

공간 도형의 조작적 활동을 위한 학습 자료 개발 연구¹⁾

신 현 용 (한국교원대학교)

한 인 기 (경상대학교)

공간 지각력의 개발·육성은 수학교육의 중요한 목표들 중의 하나이지만, 중등학교 수학 교과서를 분석해 보면, 공간 도형에 대한 조작적 활동의 경험은 매우 빈약하다. 특히, 중학교에서는 1학년에서 공간 도형의 계량적 측면에 중심을 두고 취급하고 있지만, 이를 통해 수학교육에서 추구하는 교육목표를 달성하기는 어렵다. 본 연구에서는 중학교 학생들이 공간 도형에 대해 다각적인 측면에서 분석적이고 조작적 활동을 경험하며, 이를 통해 공간 도형에 대한 상상력, 그리고 공간 도형에서의 추론 활동 경험을 제공할 수 있는 학습 자료를 개발하여 제시할 것이다.

I. 서론

공간 도형은 우리를 둘러싼 주변 환경 자체이고, 또 우리의 일상 생활과도 매우 밀접한 관련이 있다. 우리는 간혹 '길눈이 어둡다'는 표현이나 축구 선수들이 시야가 좁다는 표현을 쓰는데, 이러한 표현들을 분석해 보면, 그 원인이 공간적인 위치 감각이나 상상력의 부족에서 찾을 수 있기 때문에, 공간 도형에 대한 생생한 표상은 모든 사람에게 매우 중요하다는 것을 쉽게 공감할 수 있을 것이다.

뿐만 아니라, 공간 지각력의 개발·육성은 수학교육의 중요한 목표들 중의 하나이다. 그러나, 중등학교 수학 교과서를 분석해 보면, 공간 도형에 대한 상상력을 자극할 수 있는 학습 자료들은 빈약하다. 현재의 교육과정을 살펴보면, 공간 도형에 대해 중학교 1학년에서 배우고 나서, 고등학교에서 해석 기하적 접근과 벡터적 접근 방법으로 공간 도형에 대해 다루고 있다. 그렇기 때문에, 공간 도형에 대한 폭넓은 조작적 경험이나 논증의 경험은 거의 제공되고 있지 않으며, 게다가 공간 도형에 대한 학습이 중학교 2학년과 3학년으로 연속되지 못하기 때문에, 학생들의 공간 도형에 대한 경험의 폭이 제한되고 있다.

그리고, 공간에 대한 상상력은 특정한 한정된 논증의 경험이나 짧은 시간에 형성되는 것이 아님을 감안한다면, 중학교 단계에서의 구체적인 경험과 이에 바탕을 둔 체계적인 공간 도형에 대한 경험 축적은 매우 중요하다고 할 수 있다. 특히, 중학교 1학년 교육과정에서 많은 내용들이 주어진 입체 도형의 부피나 겉넓이를 구하는 것과 같은 계량적 활동에 치중해 있기 때문에, 공간

1) 이 논문은 2000년 교육부 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

도형에 대한 상상력, 공간 도형들 사이의 위치 관계 등과 관련된 구체적인 학습 경험과 이에 상응하는 학습 자료들은 거의 개발되어 있지 않다.

공간 도형의 탐구와 관련된 최근까지의 연구들을 살펴보면, 초등학교 수준에서의 영재교육을 위해 소마큐브의 활용 사례가 있었고(박영희, 1999), 초등학교 영재아동의 창의성 신장을 위한 프로그램(신현용·한인기·이종욱, 2000)의 일부로써 공간 도형의 탐구에 관련된 활동이 포함되었다. 한편, 중학교 수준에서는 전남 대학교 과학 영재교육센터 수학반 교재의 일부로 공간 도형에 관한 구체적인 활동이 포함되었으며(박종률·김인수, 1999), 중학교 영재아동들의 창의성 신장을 위한 프로그램(김원경·김미월·김용대, 2000)의 일부로 입체 도형에 관련된 자료들이 활용되었다.

그러나, 공간 도형에 대한 구체적이고 조작적인 활동에 중심을 둔, 그리고 일반 대다수의 학생들을 위한 공간 도형과 관련된 학습 자료는 아직 개발되지 않았다. 본 연구에서는 중학교 학생들이 공간 도형에 대해 다각적인 측면에서 분석적이고 조작적 활동을 경험하며, 이를 통해 공간 도형에 대한 상상력, 그리고 공간 도형에서의 추론 활동을 경험할 수 있는 몇 가지 학습 자료를 개발하여 소개할 것이다.

II. 공간 도형에 대한 활동 자료 선정

공간 도형에 대한 구체적이고 조작적인 활동 중심의 자료를 개발하려는 본 연구에서는 그 자료의 소재를 선택하는데 있어서 다음과 같은 사항들을 고려하였다.

첫째, 개발된 학습 자료들은 일반 학생들이 접근할 수 있는 수준에서 심화 학습 자료로 활용될 수 있도록 다양한 수준의 활동을 포함하고 있다. 게다가, 본 연구에서는 각각의 활동 자료에 대한 몇 가지 예시적 활동만을 소개했지만, 각각의 자료들은 다양한 수준의 난이도를 가진 문제들을 포함하고 있기 때문에, 학습자들에게 개별적인 접근이 가능하도록 하였다.

둘째, 개발된 학습 자료들과 교육과정의 관련성을 고려하였다. 공간 도형에 관련된 활동 자료들 중에는 교육과정과 관련성이 적은 것들(예를 들어, 다양한 퍼즐 학습 자료들)도 많지만, 본 연구에서는 가능하면 활동 소재들이 정규 교육과정과 관련되고, 이를 확장할 수 있도록 노력하였다. 예를 들어, 정육면체의 전개도, 피비우스 띠, 각뿔들, 정다면체 등등이다.

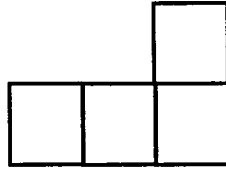
셋째, 공간 도형에 대한 조작적 활동을 강조하였다. 예를 들면, 주어진 공간 도형들의 분할이나 결합, 빨대를 활용한 정다면체의 제작, 피비우스 띠의 제작 및 절단 등의 활동은 정적인 형태의 관찰을 통한 학습이 아니라, 동적인 형태의 스스로 만들어 보는 활동이 강조된 학습 자료들이다.

넷째, 종합적 사고 활동과 분석적 사고 활동이 강조되었다. 예를 들어, 투명한 정육면체 활동에서 활동 6, 7, 8은 종합적 활동이 강조된 것이고, 활동 9는 분석적 활동이 강조된 것이다. 한편, 공간 도형의 절단과 결합에서는 활동 20은 종합적 활동이 강조된 것이고, 활동 22는 분석적 활동이 강조된 활동이다.

Ⅲ. 정육면체에 관련된 활동

(1) 정육면체의 전개도에 관한 활동

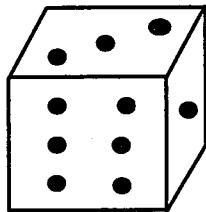
활동 1. 주어진 그림은 정육면체의 전개도 일부이다. 정육면체를 만들 수 있도록 전개도를 완성하여라.



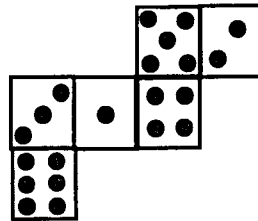
<그림 1>

활동 1에서는 다양한 답을 찾을 수 있기 때문에, 사고의 유창성 개발이라는 측면에서 긍정적인 역할을 할 것으로 기대된다. 이러한 종류의 예제는 다른 입체 도형, 예를 들어 정사면체, 정팔면체와 같은 도형에 대해서도 효율적으로 활용될 수 있다.

활동 2. 정육면체와 그의 전개도가 주어졌다.



<그림 2>



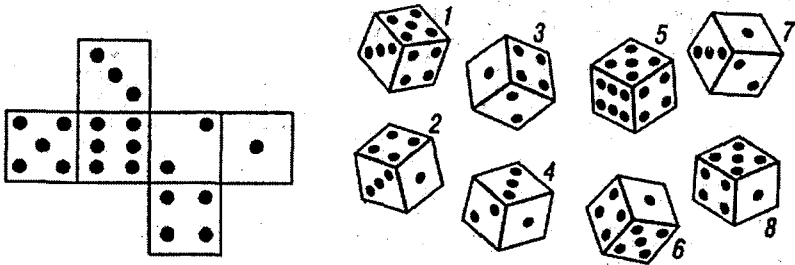
<그림 3>

- ① 정육면체의 밑면에는 점이 몇 개 찍혀 있는가?
- ② 정육면체의 왼쪽 옆면에는 점이 몇 개 찍혀 있는가?

활동 2에서는 주어진 전개도에서 얻어질 수 있는 정육면체를 상상하는 문제이다. 이러한 유형의 문제는 종합적 활동의 활성화에 큰 역할을 하며, 특히 이와 유사한 다양한 유형의 문제들을 많이 만들 수 있다는 것은 활동 2를 교수-학습 자료로서 활용하는데 큰 장점이 된다.

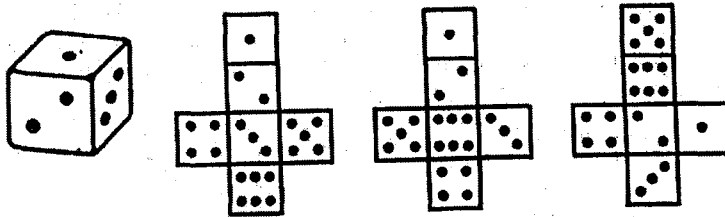
한편, 활동 3은 활동의 한 변형으로써 주어진 대상을 다양한 측면에서 관찰하여 그 특성들을 추출하고, 이를 바탕으로 새로운 결론을 유도하는 인지 활동의 경험을 제공한다.

활동 3. 그림에서 주어진 전개도로부터 얻어질 수 있는 정육면체는 어느 것인가?



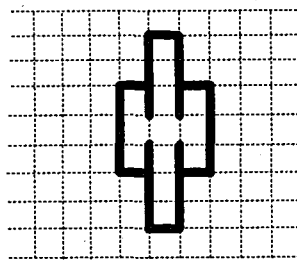
<그림 4>

활동 4. 정육면체 모양의 주사위와 몇 개의 전개도가 주어졌다. 이 주사위는 어떤 전개도로부터 얻어지는가?



<그림 5>

활동 5. 그림에서 굵게 그어진 선들은 절단된 선을 나타낸다. 이 그림을 모눈종이에 그리고, 이것으로 정육면체를 만들어라. 어떻게 접어서 정육면체가 완성이 되었는지 설명하여라.



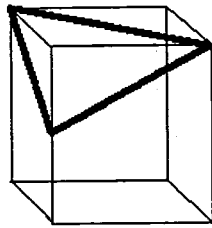
<그림 6>

그림 6에서 주어진 그림은 기존의 정육면체 전개도에 대한 사고의 틀을 벗어난다. 즉, 그림 6에서 주어진 그림을 선을 따라 절단하여 접으면 겹쳐지는 부분이 생기지만, 결국엔 정육면체를 제작할 수 있기 때문에, 정육면체의 전개도와 관련된 다양한 시각을 제공할 수 있다.

(2) 투명한 정육면체 활동

투명한 정육면체를 활용한 활동들은 학생들이 공간에서 선분들, 곡선들, 도형들의 위치 관계에 대해 분석·탐구하며, 이를 통해 기하학적 직관 및 공간 상상력을 개발하는데 도움을 줄 수 있다. 또한, 문제들에 대한 답들이 많기 때문에, 확산적 사고를 활성화시키고, 또한 문제를 스스로 만들 수 있기 때문에 문제 자체의 구조를 이해하는데 도움을 줄 수 있다. 이제, 투명한 정육면체를 상상하고, 이 정육면체에 검은 매직으로 선분, 혹은 곡선을 그렸다고 하자.

활동 6. 투명한 정육면체에 그림과 같은 모양을 그렸다. 이때, 다음 물음에 답하여라.



<그림 7>

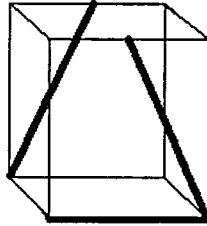
- ① 앞에서 보았을 때, 주어진 정육면체의 모서리와 길이가 같은 선분의 수는 몇 개인가?
- ② 앞에서 보았을 때, 주어진 정육면체 모서리의 절반인 선분의 수는 모두 몇 개인가?
- ③ 위에서 보았을 때, 주어진 정육면체의 모서리와 길이가 같은 선분의 수는 몇 개인가?
- ④ 위에서 보았을 때, 주어진 정육면체 모서리의 절반인 선분의 수는 모두 몇 개인가?

활동 6은 주어진 그림으로부터 어떤 특성들을 결론으로서 유도하는 인지 활동(종합)이 중심이 된 반면, 활동 7은 그와는 역으로 어떤 결론이 주어졌을 때, 이를 만족시키는 원인을 규명하는 인지 활동(분석)이 중심이 된다.

활동 7. 다음과 같은 조건을 만족시키는 정육면체의 그림을 5개의 선분을 이용해 그려라.

- ① 정육면체를 앞에서 보면, 정육면체의 모서리와 길이가 같은 선분이 2개가 있도록
- ② 정육면체를 위에서 보면, 정육면체의 모서리와 길이가 같은 선분이 3개가 있도록
- ③ 정육면체를 왼쪽에서 보면, 정육면체의 모서리와 길이가 같은 선분이 3개가 있도록

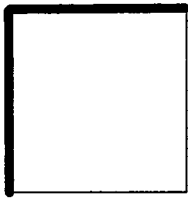
활동 8. 투명한 정육면체에 다음과 같이 선분들이 그려졌다.



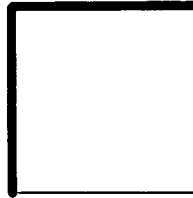
<그림 8>

- ① 정육면체를 앞에서 보았을 때의 모양을 작도하여라.
- ② 정육면체를 위에서 보았을 때의 모양을 작도하여라.
- ③ 정육면체를 왼쪽에서 보았을 때의 모양을 작도하여라.

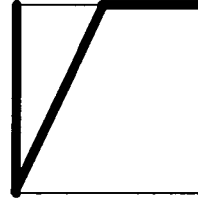
활동 9. 투명한 정육면체에 어떤 모양이 그려져 있는데, 위에서, 왼쪽에서, 그리고 앞에서 본 모습이 아래 그림과 같다. 그러면, 원래의 정육면체에는 어떤 선이 그려져 있는지 생각해 보아라.



<그림 9>



<그림 10>



<그림 11>

IV. 뫼비우스 띠에 관한 탐구

뫼비우스 띠는 상징적인 의미로 많이 쓰이는데, 모스크바 대학교 수학과와 뫼비우스 띠, 쾰모고로프 영재학교의 학교 뫼비우스 띠, 그리고 수학 사랑의 로고로도 쓰이는데, 이것은 19세기 중반에 독일의 천문학자 뫼비우스에 의해 처음 연구된 흥미로운 수학적 대상이다. 뫼비우스 띠에 대한 정의는 이미 교과서에 제시되어 있기 때문에 생략하고, 종이를 만든 뫼비우스 띠에 임의의 점을 찍어, 이 점을 연필로 뚫었을 때 종이의 뒷면에 있는 점을 반대편 점이라 부르기로 하자. 이제, 뫼비우스 띠와 관련된 몇몇 활동들을 살펴보자.

활동 10. 종이를 만든 일반적인 띠의 한쪽 면에 개미가 앉아 있다고 하자. 이 개미는 띠의 가장 자리를 지나지 않고서, 반대편 점으로 갈 수 있는가? 만약, 개미가 뫼비우스 띠에 있다면 어떻게 될까? 그 이유를 설명하여라.

활동 11. 주어진 그림과 같은 종이 띠를 이용하여 뫼비우스 띠와 일반적인 띠를 만들었다. 그리고, 주어진 점을 지나 띠를 한바퀴 도는 선을 그렸다. 먼저, 추측하고 이를 확인하여라.

- (1) 일반 띠에서 그려진 선을 따라 자르면 무엇이 얻어지는가?
- (2) 뫼비우스 띠에서 그려진 선을 따라 자르면 무엇이 얻어지는가?



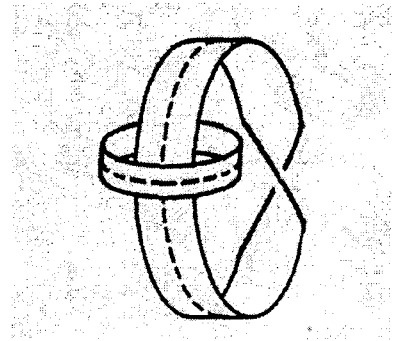
<그림 12>

활동 12. 뫼비우스 띠를 만들기 위해 꼬은 것의 세 배만큼 꼬아서 만든 띠가 있다고 하자. 이 띠를 반으로 자르면 무엇이 되는가?

활동 13. 뫼비우스 띠와 일반 고리를 연결해 보자(그림 13 참조). 이 고리들을 각각 반으로 나누면 무엇이 될까? 추측하고, 잘라서 확인하여라.

활동 14. 너비가 3cm인 뫼비우스 띠를 띠의 가장자리에서 1cm 만큼 떨어진 곳을 따라 자르면 무엇이 되는가? 추측하고, 이를 확인하여라.

풀이. 둘레의 길이는 같고 너비가 1cm인 뫼비우스 띠와 너비가 1cm이고, 둘레의 길이가 두 배만큼 긴 일반 고리를 한바퀴 꼬은 띠.



<그림 13>

V. 공간 도형의 절단과 결합

공간 도형에 대한 표상은 주어진 도형을 단순히 시각적인 관찰을 통한 수용보다는 도형들을 결합하거나 분할하는 것과 같은 구체적이고 조작적인 인지적 활동을 통해 활성화될 수 있다. 우선, 입체 도형들에 대한 표상에 관련된 몇몇 활동들을 살펴보자.

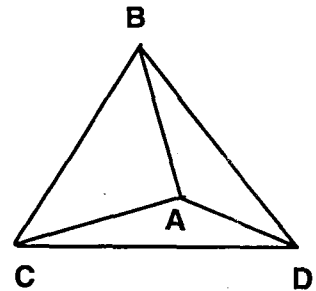
활동 15. 삼각뿔의 어떤 면들이 서로 같은지, 그렇지 않은지를 확인하려 한다. 어떻게 확인할 수 있는가?

활동 16. 삼각뿔을 보면, 보통 모서리의 일부는 보이지 않는 경우가 많다. 삼각뿔의 전체 모서리가 보일 수 있는가?

풀이. 그림 14와 같이 위쪽에서 보면, 모든 모서리를 볼 수 있다.

활동 17. 삼각뿔을 보았을 때 가능한 도형을 모두 기술하고, 이때 꼭지점, 모서리의 위치를 실선과 점선을 이용하여 삼각뿔을 나타내라(추측하고, 이를 확인하여라).

풀이. 삼각뿔을 보면, 사각형으로 보이는 경우와 삼각형으로 보이는 경우의 두 가지가 가능하다.



<그림 14>

살펴본 바와 같은, 삼각뿔에 대한 공간적 표상을 가지는데 도움을 줄 수 있는 문제들로부터 다음과 같은 논증이나 반례를 찾는 활동으로 확장해 나갈 수 있다.

활동 18. 삼각뿔 ABCD에서 밑면 BCD는 정삼각형이고, 꼭지점 A에서 생기는 각 BAC, CAD, BAD가 모두 같다. 주어진 삼각뿔 ABCD는 항상 정삼각뿔인가?

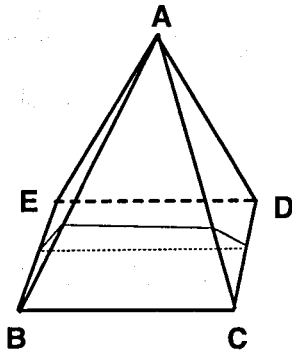
풀이. 정삼각뿔이 아닐 수도 있다. 예를 들어, 삼각형 BCD는 $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 인 정삼각형이고, $\overline{BA} = \overline{CA} = \overline{DA} > \overline{BC}$ 라 하자. 그러면, 각 BAC, CAD, BAD가 모두 같지만, 삼각형 ABC, ABD, ACD는 정삼각형이 아니다.

이제, 공간 도형의 절단과 관련된 몇몇 구체적인 활동들을 살펴보기로 하자.

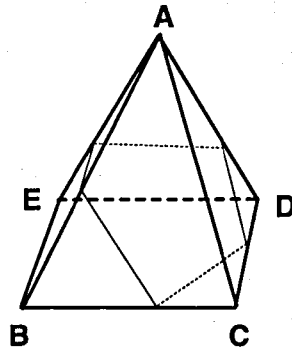
활동 19. 평면을 이용하여 삼각뿔을 자른다면, 어떤 평면 도형들을 얻을 수 있는가? 어떻게 잘랐을 때, 상응하는 도형들을 얻는지 설명하여라.

활동 20. 평면을 이용하여 사각뿔을 자른다면, 어떤 평면 도형들을 얻을 수 있는가? 어떻게 잘랐을 때, 평면 도형들을 얻는지 설명하여라.

풀이. 평면으로 사각뿔을 자르면, 삼각형, 사각형, 오각형 등을 얻을 수 있다. 예를 들어, 사각형을 얻는 경우는 그림 15와 같고, 오각형을 얻는 경우는 그림 16과 같다.



<그림 15>



<그림 16>

이러한 각뿔의 분할 활동은 좀더 확장하여 다음과 같은 활동으로 일반화될 수 있다.

활동 21. 평면을 이용하여 n 각뿔을 자른다면, 어떤 평면 도형들을 얻을 수 있는가?

풀이. 삼각형, 사각형, 오각형, ..., $n+1$ 각형

이제, 다른 절단 활동을 살펴보자. 특히, 다음 활동은 학생들에게 분석적 사고 활동의 경험을 제공할 수 있는 것으로서 앞에서 살펴본 공간 도형의 분할에 관한 문제와는 그 성격이 다르다.

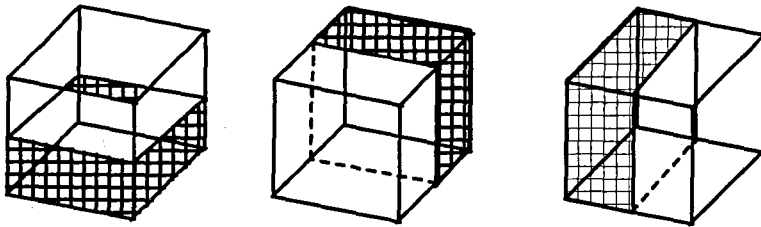
활동 22. 정사면체가 주어졌다. 이때, 다음 물음에 답하여라.

- (1) 정사면체를 평면으로 잘라 변의 길이가 각각 다른 삼각형을 얻으려면 어떻게 잘라야 하는가?
- (2) 정사면체를 평면으로 잘라 이등변 삼각형을 얻으려면 어떻게 잘라야 하는가?

- (3) 정사면체를 평면으로 잘라 정삼각형을 얻으려면 어떻게 잘라야 하는가?
- (4) 정사면체를 평면으로 잘라 직사각형을 얻을 수 있는가?
- (5) 정사면체를 평면으로 잘라 사다리꼴을 얻으려면 어떻게 잘라야 하는가?
- (6) 정사면체를 평면으로 잘라 정사각형을 얻을 수 있는가?

본 연구에서는 각뿔을 평면을 이용하여 절단하는 예들을 주로 살펴보았지만, 정육면체나 직육면체와 같은 익숙한 도형들에 대한 절단을 통해 우리는 흥미로운 많은 활동 자료들을 얻을 수 있다. 이제, 공간 도형의 결합과 관련된 활동의 예를 살펴보기로 하자.

활동 23. 어떤 정육면체를 주어진 것과 같이 세 가지 방식으로 색칠하였다. 이때, 색칠되지 않은 부분을 표시하여라.



<그림 17>

VI. 빨대를 이용한 정다면체 만들기

현행 중학교 1학년 교과서에 보면 정다면체에 관해 정다면체는 다섯 종류이며, 그 전개도가 어떤 형태를 띤다는 정도로 제시되어 있다. 그러나, 그러한 전개도나 평면적인 그림을 통해 입체 도형에 대한 상상력을 가지는 것은 그리 쉬운 일은 아니다. 예를 들어, 중학생들에게 '어느 꼭지점을 중심으로 보더라도 다섯 개의 정삼각형만 보이는 입체 도형은 무엇이냐'고 묻는다면 대부분은 그러한 입체 도형을 상상하기가 쉽지 않다.

학생들에게 좀더 풍부한 공간 도형에 대한 경험을 주기 위해선 실제로 정다면체를 제작해 보는 구체적인 경험이 필요한데, 교과서에 제시된 정다면체의 전개도를 이용하여 종이로 제작하면 몇 가지 어려움이 발생한다. 예를 들어, 학생들이 정다면체를 종이로 만들 때 전개도를 적당히 접고 풀칠을 해서 만들어야 하는데, 풀칠해서 붙이는 과정이 매끄럽지 못하다. 게다가, 이와 같은 방법으로 정다면체를 만들었다고 해도 정다면체들 사이의 관계성(내접이나 외접과 같은)을 파악하는 것은 거의 불가능하다.

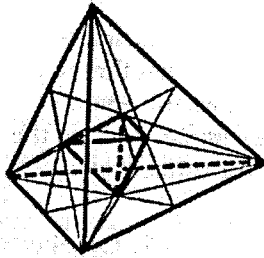
Pohl V.(1987)은 빨대를 이용하여 정다면체를 만드는 활동이 소개되어 있는데, 본 연구에서는 Pohl의 연구를 중심으로 중학교 학생들의 공간 도형에 대한 조작적인 경험의 폭을 넓히기 위해, 빨대를 이용하여 다양한 정다면체를 만드는 몇 가지 구체적인 활동을 살펴보자.

활동 24. 정다면체 만들기

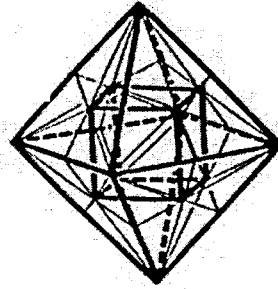
빨대를 이용하여 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정20면체 등과 같은 다양한 입체 도형들을 만들 수 있다. 이때, 빨대들은 실을 이용하여 연결하게 된다. 다면체들을 만들어본 후에 다면체들 사이의 관계를 탐구하도록 하는 것이 바람직하다. 예를 들어, '정사면체 안에 정사면체를 접하게 만들어 넣을 수 있는가' 혹은 '정사면체에 정육면체를 외접시킬 수 있는가' 라는 질문을 던진다. 물론, 중학교 1학년에서는 내접이나 외접의 개념에 대한 선행 지식이 없기 때문에, 접하는 것에 대한 설명이 필요하다. 정다면체의 외접과 내접에 관한 몇 가지 탐구활동을 구체적으로 살펴보자.

활동 25. 다면체의 내접에 관한 탐구

어떤 다면체가 어떤 다면체에 내접할 수 있는가에 대한 탐구는 입체 도형들 사이의 관계 탐구할 수 있는 좋은 기회이다. 정사면체에 정사면체가 내접하는 경우, 정팔면체에 정육면체가 내접하는 경우의 그림은 아래와 같다(아래 그림들은 Pohl V.(1987)에서 발췌하였음).



<그림 18>



<그림 19>

활동 26. 다면체의 외접에 관한 탐구

우리는 다양한 경우에서 내접하는 정다면체들을 볼 수 있다. 물론, 내접하는 정다면체에 대한 역을 생각하면 외접하는 정다면체에 관한 활동을 생각할 수 있다. 빨대를 이용한 정다면체 제작에 대한 많은 사례들을 분석해 보면, 내접하는 정다면체에 대한 활동보다는 외접하는 다면체에 대한 조작 활동이 매우 어렵다는 것을 알 수 있었다. 그러므로, 내접하는 정다면체에 관한 활동을 할 때, 그 역으로서 외접하는 정다면체에 대한 표상을 가질 수 있도록 도와줘야 한다. 특히, 내접, 외접하는 정다면체들의 변들, 꼭지점들 사이의 관계에 대한 다양한, 비구조화된 토론은 학생들에게 다각적인 분석적 활동의 경험을 제공할 수 있다.

7. 결론

공간 지각력의 개발·육성은 수학교육의 중요한 목표들 중의 하나이지만, 중등학교 수학 교과

서를 분석해 보면, 공간 도형에 대한 상상력을 자극할 수 있는 학습 자료들은 빈약하다. 그러나, 대부분의 중학교 학생들에게 공간 도형에 대한 폭넓은 조작적 경험이나 논증의 경험이 제공되고 있지 못하며, 게다가 공간 도형에 대한 학습이 중학교 2학년과 3학년으로 연속되지 못하기 때문에, 학생들의 공간 도형에 대한 경험의 폭이 제한되고 있다. 그리고, 공간에 대한 상상력은 특정한 한정된 논증의 경험이나 짧은 시간에 형성되는 것이 아님을 감안한다면, 중학교 단계에서의 구체적인 경험과 이에 바탕을 둔 체계적인 공간 도형에 대한 경험 축적은 매우 중요하다고 할 수 있다.

본 연구에서는 중학교 학생들이 공간 도형에 대해 다각적인 측면에서 분석적이고 조작적 활동을 경험하며, 이를 통해 공간 도형에 대한 상상력, 그리고 공간 도형에서의 추론 활동을 경험할 수 있는 몇 가지 학습 자료를 개발하여 소개하였다.

본 연구에서 소개되는 자료들은 첫째, 일반 학생들이 접근할 수 있는 수준에서 심화 학습 자료로 활용될 수 있도록 다양한 수준의 활동을 포함하고 있다. 둘째, 개발된 학습 자료들과 교육 과정의 관련성을 고려하였으며, 셋째, 공간 도형의 분할이나 결합, 그리고 구체적인 제작과 같은 공간 도형에 대한 조작적 활동을 강조하였다. 넷째, 종합적 사고 활동과 분석적 사고 활동이 강조되었다.

본 연구에서 개발된 공간 도형에 대한 활동 자료로는 첫째, 정육면체에 관련된 활동으로 정육면체의 다양한 전개도에 대한 공간적인 상상력에 관련된 활동과 투명한 정육면체 활동으로 구성되어 있다. 투명한 정육면체를 활용한 활동들은 학생들이 공간에서 선분들, 곡선들, 도형들의 위치 관계에 대해 분석·탐구하며, 이를 통해 기하학적 직관 및 공간 상상력을 개발하는데 도움을 줄 수 있다.

둘째, 피비우스 띠에 관한 탐구에서는 피비우스 띠에 대한 다양한 변형된 활동을 소개하여, 한번 꼬아 만든 입체 도형이라는 생각을 확장하여 다양한 탐구 활동의 도구로서의 가능성을 제시하였다.

셋째, 공간 도형의 절단과 결합에서는 공간 도형에 대한 표상은 주어진 도형에 대한 시각적인 관찰을 통한 수용보다는 도형들을 결합하거나 분할하는 것과 같은 구체적이고 조작적인 인지적 활동을 통해 활성화될 수 있다는 생각에 바탕을 두고, 다양한 입체 도형들에 대한 절단을 추측하고 이를 확인하는 활동을 포함하고 있다. 그리고, 주어진 입체 도형을 결합했을 때 얻어질 수 있는 형태에 대한 공간에서의 종합적인 사고력 향상을 위한 자료도 제시하였다.

넷째, 빨대를 이용한 정다면체 만들기에서는 현행 중학교 1학년 교과서에 보면 정다면체의 제작이나 정다면체들 사이의 관계에 대해 제시되어 있지 않다. 본 연구에서는 빨대를 활용하여, 직접 정다면체들을 제작하고, 이들 사이의 관계를 조작적으로 탐구할 수 있는 활동들을 제시하였다.

참 고 문 헌

- 김원경·김미월·김용대 (2000). 중학생의 창의성 신장을 위한 프로그램, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 10, 서울: 한국수학교육학회.
- 박영희 (1999). 수학 영재 캠프 활동 사례: 소마큐브, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 4, 서울: 한국수학교육학회.
- 박종률·김인수 (1999). 수학 영재교육 교재 분석: 전남대학교 과학 영재교육 센터 수학반 교재를 중심으로, 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육 학술지> 4, 서울: 한국수학교육학회.
- 신현용·한인기·이종욱 (2000). 초등학교 고학년 수학 영재의 창의성 신장을 위한 프로그램, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> 10, 서울: 한국수학교육학회.
- Pohl V. (1987). Visualizing Three Dimensions by Construction Polyhedra. *Learning and Teaching Geometry K-12 (1987 yearbook)*, Virginia: NCTM.