

새 천년 수학교육의 민주화를 위하여 나아갈 방향

고 상 숙 (단국대학교)

고 호 경 (단국대학교 대학원)

본고는 ICME-9에서 발표되었던 Alan Bishop과 B. D'Ambrosio의 논문을 중심으로 미래의 수학교육 방향을 고찰해보고자 시도되었다. 민주화는 교육의 한 측면으로 항상 제시되어왔음에도 불구하고 수학교육에서는 명확하게 제시되어진 일이 거의 없다. 우리 모두가 여전히 수학은 일부 공부 잘하고 머리 좋은 사람들만이 잘 할 수 있는 과목이라고 생각하여왔고 그러한 생각은 학교 졸업 후 사회에 나가서도 특권의식으로 발전한다. 그러나 수학이 메마르고 특권주의적 과목이 아닌 보편적이고 민주적인 과목 즉, “모두를 위한 수학교육”이 되어야 함을 자세히 살펴보았다.

I. 서론

수학교육과 관련된 사회적 구성주의 입장에서 수학은 사회적 환경에 따라 상대적이므로 다른 수학이 구성될 수 있고 수학은 가치 독립적이지 않으며 다른 지식과 문화, 이데올로기 등과 관련된다고 하였다. 현 사회는 전보다 문명인으로서의 더 많은 수학적 지식을 요구하므로, 수학을 가르치는 사람들에게 있어서 필수적인 과제는 발달된 문명 속에서 살아가는 사람들에게 수학교육을 어떻게 적용할 것인가 하는 것이다. 사회가 다양한 문명을 띠고 복잡해짐에 따라 수학의 본질은 변화되지 않을 수 없고, 수학을 가르치는 사람들의 수업목표도 따라 변화되지 않을 수 없다. 그렇다면 이러한 물질 문명 속에 우리가 정립해야할 가치관은 무엇이며 무엇을 위하여 가르치고 배워야 하는 것일까.

21C 우리 나라 뿐만 아니라 전 세계적으로 가장 두드러진 이슈는 ‘민주’일 것이다. 우리 나라 역사가 가장 주된 관심사는 ‘민주화’이나, 짧은 역사를 가진 우리 나라 민주주의가 뿌리 깊게 정착하려면 민주시민 의식이 높아져야 한다. 민주주의는 단순히 제도의 문제나 정부 형태의 문제만이 아니며 그것은 또한 생활양식의 문제이다. 즉, 자율성과 책임성을 갖기 위하여 교육은 끊임없이 민주적 생활방식과 시민의식을 교육하여야 할 것이다. 그러나 민주주의가 이 땅에 들어온 지 얼마 되지 않아 권위주의 체제가 깊이 뿌리 박고 있는 상태인데다 열악한 교육환경과 더불어 훈련과 경험의 부족으로 인해 민주적인 수학수업을 하고 있다고 보기는 어렵다.

현장교사인 저자가 우리 학교의 수업 광경을 바라본 바로는 사실 아직까지 거의 모든 수학수업은 교사가 설명을 하는 것을 그저 학생은 듣고 교사가 원하는 한가지 대답만을 일제히 할뿐이다. 학생들은 암기위주의 학습방법으로 공부하고 내용을 알기 쉽게 가르쳐주고 공식에 부합된 문제를 일목요

연하게 풀어주는 것으로 수학 수업을 받는다. 토론 문화가 부족한 우리 나라에서 학교에서 조차 협력과 참여, 타인의 의견중시, 타협과 합의 등을 배울 수 없다면 사회에 나가서도 개인의 자유스러운 의사가 존중되고 창의적인 사고가 형성된다는 것은 기대하기 어려울 것이다. 그렇다면 이 땅의 학생들에게 수학을 가르치는 한 사람으로서 어떻게 하면 수학 그 자체만을 가르치는 것 뿐 만 아니라 수학을 통하여 인간과의 관계를 넓게 이해하고 일반 학생들이 외면하지 않는 수학이 될 수 있을 까를 생각하지 않을 수 없다.

제 7차 교육과정 개정을 위한 기초연구(김기석 외, 1996)에서도 중등학교 학생들이 수학의 경우 총 513명의 응답자 중 55.2%가 '아주 어렵거나 어렵다'고 하였고 '당신이 이해하는 정도는 어느 정도냐'는 질문에 50%이하만을 이해한다는 대답이 38.3%라는 통계도 나왔지만 현장에서 수학 교사들이 피부로 느끼는 바는 그보다 훨씬 더 많이 학생들이 어려워하고 포기한다는 것을 토로한다. 우리 모두가 여전히 수학은 일부 공부 잘하고 머리 좋은 사람들만이 잘 할 수 있는 과목이라고 생각하며 그러한 생각은 사회에 나가서도 계급주의적 사고를 고정화시킬 것이다. 또한 우리는 대부분의 성인들이 자신은 수학에서 실패했다고 생각하고 수학을 잘하는 다른 사람을 부러워하는 감정을 갖고 있다는 것을 알고 있다. 만약 그 시대에 수학을 가르치는 사람들의 목표가 수학을 엘리트적 과목이 아닌, 즉 엘리트적 이미지를 극복하기 위한 목표를 두었다면 성인들의 대부분이 수학에 패배감을 갖고 있지는 않을 것이다. 그러나 불행히도 현실은 대부분의 사람들에게 패배감을 안겨주었거나, 아예 흥미를 잃어버린 과목으로 전락해 버렸다. 미국 수학교사 협의회(NCTM, 1995)의 기준—학교 수학의 교육과정과 평가 기준 그리고 수학 교수를 위한 전문 기준—은 모든 학생들을 위한 적절한 수학학습 목표의 미래상을 제시하였다. 이러한 미래상은 모든 학생은 수학을 배울 수 있는 능력이 있다는 가설을 토대로 한 것으로써 NCTM 개혁 의지의 핵심이 된다. '모든 학생이 수학을 공부 할 수 있다'는 말을 실천하기 위해서는 어떤 것에 중점을 두어야 하며 무엇을 연구하고 실천 해 나가야 하는 지를 제 9차 국제수학교육학회에서 만난 Bishop(2000)과 D'Ambrosio(2000)의 연구를 중심으로 살펴보고자 한다.

II. 수학교육의 민주화

사회가 다양한 문명을 띠고 복잡해짐에 따라 수학의 본질은 변화되지 않을 수 없고, 수학을 가르치는 사람들의 수업목표도 따라 변화되지 않을 수 없다. 그렇다면 여기서 민주의식을 함양시킬 수 있는 수학교육을 주제로 잡은 세 가지 이유는 다음과 같다.

1. '민주화'는 교육의 한 측면으로 항상 제시되어 있는 것임에도 불구하고 수학교육에서 명쾌하게 사고되어진 일이 거의 없다.
2. 수학은 소수 엘리트층 사람들을 위한 과목으로 보인다. 엘리트적 이미지를 극복하여 모두에게 흥미와 보람을 안겨주는 과목이 되어야 한다.
3. 교육은 미래이다. 앞으로의 세계는 아이들에게 어떠한 교육을 시키느냐에 달려있다. 변화를 위

한 도전이 이 시대의 변혁을 가져 올 것이다. 수학을 메마르고 특권주의적 과목이 아닌 보편적이고 민주적인 즉, 수학을 통하여 이 시대의 민주화를 더욱 앞당기고 탄탄하게 만들 수 있게 되어야 한다.

1) 수학교육의 장애물과 비전

수학교육은 확실히 과거로부터 전수되어 온 지식을 토대로 하고 있다. 수학은 긴 역사를 가지고 있으며 수학교과과정도 역사 속에 맞물려있다. 그러나 너무 역사에만 얽매어 있는 나머지 수세기 동안 변화되어진 수학을 반영하지 않고 사회의 변화된 방식을 반영하지 않는다면 민주적으로 발전해 나아가는 데 장애가 되는 것이다.

어떻게 해야 수학교육과정에 미래의 비전을 불러 넣을 수 있을까? 컴퓨터와 계산기가 많이 다루어진다면 아마도 우리는 고도의 기술적 비전을 기대할 수 있을 것이다. 컴퓨터의 발달은 우리에게 흥미진진한 교육적 가능성을 제공한 동시에 커다란 딜레마에 빠지게 하였다. 컴퓨터에 의하여 우리는 수학을 가르치는 것에 대한 우리의 사고 방식이 변환되었고 더 나아가 수학적 활동 그 자체의 본질도 변화되고 있다. 현 사회에서의 교육적 비전이란 능력을 키우고 정보를 제공하고 세부적이지만 전체적으로 알 수 있고, 반영하고 비판하고 창조하고 책임질 줄 아는 그런 전체적인 의미 속에서 민주적인 것이 꽃피는 것이다. 그렇다면 그러한 민주적인 수학교육은 어떤 모습이어야 하며 우리는 어떻게 이루어 낼 수 있단 말인가?

2) 수학교육의 삼각 과정

우리가 연구해야 할 세 가지는 다음과 같은 것이 있는데, 이 세 가지 수학교육 연구의 주제들은 서로 맞물려 구성되어졌으며 사회적, 정치적, 문화적 배경의 영향을 받는다.

- 수학교육과정 - 내용, 아이디어들의 나열, 다른 주제나 내용, 교과와의 관계, 실질적인 것과 가상적인 것 등을 포함
- 수학 학습 - 학습자의 특성, 학습, 태도, 신념, 동기, 감정의 유형, 기억이나 연상, 표현의 방식 등을 포함
- 수학 교수 - 상호작용, 설명, 명확성, 다른 지식들간의 연결, 의사소통, 지도 등을 포함

이런 것들은 어느 하나가 독립적으로 작용 할 수 없으므로 서로의 관계를 조사하여 전후관계를 연구하여야 내용의 개념적 장애를 극복할 수 있다. 또한 수리적 사고에 대한 관심을 높이는 연구가 많아져야 한다. 학생들이 더 고등적 수학을 해야 한다는 주장 하에 반대하는 연구도 많이 있으나, 여기서 말하는 수리적 사고라 함은 단순한 '수 개념'만을 의미하는 것이 아닌 수세기 활동, 위치농기(locating), 측정, 디자인, 놀이와 표현 등의 통합적 의미이다(Bishop, 1988).

3) 수학학습과 학습자

현재 일반적으로 사용되는 수학교육의 구성과 방법이 오히려 가장 민주화를 저지하는 것 중 하나

가 될 수 있다. 교사나 학습자, 부모, 관리자들에 의해 사용되어진 ‘수학적인 능력(mathematical ability)’도 그 중 하나이다. 왜냐하면 그것은 학습자의 상황으로만 모든 것이 이루어진다고 보았고 다른 제반 여건을 변수로 놓지 않았기 때문이다. 학습자는 거의 다른 주변 요소로 형성되어진다고 볼 수 있다. 교사들이 못하는 학생과 잘하는 학생들을 구분 지어 잘하는 학생들에게 칭찬을 아끼지 않았다면 그것은 교실 내에서 보이지 않는 울타리를 만들어 분류를 시킨 것이고, 이 중 ‘잘하고’ ‘능력 있는’ 학생들은 더욱 더 분투하여 어려운 과목도 잘 해내고 대학에 가서도 수학을 계속 공부를 하겠지만 ‘못하고’, ‘능력 없는’ 학생들은 용기를 얻기 어렵고 수학을 쉬 포기해 버린다. 이러한 ‘수학적 능력’의 구성이 무엇이 잘못 되었는가? 문제는 학습자는 단지 지금 배우고 있는 중이란 사실을 간과한 것에 있다. 어떤 상황이든지 모든 학습자는 분명히 능력의 단계를 밟아가고 있는 것을 연구가들은 놓쳐서는 안된다.

‘상황 인지(situated cognition)’에 대한 아이디어의 중요성이 부각되고 있는데, 그것은 어떤 것을 학습 할 때는 어떠한 상황에서 배운다는 사실을 묘사한 것으로, 개인의 정신적인 측면만을 고려한 지금까지의 측면에서 사회·문화적인 측면도 고려해야 한다는 이론이다. 지식이 교실 수업을 초월하는 진정한 가치를 지니기 위해서는 실제적으로 유의미한 상황적 경험을 통해서만 가능하고, 그 상황에서 학습자는 능동적인 참여자가 되어야 하며 철저하게 상황화(situated)되어야 한다는 것이다. 즉, 지식은 학습자와 환경(상황)과의 능동적인 관계를 통하여 개발되며, 학습은 학생들의 복잡하고 실제적인 학습 환경에 활동적으로 참여할 때 이루어진다는 것이나 이것은 학습한 것을 또 다른 상황으로 전이 할 필요성이 있는 것은 아니다. 따라서 여기서 우리가 알 수 있는 것은 어떤 상황에서는 영리하게 보일 수 있지만 다른 어떤 상황에서는 바보처럼 보일 수도 있다는 것이다. 수학교육의 관점에서, 만일 교육과정이나 교사나 방식 같은 것이 변화되면 다른 현상이 일어나서 학습자는 더 고차원의 능력 수준으로의 발전을 보일 수 있다.

교실은 많은 역할이 이루어지는 사회적 ‘장’이고 직접적으로 학습에 영향을 받을 수 있는 곳이다. 수학교육은 의욕적인 활동뿐만 아니라 즐거움을 줄 수 있어야 하므로 흥미 있는 내용으로 진행되어야 한다. 필요하다면 학습자는 협력학습이 이루어져서 각각 다른 사람의 관점을 배워야한다. 누가 옳은가를 보는 것이 아닌, 모든 학습자가 다른 아이디어를 배울 수 있도록 차이점이 구성적으로 발표되어지고 비교되어 왜 어떤 아이디어가 다른 아이디어보다 보다 적절한 가를 학습할 수 있어야 한다.

새 천년은 상호의존하며 살아가는 시대가 될 것이고, 젊은 사람들은 협동하는 방법과 서로가 분별력을 가지고 일하는 기술들을 배울 필요가 있다. 모두가 책상 앞에서 침묵으로 교사의 가르침만을 주시하는 방법은 이제 과거 속에 묻혀야 한다. 민주적인 수학교육에서 그런 형태의 수업은 더 이상 설자리가 없으며 우리 모두 바람직한 학습을 위해 그 장애와 난관을 하나씩 극복해 나가야만 한다.

4) 수학교사와 교수

민주적인 수학교육이 되기 위해서는 수학교수에 대한 여러 가지 합리적인 아이디어가 있어야한다.

다양한 수학적 경험에 대한 아이디어는 학생들이 학교 밖에서도 참여할 수 있는 적절하고 합리적인 수학적 활동을 인식시켜 주기 때문에 교사들은 더욱 이런 방향으로 관심을 기울여야 한다. 다른 수학적 경험에 대한 인식은 교사들이 수업에서 학생들이 다른데서 얻은 지식을 활용할 수 있는 문제와 과제를 만들어 내는 것을 가능하게 하며 또한 학생들이 이미 알고 경험한 수학적 아이디어와 기술들을 깨닫도록 도와주고 자부심과 용기를 한층 더 북돋아준다. 또한 교사는 평가하는 데 있어서도 때로는 가르치는 데 있어 사용된 활동이 섞여있어야 한다. 만일 교사가 가르치는 것 따로 평가하는 것이 된다면 학생들은 혼란을 겪게 될 것이다. 예를 들어, 만일 학생들이 자신들의 수학적 아이디어를 써 보는 것으로 의사소통하며 배우고 있다면, 그들의 수학적 지식이 부분적으로는 수학적 아이디어를 써 보는 것에 의해 평가되어야 한다. 만약 수업활동을 소집단으로 하였다면 소집단으로 평가되어야 하며, 그래픽 계산기가 배우는 데 이용되었었다면, 평가하는 데 있어서도 이용되어야 할 것이다. “학생들의 학습을 도와주는 평가가 되기 위해서는 과정에서의 모든 단계 안에 교사가 들어가 있어야 하며 교육과정과 가르치는 활동 안에 깊숙이 들어가 있어야 한다”(Linda Darling-Hammond, 1999, p.25).

수학을 가르치는 데 있어서도 우리 나라의 고유한 문화적 아이디어가 반영된 교육과정이 있어야 하고 교사들은 가르치는 것에 관련된 것들을 부합 할 수 있는 기회가 있어야 한다. 이것이야말로 현재 생소하여 ‘외계인’같은 수학을 배우느라 고전 분투하는 학습자에게 도움을 가져다 줄 수 있는 것이다.

학생들의 ‘다양한 사고’와 다른 종류들의 수학적 능력의 발전은 ‘연성(延性)학습(flexible learning)’에 대한 아이디어와 나란히 진행되어 왔다. 이 아이디어는 이제 world-wide-web 의 출현과 더불어 모든 종류의 학습자료를 원격방식으로 통합하는 것이 가능하게 되었다. ‘연성학습(flexible learning)’이란 용어는 이런 종류의 시스템을 묘사한 것이고, 학습자가 이런 수단에 의해서 자신의 학습을 한층 더 잘 조절 할 수 있다는 아이디어에는 공감한다. 그러나 그 아이디어는 성인을 가르치는 사람들에게서 나온 것이므로 자신의 학습을 한층 더 잘 조절 할 수 있다는 것에는 논쟁의 여지가 남아 있고 한층 연구가 더 진행되어 충분히 가치가 있는 자료를 가지고 학습해야 할 필요가 있다. 이 아이디어는 이제 학교 안에서도 중요하게 여겨지게 되었고, 더 많은 정보 기술에 의해 학교에서도 이용 가능하게 되었다. 이것은 교사가 학습자들을 위한 더 많은 학습자료와 기회를 생각하게 만들어주어서 방법의 다양성을 가져다주고 접근방식의 폭을 넓혀 주었다. 사실, 민주적인 수학 교수를 향한 가장 커다란 발전은 ‘교수 방법과 과정’에 대한 연구에서 ‘학습 자료와 접근법’으로 옮겨 간 것이라 할 수 있을 것이다. 이런 발전은 교사의 역할을 극적으로 변화시켰고, 만일 이런 것들이 폭넓게 수용되어진다면 수학교육에서 강력한 민주적 효과를 볼 수 있을 것이다.

요약하자면, 교사의 관점에서 민주적인 수학교육이 되려면,

- 수학 학습자의 다양한 상황 이해
- 불확실한 능력의 수준에 대해 부당한 가정을 하지 않기

- 학습자의 사회적 상황과 어떻게 그것이 그들의 학습의 질에 영향을 미칠 것인가를 인식하기
- 협동 학습을 적극 활용하기
- 상황 학습의 범위를 인식하기
- 학습 자료들과 접근법을 고려하기
- 학습자가 자신의 학습을 더 많이 조절할 수 있도록 하기

아마도 수학 수업에 있어 행해지는 모든 반민주적 교수나 잘못된 일들이 교사의 탓인양 보일 지도 모르나 확실히 그런 것은 아니고 교사가 수학을 가르치는 데 있어서 가장 영향력을 발휘하는 것이 현실인 만큼, 민주적인 아이디어가 발전되려면 이러한 역할이 강조되어야 한다는 것을 언급할 따름이다.

5) 수학교육에 있어서의 가치관

마지막으로 수학교육에서 민주주의의 가장 핵심이 되는 것은 바로 '가치관'에 있다. 현 시점에서 이러한 것이 문제시되는 이유는 우리는 수학수업에서 하고 있는 가치관 교육이 무엇이고 왜 그런지도 모를 뿐 아니라 교사에 의해 그러한 가치관 교육이 어떻게 조절해 나갈 수 있는지에 대한 연구 자료가 거의 없다. 더군다나 많은 수학 교사들은 자신이 수학을 가르칠 때 어떤 가치관으로 가르치고 있는지 생각할 여력도 없이 입시나 시험을 향해 나아가고 있다. 우리가 좀 더 민주적인 수학교육으로 가기 위하여 극복해야 할 가장 큰 장애 중 하나는 지각의 변화라 할 수 있다. 다음과 같은 질문을 생각해 볼 필요가 있다: 현 상황에서 수학수업에서 관심을 둘 가치관 교육은 무엇인가? 교사는 가르칠 때 어떤 가치관으로 수학을 하는가? 학생들은 어떤 가치관이 학습되어 지는가? 교사는 현재 가르치는 것 외의 다른 가치관을 가르치기 위하여 자신의 가치관 교육 이상의 것을 충분히 조절할 수 있는가? 안타깝게도 이런 질문 중 어떤 것에도 만족할 만한 연구가 되어져 있는 것이 없고, 현 상황에 어떻게 영향을 미치고 있는지를 이해해야 할 우리에게 거대한 난관이 되고 있다.

수학교육에서의 가치관은 학교 수학 과목을 통해 깊은 영향을 주는 요소로써, 사람들의 기억 속에 개념이나 절차적 지식보다도 오히려 더 오래 남아 있게 된다. 부정적인 면을 지닌 가치관은 성인이 되었을 때도 종종 수학을 싫어하는 요소가 되며 따라서 치명적인 영향을 끼치게 된다는 조사연구가 있다(Cockcroft, 1982).

현재로써는 어떤 가치관이 전해져야 하고 어떻게 효과적으로 전해지는지에 대해서는 한정적인 연구에 그쳐있다. 그렇다면 어떻게 수학 수업에서 가치관이 전달될까? 예를 들어, 교과서는 명확한 가치관에 초점을 둔 연습이거나 활동인가? Seah(1999)는 Singapore 와 Victoria, Australia의 교과서를 분석해서 교과서들은 확실히 가치관의 차이를 보였고 학생들의 가치관 학습과 발전의 중요한 자료가 된다는 결론을 지었다.

International Handbook on Mathematics Education에는 비록 수학교육의 가치 측면과 그 중요성

을 강조해서 언급한 장(章)은 몇몇 개 있으나 가치관에 관해 분류된 장은 따로 없다. Skovsmose(1996)의 글은 아마도 가치관과 민주적인 교육에 가장 근접한 것으로 “수학 교육에서 토의에 참가 할 수 있고 자신의 의사결정을 할 수 있는 시민으로 발전해 갈 수 있는 것과 연관시켜 나아가는 것은 중대한 일”이라고 논하였다. 따라서 우리는 이런 측면을 고려하여 학생들도 교실에서 무슨 일이 일어나는 지 ‘평가’할 기회를 주어야 한다. 이것은 즉 ‘학생’측으로 관심의 초점을 두는 것이다.

수학 수업은 학생들이 자기가 스스로 판단할 수 있도록 훈련해 나가는 장이 되어야 한다. 교사는 학생들이 선택을 하기 위한 보탬이 되는 활동을 학생들에게 제시를 할 수 있고 또 그렇게 해야한다고 생각한다; 예를 들면 풀어야 할 문제 선택에 관해, 풀이를 얻기 위한 접근에 관해, 풀이의 가치를 판단 할 척도에 관해, 가르쳐 진 수학적 모델의 폭 넓은 접근에 관해. 또한 선택을 요구하는 것은 교사의 일상적인 한 부분이 되어야 한다: 예를 들면, 다음과 같은 과제 “피타고라스 정리의 세 가지 다른 증명을 기술하고 비교하십시오”는 학생들이 증명과 관련하여 가치관을 토론하는데 이바지하게 될 것이다. 비록 서로 다른 문제해결의 해를 제시하는 단순한 행동이라도 학생들에 의해 비교되어지고 부딪히면서 선택, 척도 그리고 가치관의 아이디어가 자라나게 된다. 우리는 수학을 통해 학생을 가르치는 것이고, 학생들은 어떻게 가르쳐지고 있는가를 통해 가치관을 배우고 있는 것이다.

이런 아이디어를 활용하는 것은 물론 교사의 능력에 달려있다. 선택할 것들이 학생들에게 제시되고 채택될 때 교사들은 어떻게 반응할 것인가? 사실 교사들이 학생들에게 반응해야 할 정확한 방법과 가치관을 가지고 명확히 가르칠 수 있어야 실현 가능한 일이 될 수 있다.

이런 영역은 근본적으로 연구에 그쳐서는 안되고 더 많은 교사 연수와 현장교육이 필요한 부분이며 교사와 연구자 모두에 의한 철저한 조사가 필요한 부분이다. 이런 조사의 결론은 왜 교사가 그런 방법으로 가르쳐야 하는지, 그리고 어떻게 우리의 미래의 시민들을 교육시킬 것인지, 무엇이 바람직하고 무엇이 가능한지, 우리가 나아가야 할 민주사회의 수학 교육의 목표가 무엇인지에 대한 우리의 이해를 훨씬 넓혀 줄 것이다.

6) 민주적인 수학교육을 위한 교사의 어려움

교사가 달라지지 않고 교육이 달라질 수는 없는 일이다. 그러나 현장에 있는 대부분의 교사들도 중등 시절이나 대학 시절조차 그런 학습을 해 본 일도 교육을 받은 일도 없어서 막연하고 이리저리도 저러지도 못하고 있는 실정이다. 즉, 나를 비롯한 주변의 많은 교사들이 혼란을 가지고 수학 수업에 임하는데, 그것은 그들의 개인적인 경험들이 긍정적이지 않았던 경우가 대부분이었고 암기해야 할 공식들과 풀이과정으로써만 수학을 공부하도록 배운 경험을 가졌다. 가장 큰 문제는, 훌륭한 수학교사를 어떤 것을 잘, 분명하게, 처음부터 끝까지, 천천히 설명하는 사람이라고 생각하는 그들의 견해이다. 또한 교사는 학생들이 문제를 처음에 이해하지 못했을 때, 문제를 c, b, a 순서로 푸는지 같은 것을 반복해서 설명해 나가야 한다는 것이다. 따라서 보통 학생들이 먼저 풀어준 것과 유사한 모든 문제들

을 풀 수 있으면 이해한 것으로 보고 넘어간다. 그렇다면 어떻게 교사가 우리가 추구하고자 하는 그러한 교육을 해 나갈 수 있단 말인가. 직접 경험해 보지 않고 그 속에서 일어나는 것을 끄집어내는 힘든 일이다. 따라서 우리가 하고자하는 수업의 형태에서 필요한 모든 것을 직접 경험하고 생각하고 분석 할 기회가 교사에게 주어져야 한다.

고상숙(2000)은 교사의 수업활동 조사, 분석에서 다음과 같이 여섯 가지로 교사와 수업간의 관계를 통해 적절한 교사 교육의 방향을 모색하고자 하였다. 첫째, 교사가 수학을 왜 학생이 배우는지에 대한 목적의식이 뚜렷하지 않으면 그 수업은 방향을 잃게 되므로 그 유용성이나 가치에 대한 지식을 풍부히 갖추어야 한다. 둘째, 교사는 모든 학생이 수학을 학습 할 수 있는 존재로 인식하는 것이 필요하다, 셋째, 교사는 학생 각자가 다른 지적, 정서적 특징을 갖고 있다고 믿어야 한다. 넷째, 지나친 교과서 위주의 수업만이 이루어짐에 따라 수업의 다양성을 꾀하기 힘든 현실이므로 앞으로 꾸준히 수학교육학자들의 많은 연구와 함께 지속적인 수정이 이루어져야 한다. 다섯째, 교사의 적절한 의도가 있는 평가가 이루어져야 한다. 여섯째, 급변하는 현장에 교사가 적절히 대응할 수 있도록 돕는 연수 프로그램의 시급하다. 이처럼 예비 교사들의 철저한 준비와 현직 교사들의 관심과 활발한 교사 교육 없이 수학교육이 나아갈 목표를 이룩하는 것은 불가능 할 것이다. D'Ambrosio는 지금의 예비 교사들도 그러한 수업을 받아 본 일이 없기 때문에 훈련과 교육을 통하여 구성주의적 교사가 될 수 있도록 시도하였다. 그가 시도한 예비교사들의 교육을 살펴보면: 구성주의 교사에 대한 그의 정의는 교사는 아이들을 위하여 학습의 장을 형성하고 조정하기 위하여 교수 상황 중에 나타나는 다양한 목소리를 통합할 수 있는 자라는 것이다. 이런 교사는 그가 학습자들의 이해를 알기 위해서 자신의 내부 목소리를 정의할 때 훈련(discipline)의 목소리와 아동들(학습자들)의 목소리를 통합한다. 이러한 훈련의 소리는 생각하는 방식, 전략, 교사가 자신의 학습경험으로 획득한 내용의 이해를 포함한다. 구성주의 교사는 훈련의 본성은 수학자들에 의해 사회적으로 협상된 지식의 구성화된 본체로써 내재화할 필요가 있고, 교사들이 만들어낸 학습의 장 내에서 이러한 활동을 모의 실행하는 능력을 발휘하는 것이라 했다.

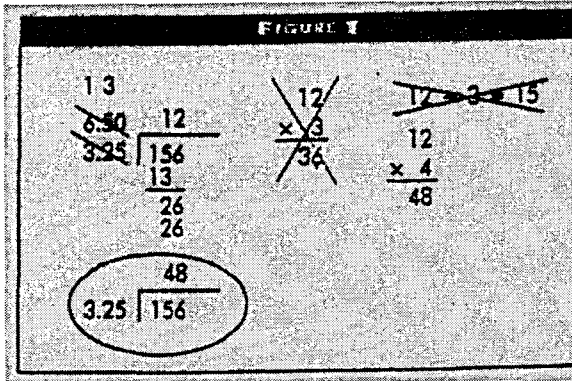
아이들(학습자)의 소리는 이 아이들(학습자)의 아이디어를 이해하는 방식을 경청하는 것을 포함한다. 교사는 학습자들이 수학적인 활동 속에서 그들을 듣고 관찰함으로써 학습자의 수학적 생각들을 이끌어 낸다.

다른 목소리에 배타적인 교사들은 그들이 학생들을 위해서 디자인 해야하는 학습의 장의 복잡성을 이해하지 못한다. 그들은 훈련의 소리라는 견지에서 아이의 소리를 해석하지 않고 아이들의 생각이 옳고 그름을 판단하거나, 아이에게 전반적인 이유를 제시한다.

교사의 내부의 소리는 교사가 아이들의 소리와 훈련의 소리를 통합할 때 발전된다. 그것은 교사가 내용을 만드는 감각, 개념을 설명하기에 가장 적합하다고 생각하는 모델, 학습내용에 포함되는 뉘앙스의 이해, 교사의 교육적 내용을 구성하는 모든 것을 포함한다. 이러한 교사의 내부의 소리는 아이들의 수학을 이해하는데 이용하기 위한 형식적 수학을 풀어내는(unpack) 능력과 아이들의 수학을 풀

어내는(unpack) 교사의 능력을 포함한다.

풀다(unpack)라는 용어는 두 가지 면에서 유용한 면이 있는데, 첫째는 전통적인 수학교실에서 획득되는 것 그 이상인 형식적인 수학의 층을 묘사하는 것이다. 예를 들면, 전통적인 수학 교실에서는 소수점의 나눗셈의 개념은 소수점을 제거하는 과정에 대한 학습을 먼저 요구한다. 최고의 경우는 교사가 학생들을 위해 $156 \div 3.25$ 는 양수에 100을 곱함으로써 풀 수 있고 그 답은 $15600 \div 325$ 로 그 이전의 문제를 풀 수 있다고 설명을 전개하는 것이다. 교사들은 종종 나눗셈을 분수로써 표현하는 것으로 이런 설명에 접근한다. 분수 $156/3.25$ 는 $15600/325$ 와 같다. 물론 이런 설명은 소수를 분수의 분모로서 놓을 수 있다는 것을 포함하는데, 여기서 교사로서 직면하는 딜레마는 다음과 같은 학생들의 작업을 어떻게 해석하는지이다.



여기서 형식적 수학을 unpacking하는 것은 매우 중요하다. 이 학생의 작업을 해석하는 것은 위의 아이디어에 대한 이해에 매우 다양한 층을 요구한다. 이 작업을 해석하기 위해서, 교사들이 나눗셈에 대한 여러 가지 수준의 이해를 가져야만 하는데, 여기에는 우리가 실제 나눗셈을 할 때 실제로 발생하는 것 (어떻게 13으로 나누는 것이 6.5나 3.25로 나누는 것과 관련이 있는지), 똑같은 답이 나오는 나눗셈 문제

에서 어떤 타입의 나눗셈 문제가 나오는지, 어떻게 우리가 이런 학생들의 작업을 그것을 설명하기 위한 모델로 나타낼 수 있는지, 기타 등등이 포함된다.

교사들이 위에서 나온 이런 전통적인 과정 (한쪽에 무엇을 하면 다른 쪽에도 무엇인가를 해야하는)은 이런 간단한 문제를 가지고 수학에 대해서 논리적으로 생각하는 그들의 능력에 방해가 된다. 형식적 수학을 “풀어내는unpack” 능력의 부족은 바로 학생들의 작업을 어떻게 해석하는가의 견지에서 나타난다.

unpacking의 개념의 두 번째 설정은 교사들이 학생들의 수학에 대한 이해를 “풀어내야(unpack)”만 하는 방식이 묘사되어져 있다. 학생들의 수학적 상황에 대한 답은 많은 요소들을 포함하고 있는데, 이중에 오직 하나만이 수학 그 자체에 대한 학생들의 이해이다. 특히 수학에 대한 학생들의 경험은 어떻게 하나의 문제에 접근하는지에 대한 학생의 관점, 학급집단의 협동하는 본질에 대한 관점, 학생들의 도구와 재료에 대한 신뢰를 포함하는데, 이는 교사가 분석해야하는 답을 형성한다. 학생들의 수학을 unpacking하는 것은 단순히 포함된 수학을 이해하는 것 그 이상이다. 왜 학생들이 특정 방식으로 문제를 해석하는지, 왜 학생들이 특정한 전략을 사용했는지, 왜 학생들이 특정 방식으로 아이디어를 명확히 하는지의 질문 등 모든 것이 학생들의 수학을 unpacking 하는 과정을 형성한다.

어떻게 우리가 지식을 *unpack*하는가?

분명히 우리가 학습자의 수학을 *unpack*하는 행동은 질문을 하고 반응을 듣는 것을 필요로 할 것이다. listening의 3가지 유형- evaluative listening, interpretive listening, hermeneutic listening -을 언급해 보면, 평가적 경청(evaluative listening)을 오직 훈련(discipline)에 집중하는 교사들이 이용하는 listening의 유형과 관련되었다. 이런 교사는 수학의 규칙과 논리를 알고 있으며, 아이에게 질문을 통하여 아이의 생각 속의 에러를 찾는다. 이런 유형의 질문과 경청은 과정적 이해의 단순한 증거 이상일 수 있으나, 교사가 아이들의 수학의 모형을 세우는 것을 돕기에는 충분하지 못하다.

D'Ambrosio는 중개적 경청(interpretive listening)을 아이들의 소리에 집중하는 교사들이 이용하는 listening의 유형과 관련되었다. 이런 교사는 아이들의 말을 경청하고 그 자신을 아이들의 입장에 놓으려고 노력하며, 만일 자신이 비슷한 경험을 가졌다면 이것에 대해 어떻게 생각할 것인지를 스스로에게 질문한다. Davis는 이것이 구성적인 교사(constructive teacher)에 의해 이용되는 listening 유형이라고 주장하나 D'Ambrosio는 구성주의 교사는 그 이유를 경청하고 그 자신의 수학에 대한 이해를 재협상하는 한편 동시에 아이에게 합당한 이유를 제시하려고 시도하면서 다양한 소리를 통합하고 동시에 협상하려고 애쓴다는 사실에서 주장을 조금 달리한다. 대신에 D'Ambrosio는 해석적 경청(hermeneutic listening)을 아이의 소리, 훈련의 소리를 통합하고 아이의 수학의 모델을 세우기 위한 자신의 내부의 소리에 의해 의미를 구성하는 교사들이 이용하는 listening의 유형과 연관시킨다.

요약하면, 구성주의 교사는 교수의 상황 중에서 나타나는 다양한 소리를 통합하기 위해서 해석적 경청을 이용하는 사람이다. 바로 교사와 학생들이 함께 세우는 지식과 의미의 학습의 장을 위한 새로운 교수 상황을 형성하기 위하여 학생들의 이해에 대한 통찰을 획득하는 사람들이 이러한 교사이다. 이 구성주의 교사는 학습에 대한 열의를 갖고있고, 이런 열의를 그가 설정한 학습의 장에서 수학을 이해하기 위해서 교사와 아이들이 함께 작업해 나간다.

미래의 초등교사들이 수학을 “풀어(*unpacking*)”내기 위해 설정한 과정

대부분의 미래의 교사들도 수학을 받아서 안 사람들이다. 학교 수학을 ‘하는’ 수학이 되기 위하여 무엇을 알아야 하는지 알려고는 하나 확실한 설명을 충분히 들은 일이 없거나 신중하게 듣지 않아 실행하는 데 실패하게 된다. 교사 교육의 큰 과제는 다음과 같은 것들이다: 어떻게 학생들이 수학을 받아들이기만 하여 얻는 지식이 되지 않고, 가르친 것에 구성적으로 지각을 터득해 나갈 수 있는 구성적인 지식인이 될 수 있도록 도울 수 있는 교사가 되게끔 하는가? 어떻게 미래 교사들의 수학을 “이끌어 내고”, 새로운 지각을 얻고 수학의 새로운 성질들과 관계들을 얻을 수 있는 학습 공간을 창조하도록 하는가?

과정들을 통해 학습 기회를 제공하였는데, 실시한 내용을 단계별로 간략히 기술하면:

내용 과정: 미래의 교사들과 지식의 이해와 구조를 증진시키는 수학적 학습환경을 시뮬레이트 하는 수학 내용 과정에서 시작했다. 이 과정은 일주일에 6시간씩 실시하였으며 문제 풀이와 조사를 통

한 수학학습이 강조된다. 이 과정의 목표는 수학의 절대적 관점에서부터 협상을 통해 구성적으로 수학적 지식의 이해가 이루어지는 것이 가능하도록 미래의 교사를 돕는 것이었다. 또한 미래의 교사들이 절차와 규칙을 배우는 수학학습의 관점을 변화시키길 바랐다.

이 과정에는 다음과 같은 전략을 사용하였다.

● **소집단에서의 문제 해결이 학습자들에 의해 다양한 해와 그 해들의 분석이 제시되었다.** 우리의 목표는 '하는' 수학으로의 변화이고 수학적 아이디어에 초점을 두었다. 과정의 구성은 대화에 의해 의견이 모아지고 서로 평가하면서 경청 할 수 있도록 하였다.

● **학생이 한 것을 분석:** 학생이 한 것을 예로 제시함으로써 교사들이 형식적인 수학으로 이끌어내는 것을 돕고자 하였다. 구성적인 교사들은 학생들이 생각하는 수학적 의미를 파악할 수 있어야 하고 학생들의 사고를 추론해 낸은 물론 더 많은 학생들과의 상호 작용을 통하여 그들의 사고를 탐구할 수 있어야 한다. 다른 학습자의 소리는 학생이 한 일을 해석하고 그 경향을 이해하는 것이 대화의 중심이므로 이런 구성 요소는 미래의 교사들이 상호 이해적으로 경청할 수 있도록 도움을 준다. 예의 제시를 통한 학생 분석은 수학적 개념과 아이디어의 발전을 위한 도약대가 될 수 있으나, 내용 이해의 부족은 미래의 교사들이 학생들의 사고 방식을 이해하는 데 커다란 걸림돌이 될 수 있다. 이 수업에서는 학과별 기준에 따른 학생들의 숙달된 알고리즘이 수학적으로 합당한지 그렇지 않은지에 대한 질문이 연구의 초점이 된다.

● **E-메일 대화를 통한 학생들의 과제 분석:** 우리는 E-메일 과정을 만들어서 학생들을 이해하는 센스를 키워나가고 학생들의 말을 듣는 것에 대한 중요성을 강조하고자 하였다. 이 구성 요소는 미래 교사들이 해석적인 경청자가 되는 기회를 만들어 준다.

이 과정의 구성요소 중 하나는 수행 평가 과제를 사용하여 미래의 교사들이 학생들의 수학적 모델 형성의 능력을 제시하는 것이다. 여섯 단계의 수업에 온라인 통신으로 학생들과의 상호 작용할 수 있는 기회를 갖도록 하였다.

이런 미래의 교사와 학생들간의 상호 작용은 다음 예와 같은 자료로 학생들의 사고를 분석하여 제출되었다.

세 명의 용감하나 영리하지 못한 보물 사냥꾼이 있었다. 어느 날 세 명의 사냥꾼은 보물 상자를 발견했는데 금화가 잔뜩 들어 있었다. 세 명이 금화를 똑같이 나누기로 했는데 밤이 너무 깊어서 일단 잠을 자고 나중에 나누기로 결정했다. 그런데 그 중 한 사냥꾼이 한밤중에 곰곰이 생각을 해 보니, 다른 두 사람은 수학을 잘 하지 못해서 공평하게 나누는 것을 못하리, 생각하고 한밤중에 1/3을 가지고 떠났다. 또 다른 사냥꾼이 자다가 일어나 보니 금화가 줄어든 것을 발견하고 아차 싶어서 남

은 금화 중 1/3을 가지고 그날 밤 떠나버렸다. 다음 날 아침 세 번째 사냥꾼은 금화가 없어지고 다른 두 사람도 떠난 것을 발견했다. 그는 각자 공평하게 나누어서 떠났다고 생각하고 남은 금화를 갖고 휘바람을 불며 길을 떠났다.

어느 사냥꾼이 가장 많은 금화를 갖게 되었을까요?

각각의 사냥꾼들은 전체 금화 중 얼마만큼 가진 걸까요?

6학년 학생들은 다양한 방법으로 문제에 접근했다. 어떤 학생은 수를 사용하기도 하고 어떤 학생들은 그림으로 표현하기도 했으며, 분수 1/3, 2/9, 4/9를 사용하여 나타내는 학생도 있었다. 몇몇 학생은 자신의 직관적인 풀이를 나타내기 위하여 분수 연산을 사용하였다.

위와 같은 문제를 가지고 학생들과 상호작용하며 해석을 한 성인들도 수학을 받아서 안 사람들이다. 이 사람들은 수학 학습에 “어떻게 했는지 말해볼래?” 내지는 “내가 풀어 보마” 라는 식으로 보통 접근한다. 해석하는 것에 따라 이해의 정도를 알 수 있는 전형적인 수학 수업에서는 학생이 풀 수 있는 문제이든지 어려워하는 문제이든지 간에 이해의 과정에 대한 특징이 확연히 나타나지 못한다. 그것은 개인이 가진 수학적 지식이 학생들의 수학을 “이끌어 내기”에 부적절한 것으로 보인다. 자신이 배웠던 방식에 젖어 가르치는 것이 구성주의적 식견을 가지고 가르치는 것에 실패하는 요인이 되는 듯 하다. 따라서 해석적 경향을 지닌 교사가 취해야 하는 경청의 태업을 토론 할 기회를 가졌다.

수학 교수법 과정 :이 과정은 여러 가지 다른 활동들이 포함되어 있으나 미래 교사들이 학생들의 수학적 아이디어와 개념의 이해를 배우는 데 중점을 두었다. 이 과정에서도 다른 과정과 마찬가지로 학생들이 이해하는 모델을 토대로 학생들이 자신의 학습을 이해하고 창출해 내는 것에 귀기울이도록 하였다. 이 과정을 위해서 학교 현장에서 교사들의 에피소드와 학생 인터뷰를 실시하여 그것을 관찰하였고 학생들의 수학적 아이디어의 이해를 분석한 후에 교사의 에피소드를 고안하고 보충했으며, 아동들과의 모든 상호작용을 분석해 보았다.

● **실 예의 관찰을 통한 교사의 이해 분석**:교사가 직접 했던 예를 가지고 어떻게 해야 하는지에 초점을 맞추고 토론을 하였다.

분수를 배우는 4학년 교실에서 교사는 몇 가지 색깔이 들어있는 사탕을 들고 들어와서 각 학생들에게 50개씩을 나누어주었다. 그리고는 학생들에게 색깔별로 나누라고 하였고 학생들은 색깔별로 나누는 후에 각각의 개수를 세었다. 그리고 그것을 각각 분수로 표현해 보도록 하였고 수업은 잘 진행되어 나갔다. 그러다가 교사는 다음과 같은 질문을 하였다.

T: 24개의 사탕을 꺼내고 이것의 1/3을 보여봐라

C: 똑같이 세 개의 그룹으로 나누었고 신속하게 어떻게 해야 하는지를 알고 있었다.

T: 그럼 24의 1/3은 뭐지?

C1: 8/24

이 일을 가지고 학생들의 지식에 대해서 교사의 경향에 따른 세 가지 서로 다른 시나리오를 묘사하도록 하였다.

같은 예에 대하여 평가적인 경청자는 옳지 않은 답이라 여겨지는 반응에 대해서는 즉각적으로 옳은 답이 나오기 위한 전략을 세우고 중개적 경청자는 ‘학생들은 왜 이런 대답을 하였으며 그런 대답이 맞다고 믿는 이유는 무엇일까?’ 라는 질문을 스스로 하며 학생들의 지각으로부터 만들어져 나오도록 시도 할 것이다. 즉, 자신의 입장과 학생의 위치를 바꾸어 놓고 다시 학습을 거슬러 올라가 조사하려 노력할 것이다. 이런 교사들은 활동을 연속해서 하는 것이 학생들이 특별한 의미를 구성해 나가게 한다고 믿으며, 아이들이 응답을 해 나가는 사이 구성이 되어진다고 생각한다. 어떤 이들은 이런 교사들을 구성주의 교사라고 말하나 D'Ambrosio는 이런 교사는 구성주의적 전망 갖고 행하는 사람이고 여기에 또 다른 지식의 층이 있어야 한다고 주장한다. 그가 생각하는 구성주의 지식인은 해석적 경청자로서, 또 다른 층을 지닌 질문을 할 것이다.

D'Ambrosio가 생각하는 해석적 경청자는 구성주화된 지식인으로 또 다른 측면을 가진 질문 즉, 이런 단순해 보이는 문제에도 내포되어 있는 수학적 뉘앙스를 고려한 질문을 포함할 것이라 한다. 왜 그런 문제에 아이들은 그런 대답을 했을까? 이 문제에서 단위의 역할은 무엇일까? 이 문제는 다른 문제와 개념적으로 어떻게 다를까? 어떻게 연결해야 하며 지금 무엇을 연결한 것인가? 질문 과정으로써 이런 형태의 질문의 역사적 발전을 생각해 본다...어떻게 수학계는 “24의 1/3이 무엇인가?”라는 질문의 대답을 8/24라는 대답 보다 8이라는 대답을 더 받아 드리게 되었을까? 이런 교사들은 단순해 보일 수도 있는 이런 문제들 에서도 아동들의 마음속에 많은 질문들이 내포되었다는 것을 느낄 수 있고, 다양한 아동의 소리와 교사 자신의 내면의 소리—수학적 개념에 대한 개인적 이해와 아동의 지식과 수학 학습에 나타나는 수학을 풀어내는 능력을 포함한—들과 협상을 하는 특징이 있다고 규정되었다.

D'Ambrosio는 예비교사들이 학생들의 과제를 해석하는 데 있어 유연성과 적절한 이해도 면에서 너무 부족하다는 것을 지적했으며, 중개적인 경청자가 된거나 구성주의적 교수를 발달시키고 있다고 볼 수 있거나 하는 것을 판단 할 수 있는 구체적 예가 사실 너무 부족한 상황이라 했다. 미래의 교사들이 성공적으로 해석적 경청자가 되기 위한 또는 구성주의적 교수의 확실한 예를 제시를 하는 것이 충분치가 않아 어려움에 빠진다고 한다. 교사 교육 프로그램이 성공적으로 구성주의적 교사를 준비시킨다고 기대하는 것은 비현실적인 일인가? 이 문제에 대한 대답을 그는 아직은 구성주의적 교사로 발전시키기 위하여 무엇을 취해나가야 하는 지 발견하지 못한 것이라 생각하고 있다. 미래의 교사들을 위하여 고안해 낸 학습의 장이 과연 구성적 지식인으로서의 성장을 용이하게 할 수 있는

것인지 학생들의 수학적 의미나 지각을 깨닫게 하는 것이 쉬울 수 있도록 한 것인지가 명확하지 않았으므로 앞으로 구성주의적 교사가 되도록 하는 이런 교사 교육 프로그램에 대한 공동 연구가 활성화된다면 전망이 밝을 것이라 결론 지었다.

III. 결 론

새 천년의 수학교육의 주요 목표는 민주적인 수학교육이라 생각하며 앞으로의 조사연구 경향이 이런 방향으로 갈 것이고, 이런 민주화 과정에서 우리 모두 의미 있는 역할을 수행하여야 한다. 이 땅의 학생들에게 수학을 가르치는 사람들로써 새롭고 발전적인 교수이론과 교수법에 관심을 가져야 함은 물론이거니와 구체적인 도움을 줄 교사연수 프로그램과 구체적인 사례집이 많이 나와야 한다.

우리는 우리의 아이디어와 실전을 모아 민주화를 이룩하는데 애쓰으로써 복잡 다양한 세상을 물려받은 미래 세대가 현재 수학교육에서 나타나는 무시, 공포, 실패와 같은 것을 극복할 수 있도록 책임져야 한다.

참 고 문 헌

- 고상숙 (2000). 우리 현장은 변화하고 있는가?: 수학수업에서 교사의 당면과제, 대한수학교육학회 2000년도 추계 논문집, 서울: 대한수학교육학회.
- 박경미 (2000). 중학교 수학 교육과정 및 교과서 내용의 양과 난이도 수준 분석, 학교수학, 2(1).
- Alan J. Bishop (2000). Overcoming Obstacle to the Democratisation of Mathematics Education. Regular lecture at *the 9th International Congress on Mathematical Education*, Makuhari/Japan.
- B. D'Abrosio (2000). The Dilemmas of Preparing Teachers to Teach Mathematics within a Constructivist Framework. Regular Lecture at *the 9th International Congress on Mathematics Education*, Makuhari/Japan.
- National Council of Teachers Mathematics (1995). *Assesment Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*, Reston. VA: NCTM.