

# 고속월쉬변환을 이용한 비선형 시스템의 3계층 최적제어

論 文

50D-11-1

## Three-Level Optimal Control of Nonlinear Systems Using Fast Walsh Transform

金泰勳\* · 申勝權\*\* · 曹永鎬\*\*\* · 李漢錫<sup>§</sup> · 李在春<sup>§§</sup> · 安斗守<sup>§§§</sup>

(Tai-Hoon Kim · Seung-Kwon Shin · Young-Ho Cho · Han-Seok Lee · Jae-Chun Lee · Doo-Soo Ahn)

**Abstract** - This paper presents the new three-level optimal control scheme for the large scale nonlinear systems, which is based on fast walsh transform. It is well known that optimization for nonlinear systems leads to the resolution of a nonlinear two point boundary value problem which always requires a numerical iterative technique for their solution. However, Three-level costate coordination can avoid two point boundary condition in subsystem. But this method also has the defect that must solve high order differential equation in intermediate level. The proposed method makes use of fast walsh transform, therefore, is simple in computation because of solving algebra equation instead of differential equation.

**Key Words** : Fast Walsh Transform, Three-level costate coordination

### 1. 서 론

첨단기술이 복합된 대규모 시스템들이 운용되기 시작하면서 이들에 포함된 비선형 요소에 대한 정밀한 제어의 필요성이 대두되고 있기 때문에 비선형 제어이론에 대한 많은 연구가 진행되고 있다. 일반적으로 이용되는 비선형계의 최적 제어기법은 급경사법(steepest descent), 준선형화법(quasilinearization)과 같은 수치해법을 들 수 있는데 이러한 방법들은 어느 한 경제조건으로 최적(trajecory)을 추측해서 해를 구하기 때문에 최적 필요조건식을 항상 만족시키지는 않지만 반복기법을 통해 필요조건을 만족시키도록 수정되는 형태를 취한다. 이러한 수치해석적 방법은 주어진 시스템의 차수가 낮은 경우에는 효과적으로 최적제어입력을 구할 수 있지만 시스템의 차수가 큰 대규모 시스템의 경우에는 많은 계산시간과 기억용량을 필요로 하므로 실시간 처리가 어려워진다. 1970년대 이후 이와같은 대규모 시스템을 효과적으로 제어하기 위해서 최적제어 이론에 바탕을 둔 계층별 최적제어 기법이 제시되었고 이론적, 실용적으로 많은 성과를 거두었다[1-5].

계층별 최적화 방법으로는 목표조정(goal coordination) 방법, 타무라(Tamura)의 3계층방법, 상호예측(interaction prediction principle) 방법이 주를 이루고 있는데 이중 상위단의 조정방법이 비교적 간단하고 수렴속도가 빠르다는 점에서 다카하라

(Takahara)에 의해 제시된 상호예측 기법이 많이 이용되고 있다[4-6]. 1970년대 Singh와 Hassan은 상호 예측 원리를 이용한 계층별 제어 이론을 비선형 대규모 시스템에 확장시킨 2계층 상호상태(two-level costate coordination)기법[7]을 제시하였고 1980년대에는 2계층 상호상태 기법의 상위단을 다시 상위계층과 중간계층 두개로 분리하여 2점 경계치 문제를 반복 연산만으로 처리할 수 있는 3계층 상호 상태(three-level costate coordination)기법[8]을 제시하였는데 2계층 상호 상태기법과 비교할때 각각의 계층에서 행렬방정식을 다루는 것이 아니라 벡터 방정식을 다루게 되므로 비선형계의 최적 제어에 매우 효과적인 것으로 알려져 있다. 그러나 3계층 상호 상태기법을 이용해 비선형 대규모 시스템의 최적제어를 수행하려면 중간계층에서는 상호상태 벡터에 대한 고차의 미분 방정식을, 하위계층에서는 상태벡터에 대한 저차의 미분 방정식의 해를 구해야 하는데 일반적인 수치해법을 이용 할 경우 알고리즘이 복잡하다. 또한 구간 연속 상수값(piecewise constant)의 형태로 해를 얻을 수 있는 BPF(Block Pulse Function)방법이나 STWS(Single Term Walsh Series)방법에서는 수많은 역행렬계산이 필요하지만 본 연구에서는 고속월쉬변환과 역변환을 이용하여 역행렬 연산을 피할 수 있다. 본 논문은 월쉬함수의 특성[8]을 이용해 상위계층, 중간계층, 하위계층을 모두 고속월쉬변환하고, 정보를 상호 전달하여 비선형 시스템의 3계층 최적제어를 빠르고 간편하게 구현할 수 있는 새로운 알고리즘을 제시하였다.

### 2. 월쉬함수

#### 2.1 월쉬함수 및 월쉬함수변환

월쉬함수는 함수의 발생순서의 배열에 따라 세 가지 형태로 분류되는데, 연속(Sequency)배열, 이원(Paley)배열, 그리

\* 正 會 員 : 프라임테크 선임 연구원

\*\* 正 會 員 : 한국원자력연구소 Post Doc.

\*\*\* 正 會 員 : 한국항공우주연구소 주임연구원

§ 正 會 員 : 부천대 컴퓨터制御科 教授

§§ 正 會 員 : 서울대 電子科 教授

§§§ 正 會 員 : 成均館大 電氣電子컴퓨터工學部 教授

接受日字 : 2001年 3月 18日

最終完了 : 2001年 10月 16日

고 자연(Hadamard)배열로 나누어진다[10]. 윌쉬함수는 배열 방식에 관계없이  $m$ 개의 함수로 하나의 완전집합을 이루며 본 논문에서는 연속배열된 윌쉬함수(이하, 윌쉬함수)를 사용하고자 한다. 윌쉬함수는 정규화 된 시구간  $[0, T]$ 에서 두 가지의 크기 값, 즉 +1과 -1로 배열된 직교 집합을 형성하며 식(2.1)과 같이 표현된다.

$$Wal(n, t) \quad n = 0, 1, \dots, m-1 \quad (2.1)$$

여기서,  $m$ 은 전개항수,  $n$ 은 윌쉬함수의 차수이다.

또한 윌쉬함수 유한급수전개를 이용하여 적분 가능한 임의의 함수  $f(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(t) = \sum_{n=0}^{m-1} F_n Wal(n, t) \quad (2.2)$$

여기서,  $F_n$ 은  $n$ 번째 윌쉬함수계수를 나타낸다.

윌쉬함수계수  $F_n$ 은 평균자승오차를

$$\epsilon = \frac{1}{T} \int_0^T [f(t) - \sum_{n=0}^{m-1} F_n Wal(n, t)]^2 dt \quad (2.3)$$

최소화하는 조건으로 구할 수 있으며 다음과 같다.

$$F_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) Wal(n, t) dt \quad (2.4)$$

식(2.4)을 윌쉬변환이라하며 이에 대응되는 식(2.2)를 윌쉬 역변환이라 한다.  $m$ 개의 윌쉬함수로 표현되는 함수  $f(t)$ 는 윌쉬함수가 구분연속인 함수 값으로 구성되어 있기 때문에 부분적으로 연속인 형태로 표현된다. 이때  $i$ 번째 세부구간에서의  $f(t)$ 의 값을  $f_i^*$ 라고 하면 식(2.2)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_i^* = \sum_{n=0}^{m-1} F_n Wal(n, i) \quad i=0, 1, \dots, m-1 \quad (2.5)$$

또한 식(2.4)의 윌쉬함수계수  $F_n$ 은 다음과 같다.

$$F_n = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} f_i^* Wal(n, i) \quad n=0, 1, \dots, m-1 \quad (2.6)$$

여기서,  $Wal(n, i)$ 는  $n$ 번째 윌쉬함수에 대한  $i$ 번째 세부구간에서의 값이다.

식(2.5)을 이산윌쉬역변환이라 하고, 식(2.6)을 이산윌쉬변환이라 한다.

### 2.2 고속윌쉬변환

고속윌쉬변환 알고리즘은 cooley-tukey형태의 신호흐름선도를 기초로 하여 개발되었고 연속배열의 고속윌쉬변환 접근은 자연배

열의 윌쉬함수계수를 계산한 후 연속배열과 자연배열의 관계를 이용하여 연속배열의 윌쉬함수 계수를 순차적으로 구할 수 있다. 그러나 이 방법은 자리바꿈(bit-reversal)뿐만 아니라 그레이 코드를 이진코드로 변환하는 과정이 포함되기 때문에 효과적인 알고리즘이 되지 못한다. Brown[11]에 의해 유도된 연속배열 윌쉬함수의 고속윌쉬변환 알고리즘은 다음과 같다.

$$F_0(i, 0) = f_{i-1} \quad i=0, 1, 2, \dots, m-1 \quad (2.7)$$

$$F_{r+1}(k, j) = F_r(2k-1, [\frac{j}{2}]) + (-1)^{[\frac{k+j}{2}]} F_r(2k, [\frac{j}{2}]) \quad (2.8)$$

$$F_j = F_p(r, j) \quad (2.9)$$

$$\text{단 } r=0, 1, 2, \dots, p-1 \quad p = \log_2 m$$

$$j=0, 1, 2, \dots, 2^{r+1}-1$$

$$k=1, 2, 3, \dots, \frac{m}{2^{r+1}}$$

여기서,  $[\cdot]$ 는 소수점 이하를 절삭한 정수를 나타낸다.

그림2.1은 고속윌쉬변환 알고리즘의 신호흐름선도이며 점선은 감산을 나타내고 실선은 가산을 나타낸다.

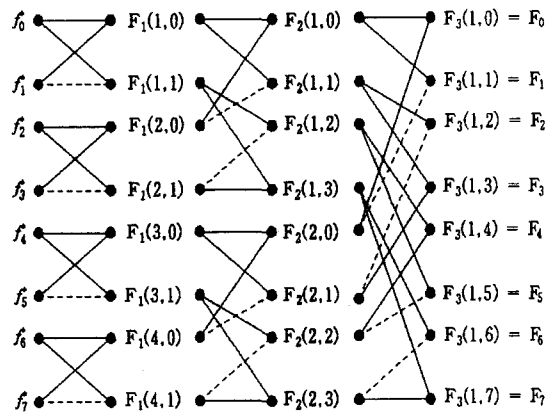


그림 2.1 고속윌쉬변환의 신호흐름선도 (m=8)

Fig 2.1 Signal flow graph (m=8)

윌쉬함수  $m$ 항 전개를 이용하는 경우 고속윌쉬변환은  $p (= \log_2 m)$ 단계가 필요하고 각 단계에서  $m$ 번의 가·감산이 필요하므로 총  $m \log_2 m$ 번의 가·감산을 통하여 이루어진다. 고속윌쉬변환과 역변환은 똑같은 과정에 의해 이루어지며 고속 윌쉬역변환인 경우는 최종 결과값에  $1/m$ 을 곱하면 된다.

### 3. 비선형계의 3계층 최적제어

다음과 같은 비선형계의 최적제어 문제를 고려한다.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (3.1)$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \{ \|x(t)\|_{Q_t}^2 + \|u(t)\|_{R_t}^2 \} dt \quad (3.2)$$

단,  $x(t) \in R^n$  상태벡터,  $u(t) \in R^m$  제어벡터

여기서  $f: R^n \times R^m \rightarrow R^n$  인 벡터함수이고  $Q_1 \geq 0$ ,  $R_1 > 0$ 인 가중행렬이다.

Hassan과 Singh[9]은 위의 최적제어 문제가 다음과 동가(equivalent)임을 밝혔다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + D(x^*, u^*, t) \quad (3.3)$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t \{ \|x(t)\|_{Q_1}^2 + \|x^*(t)\|_{Q_2}^2 + \|u(t)\|_{R_1}^2 + \|u^*(t)\|_{R_2}^2 \} dt \quad (3.4)$$

$$\text{단, } D(x^*, u^*, t) = f(x^*, u^*, t) - Ax^*(t) - Bu^*(t)$$

여기서, 시스템 행렬  $A, B$  는 식(3.1)을 동작점 근방에서 테일러 급수(Taylor series)로 전개한 후 2차항 이상을 무시하고 얻어진 선형화 행렬이다.  $A, B, Q, R$  행렬은  $N$ 개의 부시스템에 상응하는  $N$ 개의 블록을 갖는 블록 대각행렬이고  $R_1 = R + R_2$ ,  $Q_1 = Q + Q_2$  이다. 그리고  $x^*, u^*$ 은 상위 계층에서 추측된 초기제적을 나타낸다.

식(3.3) ~ 식(3.4)의 최적제어 문제를 해결하기 위해서 해밀토니안을 정의하면 다음과 같다.

$$H = \frac{1}{2} \{ \|x(t)\|_{Q_1}^2 + \|x^*(t)\|_{Q_2}^2 + \|u(t)\|_{R_1}^2 + \|u^*(t)\|_{R_2}^2 \} + \lambda^T(t) \{ Ax(t) + Bu(t) + D(x^*, u^*, t) \} + \Pi^T(t) \{ x(t) - x^*(t) \} + \beta^T(t) \{ u(t) - u^*(t) \} \quad (3.5)$$

여기서,  $\lambda(t) \in R^n$ 는  $n$ 차 상호 상태벡터,  $\Pi(t) \in R^n$ 는  $n$ 차 라그랑제 승수,  $\beta(t) \in R^m$ 는  $m$ 차 라그랑제 승수이다.

최적화를 위한 필요조건으로부터 다음을 얻는다.

$$\frac{\partial H}{\partial x(t)} = -\dot{\lambda}(t), \quad \frac{\partial H}{\partial \lambda(t)} = \dot{x}(t), \quad \frac{\partial H}{\partial u(t)} = 0$$

$$\frac{\partial H}{\partial x^*(t)} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial u^*(t)} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial \Pi(t)} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial \beta(t)} = 0 \quad (3.6)$$

위의 최적화의 필요조건으로부터 상호예측 형태의 3계층 조정원칙을 얻을 수 있고, 수렴성은 증명되었다[8]. 각 계층의 조정법칙은 다음과 같다.

▶ 상위계층의 조정법칙

$$x^*(t) = x(t) \quad (3.7)$$

$$u^*(t) = u(t) \quad (3.8)$$

▶ 중간계층의 조정법칙

$$\dot{\lambda}(t) = -Qx(t) - A^T \lambda(t) - \Pi(t) \quad (3.9)$$

$$\lambda(t_f) = 0$$

$$\Pi(t) = Q_2 x^*(t) + \left\{ \left[ \frac{\partial f^T}{\partial x} \right]_{x^*, u^*} - A^T \right\} \lambda(t) \quad (3.10)$$

$$\beta(t) = R_2 u^*(t) + \left\{ \left[ \frac{\partial f^T}{\partial u} \right]_{x^*, u^*} - B^T \right\} \lambda(t) \quad (3.11)$$

▶ 하위계층의 조정법칙

$$\dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) - B_i u_i(t) + D_i(x^*, u^*, t) \quad (3.12)$$

$$x_i(t_0) = x_{i0}$$

$$u_i(t) = -R_i^{-1} [ B_i^T \lambda_i(t) + \beta_i(t) ] \quad (3.13)$$

Hassan과 Singh이 제안한 3계층 상호상태 조정방법은 비선형 2계층 제어방법[7]의 상위단을 상위계층과 중간계층 2개의 계층으로 다시 분할 한 것으로써 높은 차수의 비선형 2점 경계치 문제를 피할 수 있고 각각의 계층에서 행렬 방정식을 다루지 않고 벡터 방정식을 다루게 되므로 매우 효과적인 것으로 알려져 있다[8]. 그러나 이 알고리즘은 중간계층에서 상호 상태 벡터의 해를 얻기 위해서 높은 차수의 미분방정식을 동시에 적분하여 해를 구해야 한다.

그림 3.1은 3계층 제어방법의 계층도를 나타내며 각 단계의 계산 알고리즘은 다음과 같다.

(1) 1단계

상위계층(higher level)에서  $x^*(t), u^*(t)$ 의 초기제적을 추측해서 중간계층(intermediated level)과 하위계층(lower level)으로 보내고 상위계층의 반복지수  $K=1$ 로 놓는다.

(2) 2단계

중간계층에서  $\lambda(t), \beta(t)$ 의 초기제적을 추측해서 하위계층으로 보내고 중간계층의 반복지수  $L=1$ 로 놓는다.

(3) 3단계

각각의 부시스템에서 상태벡터  $x_i^{KL}(t)$ , 제어벡터  $u_i^{KL}(t)$  ( $i=1, 2, \dots, N$ )를 식(3.12), 식(3.13)을 이용해 계산하고 상위계층과 중간계층으로 보낸다.

(4) 4단계

중간계층에서 식(3.9)를  $\lambda(t)$ 의 최솟값을 이용해 역방향으로  $\lambda(t)$ 를 구하고 반복지수  $L$ 을  $L+1$ 로 놓는다. 즉,  $\lambda^{L+1}(t)$ 를 얻는다. 이 값을 식(3.11)에 대입해  $\beta(t)$ 의 새로운 제적  $\beta^{L+1}(t)$ 를 얻는다. 식(3.14)의 오차함수를 정의하고 미리 설정된 오차의 수렴값  $E_\lambda$ 보다 작아지면 5단계로 넘어가고 만족되지 않으면 3단계로 올라가서 식(3.14)를 만족할 때까지 반복 연산한다.

$$\left\{ \int_0^t (\lambda^{L+1}(t) - \lambda^L(t))^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \leq E_\lambda \quad (3.14)$$

(5) 5단계

하위계층에서 전달된  $x(t), u(t)$ 를 이용해 식(3.7), (3.8)로부

터 새로운  $x^*(t), u^*(t)$ 를 설정하고 반복지수  $K$ 를  $K+1$ 로 놓는다. 즉,  $x^{*(K+1)}(t), u^{*(K+1)}(t)$ 를 얻는다. 식(3.15), 식(3.16)의 오차함수를 정의해 미리 설정된 오차의 수렴값  $E_x, E_u$ 를 만족할 때까지 반복연산을 위해 최적상태  $x(t)$ , 최적제어  $u(t)$ 를 얻는다. 식(3.15), (3.16)이 만족되지 않으면 2단계로 되돌아간다.

$$\left\{ \int_0^t (x^{*(K+1)}(t) - x^{*(K)}(t))^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \leq E_x \quad (3.15)$$

$$\left\{ \int_0^t (u^{*(K+1)}(t) - u^{*(K)}(t))^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \leq E_u \quad (3.16)$$

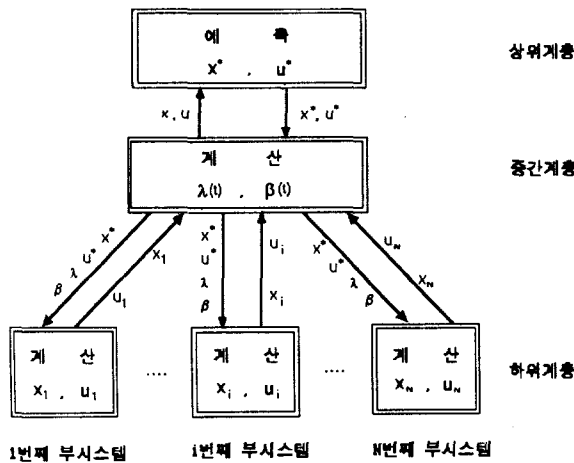


그림 3.1 3계층 상호 상태 조정자  
Fig 3.1 3 level costate coordinator

4. 고속월쉬변환을 이용한 비선형계의 3계층 최적제어

본 연구에서는 비선형계의 3계층 최적제어를 위해서 상위계층, 중간계층, 하위계층에 고속월쉬변환을 취해서 반복연산만으로 3계층 최적제어를 수행하는 간편한 알고리즘을 제안했는데 월쉬변환을 이용하면 미분, 적분방정식을 그에 상응하는 대수방정식으로 변환할 수 있으므로 디지털 컴퓨터를 이용할 경우 매우 편리하다. 각각의 계층에 월쉬변환을 취하는 과정을 유도하면 다음과 같다.

4.1 고속월쉬변환을 이용한 상위, 중간계층의 조정법칙

상위계층에서는 상위계층의 반복지표  $K=1$ (첫번째 반복구간)인 경우에는  $x^*(t), u^*(t)$ 의 초기값을 추측해서 중간계층과 하위계층으로 보내고  $K$ 번째 반복구간에서 비선형항을 고정시키는데 이용된다.  $K>1$ 인 경우에는  $x(t), u(t)$ 는 각각의 부시스템에서 얻어진  $x_i(t), u_i(t)$ 값들을 취합해서 얻을 수 있고 이 값들은 상호예측의 형태를 취하고  $K+1$ 번째 반복구간에서 새로운  $x^*(t), u^*(t)$ 로 이용된다.

중간계층에서는  $\lambda(t)$ 와  $\beta(t)$ 를 계산해야 하는데, 중간계층의 반복 지표  $L=1$ (첫번째 반복구간)인 경우는 초기값을 임의

로 설정하면 되고,  $L>1$ 인 경우는 식(3.9)~(3.11)를 이용하여 계산한다.

식(3.9)에 식(3.10)를 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{\lambda}(t) = H(t)\lambda(t) + w(t) \quad (4.1)$$

$$\lambda(t_f) = 0$$

단,  $H(t) = -\left[ \frac{\partial f^T}{\partial x} \right]_{x=x^*, u=u^*}$

$$w(t) = -Qx(t) - Q_2 x^*(t)$$

$$\beta(t) = R_2 u^*(t) + \left\{ \left[ \frac{\partial f^T}{\partial u} \right]_{x=x^*, u=u^*} - B^T \right\} \lambda(t) \quad (4.2)$$

식(4.2)의  $\beta(t)$ 는 식(4.1)의  $\lambda(t)$ 만 구하면 간단히 구할수 있다.  $\lambda(t)$ 는 초기값을 알지 못하고 최종값만을 알기 때문에 식(4.1)을 후향적분을 취하면 다음과 같다.

$$\lambda(t) = \lambda_{t_f} + \int_{t_f}^t H(\tau)\lambda(\tau)d\tau + \int_{t_f}^t w(\tau)d\tau \quad (4.3)$$

식(4.1)의 해를 최초  $\lambda^*(t) = \lambda_{t_f}$ 으로 가정하고 해를 구하고 반복적용할 때  $k$ 번째 결과는 다음과 같다.

$$\lambda^k(t) = \lambda_{t_f} + \int_{t_f}^t q^{k-1}(\tau)d\tau + \int_{t_f}^t w(\tau)d\tau \quad (4.4)$$

단,  $q^{k-1}(\tau) = H(\tau)\lambda^{k-1}(\tau) \quad k=1,2,3,\dots$

주어진 식(4.1)의 상태방정식이 Lipschitz 조건을 만족한다면 Picard에 의한 식(4.4)의 반복 연산에 의해 식(4.5)을 만족하는 식(4.1)의 미분방정식의 해가 존재한다.[12]

$$\epsilon(t) = \lim_{k \rightarrow \infty} \|\lambda^k(t) - \lambda^{k-1}(t)\| = 0 \quad (4.5)$$

$\lambda^{k-1}(t)$ 를 알고 있다고 할 때, 구간  $[0, T)$ 에서 월쉬함수를 적용하여 식(4.4)의 해를 구하기위하여  $\lambda^k(t)$ 와  $q^{k-1}(\tau), w(\tau), \lambda_{t_f}$ 를 각각 월쉬함수로 나타내면 다음과 같다.

$$q^{k-1}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} Q_i^{k-1} Wal(i, t) = Q^{k-1} Wal(t) \quad (4.6)$$

$$\lambda^k(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \Lambda_i^k Wal(i, t) = \Lambda^k Wal(t) \quad (4.7)$$

$$w(t) = \sum_{i=0}^{N-1} W_i Wal(i, t) = W Wal(t) \quad (4.8)$$

$$\lambda_{t_f} = \sum_{i=0}^{N-1} \Lambda_{t_f, i} Wal(i, t) = \Lambda_{t_f} Wal(t) \quad (4.9)$$

$$Q^{k-1} = [ Q_0^{k-1}, Q_1^{k-1}, \dots, Q_{m-1}^{k-1} ]$$

$$\Lambda^{k-1} = [ \Lambda_0^{k-1}, \Lambda_1^{k-1}, \dots, \Lambda_{m-1}^{k-1} ]$$

$$W = [ W_0, W_1, \dots, W_{m-1} ]$$

$$\Lambda_{t_f} = [ \Lambda_{t_f, 0}, 0, \dots, 0 ]$$

여기서  $Wal(t)$ 는  $m$ 차 윌쉬벡터를 나타내며  $Q^{k-1}$ 은  $q^{k-1}(t)$ 의 윌쉬계수행렬로  $H(t)$ 와 바로 전 단계에서 결정된  $\lambda^{k-1}(t)$ 의 곱으로부터 고속윌쉬변환을 이용하여 결정할 수 있다. 식(4.4)에 식(4.6)~식(4.9)을 대입하면 다음과 같다.

$$\Lambda^k Wal(t) = \Lambda_i Wal(t) + Q^{k-1} \int_{t_i}^t Wal(\tau) d\tau + W \int_{t_i}^t Wal(\tau) d\tau \quad (4.10)$$

임의 함수를 윌쉬함수로 전개할 수 있는 것과 마찬가지로 식(4.10)에서 연속배열 윌쉬함수의 후향적분 역시 윌쉬함수로 전개할 수 있다.

$$\int_{t_i}^t Wal(\tau) d\tau = P_{r,m} Wal(t) \quad (4.11)$$

$P_{r,m}$ 은 연속배열 윌쉬함수의 후향적분 연산행렬을 정의하면 다음과 같다.

$$P_{r,m} = \begin{bmatrix} P_{r,m/2} & -\frac{1}{2m} R_{m/2} \\ \frac{1}{2m} R_{m/2} & 0_{m/2} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

단,  $P_{r,1} = -\frac{1}{2}$

여기서  $m$ 은 전개항수를 나타내며, 식에서 첨자는 해당 정방행렬의 크기를 나타낸다. 그리고  $R$ 은 역대각 단위행렬을 나타내고 이후 편의상 첨자를 생략하고  $P_{r,m}$ 을  $P_r$ 로 표기한다. 식(4.10)에 윌쉬함수의 후향적분 연산행렬을 도입하면 다음과 같다.

$$\Lambda^k Wal(t) = \Lambda_i Wal(t) + Q^{k-1} P_r Wal(t) + W P_r Wal(t) \quad (4.13)$$

식(4.13)의 양변에 있는 윌쉬벡터를 소거하면 다음과 같다

$$\Lambda^k = \Lambda_i + Q^{k-1} P_r + W P_r \quad (4.14)$$

이 대수방정식으로부터  $\lambda^k(t)$ 의 윌쉬계수행렬인  $\Lambda^k$ 를 구할 수 있다. 그러나 윌쉬함수의 후향적분 연산행렬  $P_r$ 은  $m$ 항 전개시  $m^2$ 개의 요소 중  $2m-1$ 개의 요소만이  $\pm 2^{-(n+1)}$  ( $n=0,1,2,\dots,p$ )의 값을 취하므로 이러한 특성을 이용하여 식(4.14)의  $\Lambda^k$ 를 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.

1)  $i=0$ 인 경우

$$\Lambda_i^k = \Lambda_{i,0} - \frac{1}{2} [ Q_0^{k-1} + W_0 ] + \sum_{j=1}^k \frac{1}{2^{j+1}} [ Q_{2^{j-1}}^{k-1} + W_{2^{j-1}} ] \quad (4.15)$$

2)  $i=2^{n-1}, 2^{n-1}+1, \dots, 2^n-1$  (단,  $n=1,2,\dots,p-1$ )인 경우

$$\Lambda_i^k = -\frac{1}{2^{n+1}} [ Q_{2^{n-i-1}}^{k-1} + W_{2^{n-i-1}} ] + \sum_{j=n+1}^k \frac{1}{2^{j+1}} [ Q_{2^{j-i-1}}^{k-1} + W_{2^{j-i-1}} ] \quad (4.16)$$

3)  $i=2^{n-1}, 2^{n-1}+1, \dots, 2^n-1$  (단,  $n=p$ )인 경우

$$\Lambda_i^k = -\frac{1}{2^{n+1}} [ Q_{2^{n-i-1}}^{k-1} + W_{2^{n-i-1}} ] \quad (4.17)$$

식(4.15)~(4.17)에서 구한  $\Lambda^k$ 를 고속윌쉬역변환하면  $\lambda^k(t)$ 를 구할 수 있으며 식(4.5)을 만족하는  $\lambda^k(t)$ 가 식(4.1)의 해가 된다. 여기서 구한  $\lambda^k(t)$ 를  $\lambda^{(L+1)}(t)$ 로 놓고 전 단계에서 구한  $\lambda^L(t)$ 과 비교하여 식(3.12)의 중간계층의 조정법칙을 만족시키기면 즉,  $E_\lambda$ 가 미리 설정된 값보다 작아지면 이때 각각의 부시스템에서 계산된  $x_i(t)$ ,  $u_i(t)$ 를 상위계층으로 전달하여 새로운  $x^*(t)$ ,  $u^*(t)$ 값을 예측하는데 이용된다.

### 4.2 고속윌쉬변환을 이용한 하위계층의 조정법칙

상위계층과 중간계층에서 잠정적인  $x^*(t)$ ,  $u^*(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $\beta(t)$ 가 얻어졌으면  $N$ 개의 독립적인 부시스템들은 식(3.12)과 식(3.13)을 통해 얻을 수 있다. 여기서 부시스템을 의미하는 첨자  $i$ 는 생략한다.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + D(x^*, u^*, t) \quad (4.18)$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$u(t) = -R^{-1} [ B^T \lambda(t) + \beta(t) ] \quad (4.19)$$

식(4.18)을 적분을 취하면

$$x(t) = x_0 + \int_0^t A x(\tau) d\tau + \int_0^t [ -BR^{-1} \{ B^T \lambda(\tau) + \beta(\tau) \} + D(x^*, u^*, \tau) ] d\tau \quad (4.20)$$

식(4.20)의 해를 최초  $x^*(t) = x_0$ 으로 가정하여 해를 구하고 반복적용할 때  $k$ 번째의 결과는 다음과 같다.

$$x^k(t) = x_0 + \int_0^t g^{k-1}(\tau) d\tau + \int_0^t h(\tau) d\tau \quad (4.21)$$

단,  $g^{k-1}(\tau) = A x^{k-1}(\tau)$ ,  $k=1,2,3,\dots$

$$h(\tau) = -BR^{-1} \{ B^T \lambda(\tau) + \beta(\tau) \} + D(x^*, u^*, \tau)$$

주어진 식(4.18)의 상태방정식이 Lipschitz 조건을 만족한다면 Picard에 의한 식(4.21)의 반복 연산에 의해 식(4.22)을 만족하는 식(4.18)의 미분방정식의 해가 존재한다.[12]

$$e(t) = \lim_{k \rightarrow \infty} \| x^k(t) - x^{k-1}(t) \| = 0 \quad (4.22)$$

$x^{k-1}(t)$ 를 알고 있다고 할 때, 구간  $[0, T]$ 에서 월쉬함수를 적용하여 식(4.21)의 해를 구하기 위해서  $g^{k-1}(t)$ 와  $x^k(t)$ ,  $h(t)$ ,  $x_0$ 를 각각 월쉬함수로 나타내면 다음과 같다.

$$g^{k-1}(t) = \sum_{i=0}^{m-1} G_i^{k-1} Wal(i, t) = G^{k-1} Wal(t) \quad (4.23)$$

$$x^k(t) = \sum_{i=0}^{m-1} X_i^k Wal(i, t) = X^k Wal(t) \quad (4.24)$$

$$h(t) = \sum_{i=0}^{m-1} H_i Wal(i, t) = H Wal(t) \quad (4.25)$$

$$x_0 = \sum_{i=0}^{m-1} x_{0,i} Wal(i, t) = X_0 Wal(t) \quad (4.26)$$

$$G^{k-1} = [G_0^{k-1}, G_1^{k-1}, \dots, G_{m-1}^{k-1}]$$

$$X^{k-1} = [X_0^{k-1}, X_1^{k-1}, \dots, X_{m-1}^{k-1}]$$

$$H = [H_0, H_1, \dots, H_{m-1}]$$

$$x_0 = [X_{00}, 0, \dots, 0]$$

여기서  $Wal(t)$ 는  $m$ 개의 연속배열 월쉬함수로 이루어지는  $m$ 차 월쉬벡터를 나타내며  $G^{k-1}$ 은  $g^{k-1}(t)$ 의 월쉬계수행렬로  $A$ 와 바로 전 단계에서 결정된  $x^{k-1}(t)$ 의 곱으로부터 고속월쉬변환을 이용하여 결정할 수 있다. 식(4.23)~(4.26)의 관계를 식(4.21)에 대입하면 다음과 같다.

$$X^k Wal(t) = X_0 Wal(t) + G^{k-1} \int_0^t Wal(\tau) d\tau + H \int_0^t Wal(\tau) d\tau \quad (4.27)$$

임의 함수를 월쉬함수로 전개할 수 있는 것과 마찬가지로 식(4.27)에서 월쉬함수의 적분 역시 월쉬함수로 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\int_0^t Wal(\tau) d\tau = P_m Wal(t) \quad (4.28)$$

$P_m$ 은 연속배열 월쉬함수의 적분연산행렬[8]로 다음과 같다.

$$P_m = \begin{bmatrix} P_{\frac{m}{2}} & -\frac{1}{2m} I_{\frac{m}{2}} \\ \frac{1}{2m} I_{\frac{m}{2}} & 0_{\frac{m}{2}} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

단,  $P_1 = \frac{1}{2}$

여기서,  $m$ 은 전개항수를 나타내며 첨자는 해당 정방행렬의 크기를 나타낸다, 그리고,  $I$ 는 단위행렬을 나타내며 이후 편의상 첨자를 생략하고  $P_m$ 을  $P$ 로 표기한다. 식(4.27)에 월쉬함수의 적분연산행렬을 도입하면 다음과 같다.

$$X^k Wal(t) = X_0 Wal(t) + G^{k-1} P Wal(t)$$

$$+ H P Wal(t) \quad (4.30)$$

식(4.30)의 양변에 있는 월쉬벡터를 소거하면 다음과 같다.

$$X^k = X_0 + G^{k-1} P + H P \quad (4.31)$$

식(4.31)의 대수방정식으로부터  $x^k(t)$ 의 월쉬계수행렬  $X^k$ 를 구할 수 있고 식(4.31)의 계산은 다음과 같이 구할 수 있다.

1)  $i=0$ 인 경우

$$X_i^k = X_{00} + \sum_{j=0}^{i-1} \frac{1}{2^{j+1}} [G_{2^j-1}^{k-1} + H_{2^j-1}] \quad (4.32)$$

2)  $i=2^{n-1}, 2^{n-1}+1, \dots, 2^n-1$  (단,  $n=1, 2, \dots, p-1$ )인 경우

$$X_i^k = -\frac{1}{2^{n+1}} [G_{2^n-i-1}^{k-1} + H_{2^n-i-1}] + \sum_{j=n+1}^i \frac{1}{2^{j+1}} [G_{2^j-i-1}^{k-1} + H_{2^j-i-1}] \quad (4.33)$$

3)  $i=2^{n-1}, 2^{n-1}+1, \dots, 2^n-1$  (단,  $n=p$ )인 경우

$$X_i^k = -\frac{1}{2^{n+1}} [G_{2^n-i-1}^{k-1} + H_{2^n-i-1}] \quad (4.34)$$

식(4.32)~(4.34)에서 구한  $X^k$ 를 고속월쉬역변환하면  $x^k(t)$ 를 구할 수 있으며 식(4.22)를 만족하는  $x^k(t)$ 가 식(4.18)의 해가 된다. 여기서 구한  $x^k(t)$ 를  $x^{(k+1)}(t)$ 로 놓고 전 단계에서 구한  $x^k(t)$ 과 비교하여 식(3.13)과 식(3.14)의 하위계층의 조정법칙을 만족시키기면 즉,  $E_x$ 와  $E_u$ 가 미리 설정된 값보다 작아지면 최적상태벡터와 최적제어입력을 얻을 수 있다.

### 5. 적용 예

Mukhopad에 의해 모델링된 무한 모선에 연결된 동기기(Synchronous machine)의 비선형 시스템은 다음과 같다 [6][10].

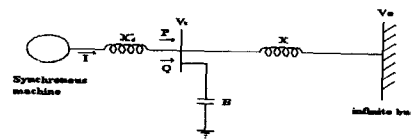


그림 5.1 무한 모선에 연결된 동기기  
Fig 5.1 Synchronous machine

그림 5.1과 같이 무한 모선에 연결된 동기기는 대부분의 시간을 정상상태로 동작을 하지만 수송가 측의 부하변동이나 단락사고가 발생했을 때 동기기의 계자전압을 이용해 최적화 방법으로 시스템을 원 상태로 되돌리는 문제를 고려한다. 얻어진 상태공간 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{y}_1(t) &= y_2(t) \\ \dot{y}_2(t) &= B_1 - A_1 y_2(t) + A_2 y_3(t) \sin y_1(t) - \frac{B_2}{2} \sin 2y_1(t) \\ \dot{y}_3(t) &= u_1(t) - C_1 y_3(t) + C_2 \cos y_1(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

여기서,  $y_1$ : 회전자변위 [radians]  
 $y_2$ : 회전자속도 [rad/sec]  
 $y_3$ : 계교자속 [ $\psi_f$ ]  
 $u_1$ : 동기기 계자전압 [ $v_f$ ]

식(5.1)의 파라미터 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.2703, \quad A_2 = 12.012, \quad B_1 = 39.1892, \\ B_2 &= -48.048, \quad C_1 = 0.3222, \quad C_2 = 1.9 \end{aligned}$$

식(5.1)의 구속조건하에 최소화 할 평가함수는 다음과 같다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t \{ (y_1 - 0.7461)^2 + y_2^2 + (y_3 - 7.7438)^2 + 100(u_1 - 1.1)^2 \} dt \quad (5.2)$$

식(5.1)의 시스템의 동적점(Equilibrium point)과 초기값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_e &= [0.7461 \quad 0.0 \quad 7.7438]^T \\ u_e &= 1.1 \\ y_0 &= [0.6461 \quad 0.0 \quad 7.7438]^T \end{aligned} \quad (5.3)$$

식(5.1)의 비대각 선형화행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A^* &\triangleq \left[ \frac{\partial f}{\partial y} \right]_{y=y_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -64.5348 & -0.2703 & -8.1533 \\ -1.2896 & 0 & -0.3222 \end{bmatrix} \\ B^* &\triangleq \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right]_{u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.4)$$

또한  $y - y_e = x$ ,  $u - u_e = u$ 로 정의하면 식(5.1)을 다음과 같이 변형된다.

$$\dot{x}(t) = A^* x(t) + B^* u(t) + f(y, u_e, t) - A^* x(t) \quad (5.5)$$

식(5.5)에서 선형화된 행렬을 대각행렬과 비대각행렬로 분할하면 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

$$+ \{ f(x + y_e, u_e, t) + C_1 x(t) - A^* x(t) \} \quad (5.6)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -64.5348 & -0.2703 & 0 \\ 0 & 0 & -0.3222 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -8.1533 \\ -1.2896 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

N개의 부시스템으로 분할하기 위해 비대각 비선형부분을 상위계층에서 추측된  $x = x^*$ 을 이용해  $D(x^*, t)$ 을 정의하면 식(5.6)을 간단히 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) + D(x^*, t) \quad (5.7)$$

또한, 식(5.2)의 평가함수는 다음과 같이 변형될 수 있는데  $Q_1, R_1$ 행렬은 여러 번의 모의실험을 통해 선정하였다.

$$\begin{aligned} \tilde{J} &= \frac{1}{2} \int_0^t \{ \|x(t)\|_{Q_1}^2 + \|x^*(t)\|_{Q_2}^2 \\ &\quad + \|u(t)\|_{R_1}^2 + \|u^*(t)\|_{R_2}^2 \} dt \end{aligned} \quad (5.8)$$

단,  $Q_1 = Q + Q_2$ ,  $R_1 = R + R_2$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_1 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$

식(5.7)을 2차와 1차 2개의 부시스템으로 분할하면 다음과 같다.

◎ 1번째 부시스템

$$\dot{x}_{s_1}(t) = A_{s_1} x_{s_1}(t) + B_{s_1} u_{s_1}(t) + D_{s_1}(x^*, t)$$

$$\text{단, } A_{s_1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -64.5348 & -0.2703 \end{bmatrix}, \quad B_{s_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

◎ 2번째 부시스템

$$\dot{x}_{s_2}(t) = A_{s_2} x_{s_2}(t) + B_{s_2} u_{s_2}(t) + D_{s_2}(x^*, t)$$

$$\text{단, } A_{s_2} = -0.3222, \quad B_{s_2} = 1$$

본 연구에서는 2개로 분할된 시스템에 시간  $t \in [0, 2)$  구간에서 전계항수  $m=32$  일 경우 상위계층의 오차는  $E_u = 1.0 \times 10^{-3}$ ,  $E_x = 1.0 \times 10^{-3}$  중간계층의 오차는  $E_i = 1.0 \times 10^{-3}$ 로 설정하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과 상위계층의 반복지표(K)는 6번, 중간계층의 반복지표(L) 2번의 반복연산만으로 주어진 오차값에 수렴함을 알 수 있었다. 표 5.1은 상위계층과 중간계층에서의 반복횟수에 따른 오차값을 나타내었다.

표 5.1 상위계층과 중간계층에서의 오차값

Table 5.1 First level error and second level error

상위계층의 반복지표 K	상위계층의 오차		중간계층의 반복지표 L	중간계층의 오차
	$E_x$	$E_u$		$E_\lambda$
1	0.2643	0.0114	1	0.4649
			2	0.0001
2	0.0135	0.0109	1	0.9132
			2	0.0002
3	0.0277	0.0020	1	0.8347
			2	0.0002
4	0.0021	0.0015	1	0.7757
			2	0.0002
5	0.0024	0.0002	1	0.7848
			2	0.0002
6	0.0003	0.0001	1	0.7898
			2	0.0002

다음의 그림 5.2 - 그림 5.5는 기존의 통합제어에 많이 이용되어 왔던 준선형화법에 의한 결과와 본 연구방법에 의해 얻어진 결과를 비교하였다.

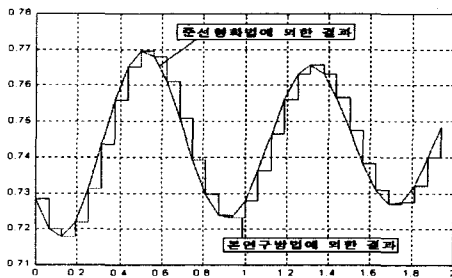


그림 5.2 최적상태  $y_1(t)$   
Fig 5.2 Optimal state  $y_1(t)$

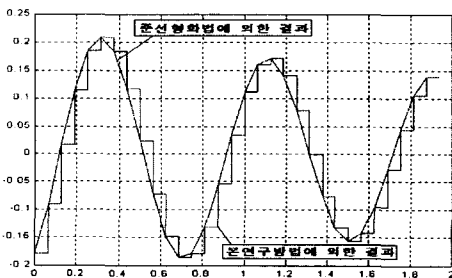


그림 5.3 최적상태  $y_2(t)$   
Fig 5.3 Optimal state  $y_2(t)$

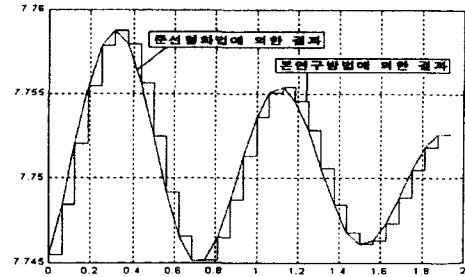


그림 5.4 최적상태  $y_3(t)$   
Fig 5.4 Optimal state  $y_3(t)$

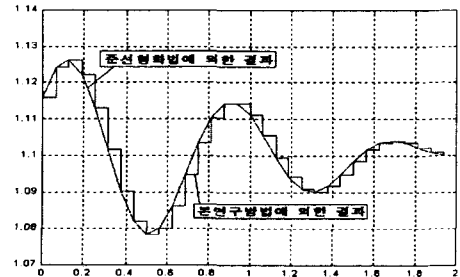


그림 5.5 최적제어입력  $u(t)$   
Fig 5.5 Optimal control input  $u(t)$

그림에서 알 수 있듯이 통합제어에 의한 결과와 본 연구에 의한 방법에는 약간의 위상차가 생겼는데 이는 시스템을 분할하였기 때문에 발생하는 오차로 생각된다.

### 6. 결 론

본 연구에서는 구간에서 연속인 상수값(piecewise constant)의 형태로 해를 얻을 수 있는 월쉬함수의 특성을 이용해 상위계층, 중간계층, 하위계층을 모두 고속월쉬변환하고, 정보를 상호 전달하여 비선형 시스템의 3계층 최적제어를 빠르고 간편하게 구현할 수 있는 새로운 알고리즘을 제시하였고 얻어진 결론은 다음과 같다.

- 1) 월쉬함수를 이용하여 미분, 적분방정식을 그에 상응하는 대수방정식으로 변환할 수 있으므로 디지털 컴퓨터를 이용할 경우 매우 편리하다.
- 2) 비선형계를 선형화 시켜 계층별 최적제어를 수행할 경우에 선형화 오차의 누적과 시스템 행렬의 분할 방법에 따라 수렴 여부가 결정되는 문제점을 갖지만 제한한 알고리즘은 항상 블록대각 행렬만을 분할하게 되므로 이러한 문제점을 해결할 수 있다.
- 3) 기존의 방법은 수많은 역행렬계산을 필요로 하나 본 연구방법에는 역행렬계산이 필요없기 때문에 비선형계의 제어 문제를 보다 정확하게 계산할 수 있다.
- 4) Picard 반복연산법을 도입하여 비선형계에의 월쉬함수 적용이 선형계와 마찬가지로 일반화된 알고리즘을 얻을 수 있었다.
- 5) 시뮬레이션을 통해서 기존의 준선형화법과 제안된 알고리즘을 비교해 보았고 결과를 통해 거의 일치함을 확인할 수 있었다.



이상에서 얻어진 결론은 비선형 시스템의 최적제어 해석에 폭넓게 적용될 수 있을 것으로 사료된다. 예를 들어 전력시스템이나 수처리 시스템과 같은 비선형 시스템에 적용한다면 빠르고 간단하게 최적제어를 수행할 수 있을 것으로 생각되며 페루프 시스템에 대한 향후 연구가 지속되어야 할 것이다.

**참 고 문 헌**

[1] D. D. Siljak, "A Multilevel Optimization of Large - scale Dynamic Systems," IEEE. Transactions on Automatic Control. Vol. 21, No. 4, pp. 79-84, 1975.  
 [2] M. G. Singh and M. F. Hassan, " Multilevel Feedback Control for Interconnected Dynamic System using the Prediction Principle," IEEE. Transactions on System, Man, and Cybernetics, Vol. 6, No. 4, pp. 233-239, 1976.  
 [3] M. G. Singh, " Hierarchical Feedback Control System for Large Dynamic Systems," INT. J. SYSTEMS SCI, Vol. 8, No. 1, pp. 31-47, 1977.  
 [4] Jian-Min Zhu and Yong-Zai Lu, " New Approach to Hierarchical Control via Block Pulse Transformation," INT. J. CONTROL, Vol. 46, No. 2 pp. 441-453, 1987.  
 [5] M. D. Mesarovic, D. Macko and Takahara, " Theory of Hierarchical Multilevel Systems," Academy Press, New York, 1970.  
 [6] Hassan M. F. Singh M. G., "A Two-level Costate Prediction Algorithm for Nonlinear Systems."Automatica, Vol. 13, pp. 629-634, 1977.  
 [7] M. S. Mahmoud , M. F. Hassan, "Large-Scale Control Systems," Marcel Dekker INC., New York, 1985.  
 [8] F. L. Lewis and D. W. Fountain, "Walsh Function Analysis of Linear and Bilinear Discrete Time Systems," INT. J. CONTROL, Vol. 53, No. 4, pp. 847-853, 1991.  
 [9] M. F. Hassan and M.G. Singh, " Hierarchical Successive Approximation Algorithms for Non-linear Systems. Part 1. Generalisation of the Method of Takahara," Large Scale Systems, Vol. pp. 65-75, 1981.  
 [10] 안두수, " 월쉬함수와 시스템 제어", 북두출판사, 2000  
 [11] BROWN, R. D., "A Recursive Algorithm for Sequency-Ordered Fast Walsh Transforms," IEEE Trans. C-26, 819-823, 1977.  
 [12] Ronald R. Mohler, "Nonlinear Systems," vol. 1, Prentice Hall, 1991.

**저 자 소 개**



**김 태 훈 (金 泰 勳)**

1971년 2월 1일 생. 1995년 성균관대 공대 전기공학과 졸업. 1997년 동 대학원 전기전자 및 컴퓨터 공학과 졸업(석사). 1999년~현재 동 대학원 전기전자 및 컴퓨터 공학과 박사과정  
 Tel : 0331-290-7167  
 E-mail : taihoon@netsgo.com



**신 승 권 (申 勝 權)**

1972년 6월 17일 생. 1995년 성균관대 공대 전기공학과 졸업. 1998년 동 대학원 전기공학과 졸업. 현재 동 대학원 전기전자컴퓨터공학부 박사수료  
 Tel : 031-290-7167, Fax : 031-290-7101  
 E-mail : newsk2@ece.skku.ac.kr



**조 영 호 (曹 永 鎬)**

1973년 8월 1일 생. 1996년 성균관대 공대 전기공학과 졸업. 1998년 동 대학원 전기공학과 졸업. 2000년 동 대학원 전기전자컴퓨터공학부 박사수료. 현재 한국항공우주산업 우주개발연구센터 주임 연구원  
 Tel : 042-939-3561, Fax : 042-939-3500  
 E-mail : choyh@koreaero.com



**이 한 석 (李 漢 錫)**

1966년 1월 11일 생. 1990년 성균관대 전기공학과 졸업. 1992년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1997년~1999년 한국원자력연구소 Post DR. 현재 부천대 컴퓨터 제어과 전임강사.  
 Ttel : 032-610-3374  
 E-mail : 21seok@@hangil.bucheon.ac.kr



**이 재 춘 (李 在 春)**

1957년 2월 23일 생. 1980년 성균관대 전기공학과 졸업. 1982년 동 대학교 대학원 졸업(석사). 1995년 동 대학원 졸업(박사). 현재 서일대 전자과 교수  
 Tel : 02-490-7394  
 E-mail : LEEJC@hitel.net



**안 두 수 (安 斗 守)**

1937년 6월 9일 생. 1960년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1964년 서울대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1982년 중앙대 대학원 전기공학과 졸업(공학박). 1971~현재 성균관대 전기전자 및 컴퓨터공학부 교수  
 Tel : 0331-290-7101  
 E-mail : dsahn@ece.skku.ac.kr