

## Node-reduction Model of Large-scale Network Grape

黃 載 皓\*  
(Jae-Ho Hwang)

**Abstract** - A new type geometric and mathematical network reduction model is introduced. Large-scale network is analyzed with analytic approach. The graph has many nodes, branches and loops. Circuit equations are obtained from these elements and connection rule. In this paper, the analytic relation between voltage sources and nodes is verified. Voltage source is imbedded into the adjacent node. Each node which connects a voltage source has a mutual different graphic property. Node-reduction procedure is achieved with this circuit property. Consequently voltage source value is included into the adjacent node-analyzing equation. A resultant model equations are reduced as much as voltage source number. Matrix rank is  $(n-1-k)$ , where  $n$ ,  $k$  is node and voltage source number. The reduction procedure is described and verified with geometric principle and circuit theory. Matrix type circuit equation can be composed with this technique. The last results shall be calculated by using computer.

**Key Words** : Large-scale Network, Network Graph, Node Analysis, Node-reduction Model

### 1. 서 론

미턴스와 전류원 값들로 구성된 회로망 방정식을 갖는다.[3,4] 회로망 해석을 위한 수식의 수는 그래프의 마디와 가지 및 전원의 수에 의해 결정된다. 전압원과 전류원이 함께 존재할 때 등가 변환이 가능한 경우에는 별 문제가 없으나 그렇지 않을 경우 각 마디에서의 전류 관계식 정립을 위한 복잡한 수식전개를 통한 회로해석 과정이 필요하다.[1] 본 연구에서는 전압원과 전류원이 함께 존재하는 대형 회로망 그래프에서 가지 전류들 상호 관계와 마디 전압들 사이의 회로적 관계를 규명함으로써 마디 중심 축소 모델을 고안한다. 마디 중심으로 대형 회로망을 해석함에 마디와 가지의 기하학적 상호 접속 관계의 수식화를 비롯하여 각각의 마디 전압과 가지의 어드미턴스, 그리고 전원의 회로적 역할 등을 고려하였다.[5,7] 회로망 해석을 위한 미지수 설정과 축소 모델을 통한 간략화 기법 등이 마디 전류 관계식적 접근과 마디 전압 관계식적 시도를 통해 제시된다.

### 2. 본 론

회로망 그래프의 각 마디로부터 관련 수식을 정립해 갈 때, 통상 가지 전류들이나 기준 마디를 제외한 나머지 마디들의 전

압들을 미지수로 놓는다.[6] 회로내의 전원이 모두 전류원이면 그 전류원 값들로 전원부 행렬을 구성한다. 전원 가운데 전압원이 포함되어 있을 때, 등가 변환이 가능한 경우는 별 문제가 없으나, 전압원 단독으로 존재하는 경우 전압원의 회로망 그래프적 위치를 회로적으로 추적하여 이를 수식화함이 필요하다. 본 논문에서는 편의상 이러한 전압원을 “단독전압원(Isolated Voltage Source)”으로 부르겠다.

#### 2.1 마디 전류 관계식에 의한 마디 축소 모델

전압원 자체도 전류 흐름을 형성하고 접속 마디를 통해 인접 가지의 어드미턴스와 함께 전류값에 영향을 끼친다. 회로망에  $n$ (개)의 마디와  $b$ (개)의 가지가 있고, 가지 가운데  $f$ (개)의 전류원,  $k$ (개)는 단독 전압원 그리고  $m$ (개)의 어드미턴스 가지가 있을 때, 전체 가지의 수  $b = f + k + m$  을 만족한다.

##### 2.1.1 마디에서의 마디 전류 관계식

$k$ (개) 단독 전압원 가지의 전류를  $I_m$ , ( $m=1,2,\dots,k$ )라고 가정하면, 전체 마디의 수  $n$ (개)에 대하여 전류 방향을 고려한 전류 방정식을 세운다.[8]

$$\sum_j I_{ij} = 0 \tag{1}$$

여기서

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = i\text{번째 마디와 접속된 가지들}$$

\* 正 會 員 : 大田産業大 電氣電子工學部 副教授  
 接受日字 : 2000年 8月 4日  
 最終完了 : 2001年 2月 8日

가지와 마디의 접속 상태를 구한다.[4]

$$C_0 I_B = 0 \quad (2)$$

여기서

$$I_B = [I_1 \ I_2 \ \dots \ I_b]^T \in R^b : \text{가지 전류 행렬}$$

식 (2)에서  $C_0 \in R^{n \times b}$ , ( $n < b$ )이나  $\text{Rank}(C_0) = n - 1$ 이므로  $C_0$ 의 행 가운데 전원이 곱해지는 해당원소가 0인 임의의 행 하나를 제거하여 행렬  $C_1$ 으로 놓는다. 이때  $\text{Rank}(C_1) = n - 1$ 로서  $C_1$ 을 접속행렬이라 한다[4].  $C_1$ 과  $I_B$ 의 곱으로 식(2)를 대치한다.

$$C_1 I_B = 0 \quad (3)$$

식 (2)에서  $C_1 \in R^{n \times b}$  이고  $I_B \in R^b$  이기 때문에 그 자체로써 미지수  $I_B$ 를 구할 수 없다. 모든 가지의 전류 행렬  $I_B$  가운데 전원의 전류 부분을 분리한다. 전원은 전류원과 전압원으로 구분한다. 전류원은 직접 가지 전류를 대신하므로 별 문제가 없으나 전압원의 경우 전류값을 가정한다.  $k$ (개)의 단독전압원 전류값 행렬을  $I_M$  으로 놓는다.

$$I_M = [I_{m1} \ I_{m2} \ \dots \ I_{mk}]^T \in R^k \quad (4)$$

대형 회로망 내에 존재하는  $p$ (개)의 전류원들로 구성된 행렬을  $I_P$  라 한다.

$$I_P = [I_{p1} \ I_{p2} \ \dots \ I_{pp}]^T \in R^p \quad (5)$$

식(3)의  $I_B$  가운데  $I_M$  과  $I_P$  를 제외한 나머지 전류는 순수히 수동소자만에 흐르는 전류로서 구하고자 하는 미지수이다. 이를  $I_A \in R^{b-p-k}$  라고 놓고,  $I_A, I_P$  및  $I_M$ 으로 식(3)을 변형한다. 행렬  $C_1$ 은  $I_A, I_P$  및  $I_M$  에 따라 세 부분으로 나누어진다.

$$[C_{11} : C_{12} : C_{13}] \begin{bmatrix} I_A \\ \dots \\ I_M \\ \dots \\ I_P \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

여기서

$$C_{11} \in R^{(n-1) \times (b-p-k)}, \quad C_{12} \in R^{(n-1) \times k}$$

$$C_{13} \in R^{(n-1) \times p}$$

식 (6)을 미지수와 전류원으로 나누어 양변에 정리한다.

$$C_{11} I_A = -C_{12} I_M - C_{13} I_P \quad (7)$$

### 2.1.2 대형 회로망 그래프 대표 전류에 의한 전류 환산과 축소모델

$n$ (개)의 마디와  $b$ (개)의 가지,  $p$ (개)의 전류원 가지가 있는 대형 회로망 그래프에서 독립된 전류값 미지수의 최소 개수  $a_1 = b - n + 1 - p$ (개)로서, 이 전류로 나머지 전류의 환산이 가능하다[1]. 식(7)의  $I_A$  가운데  $a_1$ (개)의 전류를 선정하여  $I_{A1} \in R^{a_1}$ 으로 놓고, 나머지 전류를  $I_{A2} \in R^{b-p-k-a_1}$ 로 선정한 후, 단독전압원 전류 행렬  $I_M$ 과 함께 가지 전류 상호 관계를 설정한다.

$$\begin{bmatrix} I_{A2} \\ \dots \\ I_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} \\ \dots \\ D_{21} \end{bmatrix} I_{A1} + \begin{bmatrix} D_{12} \\ \dots \\ D_{22} \end{bmatrix} I_P \quad (8)$$

여기서

$$D_{11} \in R^{(b-p-k-a_1) \times a_1}, \quad D_{21} \in R^{k \times a_1}$$

$$D_{12} \in R^{(b-p-k-a_1) \times p}, \quad D_{22} \in R^{k \times p}$$

식(7)의  $I_A$  를  $I_{A1}, I_{A2}$  로 구분한다.  $C_{11}$ 도  $A_{11}$  과  $A_{12}$  로 나눈다.

$$[A_{11} : A_{12}] \begin{bmatrix} I_{A1} \\ \dots \\ I_{A2} \end{bmatrix} = -C_{12} I_M - C_{13} I_P \quad (9)$$

여기서

$$A_{11} \in R^{(n-1) \times a_1}$$

$$A_{12} \in R^{(n-1) \times (b-p-k-a_1)}$$

식 (8)과(9)를 풀고, 식(8)의  $I_{A2}$ 와  $I_M$ 을 식(9)에 대입한다.

$$(A_{11} + A_{12} D_{11} + C_{12} D_{21}) I_{A1} = -(A_{12} D_{12} + C_{12} D_{22} + C_{13}) I_P \quad (10)$$

식 (10)을 다음과 같이 간단히 표현한다.

$$S_0 I_{A1} = T_0 I_P \quad (11)$$

여기서

$$S_0 = A_{11} + A_{12} D_{11} + C_{12} D_{21} \in R^{(n-1) \times a_1}$$

$$T_0 = -(A_{12} D_{12} + C_{12} D_{22} + C_{13}) \in R^{(n-1) \times p}$$

미지수  $I_{A1}$  을 계산하기 위해 식(11)의  $S_0$  는  $R^{a_1 \times a_1}$  : 정방행렬,  $T_0$  는  $R^{a_1 \times p}$  가 되도록 정리하고 불필요한 행을 제거한다. 이렇게 정리한 행렬을  $S_1$  및  $T_1$ 으로 놓고 식(11)을 변형한다.

$$S_1 I_{A1} = T_1 I_P \quad (12)$$

여기서

$$S_1 \in R^{a_1 \times a_1}, \quad T_1 \in R^{a_1 \times p}$$

식(12)는 가지 전류 상호 관계 규명을 위한 축소 모델이다. 식(8)과 식(12)를 조합하여 전류원과 그 밖의 가지 전류 관계를 설정한다.

$$\begin{pmatrix} I_{A1} \\ \vdots \\ I_{A2} \\ \vdots \\ I_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1^{-1} T_1 \\ \dots\dots\dots \\ D_{11} S_1^{-1} T_1 + D_{12} \\ \dots\dots\dots \\ D_{21} S_1^{-1} T_1 + D_{22} \end{pmatrix} I_P \quad (13)$$

식(12)와 (13)을 회로망 전압전류 관계식에 응용하면 전체 회로망 해석이 가능하다.[6]

## 2.2 마디 전압 관계식에 의한 마디축소 모델

### 2.2.1 단독전압원 가지가 없는 경우의 마디 전압 관계식

전류원과 어드미턴스로 구성된 회로망에서 n-1(개) 마디 전압이  $V_i, i=1, 2, \dots, (n-1)$  일 때, n-1(개) 마디에서 마디 전압 관계식을 수립한다.[3,4]

$$Y_I V_I = I_I \quad (14)$$

여기서

$$V_I = [V_1 \ V_2 \ \dots \ V_{n-1}]^T$$

$$I_I = [I_{s1} \ I_{s2} \ \dots \ I_{s(n-1)}]^T$$

$$I_{s_i} (i=1, 2, \dots, (n-1)) = \sum_j I_j : j\text{번째 마디와 접속된}$$

전류원 합.

전류원 극성은 마디로 들어오면 (+),

마디에서 나가면 (-)이고, 연결된 전류원이 없으면 0

$$Y_I \in R^{(n-1) \times (n-1)}$$

$$a_{ij} = \sum_k Y_k, i, j=1, 2, \dots, (n-1) : k\text{ 번째 마디와 접속된}$$

어드미턴스의 합

$$a_{ij} = a_{ji} = \sum_l -Y_l, i, j=1, 2, \dots, (n-1) : k\text{ 번째 마}$$

디와 인접 마디의 어드미턴스 합

### 2.2.2 단독 전압원 가지가 있는 경우의 마디 전압 관계식

**정리 1 :** b(개)의 가지 가운데 단독전압원 가지의 개수가 k(개)이며, 2개 이상의 단독전압원이 서로 인접 접속된 마디가 존재하지 않을 때, 단독전압원 포함 가지와 접속되지 않은 마디의 수는  $n-2k$ (개)이다.

**증명 :** 자명하다. 단독 전압원 포함 가지가 마디를 사이에 두

고 서로 접속하지 않으므로 k(개)의 마디인 2k(개)와 접속한다.

**정리 2 :** b(개)의 가지 가운데 2개 이상의 단독전압원이 서로 인접 접속된 마디에 연결된 가지의 수가 k(개)이고, 접속 마디 중복 계수(計數)가 p(개)일 때, 단독전압원 포함 가지와 접속되지 않은 마디의 수는  $n-2k+p$ (개)이다.

**증명 :** k(개) 가지와 접속된 마디의 총 수는 2k 이나, 그 가지들이 마디를 통해 서로 연결된 경우 마디의 수효가 중복된다. 접속 마디에서의 중복 계수를 p(개)라 할 때, 단독전압원 접속 마디의 수는  $2k-p$ (개)이다.

k(개)의 단독전압원  $V_f, (f=1, 2, \dots, k)$ 의 전류값  $I_m$  은 식(14)의 전류원 행렬  $I_I$  에서 전류원으로 취급 가능하다.  $V_f$  가 연결된 두 마디에서  $I_m$  은 전류 입출입 방향이 서로 반대이므로 서로 다른 (+), (-) 두 극성을 갖는다. 단독전압원이 내재된 회로망에 대하여 식(14)를 변형한다.

$$Y_I V_I = I_I \quad (15)$$

여기서

$$I_I = [I_{s1} \ I_{s2} \ \dots \ I_{s(n-1)}]^T \in R^{(n-1)}$$

$$I_{s_i} = [\sum_j I_j + \sum_k I_k, 0], (i=1, 2, \dots, (n-1))$$

하나의 마디에 2(개) 이상의 단독전압원이 함께 연결되어 있지 않은 경우, 정리 1에 의해 n-1(개)의 마디 전압 가운데  $n-2k$ (개)의 마디 전압이 단독 전압원과 접속되어 있다. 식(15)에서 단독전압원과 접속된 마디 전압을 분리하여 식을 정립한다.

$$[Y_{n0} : Y_n] \begin{bmatrix} V_{n0} \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n0} \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서

$V_{n0}$  : 단독전압원과 연결되지 않은 마디 전압

$V_n$  : 단독전압원과 연결된 마디 전압

$$Y_{n0} \in R^{(n-1) \times (n-1-2k)}, \quad Y_n \in R^{(n-1) \times k}$$

$$V_{n0}, I_{n0} \in R^{(n-1-2k)}, \quad V_n, I_n \in R^k$$

반면에 연결되어 있는 경우, 정리 2에 의해 단독전압원 접속 마디의 수  $2k-p$ (개)에 해당하는 마디 전압과 전류원이 존재한다. 이 때 수식의 형태는 식(16)과 같고 각 행렬의 차수는 다음과 같다. 편의상 동일한 수식 형태를 사용한다

$$Y_{10} \in R^{(n-1) \times (n-1-2k-p)}, \quad Y_{11} \in R^{(n-1) \times (2k-p)}$$

$$V_{10}, I_{10} \in R^{(n-1-2k+p)}, \quad V_{11}, I_{11} \in R^{2k-p}$$

식 (16)의 우변은 정성적으로  $I_0 = \{ \text{본래 전류원}, 0 \}$   $I_n = \{ \text{본래 전류원}, \text{단독 전압원에서 가정한 전류값}, 0 \}$ 이다. 본래 전류원 값들을  $I_{ai}$ , ( $i=1, 2, \dots$ ), 단독 전압원에서 가정한 전류값을  $I_{bi}$ , ( $i=1, 2, \dots$ ),  $i+j < (n-1)$ 라고 할 때,  $I_0$ 의 원소는  $\sum I_{ai}$ 이고  $I_n$ 의 원소는  $\sum I_{ai} + \sum I_{bi}$ 이다. 이 때 단독전압원에서 가정한 전류값은 그와 접속된 양단 마디로 유입하는 동시에 유출되므로 (+), (-) 극성을 갖는다.

**2.2.3 단독 전압원 전류값 소거에 의한 마디 축소 모델 구현**

식 (16)의  $I_n$ 의 원소들이 마디로의 유출입에 따른 방향성에 의해 극성을 갖고, 각 전류값이 (+), (-) 상대쌍을 갖고 있으므로, 식(16)을 행끼리의 합성에 의해 단독전압원 전류값들을 소거한다. 전류값 소거는 두 경우에 고찰한다. 경우 1은 임의의 마디에 연결된 단독전압원이 한 개 존재하는 것이며, 경우 2는 임의의 마디에 2개 이상의 단독전압원이 연결된 것이다. 이하 경우1과 경우 2로 부른다.

**i) 경우 1**

**정리 3 :** n(개)의 마디와 b(개)의 가지로 구성된 대형 회로망에서 k(개)의 가지에 단독전압원이 있고, 그 가지의 전류 방향이 정해져 있으며 임의의 마디에 단독전압원 가지가 하나 접속되어 있는 경우, 단독전압원 가지와 연결된 2k(개)의 마디 가운데 마디로 전류가 유입되는 경우의 수와 마디에서 전류가 유출되는 경우의 수는 k로서 서로 동일하다.

**증명 :** 자명하다.

정리 3에 의해 식 (16)의  $V_n$ 과  $I_n$ 은 단독전압원 전류가 유입되는 마디와 유출되는 마디로 양분되고,  $I_n$ 의 원소들 사이에는 절대값이 같고 부호가 서로 반대인 단독전압원 전류값이 각각 k(개)씩 존재한다.

$$V_n = [V_{n1} : V_{n2}]^T \tag{17}$$

$$I_n = [I_{n1} : I_{n2}]^T \tag{18}$$

여기서

$$V_{n1}, V_{n2}, I_{n1}, I_{n2} \in R^k$$

식 (17)의  $I_{n1}$ 과  $I_{n2}$ 를 합성하면 단독전압원 전류값들이 서로 상쇄되어 0이 되고,  $I_n$ 의 원소들 가운데 있었던 본래 전류원 값들만 남는다.

$$I_n = I_{n1} + I_{n2} = \{ \sum I_{ai} \}, \quad i=1, 2, \dots \tag{19}$$

$V_{n1}, V_{n2}$ 에 의해 식 (16)을 변형한다.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n0} \\ \dots \\ V_{n1} \\ \dots \\ V_{n2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n0} \\ \dots \\ I_{n1} \\ \dots \\ I_{n2} \end{bmatrix} \tag{20}$$

여기서

$$\begin{aligned} Y_{11} &\in R^{(n-1-2k) \times (n-1-2k)}, & Y_{12} &\in R^{(n-1-2k) \times k}, \\ Y_{13} &\in R^{(n-1-2k) \times k}, \\ Y_{21} &\in R^{k \times (n-1-2k)}, & Y_{22}, Y_{23} &\in R^{k \times k}, \\ Y_{31} &\in R^{k \times (n-1-2k)}, & Y_{32}, Y_{33} &\in R^{k \times k} \end{aligned}$$

식 (19)의 방법으로 단독 전압원을 소거한다.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & Y_{12} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{21} + Y_{31} & Y_{22} + Y_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n0} \\ \dots \\ V_{n1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{13} \\ \dots \\ Y_{23} + Y_{33} \end{bmatrix} V_{n2} \\ &= \begin{bmatrix} I_{n0} \\ \dots \\ I_{n2} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{21}$$

**ii) 경우 2**

단독전압원 양단 마디에 전류 방향을 고려한 (+),(-) 극성은, 그러한 마디에 다른 단독전압원이 연결되더라도 유지된다.

**정리 4 :** 회로망의 b(개)마디 가운데 단독전압원을 내재한 가지의 수가 k(개)이고, 전체 n(개)마디 중에 그러한 가지들이 2개 이상 서로 접속된 마디가 l(개), ( $l < (n-1)$ ) 존재할 때, 이렇게 연결된 l(개)의 마디 가운데 마디로 유입되는 단독전압원 전류값의 수와 마디에서 유출되는 단독전압원 전류값의 수는 서로 동일하다.

**증명 :** 단독전압원들이 동일 마디를 통해 서로 연결되었다는 사실과 가지 양단 마디에서의 전류 유출입에 따른 절대값이 같고 극성이 서로 반대인 전류값이 쌍으로 존재한다는 사실은 전혀무관하다. □

단독전압원 가지가 중복 접속되면 하나의 마디에 2개 이상의 단독전압원 전류값이 중복되므로 식(16)의  $I_n$ 은 식(18)에서와 같이 동일한 수로 양분하지 않는다. 정리 4에 의해  $I_n$ 의 전체 원소들 속에 산재한다. 단독 전압원 전류값 소거를 위해 식(16)의  $I_n$  행들 간 연산시 정리 2에서의  $2k-p$ (개)행은 정리 4에서의 l(개) 행으로 감소한다. 경우 1과 마찬가지로  $V_n$ 과  $I_n$ 을

$$V_n = [V_{n1} : V_{n2}]^T \tag{22}$$

$$I_n = [I_{n1} : I_{n2}]^T \tag{23}$$

로 놓고 식(20)과 같이 식(16)을 변형한다.

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ \dots & \dots & \dots \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{J0} \\ \dots \\ V_{J21} \\ \dots \\ V_{J22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{J0} \\ \dots \\ I_{J21} \\ \dots \\ I_{J22} \end{bmatrix} \quad (24)$$

식(19)와 동일한 방식으로 식(23)의  $I_{J21}$ 과  $I_{J22}$  를 합성하면 정리 4에 의해  $l$ (개)의 행이 된다.

$$I_{J3} = I_{J21} + I_{J22} = \{ \sum I_{bi} \}, \quad i=1,2,\dots \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ \dots & \dots \\ G_{21} + G_{31} & G_{22} + G_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{J0} \\ \dots \\ V_{J21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{13} \\ \dots \\ G_{23} + G_{33} \end{bmatrix} V_{J22} = \begin{bmatrix} I_{J0} \\ \dots \\ I_{J3} \end{bmatrix} \quad (26)$$

식(21)과 식(26)은 동일한 형태이다. 이를 하나의 일반식으로 표현한다.

$$\begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \\ \dots & \dots \\ Y_3 & Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{J0} \\ \dots \\ V_{J21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_5 \\ \dots \\ Y_6 \end{bmatrix} V_{J22} = \begin{bmatrix} I_{J0} \\ \dots \\ I_{J21} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$V_n = [V_{J21} : V_{J22}]^T \quad (28)$$

### 2.2.4 마디까지 전압 관계식에 의한 축소 모델구현

전압값만 수치값으로 주어진 단독전압원의 가지 전압은 전압원 양단 마디 전압으로 결정된다.  $k$ (개)의 단독전압원 전압을  $V_{sj}$ , ( $j=1,2,\dots,k$ )라고 할 때,  $V_{sj}$ 는 해당 가지 양단 마디의 전위차이다.  $V_{sj}$ 의 전압 극성을 고려하여 식(16)의 단독전압원이 연결된 마디 전압  $V_n$ 과의 관계를 설정한다.

$$V_s = S_A V_n \quad (29)$$

여기서

$$V_s = [V_{s1} \ V_{s2} \ V_{s3} \ \dots \ V_{sk}]^T \in R^k$$

$$S_A \in R^{k \times k} \text{ 또는 } R^{k \times l}$$

$a_{ij} = 1$ :  $V_{sj}$ 의 (+)극성이 마디에 접속된 경우

$-1$ :  $V_{sj}$ 의 (-)극성이 마디에 접속된 경우

식(29)의  $S_A$ 를 두 부분으로 구분한다.

$$S_A = [S_{A1} : S_{A2}] \quad (30)$$

식(28)과 식(30)을 식 (29)에 대입한다.

$$V_s = S_{A1} V_{J21} + S_{A2} V_{J22} \quad (31)$$

식(30)의  $S_{A1}$ 이나  $S_{A2}$ 가 +1 또는 -1을 원소로 갖고 있으므로, 식(31) 우변의 두 항은  $V_{J21}$ 이나  $V_{J22}$ 의 경우 모두 극성만을 갖고 있다. 즉, 단독전압원  $V_s$ 는 그것과 양단에 연결된 마디전압  $V_{J21}$ 과  $V_{J22}$ 의 전위차인 셈이다.  $V_{J21}$ 을  $V_s$ 의 (+)극성에 접속된 마디,  $V_{J22}$ 를 (-)극성에 연결된 마디로 놓고 식(31)을 정리한다.

$$V_s = V_{J21} - V_{J22} \quad (32)$$

식(32)를  $V_{J22}$ 에 관한 식으로 변형한다.

$$V_{J22} = -V_s + V_{J21} \quad (33)$$

식(33)을 식(27)에 대입하여 축소 모델을 구한다.

$$\begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 + Y_5 \\ \dots & \dots \\ Y_3 & Y_4 + Y_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{J0} \\ \dots \\ V_{J21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{J0} + Y_5 V_s \\ \dots \\ I_{J21} + Y_6 V_s \end{bmatrix} \quad (34)$$

식(34)를 간단히 식(35)로 표현한다.

$$Y_d V_d = I_d \quad (35)$$

식(35)의 행렬  $Y_d, V_d, I_d$ 를 2.2.3의 두 경우에 대하여 고찰하면 다음과 같다.

i) 경우 1:  $Y_d \in R^{(n-1-k) \times (n-1-k)}$

: 정방행렬,  $V_d, I_d \in R^{(n-1-k)}$

ii) 경우 2:  $Y_d \in R^{(n-1-2k+p+1) \times (n-1-2k+p+1)}$

: 정방행렬,  $V_d, I_d \in R^{(n-1-2k+p+1)}$

### 2.3 대형 회로망 마디 축소 모델과 회로 해석(예)

다음 예제를 통해 대형 회로망 마디축소 모델을 구하고, 그 모델을 사용하여 회로를 해석한다. 모델 구현은 마디 전압 관계식에 의한 방식을 사용하였다.

[예 제]

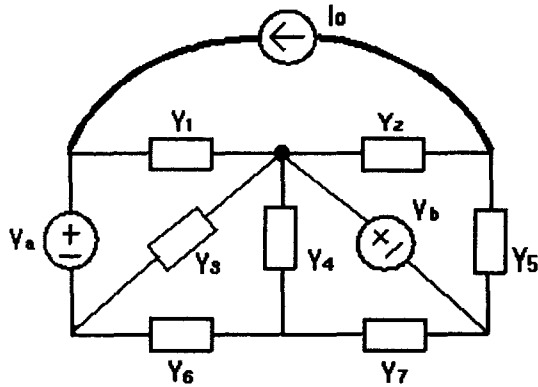


그림 1 전압원과 전류원이 함께 존재하는 회로망(예)  
Fig.1 Network including voltage and current sources(ex.)

그림1 회로망의 회로망 그래프를 작도하고 기준 마디와 마디 전압을 설정한다. 단독 전압원의 (-)극성이 접속된 마디를 □로 표시한다.

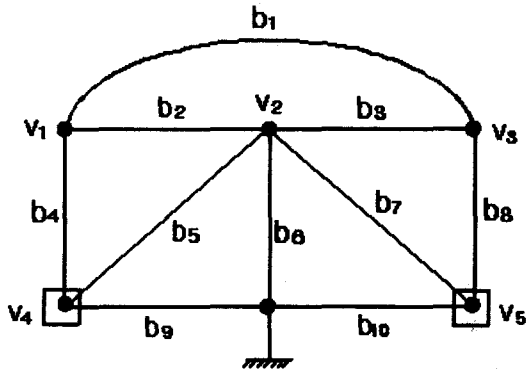


그림2. 그림 1의 회로망 그래프  
Fig.2 Network graph of fig.1

그림 2에서 마디 \$n=6\$ (개), 가지 \$b=10\$ (개), 단독 전압원 가지 \$k=2\$ (개)이다. 가지 \$b\_4\$의 전류를 \$I\_a\$, \$b\_8\$의 전류를 \$I\_b\$로 가정하고, \$n-1=5\$ (개)의 마디에서 마디 전압 관계식을 구한다.

$$\begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_1 & Y_1 + Y_2 + Y_4 & -Y_2 & -Y_3 & 0 \\ 0 & -Y_2 & Y_2 & 0 & -Y_5 \\ 0 & -Y_3 & 0 & Y_3 + Y_5 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_5 & 0 & Y_5 + Y_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 + I_a \\ I_b \\ -I_0 \\ -I_a \\ -I_b \end{bmatrix} \quad (36)$$

식(36)에서 단독전압원 가치와 연결된 마디 및 연결되지 않은

마디로 구분한다. 마디전압 \$V\_3\$를 제외하고 \$V\_1, V\_2, V\_4\$ 및 \$V\_5\$가 단독 전압원 가치와 연결되었다.

$$\begin{bmatrix} Y_2 & 0 & -Y_2 & 0 & -Y_5 \\ 0 & Y_1 & -Y_1 & 0 & 0 \\ -Y_2 & -Y_1 & Y_1 + Y_2 + Y_4 & -Y_3 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_3 & Y_3 + Y_5 & 0 \\ -Y_5 & 0 & 0 & 0 & Y_5 + Y_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ \dots \\ V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_0 \\ \dots \\ I_0 + I_a \\ I_b \\ \dots \\ -I_a \\ -I_b \end{bmatrix} \quad (37)$$

식(37)을 식(20)의 형태로 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{11} \\ \dots \\ V_{21} \\ \dots \\ V_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} \\ \dots \\ I_{21} \\ \dots \\ I_{31} \end{bmatrix} \quad (38)$$

여기서

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Y_2, & Y_{12} &= [0 \quad -Y_2], & Y_{13} &= [0 \quad -Y_5], \\ Y_{21} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -Y_2 \end{bmatrix}, & Y_{22} &= \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 \\ -Y_1 & Y_1 + Y_2 + Y_4 \end{bmatrix}, \\ Y_{23} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -Y_3 & 0 \end{bmatrix}, & Y_{31} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -Y_5 \end{bmatrix}, \\ Y_{32} &= \begin{bmatrix} 0 & -Y_3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & Y_{33} &= \begin{bmatrix} Y_3 + Y_5 & 0 \\ 0 & Y_5 + Y_6 \end{bmatrix}, \\ V_{11} &= V_3, & V_{21} &= \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}, & V_{31} &= \begin{bmatrix} V_4 \\ V_5 \end{bmatrix}, \\ I_{11} &= -I_0, & I_{21} &= \begin{bmatrix} I_0 + I_a \\ I_b \end{bmatrix}, & I_{31} &= \begin{bmatrix} -I_a \\ -I_b \end{bmatrix}, \\ V_s &= \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} \end{aligned}$$

식(38)에서 마디 축소 모델을 구한다.

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & \dots & Y_{12} + Y_{13} \\ \dots & \dots & \dots \\ Y_{21} + Y_{31} & Y_{22} + Y_{32} & Y_{23} + Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{11} \\ \dots \\ V_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} + Y_{13} V_s \\ \dots \\ I_{21} + Y_{31} + (Y_{22} + Y_{33}) V_s \end{bmatrix} \quad (39)$$

식(39)에 해당 행렬을 대입한다.

$$\begin{bmatrix} Y_2 & 0 & -Y_2 - Y_5 \\ 0 & Y_1 + Y_3 + Y_5 & -Y_1 - Y_3 \\ -Y_2 - Y_5 & -Y_1 - Y_3 & Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5 + Y_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_3 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_0 - Y_5 V_b \\ I_0 + (Y_1 + Y_3 + Y_5)V_a - Y_1 V_b \\ -Y_1 V_a + (Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5 + Y_6)V_b \end{bmatrix} \quad (40)$$

식(40)에서  $V_1, V_2, V_3$ 를 구한다.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Y_2 - Y_5 & Y_2 \\ Y_1 + Y_3 + Y_5 & -Y_1 - Y_3 & 0 \\ -Y_1 - Y_3 & Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5 + Y_6 & -Y_2 - Y_5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -I_0 - Y_5 V_b \\ I_0 + (Y_1 + Y_3 + Y_5)V_a - Y_1 V_b \\ -Y_1 V_a + (Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5 + Y_6)V_b \end{bmatrix} \quad (41)$$

### 3. 결 론

대형회로망 그래프의 마디 중심 해석에서 단독전압원 포함 가지의 그래프 내에서의 망로 형성 경로와 전압전류 관계식을 통한 축소 모델을 고안하였고 축소화 방식들을 제시하였다. 마디 중심적 접근 방식 가운데, 각 마디에서의 가지 전류 상호 관계는 마디와 가지 및 전원의 개수에 의해 결정되며  $n-1$ (개)의 마디 관련 수식이 간단한 가지 전류 설정 축소 모델로 변형된다. 마디 전압 상호 관계에서는 단독전압원 가지의 수에 상

용하는 수식만큼 축소된 모델을 구현하였다. 이로써 대형 회로망 해석에 사용되던 여러 단계의 수식 유도 과정이 간략화 된다. 마디  $n$ (개)에 해당하는 마디 방정식의 개수  $n-1$ (개)가 본 결과를 사용할 때, 단독전압원  $k$ (개), 2개 이상 접속 마디  $l$ (개)가 마디에 연결된 경우에 따라  $n-1-k$ (개) 또는  $n-1-2k+l$ (개)로 축소된다.  $n-1-2k+l$ (개) 축소 모델은 임의의 마디에 2(개) 이상의 단독전압원이 연결된 경우로서, 마디에 연결된 단독전압원이 많을수록 축소 효과가 커짐을 알 수 있다. 여기에서 제시된 축소 모델은 마디 해석상의 전압원 처리 문제를 해결하는 것인 동시에, 회로망 자체의 간략화 모형을 보여주며, 회로 해석상의 시간을 감소시키는 이점이 있다.

### 참 고 문 헌

- [1] 황재호, "網축소작도법에 의한 대형회로망 전류원 처리", 전기학회논문지, 49D권 5호, pp. 278-286, 2000, 5.
- [2] W. H. Kim and H. E. Meadows, *Modern Network Analysis*, John Wiley & Sons, 1971.
- [3] 김수중, *신편회로망이론*, 반도출판사, 1995.
- [4] 장세훈 외3 공편, *최신회로망이론*, 청문각, 1992.
- [5] T. Ozawa, "The Complex Basis in Electrical Networks and Its Application to Network-element-Value Calculation", *IEEE Trans. Circuits and Systems*, pp. 561-566, 1990.
- [6] J. B. Murdoch, *Network Theory*, McGraw-Hill, 1970.
- [7] 황재호, "전압원이 혼재된 대형 수동회로망의 기하학적마디해석법", 대한전기학회 추계학술회의 논문집(B), pp. 733-735, 1999, 11.
- [8] N. Balabanian and T. A. Bickart, *Electrical Network Theory*, John Wiley & Sons, 1969.

## 저 자 소 개



### 황재호 (黃載皓)

1956년 4월 20일 생. 1982년 아주대 전자공학과 졸업. 1986년 서울대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1994년 서울대 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1982년~1992년 전력연구원 부장대리 근무. 1992년~현재

대전산업대 전기전자공학부 부교수

Tel : 042-821-1136

E-mail : hwangjh@hanbat.ac.kr