

지능형 디지털 재설계를 이용한 도립 진자의 디지털 제어

論 文

50D - 10 - 1

Digital Control of An Inverted Pendulum by Using Intelligent Digital Redesign

張 旭* · 周永焄** · 朴珍培***
(Wook Chang · Young-Hoon Joo · Jin-Bae Park)

Abstract - This paper presents a simple and new digital redesign algorithm for fuzzy-model-based controllers. In the first stage, a continuous-time TS fuzzy model is constructed for a given continuous-time nonlinear system and a corresponding continuous-time fuzzy-model-based controller is established based on the existing controller synthesis algorithms. In the second stage, the continuous-time fuzzy-model-based controller is converted to equivalent discrete-time fuzzy-model-based controller, aiming at maintaining the property of the analogue controlled system, which are called intelligent digital redesign. Finally, the proposed method is applied to the digital control of inverted pendulum system to shows the effectiveness and the feasibility of the method.

Key Words : TS Fuzzy Model, Fuzzy-Model-Based Control, Intelligent Digital Redesign, Inverted Pendulum

1. 서 론

1965년 Zadeh [1]가 퍼지 논리를 제창하고 Mamdani [2]가 이를 제어 분야에 적용한 이래 많은 연구자가 퍼지 제어에 관한 연구를 진행해 왔다. 퍼지 제어는 인간 전문가의 지식을 퍼지 규칙을 이용해 언어 규칙으로 표현하고, 이와 같이 이루어진 규칙들로 제어기를 구성하기 때문에 제어 대상 플랜트의 정확한 수학적인 모델을 알지 못한다 하더라도 좋은 결과를 얻을 수 있으며 그 구현도 간단하다. 반면 퍼지 제어기의 체계적인 설계 절차와 그 성능 및 안정성을 검증하는 절차의 부족은 그간 퍼지 제어 이론의 단점으로 지적되어 왔다. 그러나 이러한 단점은 1985년에 Takagi등 이 Takagi-Sugeno (TS) 퍼지 모델을 제시하고[3] 이를 이용한 제어기-TS 퍼지 모델 기반 제어기-설계를 수행한 뒤로 다른 많은 연구자들의 노력으로 상당수 해소되었다 [4,5,6,7,8].

한편, 대부분의 산업 현장에서 사용되는 실제적인 시스템들은 연속 시간 시스템들이며 따라서 이들 시스템에 적용되기 위한 제어기 설계 이론 또한 연속 시간 설정에 기반해 만들어진다. 그러나 최근의 급격한 컴퓨터 및 전자 장비의 발전으로 인해 점차로 상당수 제어기들이 디지털 컴퓨터 상에서 구현되도록 바뀌어 지고 있다. 구체적으로 디지털 제어기는 다음과 같은 장점을 갖는다.

- 유연성: 제어기의 설계 변경은 단순히 제어 알고리즘의

변경으로 가능하다.

- 신뢰성: 현대 디지털 기술의 발달은 디지털 제어기의 신뢰성을 비약적으로 향상시켰다.
- 단순성: 복잡한 제어 이론을 구현한 제어기이라 하더라도 그 하드웨어 자체가 복잡해 지는 것은 아니다.
- 저비용: 디지털 장비들의 가격은 지속적으로 하락하고 있다.

디지털 제어기의 설계 방법은 세가지가 주로 사용된다. 첫 번째 방법은 아날로그 제어기를 먼저 설계한 후 이를 등가의 디지털 제어기로 바꾸는 디지털 재설계 기법이 있으며 [9,10,11,17] 두번째로는 제어 대상 플랜트를 이산화한 후 이 시스템에 대해 디지털 제어기를 설계하는 기법, 세번째는 아날로그 플랜트에 대해 바로 디지털 제어기를 설계하는 샘플링 데이터 방법이 있다 [12]. 이 중 디지털 재설계 기법은 이미 설계된 아날로그 제어기가 존재하는 경우 매우 유용한 방법이다. 그러나 디지털 재설계 기법은 주로 선형 시스템에 대해 적용이 되어 왔으며 비선형 시스템에 대한 적용 예는 매우 드물다. 주영훈 등은 TS 퍼지 모델 기반 제어기에 디지털 재설계 기법을 적용해 혼돈 Chua 회로의 제어에 성공적으로 적용하였으며 이를 지능형 디지털 재설계라 명명하였다 [7]. 지능형 디지털 재설계는 TS 퍼지 모델의 각 하부 시스템과 퍼지 모델 기반 제어기의 각 하부 시스템에 대해 각각 디지털 재설계 기법을 적용해 디지털 재설계된 제어기들을 구성한 후 이 하부 제어기들을 퍼지 추론을 이용해 융합하여 전체 제어기를 구성하는 것이다. 이러한 접근 방법으로 설계자는 기존 선형 시스템에 대한 디지털 재설계 기법을 비선형 시스템에 쉽게 적용할 수 있다. 그러나 이 방법은 지역적인 디지털 재설계 기법으로 어떤 경우에는 적절하지 않거나 정

* 正 會 員 : 삼성전자 고등기술연구소 · 工博

** 正 會 員 : 延世大 電氣 및 電子工學科 教授 · 工博

*** 正 會 員 : 群山大 電氣情報工學科 副教授 · 工博

接受日字 : 2000年 11月 29日

最終完了 : 2001年 9月 15日

확하지 않는 디지털 제어기를 구성할 우려가 있다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위한 새로운 지능형 디지털 재설계 기법을 제안한다. 제안된 방법은 퍼지 모델 기반 제어기의 디지털 재설계 시 전역적인 등가성을 유지하도록 한다. 본 논문에서 전역적인 등가성은 아날로그 제어되는 시스템의 상태 변수와 디지털 제어되는 시스템의 상태 변수가 서로 정확히 정합되도록 유지하는 것을 의미한다. 제안된 방법은 다음과 같은 절차로 구성된다. 첫 번째 단계에서는 주어진 비선형 시스템에 대한 연속 시간 TS 퍼지 모델을 구성한다. 대응하는 퍼지 모델 기반 제어기는 병렬 분산 보상 (Parallel Distributed Compensation; PDC) 기법 [4]을 사용해 설계된다. 이 제어기를 바탕으로 등가의 디지털 퍼지 모델 기반 제어기가 설계된다. 제안된 방법은 복잡한 비선형 시스템의 디지털 제어를 위해 고급 디지털 재설계 이론과 퍼지 제어 이론을 간단하고 유용한 방법으로 융합한 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 TS 퍼지 모델과 이에 대응하는 퍼지 모델 기반 제어기에 관한 간략한 소개를 한다. 3장에서는 기존 선형 디지털 재설계 기법 및 지능형 디지털 재설계 기법에 대한 소개를 행하고 새로운 지능형 디지털 재설계 기법을 제안한다. 도립 진자에 대한 모의 실험을 4장에서 수행하며 여기서 제안된 방법의 효용성과 우수성을 보인다. 마지막으로 5장에서 결론을 유도한다.

2. TS 퍼지 모델

다음과 같은 비선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}_c = f(x_c(t)) + g(x_c(t))u_c(t) \quad (1)$$

여기서 $X_{c(t)} \in R^m$ 는 제어 입력, $f(x_c)$ 과 $g(x_c)$ 는 비선형 벡터 함수이다. 이 비선형 함수는 연속 시간 TS 퍼지모델에 의해 근사화 되어 질 수 있다 [3,13]. 우리는 위의 다중 입력 다중 출력 비선형 시스템을 표현하기 위해 다음과 같은 TS 퍼지 모델을 사용한다.

Rule i : IF $z_{1(t)}$ is F_1^i and \dots and $z_n(t)$ is F_n^i ,

$$\text{Then } \dot{x}(t) = A_i x_c(t) + B_i u_c(t) \quad (i = 1, 2, \dots, q) \quad (2)$$

여기서 F_j^i ($j = 1, 2, \dots, n$)는 j 번째 전건부 변수의 퍼지 집합이며 q 는 퍼지 규칙의 수, $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$ 이고 $z_1(t), \dots, z_n(t)$ 는 전건부 변수들이다. 시스템 (2)의 비퍼지화된 출력은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = A(\mu(z(t)))x_c(t) + B(\mu(z(t)))u_c(t)$$

여기서,

$$z(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)),$$

$$A(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))A_i, \quad B(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))B_i,$$

$$\mu(z(t)) = (\mu_1(z(t)), \mu_2(z(t)), \dots, \mu_n(z(t))),$$

$$\mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{j=1}^q w_j(z(t))},$$

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^n F_j^i(z_j(t)),$$

또한, $F_j^i(z_j(t))$ 는 퍼지 집합 F_j^i 에 대한 변수 $z_j(t)$ 의 소속도이다. 우리는 PDC 기법을 사용하는 다음과 같은 퍼지 모델 기반 제어기를 사용한다.

Rule i : IF $z_{1(t)}$ is F_1^i and \dots and $z_n(t)$ is F_n^i ,

$$\text{Then } u_c(t) = -K_c^i x_c(t) \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$

여기서 K_c^i 는 i 번째 퍼지 규칙의 피드백 이득이다. 앞서와 마찬가지로 비퍼지화된 출력은 다음 식으로 주어진다.

$$u_c(t) = -K_c(\mu(z(t)))x_c(t) \quad (5)$$

여기서,

$$K_c(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))K_c^i$$

또한, 이에 대응되는 이산 시간 TS 퍼지 모델은 다음과 같다.

Rule i : IF $z_{1(t)}$ is F_1^i and \dots and $z_n(t)$ is F_n^i ,

$$\text{Then } x_d(kT+T) = G_d x_d(kT) + H_d u_d(kT) \quad (i = 1, 2, \dots, q) \quad (6)$$

여기서

$$G_d = \exp(A_i T) \in R^{n \times n}, \quad H_d = \int_0^T \exp(A_i \tau) B_i d\tau \in R^{n \times m}$$

이고 $z_1(t), \dots, z_n(t)$ 는 전건부 변수이며 T 는 샘플링 주기이다. 시스템 (6)의 비퍼지화 결과는 다음과 같다.

$$x_d(kT+T) = G(\mu(z(kT)))x_d(kT) + H(\mu(z(kT)))u_d(kT) \quad (7)$$

여기서,

$$z(kT) = (z_1(kT), z_2(kT), \dots, z_n(kT)),$$

$$G(\mu(z(kT))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))G_d,$$

$$H(\mu(z(kT))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))H_d,$$

$$\mu(z(kT)) = (\mu_1(z(kT)), \mu_2(z(kT)), \dots, \mu_n(z(kT))),$$

$$\mu_i(z(kT)) = \frac{w_i(z(kT))}{\sum_{j=1}^q w_j(z(kT))},$$

$$w_i(z(kT)) = \prod_{j=1}^n F_j^i(z_j(kT)),$$

또한, $F_j^i(z_j(kT))$ 는 퍼지 집합 F_j^i 에 대한 변수의 $z_j(kT)$ 소속도이다. 이산 시간 퍼지 모델 기반 제어기는 다음과 같다.

Rule i : IF $z_{1(t)}$ is F_1^i and \dots and $z_n(t)$ is F_n^i ,

$$\text{Then } u_d(kT) = -K_d^i x(kT) \quad (i = 1, 2, \dots, q) \quad (8)$$

for $kT \leq t < kT + T$

여기서 K_d^i 는 i 번째 퍼지 규칙의 디지털 피드백 이득이다. 비퍼지화된 규칙은 다음과 같다.

$$u_d(kT) = -K_d(\mu(z(kT)))x_d(kT)$$

여기서

$$K_d(\mu(z(kT))) = \sum_{i=1}^n \mu_i(z(kT)) K_d^i$$

이러한 TS 퍼지 모델 및 퍼지 모델 기반 제어기에 대한 지식식을 바탕으로 다음 장에서 새로운 종류의 퍼지 모델 기반 제어기를 제시하고자 한다.

3. 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계

본 장에서는 먼저 기존 선형 시스템에 대한 디지털 재설계 기법과 주영훈 등에 의해 제안된 지능형 디지털 재설계 기법 [7]을 간략히 소개하고 이후 새로운 지능형 디지털 재설계 기법에 대한 유도를 수행한다. 먼저 디지털 재설계 문제를 본 논문에서는 다음과 같이 기술한다.

문제1(디지털 재설계) 디지털 재설계는 주어진 아날로그 (연속 시간) 시스템과 적절히 설계된 아날로그 제어기를 이용해 아날로그 제어되는 시스템의 상태 변수 $x_c(t)$ 와 디지털 제어되는 시스템의 상태 변수 $x_d(t)$ 가 정합되도록 하는 디지털 (이산 시간) 제어기를 설계하라.

다음과 같은 선형 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}_c(t) = Ax_c(t) + Bu_c(t) \tag{10}$$

위 시스템의 해 $x_c(kT + T)$ 는 다음과 같다.

$$x_c(kT + T) = Gx_c(kT) - \int_{kT}^{kT+T} \exp^{A(kT+T-\lambda)} BK_c x_c(\lambda) d\lambda \tag{11}$$

여기서 K_c 는 연속 시간 선형 시스템의 피드백 이득이다.

또한 시스템 (10)과 구간 연속 제어 입력 $u_d(t)$ 를 포함한 동력학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(t) &= Ax_d(t) + Bu_d(t) \\ u_d(t) &= u_d(kT) = -K_d x_d(kT) \quad \text{for } kT \leq t < kT + T \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 K_d 는 이산 시간 선형 시스템을 위한 피드백 이득이다. 따라서 페루프 샘플치 데이터 시스템은 다음과 같이 주어진다.

$$x_d(t) = Ax_d(t) - BK_d x_d(kT) \tag{13}$$

또한 샘플치 데이터 시스템 (13)의 이산화 모델은 다음과 같다.

$$x_d(kT + T) = (G - HK_d)x_d(kT) \tag{14}$$

여기서 $G = \phi(kT + T, kT) = \exp^{AT}$, $\phi(t_1, t_2)$ 는 연속 시간 시스템의 상태 천이 행렬이며 H는 다음과 같이 주어진다.

$$H = \int_{kT}^{kT+T} \phi(kT + T, kT) Bu_c \tau d\tau = (G - I_n)A^{-1}B$$

참고 문헌 [9]에서 사용된 블럭 필스 함수 방법을 사용해 식 (11)의 적분항을 다음과 같이 근사화할 수 있다

$$\begin{aligned} \int_{kT}^{kT+T} \exp^{A(kT+T-\lambda)} BK_c x_c(\lambda) d\lambda &\cong HK_c \frac{1}{2} [x_c(kT) \\ &+ x_d(kT + T)] \end{aligned} \tag{15}$$

식 (15)를 식 (11)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$x_c(kT + T) \cong [I_n + \frac{1}{2} HK_c]^{-1} [G - \frac{1}{2} HK_c] x_c(kT) \tag{16}$$

식 (16)의 상태 변수 $x_c(kT)$ 과 식(14)의 상태 변수 $x_d(kT)$ 가 정합되도록 하기 위해 다음의 방정식을 구성한다.

$$[I_n + \frac{1}{2} HK_c]^{-1} [G - \frac{1}{2} HK_c] x_c(kT) = (G - HK_d)x_d(kT) \tag{17}$$

위의 식에 따라 다음의 방정식을 얻을 수 있고 이를 풀면 식 (19)를 얻는다.

$$G - HK_d \cong [I_n + \frac{1}{2} HK_c]^{-1} [G - \frac{1}{2} HK_c] \tag{18}$$

$$K_d \cong \frac{1}{2} [I_n + \frac{1}{2} K_c H]^{-1} K_c (I + G) \tag{19}$$

한편, 참고문헌 [7]에서 지능형 디지털 재설계가 제안되었다. 이는 퍼지 모델 기반 제어기에 기존 선형 시스템에 대한 디지털 재설계 기법을 적용해 복잡한 비선형 시스템을 위한 디지털 퍼지 모델 기반 제어기를 설계하고자 하는 것이다. 그림 1에 이를 도시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 이는 지역적으로 기존의 디지털 재설계 기법을 적용한 것으로 전역적인 상태 변수간의 정합성을 고려하지 않는다.

주영훈 등에 의해 제안된 지능형 디지털 재설계 기법을 향상시키기위해 우리는 다음에 새로운 지능형 디지털 재설계 기법에 대한 논의 및 유도를 수행한다.

먼저 구간 연속 제어 입력 $u_d(t)$ 에 의한 시스템(3)의 샘플치 데이터 시스템은 다음과 같이 기술할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_d(t) &= A(\mu(z(t)))x_d(t) + B(\mu(z(t)))u_d(t) \\ u_d(t) &= u_d(kT) = -K_d(\mu(z(t)))x_d(kT), \quad \text{for } kT \leq t < kT + T \end{aligned} \tag{20}$$

여기서 $x_d(t)$ 는 샘플치 데이터 시스템의 상태 변수이다.

자세한 논의 전에 우리는 다음을 가정한다.

가정1 임의의 구간 $[kT, kT + T)$ 내에서 i 번째 규칙 $\mu_i(t)$ 의 발화도가 $\mu_i(kT)$ 로 근사화될 수 있도록 샘플링주기 T는 충분히 짧다. 또한, 이에 따라 $A(\mu(z(t))), B(\mu(z(t))), K_c(\mu(z(t)))$ 는 임의의 구간 $[kT, kT + T]$ 내에 각각 $A(\mu(z(kT))), B(\mu(z(kT))), K_c(\mu(z(kT)))$ 로 근사화된다.

가정 1에 근거해 식 (12)의 등가 이산 시간 페루프 시스템은 다음과 같이 근사화된다.

$$\begin{aligned} x_d(kT + T) &= \phi(kT + T, kT)x_d(kT) \\ &+ \int_{kT}^{kT+T} \phi(kT + T, \tau)B(\mu(z(\tau)))u_d(\tau)d\tau \\ &\cong \exp^{A(\mu(z(kT)))} x_d(kT) + [\exp^{A(\mu(z(kT)))T} \\ &- I_n]A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT))) u_d(kT) \\ &= [I_n + A(\mu(z(kT)))T + O(T^2)]x_d(kT) + [A(\mu(z(kT)))T \\ &+ O(T^2)]A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT))) u_d(kT) \\ &\cong [I_n + A(\mu(z(kT)))T]x_d(kT) + B(\mu(z(kT)))T u_d(kT) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT)) [(I_n + A_i T) x_d(kT) + B_i T u_d(kT)] \\
 &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT)) [G_i x_d(kT) + H_i u_d(kT)] \\
 &= G(\mu(z(kT))) x_d(kT) + H(\mu(z(kT))) u_d(kT) \quad (21)
 \end{aligned}$$

여기서, I_n 는 $n \times n$ 단위 행렬이며 $O(T^2)$ 는 고차항을 의미한다.

아날로그 제어되는 시스템 (3)의 상태 변수와 디지털 제어되는 시스템 (21)의 상태 변수 정합을 위해 우리는 식 (3)의 이산 시간 상태 변수 $x_c(kT)$ 를 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned}
 &x_c(kT+T) \\
 &= \Phi(kT+T, kT) x_c(kT) \\
 &\quad + \int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT+T, \tau) B(\mu(z(\tau))) u_c(\tau) d\tau \quad (22)
 \end{aligned}$$

식 (11)의 적분항을 얻기 위해 우리는 가정1과 블럭 함수 방법 [9]을 사용한다.

$$\begin{aligned}
 u_{c(i)} &\cong \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2} [u_c(kT) + u_c(kT+T)] \phi_{i(i)} \\
 &\cong - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2} K_c(\mu(z(kT))) [x_c(kT) + x_c(kT+T)] \quad (23)
 \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 \phi_i(\tau) &= 1, \text{ for } iT \leq \tau < (i+1)T \\
 \phi_i(\tau) &= 0, \text{ otherwise}
 \end{aligned}$$

따라서 우리는 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 &\int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT+T, \tau) B(\mu(z(\tau))) u_c(\tau) d\tau \\
 &\cong \frac{1}{2} \int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT+T, \tau) B(\mu(z(\tau))) [u_c(kT) \\
 &\quad + u_c(kT+T)] d\tau \\
 &\cong \frac{1}{2} [G(\mu(z(kT))) - I_n] A(\mu(z(kT)))^{-1} \\
 &\quad \times B(\mu(z(kT))) [u_c(kT) + u_c(kT+T)] \\
 &= \frac{1}{2} [A(\mu(z(kT))) T + O(T^2)] A(\mu(z(kT)))^{-1} \\
 &\quad \times B(\mu(z(kT))) [u_c(kT) + u_c(kT+T)] \\
 &\cong - \frac{1}{2} B(\mu(z(kT))) T K_c(\mu(z(kT))) [x_c(kT) \\
 &\quad + x_c(kT+T)] \\
 &= - \frac{1}{2} [\sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT)) B_i T] K_c(\mu(z(kT))) [x_c(kT) \\
 &\quad + x_c(kT+T)] \\
 &= - \frac{1}{2} [\sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT)) H_i] K_c(\mu(z(kT))) [x_c(kT) \\
 &\quad + x_c(kT+T)] \\
 &= - \frac{1}{2} H(\mu(z(kT))) K_c(\mu(z(kT))) [x_c(kT) \\
 &\quad + x_c(kT+T)] \quad (24)
 \end{aligned}$$

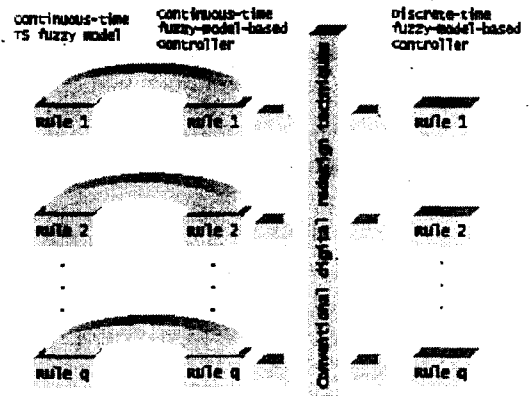


그림 1 국소 지능형 디지털 재설계
Fig. 1. Local intelligent digital redesign

식 (24)를 식 (22)에 대입하면 (25)을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 x_c(kT+T) &\cong [I_n + \frac{1}{2} H(\mu) K_c(\mu)]^{-1} [G(\mu) \\
 &\quad - \frac{1}{2} H(\mu) K_c(\mu)] x_c(kT) \quad (25)
 \end{aligned}$$

식 (25)의 상태 변수 $x_c(kT)$ 와 식(21)의 상태 변수 $x_d(kT)$ 를 정합시키기 위해 식 (25)와 (21)을 이용해 다음 방정식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 G(\mu) - H(\mu) K_d(\mu) \\
 &\cong [I_n + \frac{1}{2} H(\mu) K_c(\mu)]^{-1} [G(\mu) - \frac{1}{2} H(\mu) K_c(\mu)] \quad (26)
 \end{aligned}$$

위의 방정식을 풀면 우리는 식 (27)을 얻는다.

$$K_d(\mu) \cong \frac{1}{2} [I_n + \frac{1}{2} K_c(\mu) H(\mu)]^{-1} K_c(\mu) (I_n + G(\mu)) \quad (27)$$

따라서 우리가 이 장에서 설정한 문제 1에 대한 해결책이 되는 디지털 퍼지 모델 기반 제어기는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u_d(t) &= u_d(kT) \\
 &= - \frac{1}{2} [\sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT)) (I_n + \frac{1}{2} K_c^i H_i)]^{-1} \\
 &\quad \times [\sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT)) K_c^i] [\sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT)) (I_n + G_i)] x_d(kT) \quad (28)
 \end{aligned}$$

4. 모의 실험

제안된 지능형 디지털 재설계 기법의 효율성을 검증하기 위해 다음과 같은 도립 진자 시스템에 이를 적용한다.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= \frac{g \sin(x_1) - a m l x_2^2 \sin(2x_1)/2 - a \cos(x_1) u}{4l/3 - a m l \cos^2(x_1)} \quad (29)
 \end{aligned}$$

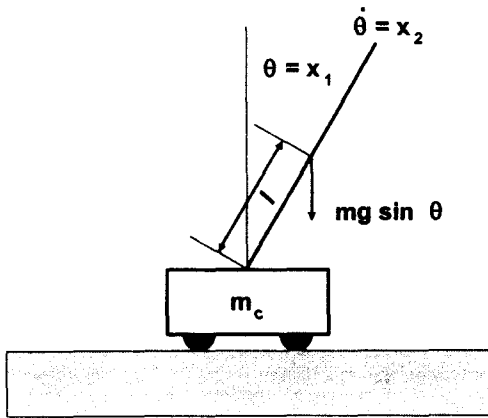


그림 2 도립진자
Fig. 2. Inverted pendulum

여기서, x_1 (rad)는 수직축으로부터 측정한 진자의 각도, x_2 (rad/s)는 각속도, $g=9.8m/s^2$ 는 중력 가속도, $m=2.0kg$ 은 진자의 질량, $a=1/(m+m_c)$, $m_c=8.0kg$ 은 차량의 질량, $2l=1.0m$ 는 진자의 길이, $u(N)$ 는 차량에 가해지는 힘이다. 그림 2에 이를 도시하였다.

위 시스템의 TS 퍼지 모델은 다음과 같다 [14]

Rule 1: IF x_1 is F_1^1 , THEN $\dot{x}_c = A_1 x_c + B_1 u_c$
 Rule 2: IF x_1 is F_1^2 , THEN $\dot{x}_c = A_2 x_c + B_2 u_c$ (30)

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 17.2941 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9.36 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = [0 \quad -0.1765]^T, \quad B_2 = [0 \quad -0.0052]^T$$

이며 소속 함수는 다음과 같이 주어진다. 그림 3에 이를 도시한다.

$$F_1^1(x_1(t)) = \max(\min(\frac{x_1+1.57}{1.57}, \frac{1.57-x_1}{1.57}), 0)$$

$$F_1^2(x_1(t)) = 1 - F_1^1(x_1(t))$$

위의 퍼지 모델을 제어하기 위한 제어기는 식 (4)의 형태를 가진다. 이와 같은 제어기의 구성을 위한 많은 이론이 개발되었으며 본 논문에서는 [8]의 방법론에 의거해 최종적으로 다음과 같은 제어 이득을 얻는다.

$$K_c^1 = -10^3 [1.1067 \quad 0.3042]$$

$$K_c^2 = -10^3 [2.7981 \quad 0.7978] \quad (31)$$

위의 제어 이득의 안정성을 공통 리아프노프 부등식을 만족하는 양한정 행렬을 구해 증명할 수 있으며 다음과 같이 주어진다.

$$P = \begin{bmatrix} 13.3204 & 3.9414 \\ 3.9414 & 1.2630 \end{bmatrix} \quad (32)$$

실험에서 샘플링 주기는 $T = 0.1$ (sec)로 주어졌다. 이 때 구간 연속제어 입력에 의한 이산 시간 시스템은 다음과 같다.

Rule 1: IF x_d is F_1^1 ,
 THEN $\dot{x}_d(kT+T) = G_1 x_d(kT) + H_1 u_d(kT)$

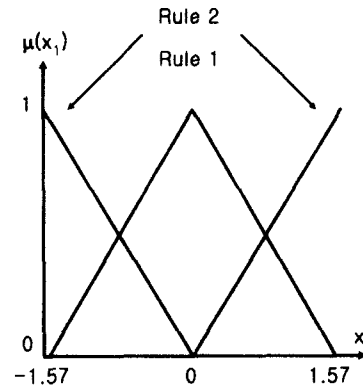


그림 3 소속 함수
Fig. 3. Membership functions

Rule 2: IF x_d is F_1^2 ,
 THEN $\dot{x}_d(kT+T) = G_2 x_d(kT) + H_2 u_d(kT)$ (33)

여기서,

$$G_1 = \begin{bmatrix} 1.0877 & 0.1029 \\ 1.7797 & 1.0877 \end{bmatrix}, \quad G_2 = \begin{bmatrix} 1.0472 & 0.1016 \\ 0.9507 & 1.0472 \end{bmatrix}$$

$$H_1 = [-0.0009 \quad -0.0182]^T$$

$$H_2 = [-0.026 \times 10^{-3} \quad -0.5318 \times 10^{-3}]^T$$

최종적인 디지털 퍼지 모델 기반 제어기는 K_c^i , G_i , H_i 와 식(28)을 사용해 얻을 수 있으며 이를 다음에 보인다.

$$u_d(k) = u_d(kT) = -\frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^2 \mu_i(z(kT)) (I_m + \frac{1}{2} K_c^i H_i) \right]^{-1} \times \left[\sum_{i=1}^2 \mu_i(z(kT)) K_c^i \right] \left[\sum_{i=1}^2 \mu_i(z(kT)) (I_n + G_i) \right] x_d(kT) \quad (34)$$

그림 4는 초기치 45도 (0.7854 rad)인 경우 제안된 방법(실선), 기존 지능형 디지털 재설계(점선), 아날로그 제어(대시)에 의한 상태 변수 $x_1(t)$ 를 보인 것이다. 그림 5는 제안된 방법(실선), 기존 지능형 디지털 재설계(점선), 아날로그 제어(대시)에 의한 상태 변수 $x_2(t)$ 를 보인 것이다. 그림 6는 제안된 방법(실선), 기존 지능형 디지털 재설계(점선), 아날로그 제어(대시)에 의한 제어 입력을 보인 것이다. 그림 4는 초기치 89도 (1.5533 rad)인 경우 제안된 방법(실선), 기존 지능형 디지털 재설계(점선), 아날로그 제어(대시)에 의한 상태 변수 $x_1(t)$ 를 보인 것이다. 그림 5는 제안된 방법(실선), 기존 지능형 디지털 재설계(점선), 아날로그 제어(대시)에 의한 상태 변수 $x_2(t)$ 를 보인 것이다. 그림 6는 제안된 방법(실선), 기존 지능형 디지털 재설계(점선), 아날로그제어(대시)에 의한 제어 입력을 보인 것이다. 모의 실험 결과에서 알 수 있듯이 제안된 제어기는 기존의 지능형 디지털 제어가 시스템 제어에 실패하는 반면에 매우 정확하게 아날로그 제어기에 의한 시스템 응답을 추종함을 알 수 있다.

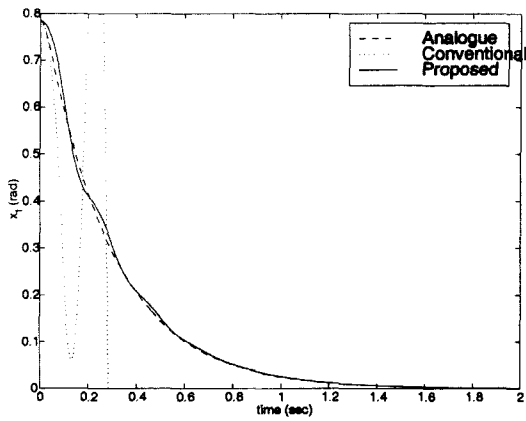


그림 4 시스템 궤적 $x_1(t)$ 의 비교
Fig. 4. Comparison of $x_1(t)$

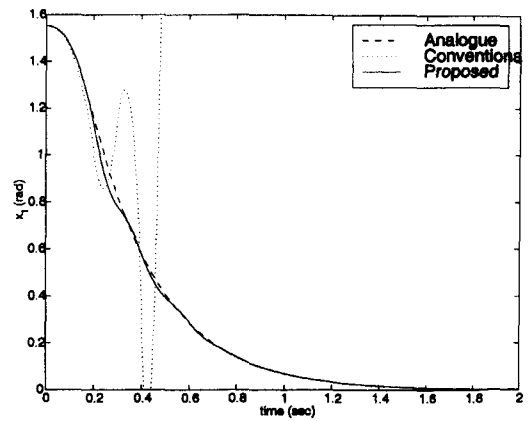


그림 7 시스템 궤적 $x_1(t)$ 의 비교
Fig. 7. Comparison of $x_1(t)$

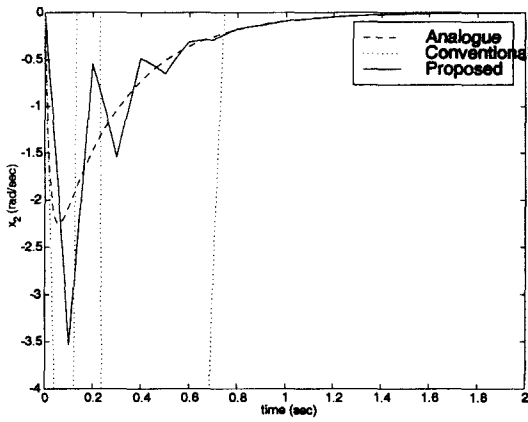


그림 5 시스템 궤적 $x_2(t)$ 의 비교
Fig. 5. Comparison of $x_2(t)$

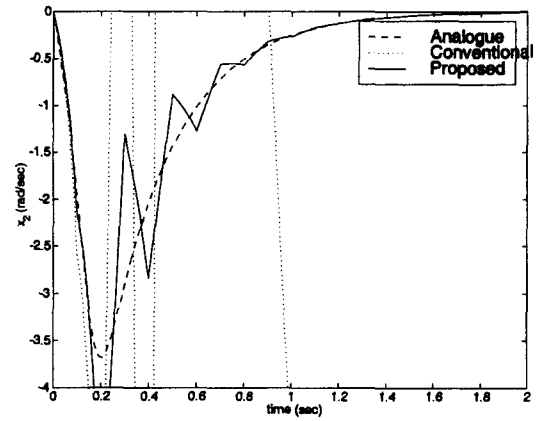


그림 8 시스템 궤적 $x_2(t)$ 의 비교
Fig. 8. Comparison of $x_2(t)$

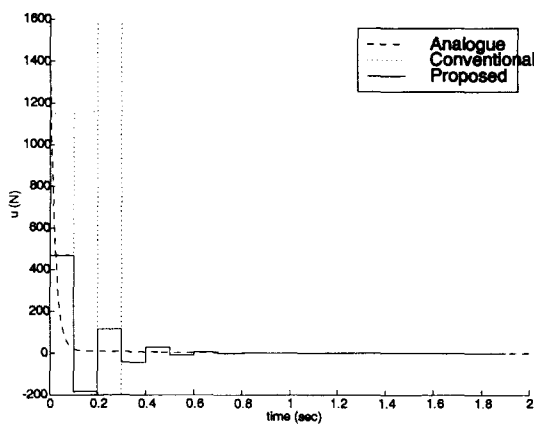


그림 6 제어 입력 $u(t)$ 의 비교
Fig. 6. Comparison of $u(t)$

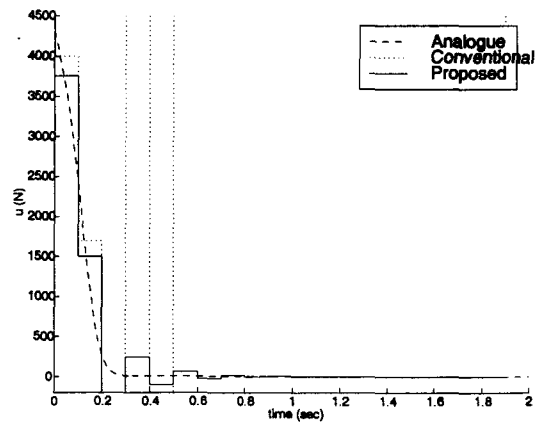


그림 9 제어 입력 $u(t)$ 의 비교
Fig. 9. Comparison of $u(t)$

5. 결 론

본 논문에서는 전역적인 상태 변수의 정합을 고려한 새로운 종류의 디지털 재설계 기법을 제안하였다. 제안된 방법은 기존의 방법과는 달리 퍼지 모델 기반 제어기의 디지털 재설계 시 아날로그 제어되는 시스템의 상태 변수와 디지털 제어되는 시스템의 상태 변수를 전역적으로 정합하도록 구성되었다. 구체적으로, 주어진 제어 대상 비선형 시스템을 연속 시간 TS 퍼지 모델로 모델링한 후, 이에 기반해 PDC 기법을 사용해 퍼지 모델 기반 제어기를 설계한다. 이 후 본 논문에서 새롭게 제안된 지능형 디지털 재설계 기법을 사용해 디지털 퍼지 모델 기반 제어기를 설계한다. 제안된 방법은 복잡한 비선형 시스템의 디지털 제어기를 용이하게 설계할 수 있는 새로운 기법이다. 제안된 방법의 우수성과 효용성을 도립 진자에 대한 실험을 통해 보였다.

감사의 글

본 논문은 두뇌 한국 21 사업의 지원을 받았음. 본 논문을 우수 논문으로 추천하여 주신 2000년도 전기학회 하계 학술대회 심사위원들께 감사드립니다.

참 고 문 헌

[1] L.A.Zadeh, "Fuzzy sets," Information and Control vol. 8, pp. 338-353, 1965.

[2] E.H.Mamdani and S.Assilian, "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," Int. Journal of Man-Machine Studies vol. 7, no. 1, pp. 1-13, 1975.

[3] T.Takagi and M.Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 15, pp. 116-132, 1985.

[4] H.O.Wang, K.Tanaka, and M.Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues," IEEE Transactions on Fuzzy Systems vol. 4, pp. 14-23, Feb., 1996.

[5] K.Tanaka, T.Ikeda, and H.O.Wang, "Robust stabilization a class of uncertain non-linear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability, H_∞ control theory, and linear matrix inequalities," IEEE Transactions on Fuzzy Systems vol. 4, pp.1-13, Feb., 1996.

[6] Y.H.oo, H.S.Hwang, K.B.Kim, and K.B.Woo, "Fuzzy system modeling by fuzzy partition and GA hybridschemes," Fuzzy Sets and Systesm vol. 86, no.3, pp. 279-288, 1997.

[7] Y.H.oo, G.Chen, and L.S.Shieh, "Hybridstate-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," IEEE Transactions on Fuzzy Systems vol.7, pp. 394-408, Aug., 1999.

[8] H.Lee, J.B.Park, and G.Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," IEEE Transactions on Fuzzy Systems 2000.(to be published).

[9] L.S.Shieh, X.M.Zhao, and J.W.Sunkel, "Hybridstate-space self-tuning control using dual-rate sampling," IEE Proceedings-D vol. 138, pp. 50-58, Jan., 1991.

[10] L.E.Sheen, L.S.H.Tsai, and L.S.Shieh, "Optimal digital redesign of continuous-time systems with input time delay and/or asynchronous sampling," Journal of Frankling Institute vol. 335, no.4, pp. 605-616, 1996.

[11] N.Rafee, T. Chen, and O.P.Malik, "A technique for optimal digital redesign of analog controllers," IEEE Transactions on Control Systems Technology vol. 5, pp. 89-99, Jan., 1997.

[12] T.Chen and B.A.Francis, " H_2 optimal sampled-data control," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 36, pp. 387-397, Apr., 1991.

[13] M.Sugeno and G.T.Kang, "Structure identification of fuzzy model," Fuzzy Sets and Systems vol. 28, pp. 15-33, 1988.

[14] F.H.F.Leung, L.K.Wong, and P.K.S.Tam, "Fuzzy model basedcontroller for an invertedpendulum," Electronics Letters, vol. 32, no. 8, pp. 1683-1685, 1996.

저 자 소 개



장 옥 (張旭)

1994년 연세대 전기공학과 졸업. 1996년 연세대 대학원 전기컴퓨터 공학과 졸업 2001년 동 대학원 전기전자공학과 졸업(공학). 현재 삼성종합기술연구소 연구원



주 영 훈 (周永焄)

1982년 연세대 전기공학과 졸업. 1984년 연세대 대학원 전기공학과 졸업. 1995년 동대학원 전기공학과 졸업(공학). 1986-1995년 8월 삼성전자(주) 생산기술센터 자동화연구소(선임 연구원). 현재 군산대 공대 전자정보공학부 부교수



박진배 (朴珍培)

1977년 연세대 전기공학과 졸업. 1909년 Kansas State University 공대 전기 및 컴퓨터 공학과 졸업 (공학). 1990-1991년 Kansas state University 공대 전기 및 컴퓨터공학과 조교수. 현재 연세대 공대 전기전자공학부 교수