의 말은 줄이고, 학생의 말은 많게

교사가 너무 자주 수학적 기호를 읽어 주는 것은 결코 좋은 일이 아니다. 교사가 말을 줄임으로써 교사는 학생들의 말을 더 잘 들을 수 있고 그들이 기호를 정확하게 읽을 수 있도록 지도할 수 있게 된다.

4. 일지-쓰기(journal-writing)

쓰기는 학생들이 기호에 익숙해지도록 지원하는 또 하나의 강력한 언어 전략이다. 이를 위해 일지를 쓰도록 한다. 이것을 통하여 학생들로 하여금 기호들과 의미들간의 상호작용에 집중하도록 하며,

종종 앞서 논의된 공통의 어려움을 일지로 쓰게 한다.

1) 수학적 내용을 일지로 쓰기

다음과 같은 내용을 일지로 써 봄으로써 다시 한번 수학적 기호와 의미를 깨달을 수 있다.

① $(x+4)^3$ 를 말하는 세 가지 방법을 기술하라.

② 정사각형의 넓이가 x^2 일 때, 이 정사각형과 크기가 같은 면을 가진 정육면체의 부피는?

③ 진이가 $(x+5)^2 = x^2 + 25$ 라고 썼다. 진이가 옳은가?

④ 각각의 시간을 계산하여라?

5시간, 0.5시간, 1/2분

⑤ 세 가지의 이차함수의 형태를 생각해보고 어떤 장점이 있는지 말하여라.

a) $y = ax^2 + bx + c$, b) $y = a(x-h)^2 + k$, c) $y = (x-r_1)(x-r_2)$

2) 수학적 기호를 이용하여 글쓰기

글쓰기를 통하여 수학적 기호의 의미를 생각하고 기호를 은유적으로 표현할 수 있기 때문에 수학적 글쓰기는 수학적 기호지도에 좋은 방법 중 하나이다. 글쓰기의 형태는 일기, 수필, 시, 소설, 동화, 만화, 숨은 그림 찾기, 날말 퀴즈 등 다양하다. 다음은 백석중학교 꿈지락회(1999)에서 발행한 아름다운 수학나라에서 발췌한 내용으로 시를 통하여 수학적 기호의 의미를 일상 생활 속에 그대로 담아 놓은 좋은 예이다.

정다운 이웃

우리집과 너희집을 합치면
정다운 이웃

우리집에 있고 너희집에 있는 건
마당개

우리집과 너희집에 없는 것
미운 마음

A는 우리집 B는 너희집
 $A \cup B$ 이면 정다운 이웃

왕따와 여집합

A집합에서 A^c 은 왕따
그럼 A^c 는 예전의 나와 같네.

아참 언젠가 A^c 가 나한테 그랬어
나 A^c 는 영원한 왕따야 하고

나는 우물쭈물 했지
하지만 지금은 말해 줄 수 있어
“왕따는 영원하게 아니야!”

언젠가 합집합이 될 수 있어
지금의 나처럼

5. 짹과 게임하기

한 학생이 교과서의 기호 표현이나 문장을 소리내어 읽고 다른 한 학생은 자신이 들은 기호를 적은 후, 두 학생은 소리내어 읽었던 원래 기호들과 받아 적은 것을 비교한다. 읽는 것이 정확했나? 받아 적기가 정확했나? 이제 두 학생은 역할을 바꿔 점점 더 어려운 표현을 이용해 연습할 수 있다.

이 방식은 학생들이 기호를 읽는 것을 도와준다.

6. 종이접어 문제 풀기

가끔 수학 기호를 배우는 데 있어서 어려움은 수업에서 사용하는 기호만 적어 두고 기호에 의미를 부여하는 말을 적어 두지 않아 발생한다. 결과적으로 학생은 필수적인 의미를 만드는 링크를 잊어버리게 된다. 하나의 전략은 학생들에게 정기적으로 종이를 반으로 접어서 문제를 풀도록 하는 것이다. 종이 한장을 수직 방향으로 접어, 왼쪽에는 그들이 배운 수학 기호를 적고, 오른편에는 그 기호에 대한 설명을 적도록 하는 것이다. 처음에 학생들은 수학적으로 쓰는 것 보다 일상언어로 번역하는 것이 더 어렵다고 말한다. 그러나 이 숙제를 정기적으로 하고 나면, 그들은 기호들과 그것들의 의미를 다에 더욱 익숙하게 된다.

7. 수학적 기호의 의미를 시각적으로 연관시키기

수학적 기호와 의미를 시각적으로 연관짓는 좋은 방법으로 교사가 학생들에게 그들 스스로 시각화된 기호를 다음과 같이 고안해 보도록 할 수 있다.

FACTOR!AL

ang∠e

e^xponent

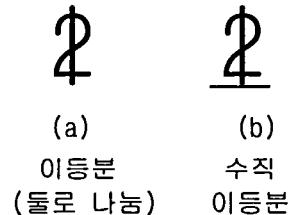
\int um

\sqrt{oot}

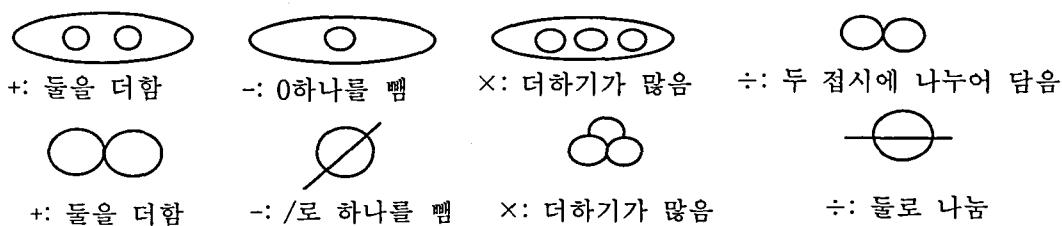
△ifference

8. 기호 만들기

기호 만들기(invented symbolism)는 학생들이 좋아할 수도 있는 또 다른 전략이다. 옆의 그림은 어떤 고등학교 기하 교사가 2를 나누어서("둘로 잘라서") 이등분을 기호로 나타내고, 다시 2위에 수직 기호를 포개놓음으로써 수직이등분선을 기호로 나타내었다. 학생들에 의한 기호의 창안은 사람들이 우리가 사용하는 기호를 창안했다는 사실과 학생들 스스로가 미래의 창안자가 될 수 있다는 사실을 강조하는 것이다. 실제로, 컴퓨터의 발달로 아이콘과 다른 기호 체계는 나날이 창안되고 있다.



실제로 초등학교 6학년 학생들에게 연산 기호를 직접 만들어 보게 하였더니 연산의 의미를 나름대로 부여하여 기호를 만들려고 하였다. 이는 개념과 관련성이 없는 추상적 기호보다는 개념과의 관련성을 최대한 부여한 기호를 만들려는 것으로 기호와 개념의 상호 연관성을 강조하여 지도해야 함을 알 수 있었다. 다음은 초등학교 6학년 학생들이 만들어낸 연산기호 중의 일부이다.



9. 기호에 의미 부여하기

기호에 의미를 부여하는 것은 기호에 생명을 불어넣는 것과 같은 것으로 기호가 가지고 있는 개념의 실체를 이해할 수 있는 방법이다. 기호에 의미를 부여하기 위해서는 기호가 나타내는 의미를 정확히 이해해야 하며 이를 바탕으로 나름대로 의미를 부여한다. 그러나 의미를 부여한다는 것은 개인차가 존재할 수 있기 때문에 학생들 스스로 자기의 경험을 바탕으로 그 의미를 부여할 수 있도록 지도하는 것도 좋다. 다음은 초등학교 6학년 학생들이 연산 기호에 의미를 부여한 것이다.

1) +

- 나누어진 4개의 면에 각각 물건을 채워 넣는다.
- —에 |를 더한 것이다.
- 두 수를 더하여 크게 만든다는 뜻으로 선을 2번 그어 만듦
- 막대기 2개가 같이 있어서 합친다

2) —

- +에서 |를 뺀다.
- 막대기 두 개에서 한 개가 빠져나갔다.
- 없어지는 개념이므로 —와 | 중 하나를 없애야 하는데 |는 1과 혼동되므로 —를 쓴다.
- 빼는 것은 없어지는 것으로 기분이 나빠지므로 표정이 —게 되고, 그 모습을 나타낸 것이다.

3) ×

- > 이것에 <의 개수를 곱하니까 ×이다.
- +보다 더 많이 늘어나니까 대각선으로 써 준다.
- 같은 수를 더해 주는 것이므로 덧셈과 같은데 덧셈과 구별하기 위하여 약간 뉘어 놓았다.
- 더하기 기호가 많이 더해지니까 무거워서 기울었다.
- 곱하면 수가 커지므로 잘 알기 힘들기 때문에 미지수 x를 변형시킴

4) ÷

- :를 —로 반으로 나눔
- 점이 위, 아래 하나씩 있으니까 똑같이 나누어 놓는다는 의미
- 2개로 나눈다.
- 분수와 비슷해서

IV. 결 론

지금까지 학생들이 기호체계에 능숙해지게 도와주고, 수학 학습과 문제 해결을 위해 수학 기호 언어가 의미 있고 접근하기 쉬운 의사소통 매체가 되게 하기 위하여 언어적 접근에 의하여 수학적 기호의 교수-학습지도 방법에 대하여 살펴보았다.

수학적 언어와 일상 언어사이의 이중성 때문에 언어로써 수학 기호는 학생들을 힘들게 만든다. 교사에게는 의미 있는 기호일지라도 학생들에게는 친숙하지 않을 수 있기 때문에, 많은 학생들이 자신들의 수학적 사고를 표현하거나 개념을 반영하거나 또는 아이디어를 확장하기 위해, 수학을 말하고, 읽고, 이해하고 쓰는 데에 많은 어려움을 겪고 있다. 기호화는 완벽하고, 추상적이고, 구체적이고, 형식적인 수학 언어의 한 형태이다. 학생들이 매일 같이 사용하는 일상 언어와는 달리, 수학적 기호 사용은 대부분 수학 수업 시간에만 제한적으로 사용된다. 따라서, 수학적 언어를 사용할 기회는 정규적이고, 풍부하고, 의미 있고, 가치 있어야 한다.

본 연구에서는 학생들의 수학적 기호 학습을 조장하기 위하여 다음과 같이 9가지의 교수-학습 방법을 제시하였다.

1. 적극적으로 수학적 언어 사용하기
2. 들은 것 다시 말하기
3. 교사의 말은 줄이고, 학생의 말은 많게
4. 일지-쓰기(journal-writing) - 수학적 내용을 일지로 쓰기, 수학적 기호를 이용하여 글쓰기
5. 짹과 게임하기
6. 종이접어 문제 풀기
7. 수학적 기호의 의미를 시각적으로 연관시키기
8. 기호 만들기
9. 기호에 의미 부여하기

전통적인 수학기호 체계의 사용은 수학 교육의 기본적인 목표이다. 하지만, 학생들은 종종 이러한 언어에 많은 어려움을 가진다. 학생들이 기호체계에 능숙해지게 도와주는 데는 특별한 관심이 필요하다. 수학 학습과 문제 해결을 위해 수학 기호 언어가 의미 있고, 접근하기 쉬운 의사소통 매체가 되도록 교수-학습이 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 김경용 (1994). 기호학이란 무엇인가?, 서울: 민음사.
- 박경자·강복남·장복영 (1994). 언어교수학, 서울: 박영사.
- 백석중학교 꿈지락회 (1999). 아름다운 수학나라, 서울: 백석중학교꿈지락회.
- 이두원 (1994). 커뮤니케이션 현상에 대한 기호학적 접근, 서울: 성균관대학교출판부.
- 이용률·성현경·정동권·박영배 공역, 가다끼리(1999). 수학적인 생각의 구체화, 서울: 경문사.
- Harel, G. & Kaput, J. (1994). The Role of Conceptual Entities and Their Symbols in Building Advanced Mathematical Concepts. In David Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* pp.82-94, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classroom*, London: Poutledge & Kegan Paul.
- _____ (1991). Communicating Mathematically. In Kevin, D. & Beatrice, S. (Eds.), *Language in Mathematical Education: Research and Practice*, pp.17-23. Philadelphia: Open University Press.
- Polya, G. (1957). *How to solve it?* NY.: Doubleday Anchor Books.
- Rubenstein, R.N. & Thompson, D.R. (2001). Learning Mathematical Symbolism: Challenges and Instructional Strategies, *Mathematics Teacher* 94(4), pp.265-271.
- _____ (2000). Learning Mathematics Vocabulary: Potential Pitfalls and Instructional Strategies. *Mathematics Teacher* 93(8), pp.568-574.
- Siegel, Marjorie, Raffaella, B., Judith, M., Fonzi, Lisa Grasso Sanridge, & Constance, S. (1996). Using Reading to Construct Mathematical Meaning. In Eliot, P.C., & Kenney, M.J. (Eds.), *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond, 1996 Yearbook* pp.66-75, Reston, VA: NCTM.
- Skemp, R. R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc..
- Usiskin, Z. (1996). Mathematics as a Language. In Eliot, P.C., & Kenney, M.J. (Eds.), *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond, 1996 Yearbook* pp.231-244, Reston, VA: NCTM.