

## 논문

## 적응격자계를 이용한 경계층의 확산제어천이 예측

조지룡<sup>\*1</sup>Prediction of the Diffusion Controlled Boundary Layer Transition  
with an Adaptive Grid

J. R. Cho

Numerical prediction of the diffusion controlled transition in a turbine gas pass is important because it can change the local heat transfer rate over a turbine blade as much as three times. In this study, the gas flow over turbine blade is simplified to the flat plate boundary layer, and an adaptive grid scheme redistributing grid points within the computation domain is proposed with a great emphasis on the construction of the grid control function. The function is sensitized to the second invariant of the mean strain tensor, its spatial gradient, and the interaction of pressure gradient and flow deformation. The transition process is assumed to be described with a  $k-\epsilon$  turbulence model. An elliptic solver is employed to integrate governing equations. Numerical results show that the proposed adaptive grid scheme is very effective in obtaining grid independent numerical solution with a very low grid number. It is expected that present scheme is helpful in predicting actual flow within a turbine to improve computation efficiency.

**Key words:** 확산제어천이(Diffusion Controlled Transition), 적응격자(Adaptive Grid), 격자 제어함수(Grid Control Function),  $k-\epsilon$  난류모형( $k-\epsilon$  turbulence model)

## 1. 서 론

가스터빈 익렬 내부 유동에서 흔히 관찰되는 확산제어천이(Diffusion Controlled Transition, 이후 DCT로 칭함)는 고온의 연소가스로부터 익렬로의 열전달에 큰 영향을 미치므로 CFD 기법을 이용한 수치해석 결과는 가스터빈 설계에서 매우 중요시되고 있다(Simoneau & Simon [1]). 반면에 익렬 내부의 3차원 비정상 유동을 신뢰성 있게 예측하려면 많은 계산시간과 방대한 자료 기억공간을 필요로 한다.

현재의 슈퍼컴퓨터를 동원하여도 이것이 쉽지 않으며, 제한된 격자 수와 비교적 단순화된 물리적 모델을 이용하여 접근하는 것이 일반적이다.

그러나 동익의 회전에 따라 익렬 내부 유동이 시시각각 변화하는 점을 감안한다면 공간에 고정된 격자계를 사용할 경우 제한된 수의 격자로는 신뢰성 있는 결과를 얻는 것이 불가능하여짐은 자명하다. 따라서 유동상황의 변동이 생기는 경우 최적의 해가 얻어지도록 격자계가 스스로 반응하여 조절이 되는 적응격자계의 도입이 요구된다. 그러나 이러한 필요성에도 불구하고 저자가 조사한 범위 내에서는 익렬 위에서 일어나는 DCT에 감응하는 적응 격자계의 적용 사례를 찾을 수 없었다. 대부분은 충격파의 생성에 감응하는 적응격자계 적용 사례들이었다(Kim & Thompson[2]).

적응격자계의 생성 방법은 크게 두 가지로 대별이 된다. 첫 번째 방법은 높은 정확도를 얻기 위해 수치해석 오차가 큰 영역에 국부적으로 격자를 추가하고, 반대로 오차가 작은 영역에서는 국부적으로 격자를 제거하면서 유동의 수치해석

\* 2001년 10월 12일 접수

<sup>\*1</sup> 정회원, 인제대학교 기계자동차공학부

을 진행한다. 이 방법은 Berger[3], Berger & Olinger[4], 그리고 Berger & Colella [5] 등에 의하여 초기 개발이 진행되었으며, 흔히 적응격자세밀화 (Adaptive Mesh Refinement) 방법이라고 한다. 이 방법은 전체 격자수가 계산 중에 바뀌며, 메모리내의 자료 위치가 계속 이동을 함에 따라 동적인 자료구조를 요구하고 프로그램 코딩이 복잡하다. 격자세밀화가 요구되는 영역을 알아내기 위해서는 주로 Richardson 외삽법을 적용한다. 두 번째 방법은 전체 격자수를 일정하게 유지하면서 세밀한 격자가 요구되는 영역에 격자가 밀집되도록 격자점을 이동하는 적응격자재배치(Adaptive Mesh Redistribution) 방법이다. 이 방법에 대해서는 Eiseman[6]의 논문에 잘 요약이 되어져 있다. 물체표면부착 일반화좌표계에서의 유동해석기와 잘 조화되는 방법이지만, 격자제어함수의 구성은 아직은 주로 주어진 문제에 따라 경험과 시행착오법에 의존하고 있다.

본 연구에서는 가스터빈 익형 주위의 유동을 단순화한 2차원 평판 경계층유동에서 DCT에 적절히 감응하는 적응격자계를 생성하는 방법을 찾고자 한다. 위에서 언급한 두 방법 중 본 연구에서는 후자 즉, 적응격자재배치법을 채택하며, 특히 적절한 격자제어함수의 구성에 중점을 두고 있다. 적응격자계를 이용하여 적은 수의 격자로 신뢰성 있는 수치해석 결과를 얻을 수 있다면, 가스터빈 익렬 내부의 3차원 비정상 유동계산의 효율성을 크게 향상시킬 수 있다.

## 2. DCT 유동 해석방법

### 2.1 DCT 과정의 수학적 모형

DCT는 경계층에서 Tollmien-Schlichting 파의 생성과 이의 성장에 따른 비선형성과 3차원 vorticity의 출현을 수반하는 자연천이(Natural Transition)와는 구별이 된다. DCT는 Fig. 1에 표시한 바와 같이 자유유동이 지니고 있던 난류성분이 경계층 내부로 확산이 되어 천이가 촉발되며, 이때 T-S 파는 나타나지 않는다. 이러한 이유로 Bypass 천이라고도 한다 (Morkovin[7]). 자유유동의 난류강도가 1% 이하면 자연천이에 가깝고, 그 이상의 난류강도에서는 DCT가 지배적

이다. 층류영역과 난류영역이 공존하는 DCT 현상을 예측하는 가장 직접적인 방법은 직접모사법(Direct Simulation)을 도입하는 것이겠지만, 현실적으로 가스터빈 익렬 설계 및 해석에 있어서는 과도한 계산시간 및 기억공간의 요구로 인하여 아직은 계산난류모형을 적용하는 것이 일반적이다. 따라서 본 연구에서는 Reynolds 평균법과 난류모형식을 적용하여 2차원 평판 경계층에서의 DCT를 수치 예측한다. 평균 유동장은 다음과 같이 기술된다.

### 연속방정식

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

### 운동량방정식

$$\frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_j} \tag{2}$$

여기서  $\tilde{p} = p/\rho$  이고  $R_{ij}$ 는 난류응력을 나타낸다. 현재 난류응력을 기술하는 여러 가지 계산모형들이 제시되어져 있지만, Savill[8]에 따르면 Launder & Sharma[9]의 난류모형방정식은 DCT의 예측에 성공적인 결과를 보여주고 있으므로 본 연구에서도 이를 채택한다.

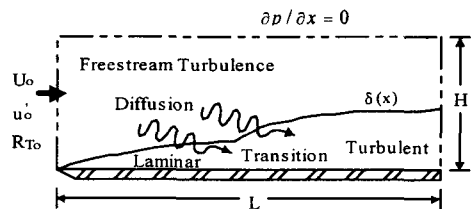


Fig. 1 Diffusion controlled transition.

### 난류응력식

$$-R_{ij} = \nu_i \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \tag{3}$$

난류운동에너지방정식

$$\frac{\partial u_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} + G - \tilde{\epsilon} - 2\nu \frac{\partial k^{1/2}}{\partial x_j} \frac{\partial k^{1/2}}{\partial x_j} \quad (4)$$

난류운동에너지 소멸률방정식

$$\frac{\partial u_j \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} \right\} + \frac{\tilde{\epsilon}}{k} (c_{\epsilon 1} G - c_{\epsilon 2} \tilde{\epsilon}) + E \quad (5)$$

상기 식들에서

$$\nu_t = c_\mu k^2 / \tilde{\epsilon} \quad (6)$$

$$G = -R_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

$$E = 2\nu \nu_t \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_p \partial x_q} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_q \partial x_p} \quad (8)$$

$$\sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3 \quad (9)$$

$$c_\mu = 0.09 \exp\{-3.4/(1 + R_T/50)^2\} \quad (10)$$

$$c_{\epsilon 1} = 1.44, c_{\epsilon 2} = 1.92\{1 - 0.3 \exp(-R_T^2)\} \quad (11)$$

$$R_T = k^2 / (\nu \tilde{\epsilon}) \quad (12)$$

이 방정식은 기본적으로 난류 와점성 개념에 그 근거를 두고 있으며 따라서 난류 수직응력 성분들 사이의 크기의 차이를 제대로 분해해 내지 못하는 단점이 있다. Yang & Voke[10]의 LES 해석 결과에 따르면 난류운동에너지  $k$ 의 절대적인 크기는 DCT의 예측에 있어서 별로 중요하지 않고, 그보다는 벽에 수직인 성분  $R_{22}$ 의 크기가 결정적인 역할을 한다. 그러나 본 연구의 핵심은 난류모형식의 평가에 있는 것이 아니고 DCT의 수치해석에 적절한 적용격자제의 생성에 관한 것이므로 이는 본 연구의 주된 관심사항이 아니다.

2.2 유동장의 수치해석 방법

수치해를 얻기 위하여 먼저 물리공간 좌표계  $(x, y)$ 로 부터 계산공간에서 정의되는 일반화 좌표계  $(\xi, \eta)$ 로 앞 절의 지배 방정식들을 좌표변환 한다. 그러면 임의의 물리량  $q$ 에 대한 수송량 방정식은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\frac{\partial}{\partial \xi} (\tilde{u}_\xi q - \alpha \Gamma_q \frac{\partial q}{\partial \xi}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\tilde{u}_\eta q - \beta \Gamma_q \frac{\partial q}{\partial \eta}) = JS_q + \frac{\partial}{\partial \xi} (\gamma \Gamma_q \frac{\partial q}{\partial \eta}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\gamma \Gamma_q \frac{\partial q}{\partial \xi}) \quad (13)$$

여기서  $\Gamma_q$ 와  $S_q$ 는 각기 확산계수와 원천항을 나타내고,  $\tilde{u}_\xi$ 와  $\tilde{u}_\eta$ 는 각기  $\xi$  및  $\eta$  방향의 contravariant 속도를 나타낸다.

$$\tilde{u}_\xi = g_{x\xi} u + g_{y\xi} v, \tilde{u}_\eta = g_{x\eta} u + g_{y\eta} v \quad (14)$$

$\alpha, \beta$  및  $\gamma$ 는 좌표변환에 따른 기하학적 양들이다.

$$\alpha = (g_{x\xi}^2 + g_{y\xi}^2)/J, \beta = (g_{x\eta}^2 + g_{y\eta}^2)/J$$

$$\gamma = (g_{x\xi} g_{x\eta} + g_{y\xi} g_{y\eta})/J \quad (15)$$

한편 metric 성분과 Jacobian 은 아래와 같다.

$$g_{x\xi} = \partial y / \partial \eta, g_{x\eta} = -\partial y / \partial \xi$$

$$g_{y\xi} = -\partial x / \partial \eta, g_{y\eta} = \partial x / \partial \xi \quad (16)$$

$$J = (g_{x\xi} g_{y\eta} - g_{x\eta} g_{y\xi})$$

상기 식(13)을 차분화 하기 위한 격자제는 두 속도 성분과 압력, 그리고 모든 난류량들이 동일한 하나의 공간점에서 정의되는 collocated 격자제를 채택한다. 평균유동장은 Patankar[11]의 SIMPLE 방법을 이용하여 구하고, Rhie & Chow[12]의 운동량 내삽법을 적용하여 압력 및 속도장이 수치적 진동을 하지 않도록 하였다. 대류항 및 확산항은 Patankar의 Power-Law

Scheme[11]을 채용하였다. 유동장내에 재순환 영역을 형성하지 않고 유동의 방향이 거의 일정한 평면경계층에서는 Power-Law Scheme은 충분한 수치적 정확도를 제공한다. 따라서 QUICK (Leonard [13])등 고차 차분법의 도입은 고려하지 않았다.

### 3. 적응격자의 생성법

#### 3.1 스칼라 격자제어함수 방법

본 연구에서는 격자 점 주위에 형성한 체적요소 수가 가지는 격자제어함수의 크기에 의하여 격자 점이 이동하는 소위 유한체적방법이다. 이 방법은 Eisman[6]의 연구에 잘 기술되어 있다. Fig. 2를 이용하여 2차원 유동에서 설명한다. 2차원 유동에서는 임의의 격자점 위치  $r_P$  를 공통의 꼭지점으로 하는 네 개의 삼각형을 주변의 격자점들을 이용하여 만들 수 있다. 이 삼각형들의 도심은 세 꼭지점의 위치벡터로부터 손쉽게 구해진다. 일례로 1상한의 삼각형에 대해서는

$$r_1 = \frac{1}{3}(r_P + r_E + r_N) \quad (17)$$

또한 각 상한의 삼각형 체적요소들이 가지는 격자위치제어 스칼라 함수  $Q$  는 삼각형의 꼭지점 값들의 산술 평균으로 결정한다. 즉, 일례로 1상한의 삼각형에 대해서는

$$Q_1 = \frac{1}{3}(Q_P + Q_E + Q_N) \quad (18)$$

이를 이용하여 질량중심의 개념에 따라  $r_P$  의 새로운 위치  $r_P^{new}$  를 다음과 같이 구한다.

$$r_P^{new} = \frac{\sum_{k=1}^4 Q_k A_k r_k}{\sum_{k=1}^4 Q_k A_k} \quad (19)$$

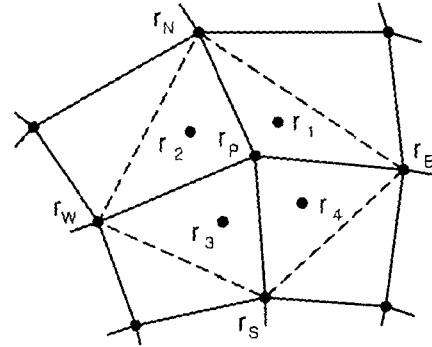


Fig. 2 A two dimensional stencil for grid adaptation.

여기서  $A_k$  는 각 상한의 삼각형들이 가지는 면적을 나타낸다.

본 연구 초기에 이 방법을 다양한 제어함수들과 함께 적용하여 DCT를 계산하였으나 만족스러운 결과를 얻을 수 없었다. 그 이유는 천이현상을 예측하기 위해서는 경계층 내부에 충분히 많은 격자가 배치되어야 하고 동시에 경계층선단(leading edge)의 정체점 근처에서 벽을 따라서도 격자들이 조밀하게 배치되어야 한다. 그러나 스칼라 제어함수를 사용할 경우 경계층에서 요구되는 이러한 양방향 격자배치 요구사항을 동시에 충족시킬 수 없었다.

#### 3.2 벡터 격자제어함수 방법

스칼라 격자제어 함수가 가지는 앞 절에서 언급한 문제를 해소하기 위하여 본 연구에서는 다음과 같은 2차원 벡터 제어함수  $Q$  를 도입한다.

$$Q = \phi(x, y) i + \psi(x, y) j \quad (20)$$

이를 이용하여 유동장 내부 적응격자 점의 새로운 위치는 질량 중심의 개념을 이용하여 다음과 같이 결정한다.

$$r_P^{new} = \left( \frac{\sum_{k=1}^4 \phi_k A_k x_k}{\sum_{k=1}^4 \phi_k A_k}, \frac{\sum_{k=1}^4 \psi_k A_k y_k}{\sum_{k=1}^4 \psi_k A_k} \right) \quad (21)$$

유동장 경계면 격자점 주변에는 2개의 삼각형 제

어체적이 만들어지므로 이를 이용한다. 즉 유동의 남쪽 및 북쪽 경계면을 따라서는

$$r_B^{new} = \left( \frac{\sum_{k=1}^2 \phi_k A_k x_k}{\sum_{k=1}^2 \phi_k A_k}, y_B \right), \quad (22a)$$

반면 유동장의 동쪽 및 서쪽 경계면을 따라서는

$$r_B^{new} = \left( x_B, \frac{\sum_{k=1}^2 \psi_k A_k y_k}{\sum_{k=1}^2 \psi_k A_k} \right). \quad (22b)$$

유동장 내부 및 경계의 모든 격자점에 대하여 상기 세 식을 point-iteration을 적용하여 새로운 위치로 격자점을 이동해 간다. 그리고 계산도중 발산하는 것을 막기 위하여 under-relaxation을 적용한다.

$$r^{new} = (1 - \beta) r + \beta r^{new}, \quad (0 < \beta < 1). \quad (23)$$

계산 격자의 위치 변화가 급격하지 않도록 대부분의 계산에서  $\beta=0.1$ 을 사용하였다.

### 3.3 격자제어함수의 구성

본 연구의 수행과정에서 가능한 여러 격자제어함수를 이용하여 DCT를 수치해석하여 그 결과를 비교한 뒤 최종적으로 다음과 같은 격자제어함수를 채택하였다.

$$Q_i = c_{g1} |S_{II} \delta_i|_c + c_{g2} \left| \frac{\partial S_{II}}{\partial x_i} \right|_c + c_{g3} \left| \frac{\partial p}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right|_c \quad (24)$$

여기서  $\delta_i$ 는 단위벡터를 의미하며,  $|\dots|_c$ 는 벡터 성분의 크기가 유동영역 내에서 각 항의 최대치와 최소치로 정규화 되었음을 의미한다.  $c_{g1}$ ,  $c_{g2}$ ,  $c_{g3}$ 는 격자제어상수이다. 격자제어함수를 성분별로 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi &= c_{g1} |S_{II}|_c + c_{g2} \left| \frac{\partial S_{II}}{\partial x} \right|_c \\ &+ c_{g3} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right|_c \end{aligned} \quad (25a)$$

$$\begin{aligned} \psi &= c_{g1} |S_{II}|_c + c_{g2} \left| \frac{\partial S_{II}}{\partial y} \right|_c \\ &+ c_{g3} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right|_c \end{aligned} \quad (25b)$$

윗 식에서  $S_{II}$ 는 변형률 텐서의 제2차 불변량이다. 즉,

$$S_{II} = S_{ij} S_{ji} = \frac{1}{4} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (26)$$

식(24)의 오른쪽 첫 번째 항은 속도장의 공간구배가 큰 곳에 격자를 밀집시키도록 하고 있으며, 모든 방향에 대하여 동일한 값을 가지는 isotropic 항이다. 반면 오른쪽 두 번째 및 세 번째 항은 방향에 따라 다른 값을 가지는 non-isotropic 항이다. DCT의 성공적 예측을 위해서는 평판 선단의 정체점 부근에서는 두 방향 모두 조밀한 격자배치가 요구된다. 경계층 유동의 경우 벽에 수직인 방향으로  $S_{II}$ 의 변화가 큰 반면 벽 방향으로  $S_{II}$ 의 변화가 상대적으로 작다. 따라서 벽에 수직인 방향으로 충분히 조밀한 격자계가 경계층 내부에 형성이 되지만, 벽을 따라서는 격자간격의 조절이 매우 어렵다. 따라서  $S_{II}$ 의 절대적 크기에만 의존해서는 DCT예측에 요구되는 격자를 얻을 수 없다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 상기의 두 non-isotropic 항을 도입하였다. 윗 식의 오른쪽 두 번째 항은  $S_{II}$ 의 공간구배 즉 속도의 2차 미분이 큰 곳에 격자를 밀집시키도록 하며 난류 경계층보다는 층류 경계층 영역 즉 경계층의 성장초기 영역에 보다 많은 격자배치가 이루어지도록 한다. 반면 윗 식의 오른쪽 셋째 항은 정체점과 같이 압력구배 방향으로 유동의 변형이 일어나는 영역에 격자계를 조밀하게 배치시키도록 한다. 이 항은 다음 장에서 밝혀지겠지만 경계층 선단 영역에서 매우 효과적이다.

DCT를 예측하는 경우 격자제어함수의 구성에

있어서 난류장을 도입하는 것이 개념상으로는 자연스럽게 여겨지지만 이를 채택하지는 않았다. 왜냐하면 위에서 제시한 격자제어함수가 이미 상당히 복잡한 형태를 가지고 있어서 추가적인 복잡성을 배제하는 것이 계산시간의 절감과 계산 code의 간결함을 위해서 바람직하다고 판단이 된다. 또한 난류장은 평균유동장에 영향을 미치게 되므로 난류장의 효과는 간접적으로 반영이 되고 있다.

## 4. 수치계산 및 토의

### 4.1 수치계산의 조건

해석의 대상이 되는 유동은 ERCOFTAC test case T3A 이다(Savill [8], Table 1 참조). 즉, 평판의 선단부에서 난류강도  $Tu (\equiv u_o'/U_o)$ 는 약 3%이고, 자유유동의 압력구배는 영이다. 자유유동의 난류는 isotropic 하다고 가정하였다. 따라서 입구에서 난류운동에너지  $k_o = 1.5 u_o'^2$ 이고, 난류 Reynolds 수  $R_{T_o} (\equiv k^2/(\nu \bar{\epsilon}))$ 는 110 으로 설정하였다. Roach & Brierley[14]의 실험결과에 따르면 경계층 천이는  $Re_x (\equiv xU_o/\nu)$ 가 약  $1.35 \times 10^5$  인 지점에서 일어나기 시작하는데 평판의 길이  $L$ 은 이의 약 2.5배이다. 계산영역 높이  $H$ 는 평판 끝 부분  $x=L$ 에서 경계층 두께의 약 3배가 되도록 설정하였다.

계산결과의 격자의존성을 확인하고 또한 적응격자계의 성능 평가를 위하여 Table 2에서 보는 바와 같이 7가지 서로 다른 수치적 조건으로 유동해석을 수행하였다. 공간고정격자계의 경우에는  $x$  및  $y$  방향의 격자수를  $N_x \times N_y = 61 \times 63$  (key L105x105),  $121 \times 121$  (key M105x105), 그리고  $181 \times 181$  (key F105x105)로 바꾸며 수치실험을 하였다. 이 세 경우 모두  $x$  및  $y$  방향 격자간격 확장률은  $k_x \times k_y = 1.05 \times 1.05$ 로 동일하다. 반면에 적응격자계의 경우는 격자수를  $N_x \times N_y = 61 \times 63$ 로 고정하고 격자제어상수  $c_{g1}$ ,  $c_{g2}$ , 그리고  $c_{g3}$ 를 변화시키며 네 가지 경우에

Table. 1 Computation condition.

평판 길이	$L = 500 \text{ mm}$
계산영역 높이	$H = 25 \text{ mm}$
자유유동 압력구배	$\partial p/\partial x = 0$
자유유동 속도	$U_o = 10 \text{ m/sec}$
유입유동 난류강도	$u'_o = 0.03 U_o$
유입유동 난류레이놀즈수	$R_{T_o} = 110$

Table. 2 Summary of Test Runs

Run Key	$N_x * N_y$	Type	$k_x * k_y$ , or ( $c_{g1}, c_{g2}, c_{g3}$ )
F105x105	181*181	Fixed	1.05*1.05
M105x105	121*121	Fixed	1.05*1.05
L105x105	61*63	Fixed	1.05*1.05
A1000000	61*63	Adap	(1.00, 0, 0)
A1001000	61*63	Adap	(1.00, 1, 0)
A0011000	61*63	Adap	(0.01, 1, 0)
A0011010	61*63	Adap	(0.01, 1, 1)

대하여 수치실험을 하였다.

### 4.2 고정격자계의 결과 및 토의

적응격자계의 성능을 평가하기 위해서는 기준이 될 수 있는 격자의존성이 배제된 기준 수치해를 필요로 한다. 그러나 이 기준해는 실제 물리적 실험결과와의 일치성을 요구하지는 않는다. 앞서 언급하였듯이 DCT 과정을 묘사하기 위하여 많은 물리적 가정과 단순화가 개입되는 난류모형식을 도입하고 있고 이 난류모형식의 정확성 정도에 따라 전산 수치해석 결과와 물리적 실험결과를 차이를 보이기 때문이다. 따라서 물리적 근사에 의한 오류는 이 연구에서 중요하지 않으며, 다만 격자 밀도의 영향이 배제된 수치해를 구하여 기준해로 삼으면 충분하다.

Fig. 3과 4는 격자밀도 변화에 따른 마찰계수

$c_f (\equiv \tau_w / (0.5 \rho U_o^2))$  와 형상계수  $H (\equiv \delta^* / \theta)$ 의 변화를 나타낸다. 여기서  $\delta^*$ 와  $\theta$ 는 각기 배제 두께와 운동량두께이다. 세 경우의 전산해석 모두 DCT 현상을 정성적으로는 재현하고 있으나, Roach & Brierley[14]의 T3A 실험 결과에 비해 DCT이 상당히 일찍 일어나고 있음을 확인할 수 있다. 이는 Launder & Sharma[9]의 난류모형식을 채택한 경우의 일반적 경향으로 Savill[8]에 의하여 이미 확인이 된바 있다. 앞서 언급하였듯이 이러한 난류모형식의 효과는 본 연구에서 별 의미가 없다. 중요한 사실은 격자수가  $N_x \times N_y = 121 \times 121$  이상이면 적어도  $Re_x \geq 1000$ 인 영역에서는 마찰계수와 형상계수 모두 격자의존성이 거의 사라진다는 점이다. 따라서 격자수  $N_x \times N_y = 181 \times 181$ 인 F105x105의 수치해를 뒷절에서 구할 적용격자해를 평가하기 위한 기준으로 사용하기에 충분하다고 판단이 된다.  $N_x \times N_y = 61 \times 63$ 인 경우는 천이가 너무 일찍 일어난다. 초기 경계층 영역에서는 형상계수가 Blasius 해석해의 결과  $H=2.6$ 에 비해 너무 작게 나타나는데 이는 경계층 내부에 충분한 수의 격자가 배치되지 않았기 때문이다.

천이가 일어나기 전의 층류 경계층에서는 마찰계수가 Blasius 해보다도 크게 예측이 되는데 이는 경계층 선단에서는 압력구배가 커서 Blasius의 경계층 근사가 더 이상 타당하지 않기 때문이다. 본 연구에서는 타원형 방정식과 해법을 사용하기 때문에 실험적으로 관찰되는 경계층 선단에서의

정체점 압력 급증이 그대로 재현이 되고, 하류로 감에 따라 압력은 다시 자유유동의 압력으로 회복이 된다. 즉, 평판에서 아주 멀리 떨어진 영역에서는 압력구배가 무시되지만 초기 경계층에 가까운 외부유동 영역에서는 압력구배가 음의 값을 가지게 된다. 즉,  $\partial \hat{p} / \partial x < 0$ . 한편 이 영역에서 주유동 방정식은  $u \partial u / \partial x \approx -\partial \hat{p} / \partial x$ 으로 근사가 되므로 주 유동은 가속이 되어 입구 자유유동의 속도보다도 커지게 된다.  $Re_x = 2000$ 인 위치에서 나타낸 평균속도 분포는 이러한 특징을 잘 재현하고 있다(Fig. 5 참조). 따라서 경계층 내부 유동은 실질적으로는 자유유동 속도  $u_o$ 가 아니라 이보다도 큰 피크점에서의 속도  $u_p$ 에 의하여 구동이 되는 것처럼 거동을 하며 따라서 표면마찰력도 Blasius 해석해 보다도 크게 나타난다. 또한 벽에서부터 피크속도  $u_p$ 가 나타나는 지점까지의 속도변화를 이용하여 구한 형상계수 (Fig. 4)는 격자밀도가 충분한 경우 (F105x105와 M105x105) 천이가 일어나기 전 영역에서 Blasius 값인  $H=2.6$ 을 잘 재현하고 있어서  $u_p$ 에 의하여 경계층이 구동된다고 하는 사실을 확인시켜 준다.

Fig. 6에 나타낸 난류 점성계수와 층류 점성계수의 비  $\nu_T / \nu$ 를  $Re_x = 2000$ 에서 살펴보면, 자유유동 난류성분이 아직은 경계층 내부로 확산이 충분히 이루어지지 않아 경계층 내부에서 난류점성계수는 매우 작은 값을 가진다.

따라서 수치예측한 표면마찰계수와 Blasius 해

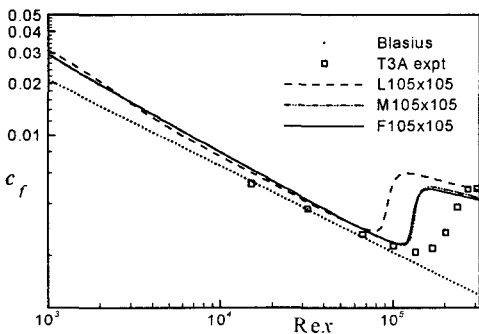


Fig. 3 Predicted skin frictions with fixed grids.

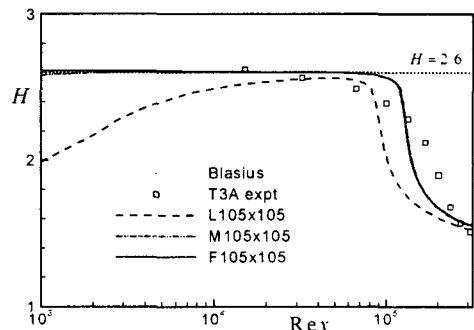


Fig. 4 Predicted shape factors with fixed grids.

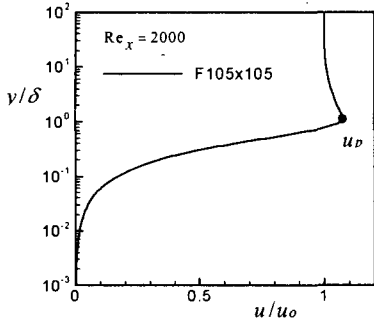


Fig. 5 Typical mean velocity profile at a pretransition region.

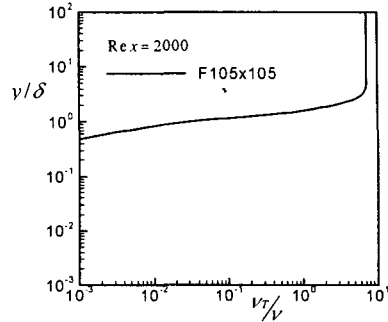


Fig. 6 Ratio of turbulent to molecular kinematic viscosity.

석값과의 차이는 경계층 내 난류성분에 의한 표면마찰의 증가로는 여겨지지 않는다. 그러나  $Re_x$ 가 증가하여 천이점에 가까워지면 후자에 의한 표면마찰력의 증가가 현저히 나타난다. 이는 포물선형 지배방정식을 채택하여 압력구배를 고려하지 않고 하류진행형 (marching type) 수치해석 방법을 채택한 수치해석 결과들에서 관찰이 된다(Savill [8]).

4.3 적응격자계의 결과 및 토의

본 절에서는 적응격자계를 이용하여 수치해를 구하고 앞 절에서 구한 기준 수치해와 비교해 봄으로써 적응격자계의 유효성을 확인하고, 또한 최상의 예측결과를 주는 격자제어상수 조합을 찾는다. 적응격자계를 적용한 모든 결과는 격자수  $61 \times 63$ 로 구해졌다. 초기 격자는 격자간격 확장이 없는 즉  $k_x \times k_y = 1.0 \times 1.0$ 인 균일격자로 설정을 하였으며, 계산이 진행됨에 따라 유동에 감응을 하여 격자계가 점진적으로 이동을 한다.

Fig. 7과 8에 각각 표면 마찰과 형상계수를 나타내었다. 이 그림들에서 모든 경우에 있어서 정성적으로 DCT현상 자체는 재현이 되지만 정량적으로는 큰 편차를 보이고 있다. A1000000의 경우 즉,  $S_{II}$ 만 고려한 경우에는 천이가 너무 일찍 일어나고 형상계수 또한 천이전 영역에서 지나치게 낮게 예측이 되고 있다. 공간고정좌표계를 이용한 L105x105의 경우와 사실상 비슷한 정도의 DCT 예측성능을 보이고 있어서 적응격자계를 도입한 잇점이 없다. 여기에  $S_{II}$ 의 공간구배  $\partial S_{II} / \partial x_i$

를 추가한 경우에도 서로 동일한 가중치 ( $c_{g1} = c_{g2} = 1$ )를 적용하면 별다른 예측결과와 향상을 보이지 않는다(A1001000). 이는 상대적으로  $S_{II}$ 항이  $\partial S_{II} / \partial x_i$ 의 값보다도 전체적으로 큼을 의미한다.  $c_{g2}$  값을 1.0으로 유지하면서  $c_{g1}$ 을 변화시키는 수치 실험을 통하여  $c_{g1}$  값을 현저히 줄였을 때 비로써  $\partial S_{II} / \partial x_i$ 항이 기능을 하며 DCT 예측 결과가 크게 향상됨을 발견할 수 있었다. 그러나  $c_{g1} = 0$ 인 경우는 수치적 불안정성이 관찰이 되었으며 따라서 본 연구에서는  $c_{g1} = 0.01$ 으로 설정을 하였다 (A0011000). 그러나 여전히 천이가 일찍 일어나고 층류 경계층에서  $H$  값이 2.6보다도 작은 등 기준해와는 뚜렷한 차이를 나타내고 있다.

여기에 압력구배와 유동변형률의 상호작용  $\partial \tilde{p} / \partial x_j \cdot \partial u_i / \partial x_j$ 을 추가하면 (A0011010,  $c_{g3} = 1.0$ ), 표면마찰계수 및 형상계수 모두 수치 기준해와 거의 일치하는 좋은 DCT 예측이 이루어짐을 발견할 수 있다. 따라서 본 연구에서는  $(c_{g1}, c_{g2}, c_{g3}) = (0.01, 1.0, 1.0)$ 을 최적의 격자제어상수 조합으로 제시를 한다.

Fig. 9는 경계층 선단에서 벽에 수직방향의 격자간격  $\Delta y$ 의 변화를 나타내고, Fig. 10은 평판벽을 따른 격자간격  $\Delta x$ 의 변화를 나타낸다.  $c_{g1}$ 의 영향을 줄임에 따라 경계층 선단에서  $\Delta y$ 가 커지는 부정적인 효과가 다소 나타난



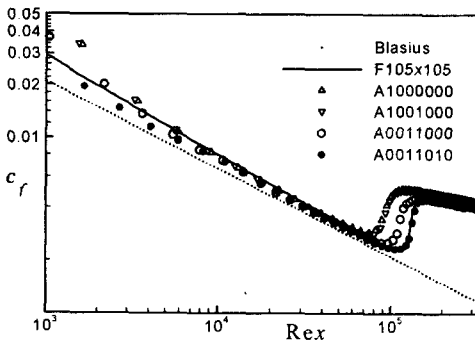


Fig. 7 Predicted skin frictions with adaptive grids.

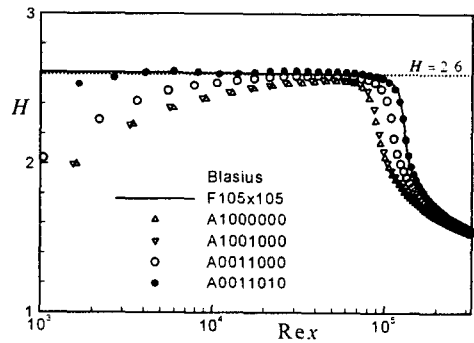


Fig. 8 Predicted shape factors with adaptive grids.

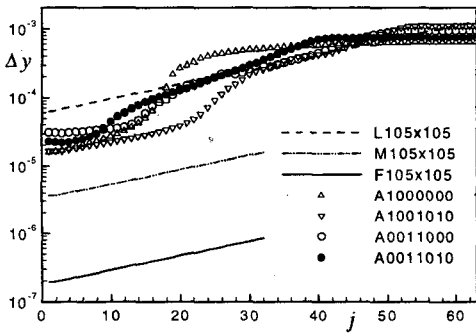


Fig. 9 Variations of grid spacing along the wall-normal direction at the leading edge.

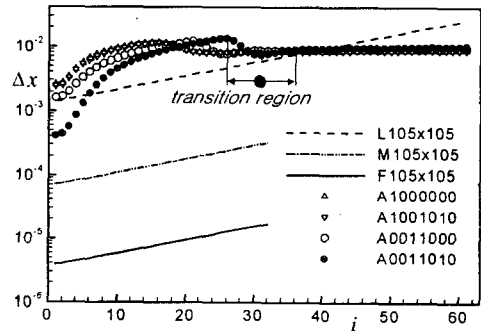


Fig. 10 Variations of grid spacing along the plate wall.

다. 즉 초기 경계층 영역내에 배치되는 격자수가 다소 줄어든다. 반면에  $\Delta x$ 는 감소하는 긍정적인 효과가 나타난다. 앞서의 DCT 예측 결과와 견주어 보면  $\Delta y$ 가 어느 한계범위 보다도 작은 경우  $\Delta y$ 가 다소 증가하더라도  $\Delta x$ 를 줄이는 것이 DCT 예측에 있어서 격자의존성을 줄이는데 도움이 된다는 것을 알 수 있다. 특히 격자제어함수가 압력구배항에 감응을 하도록 하면 경계층의 초기 발달 영역에서 매우 유효하게 작용을 함을 발견할 수 있다. 즉,  $c_{f1}$ 을 줄임으로서  $\Delta y$ 가 증가하는 부정적 효과가 상당히 해소되어 다시  $\Delta y$ 가 줄어드는 것을 볼 수 있다. 그러나 무엇보다도 이항의 긍정적 효과는 주 유동방향 격자간격의 재배치에서 볼 수 있다. Fig. 10에서 보듯이 경계층 초기영역에서  $\Delta x$ 가 1차수 정도 줄어든다. 그리고 경계층의 천이가 일어나는 국부적인 영역에

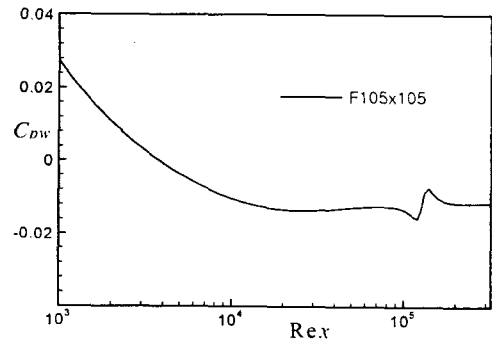


Fig. 11 Variation of pressure coefficient along the plate wall.

서 격자재배치가 일어나고 있는데 그 이유는 Fig. 11에서 찾을 수 있다. 이 그림은 벽을 따라 압력 계수  $C_p (= 2\tilde{p}/u_o^2)$ 의 변화를 나타낸 것인데 경계층 천이가 일어나는 영역에서 S-자형압력 변

동이 일어난다. 따라서 이 영역에서의 격자제어함수가 주변영역에 비해 큰 값을 가지게 된다.

경계층 천이가 종료된 후 평판의 끝 부분  $x=L$ 에서의 평균 속도 분포를 Fig. 12에 나타내었는데, 전형적인 난류 경계층의 모습을 확인할 수 있고, 약 71%의 격자(총 63개의 격자 중 45개의 격자)가 경계층 내부에 배치되었다. 평균속도를 semi-log 그래프로 다시 나타낸 것이 Fig. 13이다. 벽으로부터 떨어진 첫 번째 격자점은  $y^+ = 3.43$ 에 위치하며 두 번째 격자점은 층류저층(linear sublayer) 밖에 놓여있다. 층류저층 내에 적어도 두 점 이상이 놓여지는 것이 유동의 정확한 해석을 위하여 바람직한데 다소 불만족스러운 결과이다. Log-law 영역에서는 기준 수치해와 적응격자 수치해(A0011010)가 약간의 차이를 보이는데 이는 수치해를 이용해 구한 마찰속도(friction velocity)가 상호간에 다소 차이가 있기 때문에 나타나는 결과이다. 또한 수치해는 universal log-law 속도보다 크게 예측이 되고 있는데 이는 채택한 난류모형의 고유한 내부적 문제로(Patel, Rodi & Scheuerer, [15]) 수치적 방법에 기인하는 결과는 아니다. 이상의 검토로부터 A0011010은 비록 격자수는  $61 \times 63$ 에 불과하지만 해의 격자의존성은 매우 낮은 신뢰성 있는 결과를 나타내고 있음을 알 수 있다.

## 5. 요약 및 결론

가스터빈 익렬내부 유동에서 흔히 나타나는 확산제어천이(Diffusion Controlled Transition, DCT) 현상의 전산해석을 효율적으로 수행하기 위한 적응격자배치법을 연구하였다. 이를 위해 제어체적 방법에 근거한 적응격자법을 채택하였으며 특히 격자제어함수의 개발에 중점을 두었다. 격자제어함수는 평균유동 변형량텐서의 2차 불변량, 그의 공간구배, 그리고 압력구배와 유동변형량의 상호간섭에 의한 세 항으로 구성이 되었다. DCT 현상은 계산난류모형으로 수학적 모형을 구성하였으며, ERCOFTAC T3A 경우에 대하여 전산해석을 수행하였다. 먼저 세밀한 공간고정격자계를 이용하여 기준 수치해를 얻은 다음 성긴 적응격자계를 이용하여 수치해를 얻어 본 연구에서

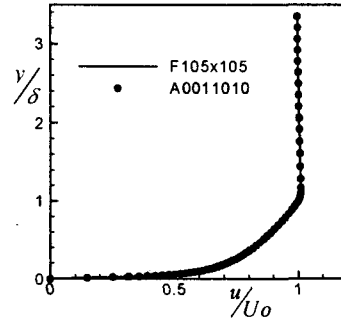


Fig. 12 Distribution of grids at  $x=L$ .

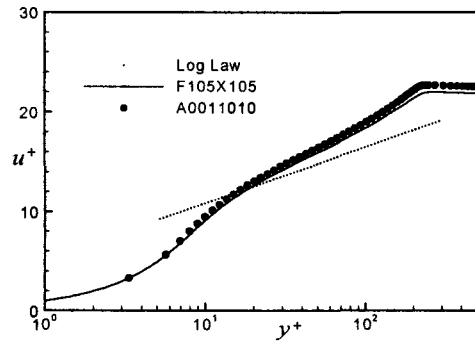


Fig. 13 Calculated velocity profiles.

제시된 적응격자제어함수의 유효성을 평가하였다. 그 결과 본 연구에서 제시한 격자제어함수를 사용할 경우 보다 적은 수의 계산 격자를 사용하여도 충분히 정확하게 DCT를 예측할 수 있음을 확인하였다. 또한 천이가 일어나기 전 층류경계층의 마찰계수 및 형상계수, 그리고 천이가 종료된 후의 난류경계층 속도분포 등에서 격자의존성은 무시될 수 있는 오차범위 내에서 예측이 되었다. 따라서 본 연구결과를 실제 가스터빈 익렬 내부의 3차원 비정상 유동상황에 적용할 경우 격자수의 절감에 의한 전산해석의 효율성이 크게 향상될 수 있을 것으로 판단된다.

## 후 기

본 연구는 학술진흥재단의 연구비 지원으로 수행이 되었습니다 (과제번호: KRF-95-003-E0375). 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

## 참고문헌

- [1] Simoneau, R. J. and Simon, F. F., "Progress towards understanding and predicting heat transfer in the turbine gas path," *Int. J. Heat and Fluid Flow* **14**, (1993), pp. 106-128
- [2] Kim, H. J. and Thompson, J. F., "Three-dimensional adaptive grid generation on a composite-block grid," *AIAA J.* **28** (1990), pp.470- 477.
- [3] Berger, M. J., "Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations," *Ph.D Thesis* (1982), Stanford University.
- [4] Berger, M. J. and Oliger, J., "Adaptive mesh refinement for hyperbolic partial differential equations," *J. of Comput. Phys.* **53** (1984), pp. 484-512.
- [5] Berger, M. J. and Colella, P., "Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics," *J. of Comput. Phys.* **82** (1989), pp. 64-84.
- [6] Eiseman, P. R., "Adaptive grid generation," *Comp. Methods in Appl. Mech and Eng.* **64** (1987), pp. 321-376.
- [7] Morkovin, M. V., "Instability transition to turbulence and predictability," *AGARD Report AG-236*, (1978).
- [8] Savill, A., M., "Some recent progress in turbulence modelling of by-pass transition," in *Near- Wall Turbulence Flows* (eds. So, R. M. C., Speziale, C. G., and Launder, B. E.), Elsevier (1993), pp. 829-848.
- [9] Launder, B. E. and Sharma, B. I., "Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disk," *Letters in Heat and Mass Transfer* **1** (1974), pp.131-138.
- [10] Voke, P. R. and yang, Z., "Numerical studies of the mechanism of bypass transition in the flat plate boundary layer," *Proc. Ninth Symp. Turb. Shear Flows*, Paper 21-4, Kyoto, Japan, August 16-19 (1993).
- [11] Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York (1980).
- [12] Rhie, C. M. and Chow, W. L., "Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation," *AIAA J.* **21** (1983), pp. 1525-1532.
- [13] Leonard, B. P., "A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation," *Comput. Meth in Applied Mech Eng.* **19**, (1979), pp. 59-98.
- [14] Roach, P. E. and Brierley, D. H., "The influence of a turbulent free stream on zero pressure gradient transitional boundary layer development," in *Numerical Simulation of Unsteady Flows and Transition to Turbulence* (eds. Pironneau et al.) C. U. P. New York (1992), pp. 319-347.
- [15] Patel, V. C., Rodi, W. and Scheuerer, G., "Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows: a review," *AIAA J.* **23**, (1985), pp. 1308-1319.