

A Study on the Adaptive Polynomial Neuro-Fuzzy Networks Architecture

吳 聖 權* · 金 東 源**
(Sung-Kwun Oh · Dong-Won Kim)

Abstract -In this study, we introduce the adaptive Polynomial Neuro-Fuzzy Networks(PNFN) architecture generated from the fusion of fuzzy inference system and PNN algorithm. The PNFN dwells on the ideas of fuzzy rule-based computing and neural networks. Fuzzy inference system is applied in the 1st layer of PNFN and PNN algorithm is employed in the 2nd layer or higher. From these the multilayer structure of the PNFN is constructed. In other words, in the Fuzzy Inference System(FIS) used in the nodes of the 1st layer of PNFN, either the simplified or regression polynomial inference method is utilized. And as the premise part of the rules, both triangular and Gaussian like membership function are studied. In the 2nd layer or higher, PNN based on GMDH and regression polynomial is generated in a dynamic way, unlike in the case of the popular multilayer perceptron structure. That is, the PNN is an analytic technique for identifying nonlinear relationships between system's inputs and outputs and is a flexible network structure constructed through the successive generation of layers from nodes represented in partial descriptions of I/O relation of data. The experiment part of the study involves representative time series such as Box-Jenkins gas furnace data used across various neurofuzzy systems and a comparative analysis is included as well.

Key Words : Polynomial Neuro-Fuzzy Networks(PNFN), fuzzy inference system, PNN algorithm, fuzzy polynomial neuron(FPN), polynomial neuron(PN), time series data.

1. 서 론

알려지지 않은 시스템의 입출력데이터로 시스템을 파악하는 것은 피할 수 없는 어려운 문제이며, 동적 시스템에 대한 효율적인 제어메카니즘의 설계에는 일반적으로 프로세스에 대한 경험이 필요하게 된다. 그러나 복잡한 실시스템은 비선형성, 파라미터의 변동, 모델링오차등의 복합적인 문제를 포함하고있으며, 프로세스에 대한 충분한 지식과 정보의 결핍으로 일반적인 수학적 방법의 적용에는 상당한 어려움이 있다. 비선형 공정의 복잡성과 불확실성을 제어하기 위해 많은 연구가 계속되고 있으며, 이중 지능모델은 수화적인 방법으로 해결하지 못했던 문제들의 어려움을 해결하고 있다. 사람의 자연적인 언어체계를 표현하는데 효과적인 퍼지 모델과 생물학적 신경계통을 공학에 응용한 신경회로망을 이러한 지능모델의 대표적인 것으로 꼽을 수 있다. 퍼지모델링 방법은 퍼지집합, 퍼지규칙, 그리고 퍼지추론에 기반한 방법으로 이의 장점은 전반적인 모델링 작업에서 요구되는 시스템에 대한 상세한 수화적인 묘사가 필요하지 않다는 것이다. 그러나 퍼지추론시스템은 멤버쉽함수를 설계하는데 직접적으로 정의된

방법이 없어 휴리스틱하게 접근해야되므로 설계자의 경험과 직관이 중요하게 작용된다. 또한 학습기능의 결핍으로 시간에 따라 변화되는 환경에는 이에 맞는 추론의 최적화가 필요하다. 신경회로망은 주어진 입력에 대하여 자신의 내부구조를 스스로 조직하고 학습을 통해 데이터에 잘 맞는 모델을 동정할 수 있다. 그러나 많은 데이터를 필요로 하며, 이에 따른 학습시간의 증가는 신경망의 단점으로 지적된다. 최근에는 이러한 퍼지모델과 신경회로망이 가지고 있는 독특한 특성을 살리면서 지능 모델의 효율과 성능향상을 위해 두 모델의 융합에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 이는 퍼지추론에 의한 시스템과 신경회로망 시스템이 가지는 장점을 결합함으로써 보다 나은 시스템 성능특성을 얻기 위한 연구로서 두 시스템이 가지는 유사성과 상호 보완관계를 이용하는 것이다. 특히 최근에는 이들 퍼지모델 및 신경회로망과 더불어 최적화이론 등과의 결합, 융합에 의한 고급 계산지능(Computational Intelligence: CI)기술[15]을 이용하여 산업전자 및 정보기술(Information Technology: IT)분야에 보다 폭넓게 응용되고 있으며, 이론적으로도 활발히 연구중이다.

Takagi, Hayashi[16]등은 신경회로망으로 구동되는 퍼지추론을 제안하였으나 비선형적인 입출력관계를 표현하는데는 많은 양의 데이터가 필요하고 기존의 퍼지 추론보다 정성적으로 이해하기가 힘들다는 단점이 있다. Horikawa[17]가 제안한 퍼지뉴럴네트워크는 퍼지규칙의 전반부 멤버쉽함수가 시그모이드 함수를 사용했기 때문에 초기값 선정이 어렵고, 입력변수 수가 많아지면 네트워크가 상당히 복잡할 수 있다.

* 正 會 員 : 圓 光 大 工 科 學 科 副 教 授 · 工 博
 ** 準 會 員 : 圓 光 大 工 科 學 科 碩 士 課 程
 接 受 日 字 : 2001 年 5 月 14 日
 最 終 完 了 : 2001 年 7 月 31 日

Yamakawa[18-19]에 의해 제안된 FNN은 보수적인 멤버십 함수를 사용함으로 다른 구조에 비하여 수렴과 학습속도가 빠르다는 장점이 있으나 주어진 시스템에 대하여 퍼지 입력 공간을 균등하게 분할하여 멤버십 함수를 정의함으로써 비선형 데이터의 특성을 적절히 반영하지 못한 단점이 있다. 새로운 모델링 기법으로 입력과 출력사이의 비선형관계를 표현함에 있어 선택된 입력변수와 차수를 이용하는 다항식 뉴럴 네트워크(Polynomial Neural Networks: PNN)[13]가 있다. 입력과 출력의 비선형적인 관계를 2 변수, 3 변수 및 다변수와, 1 차식, 2 차식 및 변형된 2 차식등의 확장된 부분표현식을 이용하여 연속적인 층과 노드를 생성함으로써 최적의 구조를 얻는 알고리즘이다. 기존의 신경망 알고리즘보다 더 적은 노드수와 유연한 특성을 가지며 그 기본 알고리즘은 GMDH[1-3]를 기반으로 하고 있다. 그러나 시스템공정의 입출력변수에 의한 비선형특성과 적응력에 대처하기 위한 다항식 뉴런들만의 모델구조생성은 어느정도 한계가 있다.

본 논문에서는 비선형성을 가진 시스템의 동적방법으로 퍼지 모델링방법과 PNN 알고리즘의 상호특징과 장점을 결합한 새로운 다항식 뉴로-퍼지 네트워크를 제안한다. 즉 시스템의 입력변수를 받아들이는 뉴로-퍼지 네트워크의 1층은 퍼지 시스템으로 구축되고, 네트워크의 층수증가에 따른 퍼지규칙수의 지수적인 증가를 피하고 성능을 개선하기 위해 2 층 이상은 PNN 알고리즘을 적용하였다. 제안된 모델의 성능평가를 위해, 앞서 연구된 다양한 퍼지 및 지능형 모델링방법들에 광범위하게 적용된 가스르공정의 시계열데이터[4]를 이용하여 결과를 고찰하고 또한 비교해석이 수반된다.

2. 다항식 뉴로-퍼지네트워크(Polynomial Neuro-Fuzzy Networks: PNFN)구조와 알고리즘

퍼지추론시스템과 다항식 뉴럴네트워크에 기반한 노드를 가진 새로운 다항식 뉴로-퍼지 네트워크(PNFN)는 고계다항식과 다변수 입력에 의한 모델의 차수와 입력변수 수, 그리고 최종종료판정 기준에 의하여 모델을 선정하게 되며, 시스템 환경에 최적인 모델을 얻기 위해 계층적으로 모델을 추정해 나간다. 제안한 PNFN의 1 층에서 이루어지는 모델링의 기본 연산유닛은 퍼지다항식 뉴런(Fuzzy Polynomial Neuron: FPN)으로써, 퍼지 집합과 뉴럴 네트워크의 개념에 바탕을 두고 자세히 설명된다. 그림 1에서 보여진 것처럼 FPN은 2개의 기본적인 기능 모듈로 구성되어 있다. 처음 하나는 "F"로 표기되어진 것으로, 이는 퍼지 집합의 집합체로써 입력 수의 변수들과 뉴런에 의해 실현된 처리 부분사이를 상호 연결해 준다. 그림에서 x_p 와 x_q 를 입력변수들로 표시한다. "P"로 표기된 두 번째 모듈은 함수 기반 비선형(다항식) 처리에 관한 것이다. 입력 변수들의 수는 데이터의 특성에 따라 변할 수 있다. 앞서 언급했듯이, 퍼지 집합(여기서는 $\{A_i\}$, $\{B_k\}$)에 의해서 변환되어진 입력 변수들의 집합은 뉴런의 두 번째 다항식 모듈에 의해서 처리되는 변수들과 다르거나, 같거나 그렇지 않으면 부분적으로 중복될 수 있다. 그림 1에서 언급했듯이, 각 규칙의 형태는 다음과 같다.

$$\text{If } x_p \text{ is } A_i \text{ and } x_q \text{ is } B_k \text{ then } y \text{ is } P_{ik}(x_i, x_j, \mathbf{a}_{ik}) \quad (1)$$

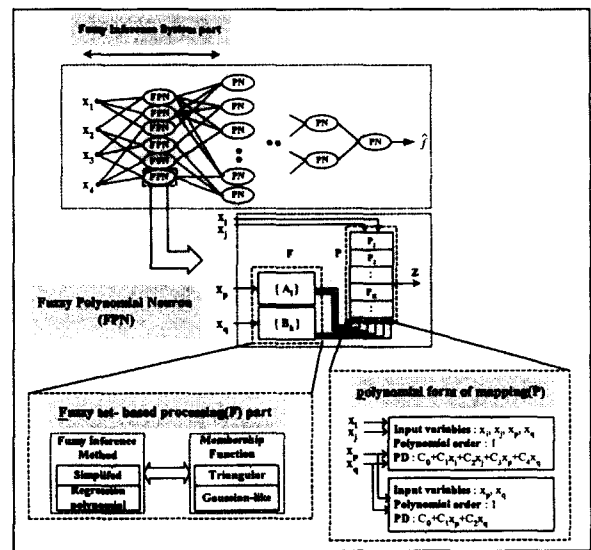


그림 1. 퍼지다항식 뉴런의 일반적인 구조
Fig. 1. A general topology of the Fuzzy Polynomial Neuron(FPN)

여기서 \mathbf{a}_{ik} 는 규칙 후반부의 파라미터 벡터이다. FPN의 입력 변수들이, 특히 두 함수 블록과 상호 작용하는 방법을 언급하기 위해, $FPN(x_p, x_q; x_i, x_j)$ 으로 표기하여 사용한다. FPN의 처리는 참고문헌 [8-9]에 나타난 규칙 베이스 컴퓨팅 중에 있는 다음 표현식에 의해 연산처리 된다.

a) 규칙 "K"의 활성화는 규칙 안에 있는 퍼지 집합의 활성화인 AND-합성으로써 계산된다. μ_K 는 각 규칙의 활성화 레벨을 표시한다.

b) 규칙들의 활성화 레벨은 각 다항식의 조건부(함수변환) P_K (가중평균)으로써 계산된 FPN의 출력에 기여한다.(규칙의 index, K는 규칙 (1)에서 사용된 퍼지집합 두 개의 index에 대한 간결 표기이다. 즉 $K=(i, k)$)

$$z = \frac{\sum_{K=1}^{\text{all rules}} \mu_K P_K(x_i, x_j, \mathbf{a}_K)}{\sum_{K=1}^{\text{all rules}} \mu_K} \quad (2)$$

$$= \sum_{K=1}^{\text{all rules}} \hat{\mu}_K P_K(x_i, x_j, \mathbf{a}_K)$$

$$\hat{\mu}_K = \frac{\mu_K}{\sum_{L=1}^{\text{all rules}} \mu_L} \quad (3)$$

PNFN의 2층 이상을 구성하는 다항식 뉴럴네트워크의 구조에서 기본연산이 되는 다항식 뉴런(Polynomial Neuron: PN)의 연산에 대하여 간단히 알아보면 그림 2와 같다. 만약 데이터집합 $(z_i, y_i) = (z_{1i}, z_{2i}, \dots, z_{ni}, y_i), i=1, 2, \dots, n$ 까지 주어져 있다면, 다항식 뉴럴네트워크는 이 데이터의 입출력 관계가 다음의 종속관계 f 를 만족한다.

$$y=f(z_1, z_2, \dots, z_n) \quad (4)$$

여기서 z_1, z_2, \dots, z_n 은 1층 FPN 노드의 출력을 나타낸

다. 관계식 f 의 추정 모델 \hat{f} 를 다항식으로 판정하고, 출력 y 의 추정치 \hat{y} 는 다음의 관계식

$$\hat{y} = c_0 + \sum_{k1} c_{k1} z_{k1} + \sum_{k2} c_{k2} z_{k1} z_{k2} + \dots \quad (5)$$

으로 표시된다. 여기서 c_k 는 계수이다.

연속세대별 계층구조에 의한 PNFN의 전체 구조를 그림 3에서 보인다. PNFN구조는 앞서 설명한 것과 같이 1층의 FIS 및 2층 이상의 PNN의 두 part의 구조로 구성된다. FIS는 FPN으로 구성되고, PNN의 각 층은 PN으로 구성된다. 1층의 FPN에서는 각 노드의 선택된 입력변수에 대하여 퍼지 추론값을 구하여 다음 층의 새로운 입력데이터를 구성하고, 2층 이상에서의 PN에서는 노드의 입력변수와 차수로 구성된 부분표현식(PD)으로 입출력 데이터를 구성하여 노드를 정의한다. PNFN의 1층에서 이루어지는 것은 퍼지추론에 의한 모델링이다. PNFN의 2층 이상에서 이루어지는 것은 다항식 뉴럴네트워크(Polynomial Neural Networks: PNN)에 의한 모델링[13]이다.

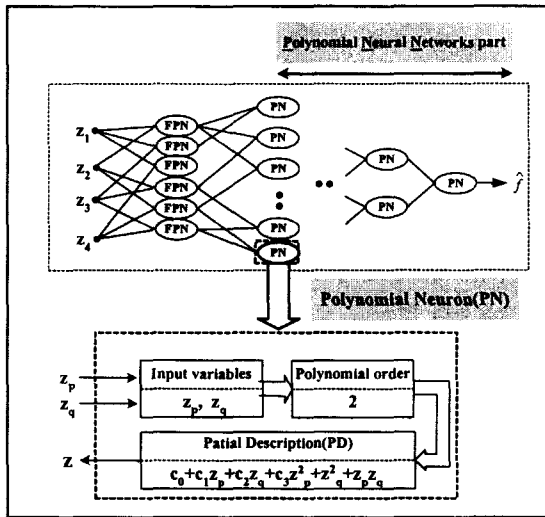


그림 2. 다항식 뉴런의 일반적인 구조
Fig. 2. A general topology of the Polynomial Neuron(PN)

PNFN 알고리즘에 의한 최적 모델구조를 얻기 위한 설계 절차를 각 단계별로 살펴보면 다음과 같다.

[단계 1] 시스템 입력변수 설정

출력변수 y 에 관련된 n 개의 입력변수를 설정한다. 필요하면 데이터를 정규화 한다.

이 시스템 입력변수를 x_1, x_2, \dots, x_n 이라고 하자.

[단계 2] 데이터 분할(학습용데이터와 평가용데이터 형성)

N 개의 입출력 데이터 $(x_i, y_i) = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ni}, y_i), i=1, 2, \dots, N$ 을 학습용 데이터와 평가용 데이터로 분할한다. 학습용 데이터와 평가용 데이터의 개수를 각각 N_c 개와 N_t 개로 한다. 여기서, $N = N_c + N_t$ 이다.

[단계 3] PNFN 구조 선택

본 논문에서 사용된 PNFN 구조는 1층의 FIS와 2층 이상

의 PNN에서 사용되는 다항식의 부분표현식을 구성하는 방법에 따라 모델의 구조가 정해지는데, 서로 동일한 차수를 가지는 경우와 서로 다른 차수 혹은 변형된 형태의 차수를 가지는 두 경우로 분류한다.

Case 1. 동일 차수를 가지는 구조.

Case 2. 서로 다른 차수 혹은 변형된 형태의 차수를 가지는 구조.

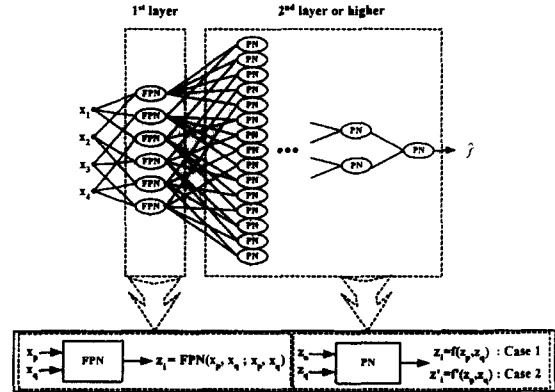


그림 3. 다항식 뉴로-퍼지네트워크의 전체구조
Fig. 3. Overall architecture of Polynomial Neuro-Fuzzy Networks

[단계 4] 데이터의 부분표현식을 구성하는 입력변수 수와 차수 결정

노드의 차수 및 입력변수 수 선택은 표 1에 나타난 것처럼 시스템의 특성, 모델 설계방법, 비선형성 및 예측성능등을 고려함으로써 제기된 문제에 대해 가장 좋은 선택구조를 결정하는데 도움을 준다.

본 논문에서 제안한 PNFN구조에서는 퍼지추론으로 구성된 FPN노드와 다항식으로 표현된 PN노드에 의하여 네트워크가 구성된다. 그럼으로 각각의 노드에 따라 데이터를 표현하는 방식을 다음의 2가지 형태로 구분할 수 있다.

㉔ Fuzzy Polynomial Neuron(FPN): 퍼지규칙의 전반부 입력변수 수와 후반부 다항식차수 결정

n 개의 입력변수 x_1, x_2, \dots, x_n 중 퍼지규칙의 전반부 입력변수를 선택하고, 선택된 변수에 의한 후반부 다항식의 차수를 결정하여 FPN을 구성한다. 앞에서 언급한 것처럼 입력변수 수와 차수에 따라 후반부 규칙 다항식형태가 결정된다. 선택된 입력변수와 차수에 의하여 다음과 같은 퍼지추론 과정이 진행된다.

전반부 동정

본 논문에서 사용된 삼각형과 가우시안형 멤버쉽함수의 예를 다음의 그림 4에서 표현하였다. 일반적으로 입력 변수의 최소값과 최대값 사이를 임의의 개수로 등분해서 일률적으로 정의하였다.

후반부 동정

후반부 동정은 구조와 파라미터를 동정하는 것으로서, 규칙의 후반부 구조로는 간략추론법에 의하여 단일 상수항으로 표현되는 것과 회귀다항식 추론법에 의하여 다항식으로 표현되는 것이 있다. 2가지 구조에 대한 퍼지규칙추론과 파라미터 동정을 위한 매개변수 추정을 함께 살펴보면 다음과 같

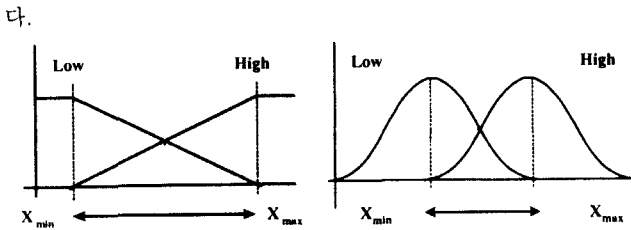


그림 4. 삼각형 및 가우시안형 멤버쉽함수와 파라미터
Fig. 4. Triangular and Gaussian membership functions and its parameters

(a) 간략추론법

후반부가 단일상수항으로 표현되는 간략추론법은 다음과 같은 구현규칙들로 구성된다.

$$\begin{aligned}
 R^1 : & \text{If } x_1 \text{ is } A_{11} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{1k} \text{ then } a_{10} \\
 & \vdots \\
 R^j : & \text{If } x_1 \text{ is } A_{j1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{jk} \text{ then } a_{j0} \\
 & \vdots \\
 R^n : & \text{If } x_1 \text{ is } A_{n1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{nk} \text{ then } a_{n0}
 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, R^j 는 $j(j=1, \dots, n)$ 번째 규칙, $x_l(l=1, \dots, k)$ 는 입력변수, j : 규칙 번호, $A_{jl}(j=1, \dots, n; l=1, \dots, k)$ 는 퍼지 집합의 멤버쉽 함수, a_{j0} 는 상수이고, n 은 규칙수이다. 추론값 y^* 는 다음과 같다.

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} a_{j0}}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \sum_{j=1}^n \hat{w}_{ji} a_{j0} \quad (7)$$

$$w_{ji} = A_{j1}(x_{1i}) \wedge \dots \wedge A_{jk}(x_{ki})$$

여기서 w_{ji} 는 전반부 규칙의 적합도를 의미한다.

후반부 파라미터의 동정은 a_{j0} 을 구하는 것으로써 입출력 데이터가 주어졌을 때 최소사승법(Least square method)에 의해 구해지며 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}
 \hat{a} &= (X^T X)^{-1} X^T Y \\
 x_i^T &= [\hat{w}_{1i}, \dots, \hat{w}_{ni}], \quad a^T = [a_{10}, \dots, a_{n0}] \\
 Y &= [y_1, y_2, \dots, y_m]^T, \quad X = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T
 \end{aligned} \quad (8)$$

(b) 회귀다항식 추론법

일차식, 이차식, 변형된 이차식으로 표현되는 규칙의 후반부 다항식이 표 1에서 보여진다. 회귀다항식의 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 R^1 : & \text{If } x_1 \text{ is } A_{11} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{1k} \text{ then } y = f_1(x_1, \dots, x_k) \\
 & \vdots \\
 R^j : & \text{If } x_1 \text{ is } A_{j1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{jk} \text{ then } y = f_j(x_1, \dots, x_k) \\
 & \vdots \\
 R^n : & \text{If } x_1 \text{ is } A_{n1} \text{ and } \dots \text{ and } x_k \text{ is } A_{nk} \text{ then } y = f_n(x_1, \dots, x_k)
 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, R^j 는 $j(j=1, \dots, n)$ 번째 규칙, $x_l(l=1, \dots, k)$ 는 입력변수, $A_{jl}(j=1, \dots, n; l=1, \dots, k)$ 는 퍼지 집합의 멤버쉽 함수, $a_{jl}(j=1, \dots, n; l=0, \dots, k)$ 는 후반부 파라미터, n 은 규칙수,

추론 값 y^* 는 다음과 같다.

$$y^* = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} = \frac{\sum_{j=1}^n w_{ji} (a_{j0} + a_{j1} x_1 + \dots + a_{jk} x_k)}{\sum_{j=1}^n w_{ji}} \quad (10)$$

여기서 규칙의 후반부 다항식은 1차 다항식을 나타내며, 후반부 파라미터는 간략 추론과 같은 형태로 구해진다.

⑤ Polynomial Neuron(PN): 다항식의 입력변수 수와 차수 결정

n 개의 입력변수 x_1, x_2, \dots, x_n 에서 노드의 입력변수를 선택하고, 선택된 입력변수에 대한 다항식의 차수를 결정한다. 예를 들면, 각각의 PN의 부분 표현식이 2변수 2차식으로 구성이 된다면, n 개의 입력변수 중에서 두 개의 입력변수 x_p, x_q 를 선택하고, 2차식의 부분 표현식을 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned}
 z_k &= c_0 + c_1 x_p + c_2 x_q + c_3 x_p^2 + c_4 x_q^2 + c_5 x_p x_q \\
 k &= 1, 2, \dots, n(n-1)/2
 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, c_0, c_1, \dots, c_5 는 계수이며, z_k 는 중간변수이다.

입력변수 수와 차수에 따른 다양한 부분 표현식이 표 1에서 보여진다. 매개변수의 추정은 선형 회귀분석에 의해 학습용 데이터를 사용하여, 최소사승법에 의해 식(12)를 최소화하는 최적의 파라미터 c_i 를 구한다.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N_i} (y_i - z_{ki})^2 \quad (12)$$

여기서, N_i 는 입출력데이터의 총수를 나타낸다.

④, ⑤에서 언급한 바와 같이 퍼지규칙의 후반부 다항식을 구성하는 것과 PN의 다항식의 형태는 입력변수 수와 차수에 따라 그 형태가 달라진다. 퍼지규칙에서 부분 표현식은 다음의 4가지 형태가 있으며, 표 1에서 보여진다.

[단계 5] 평가후 노드의 선택

계수 c_0, c_1, \dots, c_i 를 추정된 부분 표현식에 평가용 데이터를 대입하고, 평가용 데이터에 대한 2승 오차 E 를 계산한다.

언어인 $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ 개의 $E_1, E_2, \dots, E_{n!/(n-r)!r!}$ 에 대하여, 값이 작은 순으로 나란히 정렬하고 이들 중 값이 작은 순으로 다시 w 개를 선택하여, $E_1, E_2, \dots, E_{n!/(n-r)!r!}$ 로 재배열하고, w 개를 제외한 나머지 값들은 버린다.

- $\frac{n!}{(n-r)!r!} < W$ 일 경우 다음세대 노드의 개수는 $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ 가 됨
- $\frac{n!}{(n-r)!r!} \geq W$ 일 경우 다음세대 노드의 개수는 W 가 됨

1 세대 노드의 개수는 $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ 로 정의하였고, 2 세대에서 최종 출력세대까지는 각 노드의 개수를 일정개수 W 로 정의하여 모델링 작업에서 오는 많은 계산량과 과대한 연산 시간을 줄인다.

[단계 6] 종료 판정

본 논문에서는 많은 실행 시간과 계산량을 고려하여 5세대 까지 알고리즘을 실행한 후 종료하는 방법을 사용한다. 알고리즘을 종료하는 방법에도 다음의 2가지 방법이 사용된다.

(a) 방법 1

[단계 5]에서 얻어진 E_1 이 다음의 부등식을 만족하는 경우에 알고리즘을 종료한다.

$$E_1 \geq E. \quad (E. \text{는 전세대의 2승 오차 } E_1 \text{이다}) \quad (13)$$

(b) 방법 2

종료 판정을 세대로 결정하여 종료하는 경우로 방법 1의 경우에서 현재의 오차가 앞 세대의 오차보다 크다고 하여 종료를 하면, 실제적으로는 종료된 이후 세대에서의 좋은 결과값을 가진 것들을 무시하게 된다. 또한 너무 많은 세대를 모델링 하는 경우에는 결과값의 큰 차이를 보지 못하며, 또한 많은 실행 시간과 계산량을 요구하게 된다. 따라서 이러한 약점을 보완하기 위하여 본 논문에서는 알고리즘의 판정 위외의 "방법 1"과 병행하여 전체의 층수를 최대 5개로 제한하여 알고리즘을 종료한다.

[단계 7] 새로운 입력변수 선택

[단계 6]에서 보인 종료판정조건을 만족하지 않을 경우, $x_{1i} = z_{1i}, x_{2i} = z_{2i}, \dots, x_{wi} = z_{wi}$ 가 되어 새로운 입력력 데이터를 구성하고, 단계 4로 다시 돌아간다. 이후, 단계 4부터 단계 8까지를 반복한다.

알고리즘이 종료할 경우, 2승 오차 $E.$ 를 얻은 부분표현식에 전 세대에서의 중간변수를 대입하고, 동일한 조작을 되풀이하여 최종 추정 모델 \hat{f} 를 얻는다. 위에서 언급한 PNFN 알고리즘의 최적 모델구조를 얻기 위한 단계별 설계절차에 대한 순서도가 그림 5에서 보여진다.

3. 시물레이션 및 결과 고찰

본 논문에서 제안한 PNFN의 유용성과 모델의 성능평가를 위해 Box와 Jenkin이 사용한 가스로 시계열 데이터[4]를 이용하여 입력력 데이터인 가스 흐름율과 연소된 이산화탄소의 농도를 모델링 하였다. 시스템 입력변수로는 다음과 같은 3가지 벡터형태를 사용한다.

구조 1: $u(t-2), u(t-1), y(t-2), y(t-1)$ - 4 시스템 입력변수

구조 2: $u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ - 5 " 입력변수

구조 3: $u(t-3), u(t-2), u(t-1), y(t-3), y(t-2), y(t-1)$ - 6 " 입력변수

각 구조 1, 2, 3의 성능결과는 표 3에서 보여지며, 특히 구조 3의 시스템 입력변수를 기준으로 하여 각 Type별 성능지수와 에러값을 그림으로 도시한다. 출력변수로는 $y(t)$ 를 이용한다. 여기서 $u(t)$ 는 가스 흐름율이고, $y(t)$ 는 연소된 이산화탄소의 농도를 나타낸다. 총 296개의 데이터 중 처음 148개의 데이터는 학습에 이용하고 나머지 148개의 데이터는 테스트에 이용한다. 본 논문에서 모델링을 행한 PNFN 구조가 표 2에서 보여진다. 본 논문에서 제안한 PNFN 알고리즘의 단계별 설계절차에 따라 모델링은 다음과 같이 이루어진다. 표 1은 PNFN구조에서 사용한 입력변수 수와 노드의 차수를 보여준다. 분할된 학습용 데이터를 사용하여 최소자승법에 의

한 PNFN 각 노드의 파라미터를 구하고, 여기서 추정된 계수 $c_0, c_1, c_2, \dots, c_n$ 을 각각의 부분표현식에 대입한다.

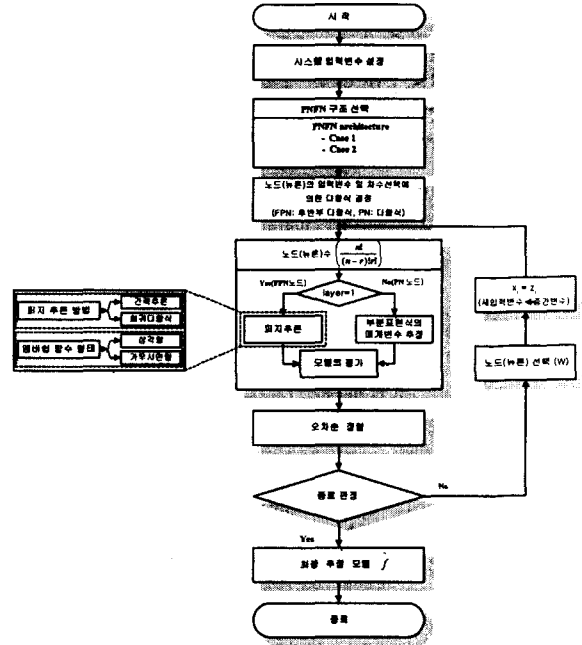


그림 5. PNFN 알고리즘의 순서도

Fig. 5. Flowchart of PNFN algorithm

표 1. 입력변수 수에 따른 부분표현식의 형태

Table 1. Form of Partial Description according to the number of input variables

변수 수	다항식 차수	다항식 구조
2	Type 1	· Constant
	Type 2	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2$
	Type 3	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_1^2 + c_4X_2^2 + c_5X_1X_2$
	Type 4	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_1X_2$
3	Type 1	· Constant
	Type 2	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3$
	Type 3	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3 + c_4X_1^2 + c_5X_2^2 + c_6X_3^2 + c_7X_1X_2 + c_8X_1X_3 + c_9X_2X_3$
	Type 4	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3 + c_4X_1X_2 + c_5X_1X_3 + c_6X_2X_3$
4	Type 1	· Constant
	Type 2	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3 + c_4X_4$
	Type 3	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3 + c_4X_4 + c_5X_1^2 + c_6X_2^2 + c_7X_3^2 + c_8X_4^2 + c_9X_1X_2 + c_{10}X_1X_3 + c_{11}X_1X_4 + c_{12}X_2X_3 + c_{13}X_2X_4 + c_{14}X_3X_4$
	Type 4	· $c_0 + c_1X_1 + c_2X_2 + c_3X_3 + c_4X_4 + c_5X_1X_2 + c_6X_1X_3 + c_7X_1X_4 + c_8X_2X_3 + c_9X_2X_4 + c_{10}X_3X_4$

평가용 데이터를 사용하여 동정오차(혹은 성능지수) PI를 최소화하는 노드를 선택한다. 이 동정오차는 실제 시스템의 출력 데이터와 제안된 구조의 출력값의 평균자승오차(MSE)로 모델의 정확도를 평가할 수 있으며 식 (14)로 정의된다.

$$PI = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - y_i^*)^2 \quad (14)$$

(m 데이터 수)

1 층의 출력값은 2 층의 입력값이 되어 새로운 입력력데이

터를 구성하며, 종료판정기준에 따라 최대 5 층까지 동일한 조작을 반복하여 최종 추정모델을 얻는다.

표 2. PNFN 구조

Table 2. PNFN structure

멤버쉽 함수		입력변수 수		회귀다항식 구조	
형태	입력변수당 개수	FPN노드	PN노드	FPN노드	PN노드
삼각형	2	2 입력	2 입력	Type 1	· Type 2 · Type 3 · Type 4
가우시안형				Type 2	
				Type 3	
				Type 4	
삼각형	2	3 입력	3 입력	Type 1	· Type 2 · Type 3 · Type 4
가우시안형				Type 2	
				Type 3	
				Type 4	
삼각형	2	4 입력	4 입력	Type 1	· Type 2 · Type 3 · Type 4
가우시안형				Type 2	
				Type 3	
				Type 4	

아래의 Figs. 6-9은 FIS 구조의 FPN에 PNFN 구조의 PN과의 결합구조에 의한 PNFN 각 모델의 성능지수와, 실데이터와 모델 출력값의 오차를 보여주고 있다. 그림 6은 FPN 노드가 2 입력변수와 Type 2로 규칙의 후반부다항식이 구성되고, 2개의 멤버쉽함수가 각각의 입력변수에 할당되며, Type 2, Type 3, 그리고 Type 4의 PN과 결합되었을때의 성능지수를 보여준다. 이때 전체데이터에 대한 오차값은 그림 7에서 보여진다. 멤버쉽함수의 형태에 따른 결과값의 비교를 위하여, 그림 6과 7은 삼각형 멤버쉽함수를 사용한 결과이며, 가우시안형 멤버쉽함수를 사용했을 때의 성능지수와 오차값은 각각 그림 8과 9에서 보여진다. 삼각형의 멤버쉽함수를 사용했을 때, 가장좋은 성능지수는 PN이 2입력과 Type 3의 부분표현식으로 구성되었을 때 $PI=0.024886$ 과 $EPI=0.11559$ 이며, 가우시안형 멤버쉽함수일때는 마찬가지로 PN이 2입력, Type 3으로 구성되었을 때 $PI=0.021542$ 와 $EPI=0.10711$ 이다.

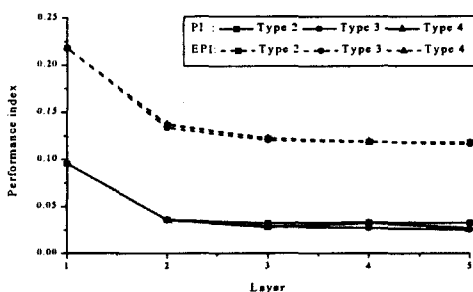


그림 6. PNFN의 성능지수(FPN: 삼각형 멤버쉽함수, 2 입력-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

Fig. 6. Performance index of PNFN(FPN: Triangular membership function, 2 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

그림 10과 11은 각각 FPN이 3 입력변수와 Type 2로 후반부 다항식이 구성되었고, 앞에서와 마찬가지로 2개의 멤버쉽함수가 각 입력변수에 할당되며, PN이 각각 Type 2, Type 3, 그리고 Type 4와 결합되었을 때의 성능지수와 오차값을

보여준다. 멤버쉽함수의 형태에 따른 결과값의 비교를 위하여, 그림 10과 11은 삼각형 멤버쉽함수를 사용한 성능지수와 오차값이며, 그림 12와 13은 가우시안형 멤버쉽함수를 사용했을 때의 성능지수와 오차값이다. 삼각형의 멤버쉽함수를 사용했을 때, 가장 좋은 성능지수는 PN이 2 입력과 Type 3의 부분표현식으로 구성되었을 때 $PI=0.013788$ 과 $EPI=0.096338$ 이며, 가우시안형 멤버쉽함수일때는 마찬가지로 PN이 3입력, Type 3으로 구성되었을 때 $PI=0.009954$ 와 $EPI=0.12081$ 이다.

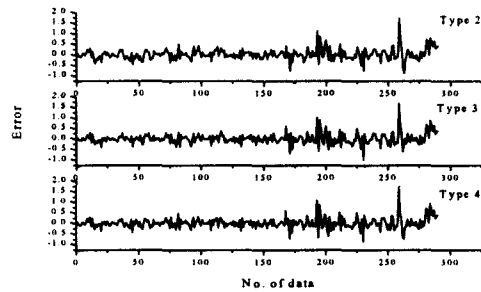


그림 7. PNFN의 오차(FPN: 삼각형 멤버쉽함수, 2 입력-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

Fig. 7. Error curve of PNFN(FPN: Triangular membership function, 2 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

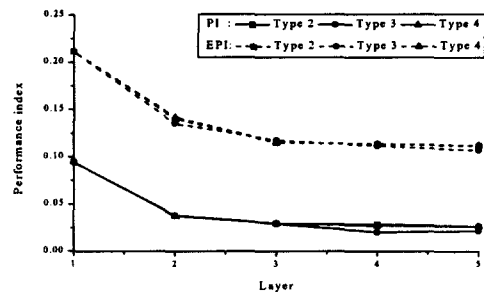


그림 8. PNFN의 성능지수(FPN: 가우시안형 멤버쉽함수, 2 입력-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

Fig. 8. Performance index of PNFN(FPN: Gaussian membership function, 2 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

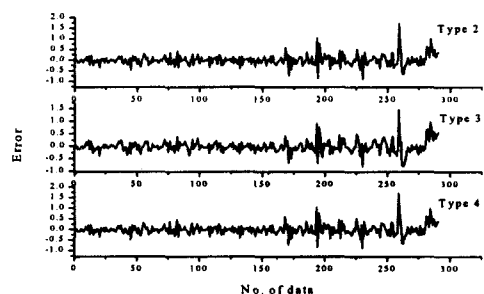


그림 9. PNFN의 오차(FPN: 가우시안형 멤버쉽함수, 2 입력-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

Fig. 9. Error curve of PNFN(FPN: Gaussian membership function, 2 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

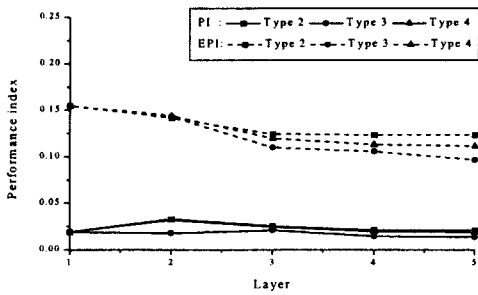


그림 10. PNFN의 성능지수(FPN: 삼각형 멤버쉽함수, 3 입력 -Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)
 Fig. 10. Performance index of PNFN(FPN: Triangular membership function, 3 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

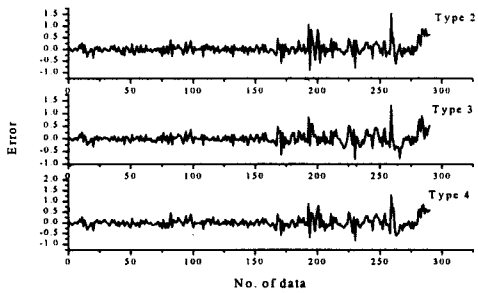


그림 11. PNFN의 오차(FPN: 삼각형 멤버쉽함수, 3 입력 -Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)
 Fig. 11. Error curve of PNFN(FPN: Triangular membership function, 3 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

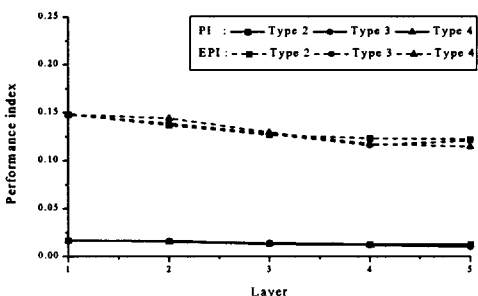


그림 12. PNFN의 성능지수(FPN: 가우시안형 멤버쉽함수, 3 입력-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)
 Fig. 12. Performance index of PNFN(FPN: Gaussian membership function, 3 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

FPN이 4 입력변수와 Type 2로 규칙의 후반부 다항식이 구성되고, 2개의 멤버쉽함수가 각 입력변수에 할당되며, PN이 각각 Type 2, Type 3, 그리고 Type 4와 결합되었을때의 성능지수와 오차값이 그림 14와 15에서 각각 보여진다. 멤버쉽함수의 형태에 따른 결과값의 비교를 위하여, 그림 14와 15는 삼각형 멤버쉽함수를 사용한 성능지수와 오차값이며, 그림 16과 17은 가우시안형 멤버쉽함수를 사용했을때의 성능지수

와 오차값이다. 삼각형의 멤버쉽함수를 사용했을 때, 가장 좋은 성능지수는 PN이 4입력과 Type 1의 부분표현식으로 구성되었을 때 $PI=0.008915$ 과 $EPI=0.15488$ 이며, 가우시안형 멤버쉽함수일 때는 PN이 4입력, Type 1 일 때 $PI=0.005374$ 와 $EPI=0.19342$ 이다.

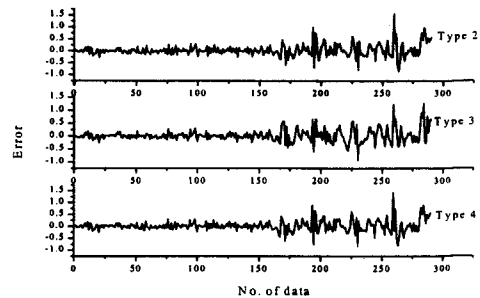


그림 13. PNFN의 오차(FPN: 가우시안형 멤버쉽함수, 3 입력 -Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)
 Fig. 13. Error curve of PNFN(FPN: Gaussian membership function, 3 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

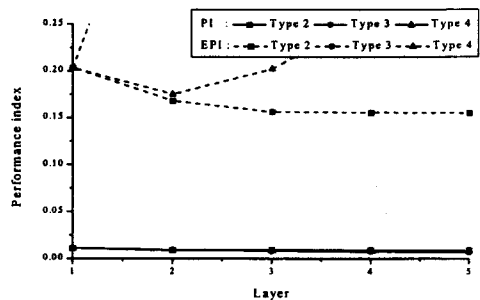


그림 14. PNFN의 성능지수(FPN: 삼각형 멤버쉽함수, 4 입력 -Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)
 Fig. 14. Performance index of PNFN(FPN: Triangular membership function, 4 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

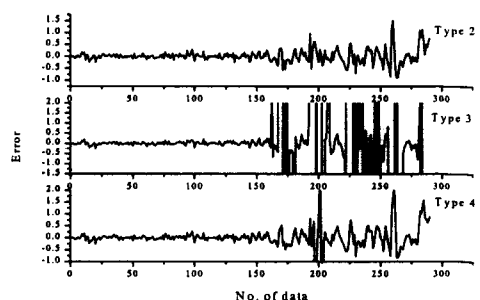


그림 15. PNFN의 오차(FPN: 삼각형 멤버쉽함수, 4 입력 -Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)
 Fig. 15. Error curve of PNFN(FPN: Triangular membership function, 4 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

표 3은 기존의 모델링 방법들과 제안된 PNFN 각 구조에

서 최적인 성능지수를 보여준다. 표에서 알 수 있듯이 제안된 모델은 시스템의 비선형성, 입력변수에 따른 복잡성 등 데이터의 특징을 모델에 반영하여 모델구조 및 입력변수의 수 그리고 시스템 방정식의 차수를 선택하여 수 세대를 거친 최적의 모델을 선정하므로 PNFN구조의 정확도 및 일반화능력이 우수함을 알 수 있다. 따라서 제안한 PNFN 구조는 기존 모델들의 학습 성능오차보다 우수할 뿐만 아니라, 테스트 데이터를 고려한 평가성능 즉 예측성능 면에서도 우수한 특성을 보임을 알 수 있다. 그림 18은 표 3에서 보여준 구조 1의 (I)와 (II)에 대한 최적의 네트워크 생성과정을 각 세대에서 선택되는 노드로 나타낸 것이다. 검정으로 표시된 노드는 최적의 네트워크를 생성하는 과정에서는 제외될 수도 있지만 각 세대에서 가장 우수한 성능지수를 가지는 노드이다.

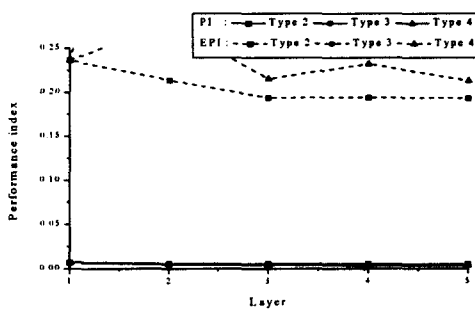


그림 16. PNFN의 성능지수(FPN: 가우시안형 멤버쉽함수, 4 입력-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)
 Fig. 16. Performance index of PNFN(FPN: Gaussian membership function, 4 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)

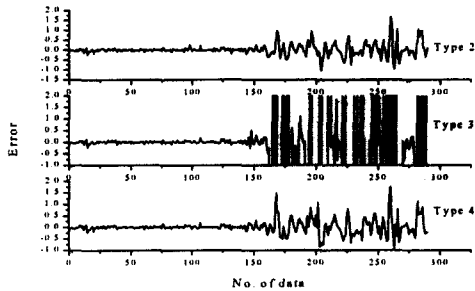
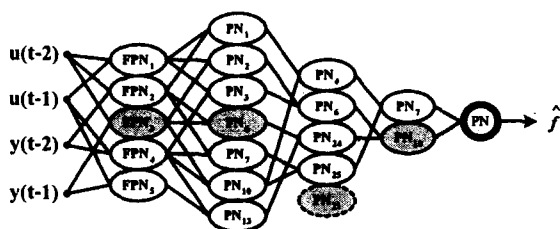
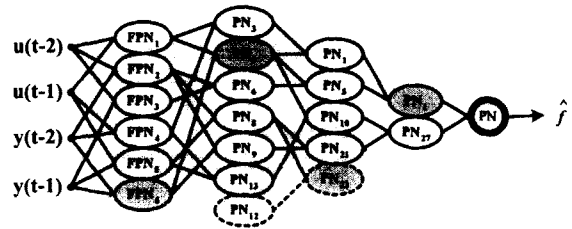


그림 17. PNFN의 오차(FPN: 가우시안형 멤버쉽함수, 4 입력-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)
 Fig. 17. Error curve of PNFN(FPN: Gaussian membership function, 4 inputs-Type 2, PN: Type 2, Type 3, Type 4)



(a) In case of membership function type I(삼각형)



(b) In case of membership function type II(가우시안형)

그림 18. 4 시스템 입력벡터에 대한 최적 네트워크 구조
 Fig. 18. Optimal network topology with 4 system input vectors

표 3 기존 모델방법과의 동정 오차비교
 Table 3. Comparison of identification error with previous modeling methods

Model		Performance Index (MSE)		
		PI	PI	EPI
Tong's model[5]		0.469		
Sugeno and Yasukawa's model[6]		0.190		
Xu's model[7]		0.328		
Pedrycz's model[8]		0.320		
Oh and Pedrycz's model[9]		0.123	0.020	0.271
Kim, et al.'s model[10]			0.034	0.244
Lin and Cunningham's model[11]			0.071	0.261
Our model	구조 1	(I)	0.019	0.134
		(II)	0.021	0.119
	구조 2	(I)	0.015	0.102
		(II)	0.020	0.109
	구조 3	(I)	0.013	0.096
		(II)	0.009	0.120

(I) : 삼각형 멤버쉽함수, (II): 가우시안형 멤버쉽함수

4. 결 론

본 논문에서는 복잡한 비선형 시스템 모델링을 위하여 적용 다항식 뉴로-퍼지네트워크(Adaptive Polynomial Neuro-Fuzzy Networks: PNFN)를 제안하였다. PNFN은 퍼지시스템과 다항식 뉴럴네트워크 알고리즘의 장점을 결합한 구조로써, 복잡한 시스템의 비선형성을 묘사하기 위해 시스템의 입력변수를 받아들이는 PNFN의 1층은 퍼지시스템을 2층 이상은 다항식 뉴럴네트워크 알고리즘을 적용하였다. PNFN의 다양한 구조에 의한 일련의 실험을 통하여 모델의 근사화 능력 및 일반화능력이 기존방법보다 우수함을 객관적으로 입증하였다. 본 연구를 통하여 얻어진 주요특징은 다음과 같이 요약된다.

- 제안된 설계방법론은 PNFN모델구조의 근사화와 일반화 능력사이의 상호 최적점에 도달하도록 돕는다.
- PNFN의 층의 수(네트워크의 깊이)는 전체구조의 정확성과 복잡성사이의 상호균형에 도달하도록 선택될 수 있다.
- 네트워크 구조는 기존의 뉴럴네트워크의 경우와 같이 미리 정하여지지 않고 학습과정을 통하여 동적으로 유연하게 조정, 생성된다.
- FPN과 PN에서 사용된 다항식의 입력변수와 차수는 데

이터의 특성, 모델설계전략, 비선형성 및 예측성능에 관하여 최적모델구조를 선택하도록 돕는다.

감사의 글

본 논문은 2001년 에너지 관리공단의 에너지 기술 학술진흥 사업 연구비에 의하여 지원되었음

참 고 문 헌

[1] A.G. Ivahnenko, "Polynomial theory of complex systems", *IEEE Trans. On Systems, Man and Cybernetics*, Vol. SMC-1, pp. 364-378, 1971.

[2] A.G. Ivahnenko and G.A. Ivakhnenko, "The Review of Problems Solvable by Algorithms of the Group Method of Data Handling(GMDH)", *pattern Recognition and Image Analysis*, Vol. 5, No. 4, pp. 527-535, 1995.

[3] S.J. Farrow, "*Self-organizing Methods in Modeling: GMDH Type Algorithms*", Marcel Dekker, New York, 1984.

[4] G.E.P. Box and F.M. Jenkins, "*Time Series Analysis : Forecasting and Control*", 2nd ed. Holden-day, 1976

[5] R.M. Tong, "The evaluation of fuzzy models derived from experimental data", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.13, pp.1-12, 1980.

[6] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 1, No. 1, 7-31, 1993.

[7] C.W. Xu and Y. Zailu, "Fuzzy model identification self-learning for dynamic system", *IEEE Trans on Systems, Man, Cybernetics*, Vol. SMC-17, No.4, pp.683-689, 1987.

[8] W. Pedrycz, "An identification algorithm in fuzzy relational system", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.13, pp.153-167, 1984

[9] S. K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of Fuzzy Systems by means of an Auto-Tuning Algorithm and Its Application to Nonlinear Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 115, issue 2, pp. 205-230, Jul. 2000

[10] E. Kim, H. Lee, M. Park and M. Park, "A simple identified Sugeno-type fuzzy model via double clustering", *Information Sciences* Vol. 110, pp. 25-39, 1998.

[11] Y. Lin and G.A. Cunningham III, "A new approach to fuzzy-neural modeling", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 3, No. 2, 190-197, 1995.

[12] 박병준, 오성권, 안태천, 김현기 "유전자 알고리즘과 하중값을 이용한 퍼지시스템의 최적화", *Trans. KIEE*. 48A, No.6, June, pp. 789-799, 1999.

[13] 오성권, 김동원, 박병준, "다항식 뉴럴네트워크 구조의 최적 설계에 관한 연구", *Trans. KIEE*. 49D, No.3, MAR., pp. 145-156, 2000.

[14] 김동원, 박병준, 오성권, "비선형 모델링에 대한 새로운

뉴로-퍼지 네트워크 연구", *대한전기학회 추계부문학술대회 논문집 D*, pp. 791-793, 2000년 11월

[15] N. E. Fenton, S. L. Pfleeger, *Software Metrics: A Rigorous and Practical Approach*, PWS, Boston, 1997.

[16] H. Takagi and I. Hayashi, "NN-driven Fuzzy Reasoning", *Int. J. of Approximate Reasoning*, Vol.5, No.3, pp.191-212, 1991.

[17] Shin-ichi Horikawa, Takeshi Furuhashi, and Yoshiaki Uchigawa, "On Fuzzy Modeling Using Fuzzy Neural Networks with the Back Propagation Algorithm", *IEEE trans. Neural Networks*, Vol.3, No.5, pp.801-806, 1992.

[18] Takeshi Yamakawa, "A Neo Fuzzy Neuron and Its Applications to System Identification and Prediction of the System Behavior", *Proceedings of the 2nd International Conference on Fuzzy logic & Neural Networks*, pp.477-483, 1992.

[19] Takeshi Yamakawa, "A New Effective Learning Algorithm for a Neo Fuzzy Neuron Model", *The 5th IFSA World Conference*, pp.1017-1020, 1993.

[20] 오성권, 윤기찬, 김현기, "유전자 알고리즘과 합성 성능지수에 의한 최적 퍼지-뉴럴네트워크 구조의 설계", *제어·자동화·시스템공학 논문지* 제 6권 3호, pp. 273-283, 2000년 3월.

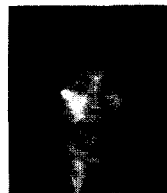
저 자 소 개



오 성 권 (吳 聖 權)

1957년 2월 13일 생. 1981년 연세대 전기공학과 졸업. 1983-89년 금성산전연구소(선임 연구원). 1993년 연세대 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1996-97 캐나다 Manitoba대학 전기 및 컴퓨터공학과 Post-Doc. 1993-현재 원광대 제어계측공학과 부교수. 주관심분야는 시스템자동화, 퍼지이론 및 신경회로망 응용, 계산지능 및 소프트웨어컴퓨팅 등.

Tel : 063-850-6342, Fax : 063-853-2196
E-mail : ohsk@wonkwang.ac.kr



김 동 원 (金 東 源)

1974년 3월 13일 생. 2000년 원광대 제어계측공학과 졸업. 현재 동 대학원 제어계측공학과 석사과정. 주관심분야는 퍼지이론, 신경망이론, 뉴로-퍼지등의 소프트 컴퓨팅과 제어.

Tel : 063-850-6342, Fax : 063-853-2196
E-mail : upground@gaebiyok.wonkwang.ac.kr