

2층으로 성층화된 풀 내에서의 자연대류 열전달과 고화현상에 대한 연구

김종태^{*1}, 강경호^{*2}, 김상백^{*2}, 김희동^{*2}

Analysis of Natural Convection Heat Transfer and Solidification of a Two-Layered Pool

J. Kim, K. S. Kang, S. B. Kim and H. D. Kim

The natural convection heat transfer and solidification in a stratified pool are studied. The flow and heat transfer characteristics in a heat generating pool are compared between single-layered and double-layered pools. And local Nusselt number distributions on outer walls are obtained to consider thermal loads on a vessel wall. The cooling and solidification of $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Fe}$ melt in a hemispherical vessel are simulated to study the mechanism of heat transfer and temperature distribution. A unstructured mesh is chosen for this study because of the non-orthogonality originated from the boundaries of double-layered pool. Interface between the layers is modeled to be fixed. With this assumption mass flux across the interface is neglected, but shear force and heat flux are considered by boundary conditions. The colocated cell-centered finite volume method is used with the Rhee-Chow interpolation to compute cell face velocity. To prevent non-physical solutions near walls in case body force is large the wall pressure is extrapolated by the way to include body force. The numerical solutions calculated by current method show that averaged downward heat flux of the double-layered pool increases compared to single-layered pool and maximum temperature occurs right below the interface of the layers.

Key Words: 자연대류(Natural Convection), 성층화(Stratified), 고화(Solidification), 비정렬
유한체적법(Unstructured FVM)

1. 서 론

단일 유체로 채워진 용기내의 자연대류 현상에 대해서는 오랫동안 실험과 수치해석을 통해 많이 연구되어져 왔으나 유체가 층을 이루고 있는 경우에 대해서는 그렇지 못하였다.

원자력 발전소의 중대사고시에 원자로 노심의 용융으로 인하여 그 용융물은 원자로 압력용기의 하반구에 재배치된 상태에서 자연대류를 포함하는 냉각과정을 거치게 된다. 지금까지의 대부분의 연구는 용융물을 하나의 혼합된 물질로 간주하고 단일 유체의 자연대류현상으로 모의하였다. 그러나 RASPLAV 관련 실험연구[1]에서 코롭 용융물은 우라늄이 많은 층과 지르코늄이 많은 층으로 나뉘어지는 성층화 현상이 일어난다고 관찰되었다. 그리고 이 성층화된 용융 풀은 자연대류에 의한 열전달 현상에 큰 영향을 미친다. Kang등[2]

* 2000년 9월 25일 접수

^{*1} 정회원, 한국원자력연구소 열수력안전연구팀

^{*2} 한국원자력연구소 열수력안전연구팀

은 중대사고시 원자로 압력용기의 외벽냉각 타당성을 검증하기 위하여 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Fe}$ 용융물을 이용한 냉각실험을 수행하였다. 외벽냉각이 없는 경우에 반구형 실험용기는 산화알루미늄과 철의 경계 바로 아래 부분에서 파손이 되었다. 그러나 2800K 정도의 고온의 용융물을 사용하는 실험이기 때문에 내부 용융물의 거동이나 온도 분포를 파악할 수 없었으며 특히 두 용융물이 성층화가 된 경우 그 경계 바로 아래 부분에서 파손되는 원인을 설명할 수 없었다. 2층 유체의 자연대류 문제는 반도체공정 분야에서도 오랫동안 많은 관심을 가져왔다. 반도체 결정을 성장시키는 과정에서 온도 차에 의한 자연대류는 결정 크기나 불순물의 농도분포에 큰 영향을 미치기 때문에 2층 유체를 이용하여 자연대류의 유속을 감소시키기 위한 노력을 하였다.

2층 유체의 자연대류에 관한 수치해석 연구는 최근에 이루어지고 있다. Prakash, Koster[3] 등은 자연대류의 유속을 억제시키기 위한 방법으로 2층 유체의 유동현상을 실험과 계산을 통해 연구하였다. Schramm, Reineke[4] 등은 내부에 열원이 있는 서로 다른 유체가 사각 용기 내에서 수평층을 이루고 있을 때 자연대류 현상에 대해 실험과 계산을 수행하였다. 최근에 Gubaidullin, Sehgal[5] 등은 CFX 상용코드를 활용하여 2차원 반구 내에서 두 개의 층으로 나뉘어진 유체의 열원에 의한 자연대류 현상을 해석하고 단일유체의 열전달 특성과 비교하였다.

본 논문에서는 용기 내부에서 성층화된 유체의 자연대류 및 열전달 현상을 해석하기 위한 수치모델을 개발하고 열원을 포함하는 2층 유체의 열전달 현상과 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Fe}$ 용융물을 이용한 냉각실험을 해석하였다.

유체층 사이의 경계를 포함하는 2차원 반구모형은 외부경계의 비직교성으로 인하여 단일 블록의 격자를 생성하는 것은 불가능하다. 다중 블록의 격자를 사용할 수 있으나 이 경우 블록의 수는 크게 증가할 것이고 블록 간의 인접면 부근에서는 여전히 찌그러짐이 심한 격자가 생성될 수 있다. 그리고 일반적인 좌표변환을 사용하는 수치해석 코드는 이런 찌그러짐이 심한 격자를 사용하

는 경우 큰 수치오차를 만들어 낸다. 반면 비정렬 격자는 어떤 복잡한 형상에서도 격자의 생성이 가능할 뿐 아니라 격자선을 따라 해를 내삽하는 정렬격자기법과 달리 해의 구배를 이용해 다차원적으로 해를 내삽하기 때문에 격자의 찌그러짐에 대해서도 매우 유연하여[6] 본 연구에서는 비정렬 격자를 사용하는 수치기법을 적용하였다. 각 격자셀을 검사체적으로 하여 유한체적법으로 지배방정식을 이산화하였다. 압력과 속도 등 모든 변수를 셀의 중심에 저장하는 셀중심기법을 사용하였으며 압력과 속도의 분리 현상을 막기 위하여 Rhie-Chow 내삽법[7]을 사용하였다. 그리고 체력이 매우 큰 경우 벽면 근처에서 물리적으로 부적절한 해가 생길 수 있으며 이를 막기 위하여 외벽에서의 압력을 체력을 고려해 외삽하였다.

2. 지배 방정식과 수치해법

2.1 지배방정식

질량, 운동량 그리고 에너지의 보존방정식을 적분형 일반 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho C \phi r d\Omega + \oint \rho C \phi \vec{V} \cdot r d\vec{A} \\ = \oint I^{\phi} \nabla \phi \cdot r d\vec{A} + \int_{\Omega} S^{\phi} r d\Omega \end{aligned} \quad (1)$$

변수 ϕ 는 $[1, u, v, T]$ 이며, C 는 변수가 온도 T 인 경우만 비열 C_p 를 나타내고 그외에는 1의 값을 갖는다.

$$S^{\phi} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial x} + (\rho - \rho_{ref}) g_x \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + (\rho - \rho_{ref}) g_y \\ Q_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Au \\ Av \\ \frac{\partial o \Delta H}{\partial t} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} (I^{\phi} \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (I^{\phi} \frac{\partial v}{\partial x}) \\ \frac{\partial}{\partial x} (I^{\phi} \frac{\partial u}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial y} (I^{\phi} \frac{\partial v}{\partial y}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

S_{ϕ} 는 원천항을 나타내는 것으로 첫 번째 항은 압력구배와 부력 그리고 열원 등을 포함한다. 두 번째 항은 용융물의 고화와 같이 상이 변화할 때

발생하는 잠열과 고화된 부분에서 운동량에 대한 저항을 의미한다[8]. 그리고 세 번째 항은 점도의 변화에 따라 발생하는 접성 플럭스로서 온도에 따른 접성계수 변화, 난류유동의 와접성계수 등에 의해 발생한다. 2차원 유동에서는 r 이 1이며, 축 대칭 유동인 경우 r 은 그 대칭 축(x 혹은 y)을 나타내며 각각에 대한 축대칭 원천향이 발생한다. x-축에 대칭인 경우 $-2\mu v/y^2$ 값이 S_v 에 더해지며, y-축에 대칭인 경우 $-2\mu u/x^2$ 값이 S_u 에 더해진다. 체력항의 크기를 줄이기 위해 $\rho_{ref}\mathbf{g}$ 를 압력구배에 첨가함으로써 p는 압력에 정수압을 포함한 수정압력이 된다. 비압축성 유체에서 밀도는 온도만의 함수이며 온도차가 매우 크지 않으면 Boussinesq 가정을 이용하여 부력항의 밀도를 제외한 다른 항들에서 밀도변화를 무시할 수 있다. 그리고 부력항을 체적팽창계수(β)를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$(\rho - \rho_{ref})\mathbf{g} = -\beta\rho_{ref}(T - T_{ref})\mathbf{g}$$

2.2 이산화 기법

수치계산 영역은 임의 모양의 셀로 구성되며 각각의 셀이 바로 검사체적이 되고 압력과 속도 성분을 모두 셀의 중심에 저장하는 셀중심 유한체적법을 사용하였다. 각 셀은 여러 개의 면으로 이루어져 있고 각 면의 중심에서 플럭스를 계산하여 적분한다.

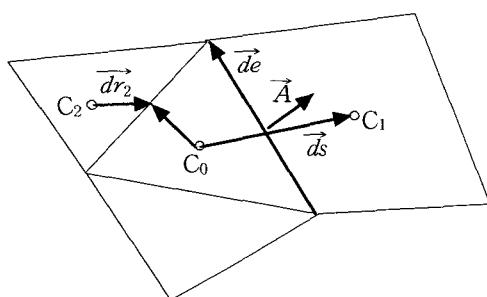


Fig. 1 Control volume and geometric vectors for discretisation

대류항

셀의 각 검사면에서 질량유속 J_f 를 이용하여 대류항을 다음과 같이 이산화 형태로 표현할 수 있다.

$$\int \phi (\rho \vec{V} \cdot \vec{dA}) \approx \sum_f \phi_f J_f A_f = \sum_f C_f \quad (3)$$

그리고 적분면 상에서의 ϕ_f 는 상류의 셀 값을 이용하여 구한다.

$$\phi_f = \phi_{upwind} + \nabla \phi_{upwind} \cdot \vec{dr} \quad (4)$$

여기서 \vec{dr} 는 상류 셀 중심에서 적분면의 중심을 향하는 변위 벡터이고, $\nabla \phi$ 는 상류 셀의 중심에서 변수 ϕ 의 구배이다. 이산화 방정식을 구성할 때, ϕ 항은 내재적으로 처리하고 $\nabla \phi$ 항은 원천향에 첨가함으로써 외재적으로 처리한다. 이것을 deferred correction 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_f &= C_f^{FO} + [C_f^{SO} - C_f^{FO}] \\ C_f^{FO} &= \max(J_f, 0)\phi_0 + \min(J_f, 0)\phi_1 \\ [C_f^{SO} - C_f^{FO}] &= \max(J_f, 0) \nabla \phi_0 \cdot \vec{dr}_0 \\ &\quad + \min(J_f, 0) \nabla \phi_1 \cdot \vec{dr}_1 \end{aligned} \quad (5)$$

상첨자 FO는 1차 정확도를 의미하는 것으로 C_f^{FO} 항은 이산화방정식의 행렬계수 A_{nb} 에 더해진다.

해의 구배

셀 중심에서 해의 구배 $\nabla \phi$ 를 얻는 방법으로 가우스 정리(Green-Gauss theorem)와 최소자승법(Least-square method)을 많이 사용한다.

$$\begin{aligned} \nabla \phi_0 &= [\int \nabla \phi_0 d\Omega] / \Omega_0 = [\sum_f \phi_f \vec{A}_f] / \Omega_0 \quad (6) \\ &= [\sum_i \frac{\phi_0 + \phi_i}{2} \vec{A}_i] / \Omega_0 \end{aligned}$$

식 (6)은 가우스 정리를 이용하여 셀 C_0 에서 $\nabla \phi$ 를 구하는 것으로 셀의 각 면에서 ϕ_f 는 이웃하는 두 셀의 산술평균 값을 이용한다. 최소자승법은 이웃하는 두 셀 사이의 변수값의 차이($d\phi$)를 그 변수의 구배로 표현($\vec{ds} \cdot \nabla \phi$)하고 ϕ_x, ϕ_y 를 이웃하는 두 개 이상의 셀을 이용하여 최소자승으로 구하는 것이다.

$$\phi_x = \frac{\sum(ds_y)^2 \cdot \sum ds_x d\phi - \sum ds_x ds_y \cdot \sum ds_y d\phi}{\sum(ds_x)^2 \cdot \sum(ds_y)^2 - (\sum ds_x ds_y)^2}$$

$$\phi_y = \frac{\sum(ds_x)^2 \cdot \sum ds_y d\phi - \sum ds_x ds_y \cdot \sum ds_x d\phi}{\sum(ds_x)^2 \cdot \sum(ds_y)^2 - (\sum ds_x ds_y)^2} \quad (7)$$

식 (7)의 \sum 은 한 셀을 중심으로 이웃하는 모든 셀에 대해 그 값을 적분하는 것을 의미한다.

Fig. 1에서 \vec{A} 와 \vec{ds} 의 사잇각이 커지는 경우, 즉 셀이 많이 찌그러질수록 최소자승법이 가우스 적분법보다 더 정확하게 해의 구배 $\nabla\phi$ 를 구해낸다. 본 연구에서는 셀 중심에서의 $\nabla\phi$ 를 최소자승법으로 구하였다.

점성항

점성항을 이산화하기 위해서는 적분면(셀의 경계면)에서 해의 구배 $\nabla\phi_f$ 를 알아야 한다.

$$\int \mu \nabla\phi \cdot \vec{dA} \approx \sum_f \mu_f \nabla\phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f D_f \quad (8)$$

셀 면에서 $\nabla\phi_f$ 를 구하는 방법으로는 크게 두 가지 방법이 사용되고 있다. 첫 째는 셀 중심의 값으로부터 격자점에 ϕ 를 내삽하여 얻으면 한 셀 면에서 \vec{ds} 방향과 \vec{de} 방향으로 해의 변화를 읽을 수 있으며 국소좌표 변환을 통하여 해의 구배 $\nabla\phi_f$ 를 얻을 수 있다. 그러나 3차원에서 한 면은 삼각형 이상의 다각면이며 여기서 2 개만의 방향 벡터를 설정하기가 어려우며 또한 격자점에서 해를 내삽하는데도 많은 문제점을 안고 있다. 두 번째 방법은 \vec{ds} 방향의 $\partial\phi$ 는 사용하고 $\nabla\phi_f$ 의 나머지 성분은 두 셀 중심에서 구한 $\nabla\phi$ 를 거리 가중 평균하여 사용하는 것이다.

$$\nabla\phi_f = (\phi_1 - \phi_0) \frac{\vec{A}}{\vec{ds} \cdot \vec{A}} + [\widetilde{\nabla\phi}_f - (\widetilde{\nabla\phi}_f \cdot \vec{ds}) \frac{\vec{A}}{\vec{ds} \cdot \vec{A}}] \quad (9)$$

$$\widetilde{\nabla\phi}_f = w_f \nabla\phi_0 + (1 - w_f) \nabla\phi_1 \quad (10)$$

\vec{A} 와 \vec{ds} 의 사잇각이 없는 직각격자에서 식 (9)는 식 (11)로 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \nabla\phi_f &= \frac{\phi_1 - \phi_0}{\vec{ds} \cdot \hat{n}} \hat{n} \\ &+ [\widetilde{\nabla\phi}_f - (\widetilde{\nabla\phi}_f \cdot \hat{n}) \hat{n}] \end{aligned} \quad (11)$$

ϕ 로 표현된 식 (9)의 첫 번째 항은 셀 C_0 와 C_1 이 직접 영향을 주고받는 것을 의미한다. 각 셀 면에서의 점성 풀럭스 D_f 는 식 (9)를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} D_f &= \mu_f \nabla\phi_f \cdot \vec{A}_f = (\phi_1 - \phi_0) \frac{\mu_f A_f}{\vec{ds} \cdot \hat{n}} \\ &+ \mu_f [\widetilde{\nabla\phi}_f \cdot \vec{A}_f - (\widetilde{\nabla\phi}_f \cdot \vec{ds}) \frac{A_f}{\vec{ds} \cdot \hat{n}}] \end{aligned} \quad (12)$$

비정상항

비정상항을 이산화하는 방법으로, 1차 시간정확도를 갖는 Euler 후방차분법, 2차 정확도의 Crank-Nicholson법 그리고 MAC, Fractional-Step법 등에서 사용되는 양해법인 Euler 전방차분법 등이 있다. 본 연구에서는 큰 시간 간격에서도 안정적인 2차의 Euler 후방차분법을 이용하였다.

$$\int \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dQ = \frac{\rho Q}{2At} (3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}) \quad (13)$$

여기서 우변의 첫째 항은 내재적으로 처리하고 나머지 두 항은 원천항에 침가한다.

셀면의 속도(Cell face velocity)

압력과 속도 성분을 모두 셀 중심에 저장하는 비엇갈림 격자법을 이용하는 경우 셀면에서의 속도를 얻기 위해 이웃하는 두 셀의 속도를 선형내삽하면 압력과 속도장의 분리 혹은 서양장기판형상의 해를 얻게 된다. Rhie, Chow 등은 이산화된 운동량 방정식으로부터 셀 면의 속도를 구함으로써 그런 현상을 막을 수 있었다. 그리고 Majumdar[9]는 하향이완계수를 고려하여 Rhie-Chow법을 개선하였다. 먼저 이산화된 운동량방정식은 식 (14)로 표현되며,

$$u_0 = H_0^u - \alpha \left(\frac{Q}{A_p^u} \right)_0 \left(\frac{dp}{dx} \right)_0 + (1 - \alpha) u_0^{l-1} \quad (14)$$

여기서, $H_0^u = \alpha / A_{p0}^u [-\sum A_{nb} u_{nb} + S_0^{u*}]$ 이다.

원천항 S_0^{u*} 은 압력구배항, 하향이완계수에 의한

전단계 값을 제외한 모든 수치적 및 물리적으로 발생하는 원천을 포함한다. 셀 C_0 와 C_1 을 중심으로 이산화한 식을 내삽하여 셀 면에서의 식을 유도 할 수 있다.

$$\begin{aligned} u_f &= w_f H_0^u + (w_f - 1) H_1^u \\ &\quad - \alpha \left(\frac{\Omega}{A_p^u} \right)_f \left(\frac{dp}{dx} \right)_f + (1 - \alpha) u_f^{l-1} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $(\Omega/A_p^u)_f = \frac{1}{2} [(\Omega/A_p^u)_0 + (\Omega/A_p^u)_1]$ 를 사용한다. $(dp/dx)_f$ 는 식 (9)를 이용해서 구한다.

v -속도성분에 대해서도 식 (15)와 같이 유도하여 셀면의 면적벡터를 내적하면 셀면에서의 질량유량을 얻을 수 있다.

압력수정 방정식

밀도가 일정한 비압축성 유동에서 압력장을 푸는 방법에는 여러 가지가 있으나 여기서는 SIMPLEC에 기반을 둔 압력수정 방정식을 사용하였다. 비정렬격자에서 이산화된 u -운동량 방정식은 다음과 같은 이산화방정식의 형태가 된다.

$$Ap_0^u u_0 + \sum A_{nb} u_{nb} = S_0^u - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_0 \quad (16)$$

식 (16)을 풀기 위해서는 정확한 압력을 알고 있어야하나, 가정된 압력 혹은 전단계의 압력을 사용하면 다음 식을 만족하는 u -속도 성분을 얻게 된다.

$$Ap_0^u u_0^* + \sum A_{nb} u_{nb}^* = S_0^u - \left(\frac{\partial p^*}{\partial x} \right)_0 \quad (17)$$

식 (16)에서 (17)을 빼면 보정속도 u' 에 관한 식이 나온다. 그리고 $u'_0 = u'_{nb}$ 라는 SIMPLEC의 가정을 도입하여 정리하면 다음과 같은 속도수정 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} u'_0 &= \frac{-\Omega_0}{Ap_0^u + \sum A_{nb}} \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_0 = -d_0^u \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_0 \\ v'_0 &= \frac{-\Omega_0}{Ap_0^v + \sum A_{nb}} \left(\frac{\partial p'}{\partial y} \right)_0 = -d_0^v \left(\frac{\partial p'}{\partial y} \right)_0 \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)은 셀 C_0 에 관한 속도 수정식이며, 셀 면에서의 수정속도는 이웃하는 두 셀의 값을 평균

해서 얻을 수 있다. 연속방정식을 셀 면에서의 수정 질량유량을 이용해 표현하면 식 (19)가 된다.

$$\sum J_f = \sum J_f' + \sum J_f'' = 0. \quad (19)$$

$$\begin{aligned} J_f' &= \rho_f (u'_f A_x + v'_f A_y) \\ &= -\rho_f [d_f^u \left(\frac{\partial p'}{\partial x} \right)_f A_x + d_f^v \left(\frac{\partial p'}{\partial y} \right)_f A_y] \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)은 셀 면에서 $\nabla p'$ 을 필요로 하며 식 (9)를 이용하여 구할 수 있다. 그러나 압력수정방정식을 풀기 전에는 p' 을 알 수 없기 때문에 반복 계산을 하지 않으면 $\nabla p'$ 을 얻을 수 없다.

SIMPLEC와 같은 반복 계산법에서는 p' 은 아주 작은 값이며 최종적으로 소거되는 값이므로 식 (9)의 두 번째 항을 무시할 수 있다.

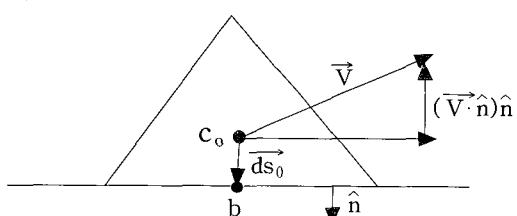
$$\begin{aligned} \nabla p'_f &\approx (p'_1 - p'_0) \frac{\hat{n}}{ds \cdot \hat{n}} \\ J_f &= -\rho_f \left[d_f^u \frac{n_x}{ds \cdot \hat{n}} A_x + d_f^v \frac{n_y}{ds \cdot \hat{n}} A_y \right] \\ &\quad \times (p'_1 - p'_0) \end{aligned} \quad (21)$$

격자의 짜그러짐이 매우 심한 경우 $\widehat{\nabla p'}$ 항을 고려함으로써 좀 더 안정된 해를 얻을 수 있으나 일반적인 경우에는 거의 영향을 받지 않는다. 식 (19)에 식 (21)를 대입하면 p' 에 대한 이산화방정식을 얻을 수 있다.

2.4 경계조건

본 연구는 밀폐된 공간에서의 자연대류 현상을 대상으로 하며 경계는 크게 벽과 두 유체층 사이의 경계면, 그리고 대칭축 등으로 이루어져 있다. 각각의 이산화방정식에 대해 종속변수는 경계에서 경계조건에 따라 정의된다.

(a)



(b)

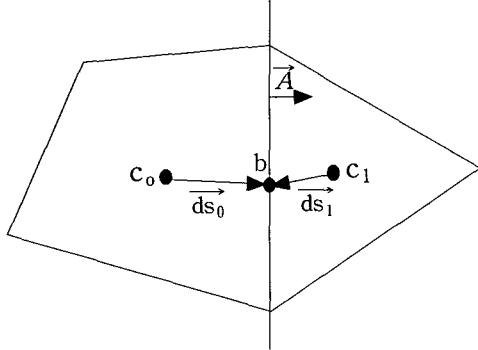


Fig. 2 Control volumes adjacent to a boundary face, (a) for boundary and (b) for interface.

운동량방정식

벽에서는 점착조건에 의해 대류 풀럭스는 존재하지 않으며, 벽면에서의 전단력은 벽에 이웃한 셀에서의 속도를 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\tau_w A_w &= -\mu_w (\frac{du}{dn})_w A_w \\ &= -\mu_w \frac{A_w}{ds_0 \cdot \hat{n}} [\vec{V}_0 - (\vec{V}_0 \cdot \hat{n}) \hat{n} - \vec{V}_b] \\ &= [-h_0 u_0 + h_0 (V_{n0} n_x + u_b)] \hat{i} \\ &\quad + [-h_0 v_0 + h_0 (V_{n0} n_y + v_b)] \hat{j}\end{aligned}\quad (22)$$

h_0 는 점성계수와 기하학적 계수를 곱한 값이며 u_0, v_0 로 표현되는 항은 A_b 에 더하고 나머지 항들은 원천항에 더함으로써 이산화방정식의 행렬값을 개선하여 좀더 안정적으로 해를 구할 수 있다. 층간경계 즉 인터페이스에서는 두 개의 이웃하는 셀에 대해서 속도값이나 전단력이 결정된다. 일반적으로 직각격자에서 인터페이스가 x-축에 평행한 경우 경계조건은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$(\mu \frac{\partial u}{\partial y})_0 = (\mu \frac{\partial u}{\partial y})_1, \quad v_b = 0 \quad (23)$$

경계밀착 격자(비직교 격자)나 본 연구에서 사용한 비정렬 격자에서는 인터페이스에서 두 셀 중 십을 잇는 벡터가 엔터페이스와 직교하지 않기 때문에 위와 같은 단순한 1차원적인 식을 사용할 수 없다. 벽면에서 전단력을 구하는 식을 활용하면 인터페이스를 기준으로 왼쪽 셀에서 구한 전

단력이 오른쪽 셀에서 구한 전단력과 크기가 같게 놓을 수 있다. 위 식을 수정하여 왼쪽 셀에서의 전단력을 x-운동량방정식의 성분만 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}F_{x0} &= h_0(u_b - u_0) + h_0 V_{n0} n_x \\ h_0 &= \mu_0 \frac{A}{ds_0 \cdot \hat{n}}\end{aligned}\quad (24)$$

마찬가지로 오른쪽 셀에 대하여 x-방향 전단력을 나타내면,

$$\begin{aligned}F_{x1} &= h_1(u_b - u_1) + h_1 V_{n1} n_x \\ h_1 &= -\mu_1 \frac{A}{ds_1 \cdot \hat{n}}\end{aligned}\quad (25)$$

한 면에서 전단력은 서로 반대 방향이므로 $F_{x0} = -F_{x1}$ 으로 두고 정리하면 u_b 와 F_x 를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}F_x &= \frac{h_0 h_1}{h_0 + h_1} (u_1 - u_0) \\ &\quad + \frac{h_1(h_0 V_{n0} n_x) - h_0(h_1 V_{n1} n_x)}{h_0 + h_1}\end{aligned}\quad (26)$$

$$u_b = \frac{h_0 u_0 + h_1 u_1}{h_0 + h_1} - \frac{h_0 V_{n0} n_x - h_1 V_{n1} n_x}{h_0 + h_1} \quad (27)$$

인터페이스에서의 전단력을 위 식으로 표현함으로써 인터페이스는 일반적인 내부의 셀 면과 같은 방법으로 처리되며 좌우의 두 셀은 계수에 의해 서로 직접 영향을 받는다.

에너지 방정식

벽면에서 온도가 주어졌을 때 열속은 이웃하는 셀에서의 온도구배를 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}q_b &= k \frac{A}{ds_0 \cdot \hat{n}} (T_b - T_0) \\ &\quad + k [\nabla T_0 \cdot \vec{A} - (\nabla T_0 \cdot \vec{ds}_0) \frac{A}{ds_0 \cdot \hat{n}}] \\ &= h_0 (T_b - T_0) + S_0\end{aligned}\quad (28)$$

대류나 복사와 같은 열속 경계조건은 다음과 같이 일반적인 식으로 표현할 수 있다.

$$q_b = C(T_b^*) - D(T_b^*) T_b \quad (29)$$

식 (28)과 (29)를 같게 놓고 정리하면 다음과 같이 벽면에서의 온도와 열속을 구할 수 있다.

$$q_b = -\frac{Dh_0}{h_0 + D} T_0 + \frac{Ch_0 + S_0 D}{h_0 + D} \quad (30)$$

$$T_b = \frac{h_0}{h_0 + D} T_0 + \frac{C - S_0}{h_0 + D} \quad (31)$$

고체와 유체의 경계 혹은 서로 다른 물질이 만나는 인터페이스에서는 열전도계수와 비열을 정의할 수 없으며 단지 온도가 한 가지 값만을 갖고 열속이 보존된다는 조건을 사용해야 한다. 1 차원 및 직각격자에서는 조화평균한 열전도계수가 위의 조건을 만족하지만 일반격자에서는 격자의 비직교에 의한 교차 확산항을 고려해 주어야 한다.

$$\begin{aligned} q_{b0} &= k \frac{\vec{A}}{ds_0 \cdot \hat{n}} (T_b - T_0) \\ &\quad + k[\nabla T_0 \cdot \vec{A} - (\nabla T_0 \cdot \vec{ds}_0) \frac{\vec{A}}{ds_0 \cdot \hat{n}}] \\ &= h_0(T_b - T_0) + S_0 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} q_{b1} &= k \frac{\vec{A}}{ds_1 \cdot (-\hat{n})} (T_b - T_1) \\ &\quad + k[\nabla T_1 \cdot (-\vec{A}) - (\nabla T_1 \cdot \vec{ds}_1) \frac{\vec{A}}{ds_1 \cdot (-\hat{n})}] \\ &= h_1(T_b - T_1) + S_1 \end{aligned} \quad (33)$$

q_{b0} 는 인터페이스의 왼쪽 셀에서 \vec{A} 방향의 열속이며 q_{b1} 은 오른쪽 셀에서 $-\vec{A}$ 방향의 열속이므로 $q_{b0} = -q_{b1}$ 이 된다.

$$h_0(T_b - T_0) + S_0 = h_1(T_1 - T_b) - S_1 \quad (34)$$

위 식을 정리하면 인터페이스에서의 온도를 구할 수 있다.

$$T_b = \frac{h_0 T_0 + h_1 T_1}{h_0 + h_1} - \frac{S_0 + S_1}{h_0 + h_1} \quad (35)$$

$$q_b = \frac{h_0 h_1}{h_0 + h_1} (T_1 - T_0) - \frac{h_0 S_1 - h_1 S_0}{h_0 + h_1} \quad (36)$$

압력 경계조건

엇갈림 격자를 사용하는 경우에는 경계에서 압력이 필요치 않으나, 비엇갈림 격자를 사용하면 운동량 방정식에 포함되어 있는 압력구배를 계산

하기 위해서 경계에서의 압력이 필요하다. 일반적으로 경계에서의 압력은 인접한 셀의 값을 이용하거나(1차 정확도를 갖는다.) 선형 및 포물형의 외삽을 하기도 한다. 그러나 부력과 같은 체력이 존재하는 경우 1차나 2차의 압력 외삽은 큰 오차를 만들어 낼 수 있다. 특히 비정렬 격자를 사용하면 벽면에서 압력을 선형이상으로 외삽하는 것이 매우 힘들며 비직교 격자에서도 벽면에서 격자의 비직교성이 증가하면 단순한 격자선을 따르는 외삽에 많은 오차를 포함시킬 수 있다. 많은 수치계산을 통해서 체력이 없는 유동에서는 1차 혹은 2차의 선형 압력 외삽만으로 충분하였으나, 체력이 큰 경우에는 벽면에서 압력의 오차로 인하여 부적절한 속도 값을 만들어 내기도 하였다. 본 연구에서는 벽면에 인접한 셀에서 속도의 크기를 무시하고 압력구배를 부력항과 같다고 가정하였다.

$$\nabla p_o = -\beta \rho_{ref} (T_o - T_{ref}) \mathbf{g} \quad (37)$$

벽면에서의 압력은 셀에서의 압력구배를 변위벡터 \vec{ds}_0 와 내적으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} p_b &= p_0 + \nabla p_o \cdot \vec{ds}_0 \\ &= p_0 - \beta \rho_{ref} (T_o - T_{ref}) \mathbf{g} \cdot \vec{ds}_0 \end{aligned} \quad (38)$$

두 유체가 만나는 인터페이스에서도 위의 식을 사용하여 압력을 구하였다.

3. 결과 고찰

3.1 밀도 반전이 있는 2층 유체의 자연대류

물은 3.98°C 전후에서 밀도가 증가했다 감소하는 밀도 반전 현상이 일어난다. Koster, Nguyen 등[10]은 밀도 반전을 포함하는 2층 유체의 자연대류 현상을 연구하였다. 종횡비가 2인 2차원 박스 내에서 위층에는 실리콘 오일이 채워져 있고 아래층에는 밀도 반전이 있는 물로 채워져 있다. 오른쪽 벽은 밀도 반전이 일어나는 온도 T_o 보다 낮은 $T_c = 1^{\circ}\text{C}$ 로 고정되어 있고 왼쪽 벽면은 T_o 보다 높은 T_h 이며 Rayleigh수는 두 온도차이 $\Delta T = T_h - T_c$ 에 의해 결정된다.

$$Ra_{water} = Ra_1 = \left\{ \frac{g\beta\rho^2 C_p \Delta T}{\mu k} \right\}_{water} L^3 \quad (39)$$

$$Ra_{silicone\ oil} = Ra_2 = \left\{ \frac{g\beta\rho^2 C_p \Delta T}{\mu k} \right\}_{silicone\ oil} L^3$$

일반적으로 온도차가 있는 두 수직벽 사이의 유체는 고온벽에서 밀도의 감소로 상승류를 형성하여 저온벽에서 식으면서 하강하는 회전유동을 형성한다. 위층에 있는 실리콘 오일은 이와 같은 정규 와동을 형성하지만 밀도 반전이 존재하는 물에서는 이와 반대되는 유동이 형성된다.

본 연구에서 사용하는 수치기법의 정확성을 검증하기 위하여 두 수직벽의 온도차 ΔT 가 5K이고 물의 Rayleigh 수(Ra_1)가 10^3 인 경우에 대하여 수치계산을 하고 Koster, Nguyen 등의 결과와 비교하였다.

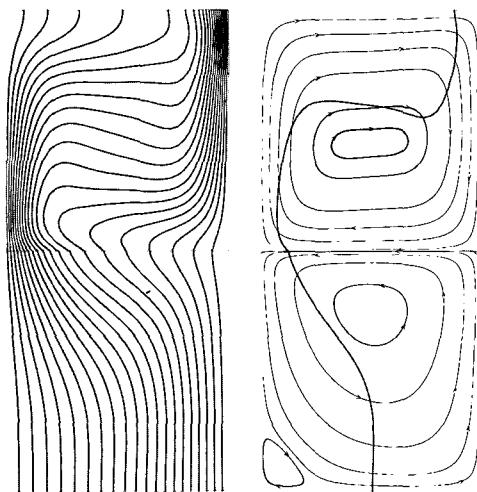


Fig. 3 Steady natural convection in a layered fluid system. Lower layer(layer 1) is water, Upper layer(layer 2) is Silicon oil 2 cSt. Temperature contours(left) and stream lines(right) at $Ra_1=10^3$, $Ra_2=4.3\times 10^4$. Maximum density line is shown on right figure.

Fig. 3은 온도분포와 유선을 보여주고 있다. 위층의 실리콘 오일은 고온벽에서 상승하여 오른쪽의 저온벽에서 하강하고 있다. 밀도반전이 일어나는 아래층에서는 저온벽을 따라 물이 상승하여 인터페이스에서 위층과 같은 방향으로 흘러 고온벽에 서 하강한다. 밀도반전이 일어나는 T_o 온도선을

지난 좌하단부에서는 고온벽을 따라 상승하는 작은 와동을 볼 수 있다.

Fig. 4에서 수직벽에서의 Nusselt수 분포를 Koster, Nguyen 등의 결과와 비교하였으며 본 수치해석 결과가 Koster, Nguyen 등의 결과와 일치하는 것을 확인하였다.

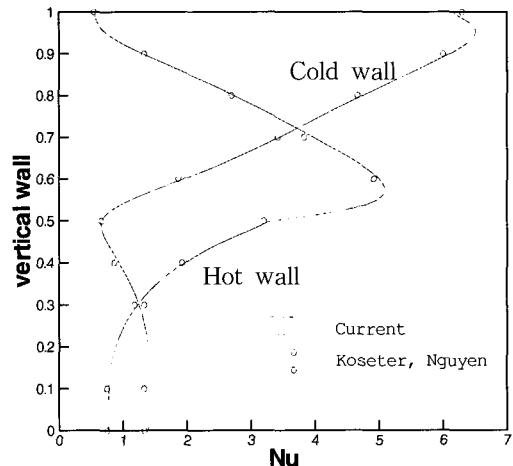


Fig. 4 Local Nusselt number profile for a two layered fluid system at $Ra_1=10^3$, $Ra_2=4.3\times 10^4$.

3.2 2차원 반원 내에서 열원이 존재하는 성층유동

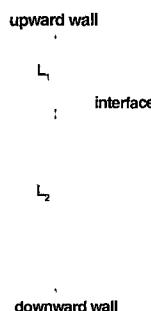
지름이 0.26m인 반원 모양의 밀폐된 용기내에 Prandtl 수가 6.7인 물질이 열원을 포함하고 있는 경우에 대하여 수치해석을 하였다. 유체층의 높이는 상층이 L_1 , 하층이 L_2 이며 길이 비는 8:18이다. 위의 편편한 벽과 아래의 반원 모양의 벽은 등온 조건을 주었으며 유체층의 인터페이스는 고정되어 있으며 단지 전단력과 열속만이 두 층 사이에 교환된다. 용기내 초기온도는 외벽과 같이 두었으며, 열원에 의해 열이 외벽을 통해 밖으로 빠져나간다. 대표 파라미터는 열원을 기준으로 무차원한 Rayleigh수로 다음과 같이 표현된다.

$$Ra = \frac{g\beta\rho^2 C_p Q_v L^5}{\mu k^2}, Ra_d = \frac{g\beta\rho^2 C_p Q_v L_2^5}{\mu k^2} \quad (40)$$

유체의 성층화가 유동 및 열전달에 미치는 특성을 고찰하기 위하여 두 유체층을 같은 물질로 채우고 계산하였다. L 에 대한 Rayleigh수가 $1.3\times$

10^8 인 경우에 대하여 단일 유체층으로 이루어진 경우와 2층으로 이루어진 경우를 각각 계산하고 비교하였다.

(a)



(b)

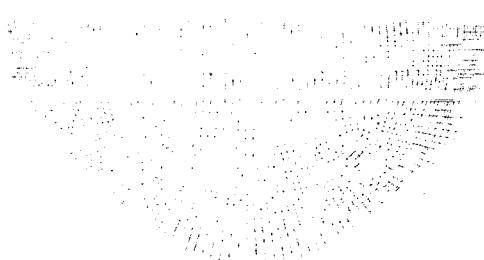


Fig. 5 (a) Schematic of the 2-dimensional semicircle for a stratified pool, (b) Unstructured mesh ($L_1:L_2 = 8:18$), upper layer:2250 cells, lower layer:2696 cells.

Fig. 6은 층이 있는 경우와 없는 경우에 대해 온도 분포를 보여주는 것으로 성층화가 열전달에 크게 영향을 미치는 것을 볼 수 있다. 일반적으로 열원을 포함하는 유체가 반구 내에서 자연대류를 할 때, 반구의 제일 아래 부분은 대류효과가 매우 작고 열전도가 지배적인 영역이다. 이 영역에서는 위로 올라가면서 온도가 증가하는 안정된 온도분포를 하고 있다. 반구의 위 부분은 상부 벽에서 식은 유체가 하강하고 중심부의 고온 층과 활발히 열교환을 일으키며 Benard 셀을 형성하기도 한다. 그리고 반구벽을 따라 고온의 유체가 외벽을 통해 열을 발산하면서 얇은 경계층을 만들어낸다. Fig. 6(a)를 통해 3 영역으로 나뉘어진 것을 짐작할 수 있으나, 유체가 두 개의 층으로 분리되어 있는 경우(Fig. 6b)에는 가장 고온의 유체층이 층 경계 바로 아래에 위치하고 있음을 보여준다.

위 층에서는 상부벽에서의 냉각으로 인해 Benard 셀이 형성되어 대류에 의한 활발한 열교환이 있음을 알 수 있다. Fig. 6(b)에서 보는 바와 같이 고온층이 인터페이스 아래에 위치하고 있는 것은 반구 외벽으로의 열부하가 단일층으로 된 풀에서의 열부하와 전혀 다르게 만드는 주요 원인이 된다.

(a)



(b)

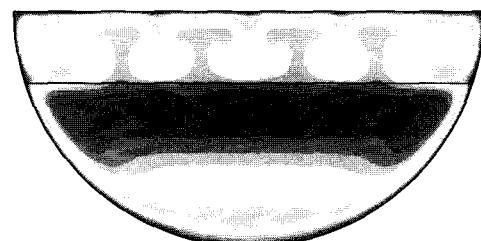


Fig. 6 Instantaneous temperature contours in a pool with heat source, (a)single layer, (b)double layer, $Ra=1.3 \times 10^8$, $Rad=2 \times 10^7$

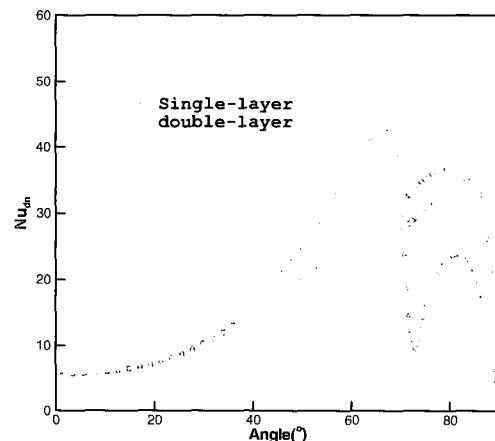


Fig. 7 Instantaneous local Nusselt number distribution at the downward wall, $Ra=1.3 \times 10^8$, $Rad=2 \times 10^7$

Fig. 7은 반구의 하부 벽을 따라 Nusselt 수의 분포를 보여준다. 여기서는 Nusselt 수를 다음과 같이 체적평균 온도를 이용하여 무차원화하였다.

$$Nu = \frac{q_w}{k(T_w - T_{av})/L} \quad (41)$$

두 유체층의 인터페이스가 외벽과 만나는 점은 72.1° 이며 최고의 Nusselt수는 그 점 바로 아래에 위치하고 있다. 단일 층인 경우와 두 개의 층으로 된 경우에 대해 평균 Nusselt수와 상부와 하부로 전달되는 열량비를 다음의 Table. 1에 나타내었다.

Table. 1 Comparison of heat transfer characteristics between single-layer and double-layer pool

Pool type	Nu _{up}	Nu _{dn}	q _{up} /q _{dn}
Single-layer	30	18	1.06
Double-layer	18	23	0.8

두 유체층으로 된 경우가 단일 유체층으로 된 경우에 비해 상부로의 열속은 감소시키고 하부 반구벽으로 나가는 열속을 증가시키는 것을 알 수 있다. 계산 결과로 볼 때 Rayleigh 수가 1.3×10^8 인 경우에는 성층화가 q_{up}/q_{dn} 를 20% 정도 감소시키는 것으로 나타났다.

3.3 Al₂O₃/Fe 용융물의 냉각 실험 해석

중대사고 시 원자로 하부 반구에 재배치된 노심용융물을 원자로 내부에서 냉각시키기 위한 방법으로 하반구의 외벽냉각은 매우 효과적인 수단이 될 수 있다. Kang등[2]은 원자로 용기 외벽의 비동 냉각의 특성을 규명하기 위한 일련의 실험을 수행하였다. 반응 용기는 직경 50cm, 두께 2.5cm의 탄소강으로 된 반구이며 노심용융물을 모의하기 위하여 thermite 반응에 의한 Al₂O₃/Fe 용융물을 사용하였다. 알루미늄과 산화철 분말을 용기내에서 반응시켜 2800K 이상 고온의 용융물을 얻게된다. 산화알루미늄과 철 용융물을 밀도차에 의해 성층화가 이루어지고 용기벽면과 용융물의 상부 표면을 통해 냉각된다. 외벽냉각이 없는

경우에 대한 실험에서 용기는 두 용융물의 경계 바로 아래부분에서 용발에 의해 파손이 되었다 (Fig. 8).



Fig. 8 Vessel failure by the thermal attack of the alumina and iron melt.

실험을 통해 고온의 용융물이 냉각되는 과정과 특히 성층면에서 용기가 파손되는 물리적 현상을 파악하는데는 한계가 있기 때문에 수치계산을 통하여 용융물의 냉각 및 용기의 가열과정을 모의하였다.

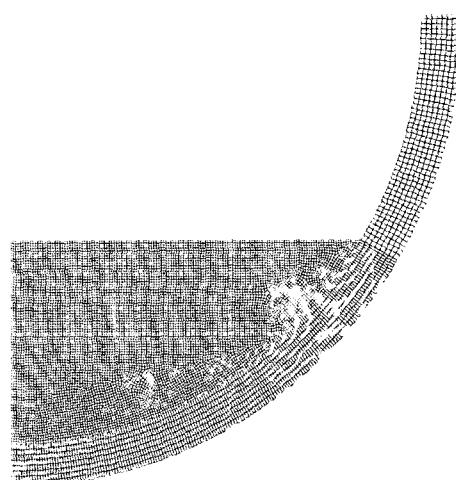


Fig. 9 Solution domain and unstructured mesh for Al₂O₃/Fe melt experiment. Alumina layer: 4652, Iron layer: 3287, vessel: 1744 elements.

Fig. 9는 $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Fe}$ 용융물의 냉각 실험을 해석하기 위하여 사용한 격자를 보여준다. 총 9683 개의 사각형 셀로 구성되어 있으며, 해석 영역은 하부의 용융철, 상부의 산화알루미늄층 그리고 용기를 포함한다. Thermite 화학반응 후 산화알루미늄과 철이 완전히 성층화가 이루어진 시점부터 계산하였으며 초기 용융물의 온도는 2800K로 하였다. 용융물의 상부 표면과 용기 외벽은 대기에 의한 복사와 자연대류를 고려하였다.

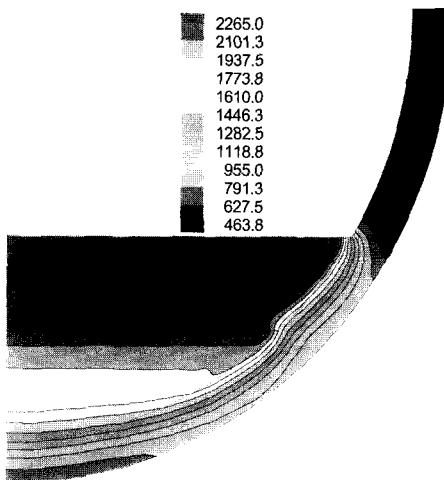


Fig. 10 Temperature contours at 30 sec.

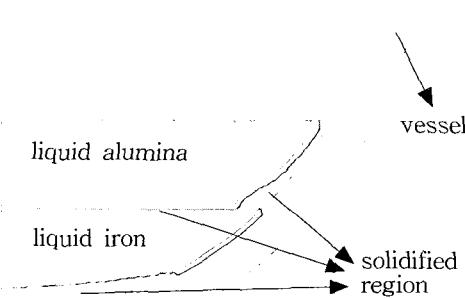


Fig. 11 Calculated melt front at 30 sec.

Fig. 10은 30초 후에 온도분포를 보여주는 것으로, 하부의 철 층은 반구용기와 접촉면이 넓어서

빨리 냉각되어 산화알루미늄 층보다 낮은 온도분포를 갖고 있고 반구형 용기는 용융물의 성층면 바로 아래 부분에서 온도가 가장 높게 나타난다. 용융물을 냉각이 가장 활발한 상부 표

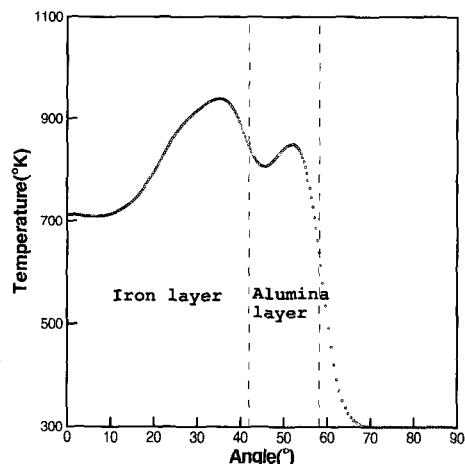


Fig. 12 Temperature distribution on the outer wall of the vessel at 30 sec.

면과 용기와 접하는 곳에서부터 고화가 일어난다. 그러나 Fig. 11에서 보는 바와 같이 아래에 위치한 철 층은 30초 후에도 성층면 바로 아래에서 용기와 접하는 부분은 용융상태로 남아 있다. 이것은 자연대류에 의한 활발한 열전달에 기인하는 것으로 용융철은 고온의 산화알루미늄

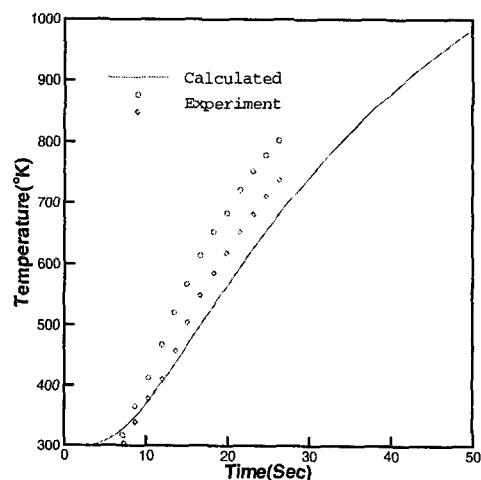


Fig. 13 Comparison of the temperature history at a point 15° away from the apex and 2mm in depth from the outer wall of the vessel.

과 접하는 성층면에서 열을 받아 외벽을 통해 냉각되면서 그 벽을 따라 하강한다.

Fig. 12에 용기 외벽에서의 온도분포를 나타내었다. 30초 후에 최고 온도가 성층면 바로 아래에서 위치하는 것을 알 수 있다. 실험에서는 용기의 정점에서 위도 15° 동심원에서 90° 간격으로 네 지점에서 외벽의 2mm 깊이에 K형 열전대를 설치하여 온도를 측정하였다. Fig.13에서는 실험값의 최대온도와 최저온도를 계산한 값과 비교하였다. 위도 15°에서 측정한 온도가 서로 다른 것으로 보아 3차원 특성이 존재하는 것으로 생각된다. 실험값이 수치계산 결과와 다소 차이를 보이고 있는데 그 원인은 수치모델이 축대칭 2차원이고 용기 내에서 초기 thermite 반응을 모의하지 않았으며 고온에서 용융물의 물성치에 대한 불확실성이 존재하기 때문이라 생각된다.

4. 결 론

성층화된 유동의 열전달 특성을 파악하기 위한 수치모델을 개발하고 반구형 용기내에 두 개의 층으로 나뉘어진 풀의 자연대류 열전달 해석에 적용하였으며, 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 본 연구에서와 같이 체력이 매우 큰 경우에 비엇갈림 격자기법은 벽면 근처에서 물리적으로 부적절한 속도해를 만들어낼 수 있으며 그 원인이 벽면에서의 부정확한 압력외삽에 기인함을 알았다. 그리고 체력을 고려해 외벽에서의 압력을 외삽함으로써 물리적으로 부적절한 해를 제거 할 수 있었다.
2. 용기내 단일 층으로 구성된 풀에서는 고온부가 상부벽 바로 아래 위치하며 이로 인해 하부 반구벽의 가장 윗 부분에서 Nusselt수가 가장 큰 반면, 두 유체층으로 이루어진 경우는 유체의 고온부가 유체층 경계 바로 아래 위치하였으며 국소 Nusselt수의 최고점도 이 인터페이스 바로 아래 부분에서 발생하였다. 그리고 Rayleigh수가 1.3×10^8 인 경우에는 성층화가 q_{up}/q_{dn} 을 20% 정도 감소시키는 것으로 나타났다.
3. 산화알루미늄과 철로 구성된 용융물의 자연냉각 과정은 용융물의 성층화에 의해 크게 영향을

받으며, 용융물의 인터페이스 바로 아래에서 가장 높은 온도분포를 보여주었다. 그리고 용융물은 상부 표면과 용기 내벽과 인접한 지역에서 먼저 고화되나, 용융물의 자연대류와 인터페이스의 영향으로 용기 내벽의 인터페이스 바로 아래 부분에서는 다른 부분보다 더 오랫동안 용융 상태로 남아 있음을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 2000연도 원자력 연구개발 중장기 계획 사업에서 재정적 지원을 받았습니다.

참고문헌

- [1] Sehgal, B.R., "Melt Stratification Observation from the RASPLAV and TULPAN Tests," presented at the 1st Meeting of the Concerted ction Project on Melt Stratification, Sep.1
- [2] Kang, K.H. et al., "An Experimental Study on Feasibility of Ex-vessel Cooling through the External Guide Vessel," SARJ99, Workshop on Severe Accident Research, Japan, November, 1999
- [3] Prakash, A. and Koster, J.N., "Steady Natural Convection in a Two-Layer System of Immiscible Liquids," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.40, No.12, pp. 2799-2812, 1997
- [4] Schramm, R. and Reineke, H.H., "Natural Convection in a Horizontal Layer of Two Different Fluids with Internal Heat Sources," European Applied Research Reports, Nuclear Science Technology Section, Vol.1, No.6, pp.298-305
- [5] Gubaidullin Jr., A.A. and Sehgal, B.R., "Natural Convection in a Double-Layer Pool with Internal Heat Generation," ICONE-8591
- [6] 김종태, 김태준, 김용모, "비정형격자 압력 기준 유동해석기법을 이용한 비압축성 유동 해석," 한국전산유체공학회 추계학술대회 논

문집, pp.42-47, 1998

- [7] Rhie, C.M. and Chow, W.L., "Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation," AIAA J. Vol.21, No.11, pp.1525-1532, 1983
- [8] Brent, A.D., Voller, V.R., and Reid, K.J., "Enthalpy-Porosity Technique for Modeling Convection-Difusion Phase Change: Application to the Melting of a Pure Metal," Numerical Heat Transfer, Vol. 13, pp.297-318, 1988
- [9] Majumdar, S., "Role of Underrelaxation in Momentum Interpolation for Calculation of Flow with Nonstaggered Grids," Numerical Heat Transfer, Vol.13, pp.25-132, 1988
- [10] Koster, J.N. and Nguyen, K.Y., "Steady Natural Convection in a double-Layer of Immiscible Liquids with Density Inversion," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, No.3, pp. 467-478, 1996