

# 물체의 충돌 시 질량 중심의 위치이동 효과의 컴퓨터그래픽 표현 (The Expression of Computer Graphic Movement by The Phenomenon in Motion of Center of Mass at A Collision of Bodies )

정 병 태\*  
(Byung-Tae Chung)

## 요 약

어떤 폐쇄된 공간 내에서 운동하는 한 물체가 다른 물체와 완전 탄성 충돌이 일어날 경우 현재물리법칙에 따르면 그 공간의 질량중심 이동은 없는 것으로 정의되어 있으며 이에 따라 컴퓨터 그래픽 표현 역시 이와 마찬가지로 되어 있다. 본 논문은 폐쇄된 공간 내에서 두 물체가 충돌하는 기간동안 폐쇄된 공간의 질량중심 (CM) 위치이동의 미소한 현상을 포함한 물리법칙을 정의한다. 본 논문에서 정의된 법칙은 근사적인 실험장치로 확인하였으며, 이를 이용하여 폐쇄된 공간 내에서 두 물체의 충돌 순간 형태의 그래픽 표현모델과 수식을 정의하였다. 질량중심 위치이동의 미소한 현상을 다 물체 동역학 시뮬레이션 프로그램 또는 햅틱(haptic) 프로그램에 적용하면 좀더 정확성 있는 운동을 표현할 수 있게 될 것이다. 이러한 정의는 만화영화나 그래픽으로 동작을 표현하는 곳에 적용하면 보다 현실감 있게 표현이 가능할 것이다.

## ABSTRACT

When an absolute elastic collision occurs between a motion body and the another body inside a closed space, according to the current physical law and thus a computer graphical expression, it is defined that the center of mass of the closed space is not moved. This paper defines a physical law which includes a minor facts of the center of mass of a closed space moves during an absolute elastic collision occurs between a motion body and another body inside a closed space. The law defined in this paper has been verified using approximate lab equipments, and using this, graphical expression models and mathematical expressions for an absolute elastic collision between two bodies inside a closed space are defined. When the minor effects of the center of mass moves is applied to the multi-body dynamic simulation program or haptic program, more accurate motion could be expressed. This definition can also be applied to an animation movie or other graphical motion expression for more realistic expression.

---

\* 정희원 : 인천전문대학 전자계산과 교수

논문접수 : 2001. 6. 14.

심사완료 : 2001. 6. 24.

※ 본 연구는 인천전문대학 교내 연구비 지원에 의한 논문임.

### 1. 서론

두 물체가 질량이 같고 크기가 같은 강체 구인 두 물체의 충돌 시 충돌 전후의 운동량은 보존된다. 그것은 곧 실험실좌표계(L-frame)[1]에서 관찰 시 질량중심(CM)[2]의 이동이 충돌 전후 같다는 것이다. 물리법칙에 맞게 표현하려면 이러한 운동 법칙에 맞게 다 물체 운동 동영상으로 표현되어야 한다, 총알 속도(300m/s~1000m/s)와 같은 빠른 물체가 충돌시 단단하여 깨지지 않고 완전 탄성 충돌한다면 짧은 시간 그래픽 애니메이션 표현 시 충돌기간 동안의 정확한 물리법칙의 정의 없이는 그때의 현상을 제대로 표현할 수 없다. 정의 하고자하는 내용은 두 물체의 충돌기간 동안 CM의 이동속도를 논하고자하는데, 탄성파의 군 속도(group velocity)[3][4]가 포논(phonon)[5]의 속도가 되기 때문에 이동속도는 물체의 CM속도와 대체로 같지 않다. 따라서 충돌기간동안 물리법칙은 전후와 달리 정의되어야 한다. 충돌기간 동안 발생하는 포논은 탄성파의 군 속도로 이동되고 그 기간 동안 완전탄성 충돌인 경우 CM은 겉보기 속도가 0으로 정의 해야한다. 그러므로 충돌 전과 후는 CM속도[6]가 같지만 충돌기간 동안은 즉, 포논 이동시간은 충돌 물체의 겉보기 속도가 0이지만 전체계의 CM 변화[7]는 달라진다. 이러한 CM변화[1]\*를 다 물체 동역학 시뮬레이션 프로그램이나 랩텝[8] 같은 곳에 응용하기 위해서는 정확한 수식이 필요하게된다.

### 2. 충돌이론

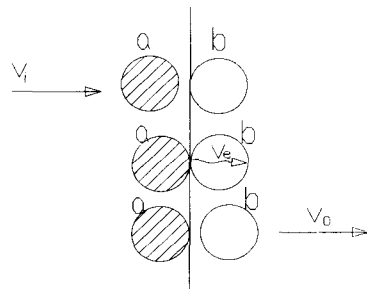
[그림 1]과 같이 같은 질량인 강체구 a,b에서 a가 운동량을 갖고, 정지해 있는 b에 완전 탄성충돌 할 경우를 고찰한다.

a,b가 붙어 있는 동안의 시간을  $\Delta t$ 라 하면 이 시간은 a의 운동량을 b에 넘겨주는 시간으로 내부 충격파의 군 속도에 관계된다. 탄성파의 군 속도는 충격파의 에너지 전달속도  $v_e$ [9]이므로 a의 운동속도  $v_i$ 와  $v_e$ 의 속도는 다르다. 탄성파의 군 속도를 강체 내부에서 운동량이 b에 전달해주는 속도라 할 때 완전탄성 충돌에서 a,b가 붙어있는 시간은

$$\Delta t = \frac{\phi}{v_e} \quad \phi : \text{강체 구의직경} \quad (1)$$

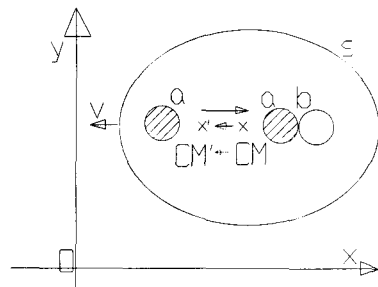
이다.

$\Delta t$  시간동안 두 물체 a,b의 CM은 겉보기 정지되어 있으므로 [그림 2]와 같이 전체 계가 폐쇄된 경우 전체 계(a,b,s)의 CM에 영향을 준다.



[그림 1] 완전탄성충돌 모델

[Fig.1]The model about the perfect elastic collision



[그림 2] 폐쇄된 계 내에서 완전탄성충돌

[Fig.2]The perfect elastic collision in the closed system

[그림 2]의 a가 운동량 발생당시 작용한 제3의 계를 s라 하면, L-frame에서  $\Delta t$  시간 이위는 전체 계의 CM은 정지된다.  $\Delta t$  시간동안은 s가 - 방향으로 이동되고 a,b는 정지되므로 전체 계의 CM은 - 방향으로 위치 이동된다.

s,a,b의 질량을 각각  $M, m_1, m_2$ 라 할 때  $\Delta t$  동안  $m_1, m_2$ 는 속도0이고 s의 속도는 운동량 보존 식으로부터

$$Mv_s + m_1 v_i = 0 \tag{2}$$

$$v_s = -\frac{m_1}{M} v_i \tag{3}$$

이고 s 계의 이동거리는  $l_s = v_s \Delta t$  이므로 전체 계의 CM 이동을  $L_T$ 라 하면  $m_1=m_2$  일 때

$$2m_1 \cdot 0 + M \cdot l_s = L_T(M+2m_1) \tag{4}$$

$$L_T = \frac{M}{M+2m_1} l_s = -\frac{1}{\frac{M}{m_1} + 2} v_i \Delta t \neq 0 \tag{5}$$

이 된다.

$L_T \neq 0$  이므로 전체 계의 CM은 위치이동[7]됐다.

L-frame에서 폐쇄된 계는 내부에서 어떤 역학적 작용을 하더라도 CM고정[10]되는 것으로 되어 있으나, 내부에서 정지된 강체와 발생된 운동하는 강체가 완전 탄성 충돌시 상기와 같이 전체 계의 CM 위치 이동이 있다.

### 2.1 질량 거리 량의 정의와 적용

본 논문에 적용하기 위한 단위의 정의는  $c = \text{질량} \times \text{거리}[\text{kg} \cdot \text{m}]$ 로 한다. 이것은 질량 1kg이 1m 거리를 이동하는 단위로 정의한다.C의 정의로 어떤 계의 위치이동을 쉽게 표현 할 수 있다.

물체가 움직인다는 것은 그 물체의 CM이 어느 거리만큼 위치만 이동하고 정지하는 경우와 그 물체의 CM이 운동량이나 가속도를 갖고 영원히 이동하는 경우이다.

전자를 닫힌 운동[11]이라 하고 후자를 열린 운동이라 할 때, 후자는 지금 까지 뉴톤 운동법칙으로 정리 될 수 있으나, 전자의 닫힌 운동은 c의 정의로 쉽게 표현 할 수 있다.

예를 들면 어떤 계에서 거죽 s의 질량 M와 내부 질량  $m_1=m_2=m$  인 [그림 2] 계에서 전체질량은  $M_T$  이라 할 때 질량 m1이 독립적으로  $\Delta l$  만큼 이동시  $c=m\Delta l$  값을 갖는다.

이것은 그 계는 CM이 다음 식과 같이 위치  $\Delta$  CM 만큼 이동된다는 뜻이다.

$$\begin{aligned} |CM^1 - CM| &= \Delta CM \\ &= \frac{C}{M_T} = \frac{m\Delta l}{M+2m} \neq 0 \end{aligned} \tag{6}$$

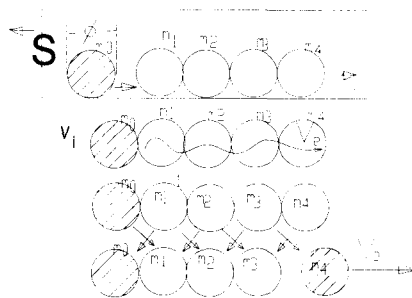
따라서 어떤 폐쇄된 계에서 독립적인 C 값의 존재여부에 따라 전체 계의 CM 위치이동여부를 알 수 있다. 지금 크기와 질량이 같은 1 개의 강체와 4개의 강체가 질량이 M인 거죽S의 내부에서 완전탄성 충돌 할 경우 [그림 3]과 같이  $m_1 \sim m_4$ 가  $m_0$ 과 자리바꿈 하는 시간 즉 붙어있는 시간 동안  $m_0 \sim m_4$ 의 C 값은 0 이다. 즉,  $\Delta t$  시간동안

$$m_0 \psi - (m_1 + m_2 + m_3 + m_4) \psi = 0 \tag{7}$$

이다. 그러나  $m_0 \cdot V_i$ 가 발생했을 때 거죽 S도  $m_0$  운동량과 크기가 같고 방향이 반대인 운동량이 존재했으므로  $m_0$ 와  $m_1 \dots m_4$  간의 충돌기간 동안 거죽 S의 C 값은 존재한다. 따라서 완전탄성 충돌하는 기간동안 전체 계를  $L(m_0, m_1 \dots m_4, S)$ 이라 하면  $m_0 \sim m_4$ 의 C값이 0인 동안 전체 계 L는  $C_L$  값만큼 CM의 위치 이동이 있게 된다. [그림 3]에 대한 충돌 수식이 거죽은

$$\begin{aligned} C_s &= -M\Delta t \text{ 이고 전체 계의 CM 이동은} \\ C_L &= \frac{-C_s}{M+5m} \end{aligned} \tag{8}$$

이다.



[그림 3] 충돌기간 자리바꿈

[Fig.3] The changed position during the collision

2.2 열린 운동과 닫힌 운동

일반적으로 계 내부에서 임펄스[12] 발생 시 CM의 위치이동이 존재할 수 있는 수식은 내력을  $f^i$  라 할 때 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f^i [\delta(t) - \delta(t-N)] = 0 \tag{9}$$

식(9)을 시간 적분하면

$$\int_0^N f^i [\delta(t) - \delta(t-N)] dt = P\bar{u}(t) \tag{10}$$

의 닫힌 운동량이 생긴다. 식(10)의 닫힌 운동량은 운동량에 단위 펄스함수를 곱한 형태이고 단위 펄스함수는 식 (11) 과 같이 된다.

$$\bar{u}(t) = u(t) - u(t-N) \tag{11}$$

열린 운동은 [그림 4](A)와 같이  $t \geq t_1$ 에서 운동량 P가 항상 존재하는 경우이고 닫힌운동은 [그림 4](B)와 같이 운동량이  $t_1 < t \leq t_2$ 에서만 존재하는 경우이다. 여기서 C 값은 열린 운동에서는

$$C_A = \int_{t_1}^{\infty} P_A dt = \infty \tag{12}$$

이고, 닫힌 운동에서는  $\Delta t = t_2 - t_1$ 이면,

$$C_B = \int_{t_1}^{t_2} P_B \bar{u}(t) dt = \Delta t P \tag{13}$$

이다.

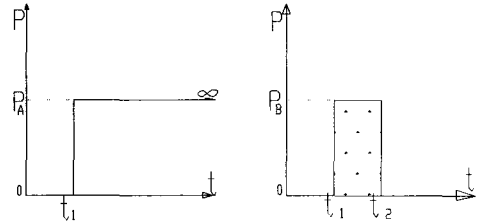
식(10)의 적분상수 P 값은 닫힌 운동량이므로 한 번더 시간 적분하면

$$C = \int_0^N P\bar{u}(t) dt \neq 0 \tag{14}$$

의 값을 얻을 수 있다.

이것은 곧  $\Delta t(0 \sim N)$  기간 초 동안 내력  $f^i$ 의 합은 0이지만 시간 적분 시 닫힌 운동량인 적분 상수 P가

존재하여 P를 다시 시간 적분하면 계의 CM 운동 원인이 되는 C 값이 된다.



[그림 4 (A) 열린 운동 (B) 닫힌 운동]

[Fig.4 (A) Opened movement (B) Closed movement]

3. 충돌실험

실험을 하기 전에 먼저 물체의 완전탄성 충돌 시 매질내의 실제 탄성파의 군 속도를 <표 1>[9]에서 참고하여 이론적인 모델로 질량과 크기가 같은 N개의 일렬로 정지한 강체와 한 개의 이동하는 강체가  $v_i$  속도로 운동하여 완전탄성 충돌 할 경우 강체는  $v_c \approx 5000$  m/s 이므로

$$\Delta t = \frac{N\phi}{5000} [SEC] \tag{15}$$

$\phi$  : 강체 1 개의 직경

1개의 강체계의 운동속도가 v로 충돌하여도 단단하여 깨지지 않는다고 가정하면

$$- \int^{\Delta t} mv dt = C, C = - \frac{mvN\phi}{5000} [kg \cdot m] \tag{16}$$

가 된다.

< 표 1 > 매질 내에서 소리속도

<Table 1> Velocity of Sound in Material

Material	Sound Velocity [fps]
Aluminium	16.740
Brass	11.480
Copper	11.670
Iron & soft steel	16.410
water	4.794

실제 근사 실험장치는 [그림 5]와 같이 구조했다. [그림 5]의 슬레노이드가 당겨지면 2개의 쇠구슬은 아래로 이동하여 같은 운동량을 갖는다. a 구는 나란히 붙어있는 10개의 구에 충돌하고 b구는 그대로 직진한다. a 구와 10개의 구가 충돌하는 기간 중에 b 구는 진행한다. [그림 6]에서 b구의  $C_b$  값은 S계의  $C_s$  값과 크기가 같고 방향이 반대이다. a 구와 10개의 구는 충돌기간 동안 정지해 있고 b구는 계속 진행하므로 진행한 거리가  $C_b = -C_s$  이다. 실험에서 b 구는 거죽 S계의 이동을 알기 위한 방법으로 a구와 똑같이 운동시켰다. 즉, 전체 계에서는 b구가 거죽 S를 대신해서 반대 방향으로 운동한다고 보면 된다.

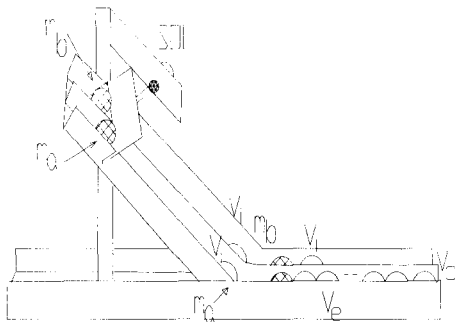
$\phi = 0.02m$ ,  $m = 0.024 \text{ kg}$ 의 10개로 실험결과  $v_1 \approx 2m/s$  때  $v_e \approx 6m/s$  이고,  $\Delta t = 0.03 \text{ sec}$  가 된다.

$$C = - \int^{\Delta t} mv \, dt = -0.0014 \tag{17}$$

$$L_{CM} = \frac{C}{11m} \approx -5.3mm$$

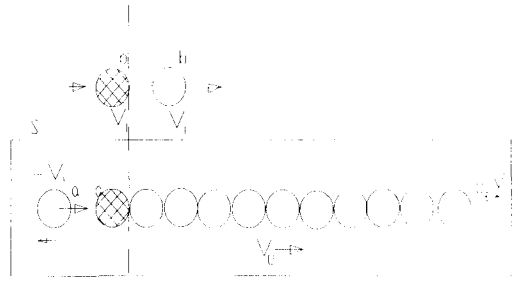
따라서 s계를 생략한 전체 계는  $LCM = -5.3mm$  이동했다고 볼 수 있다.

[그림 6]에서  $\Delta t = 10\phi / v_e$ 이며,  $C = -mv_i \cdot \Delta t$ 로 쉽게 계산된다. [그림 7]은 충돌 후 정지시간이 끝나는 시점에서 찍은 사진이다.



[그림 5] 근사 실험장치

[Fig.5] The approximate experimental unit



[그림 6] 근사 실험 모델

[Fig.6] The approximate experimental model



[그림 7] 충돌기간 0.03초동안 포착한 사진

[Fig.7] The captured picture during the collision time, 0.03 second

#### 4. 결론

강체가 완전탄성 충돌시 동영상 그래픽 표현에 그저 운동량 보존 법칙만 적용하면 충돌전후 및 기간 동안 운동량이 같은 결과로 표현되지만 실제 실험에서와 같이 특수한 구조와 완전 탄성 충돌시 충돌 기간동안 전체 계의 CM 위치가 변하는 경우가 있다.

본 논문에서 충돌 이론을 쉽게 표현하기 위해서 질량거리의 물리량을 정의했고 열린 운동과 닫힌 운동을 소개했다.

CM 운동현상을 쉽게 알기 위해서 폐쇄된 계 내에 운동하는 물체가 정지된 물체에 완전탄성 충돌시 탄성파가 전달하는 시간(충돌시간 :  $\Delta t$ ) 이외는

열린 운동량과 닫힌 운동량이 보존되지만  $\Delta t$  시간에는 닫힌 운동이 독립 적으로 존재하여 CM 의 위치 이동이 있다. 그러나 내력은 시간차이가 있지만 0이다. L-frame에서 폐쇄된 계의 내부작용의 CM 이동은 있으나 겉보기는 나타나지 않는 경우가 있다. 이때는 활성화 에너지[13]로 그 계를 여기(exited) 시켜 처음 상태로 하면 겉보기도 CM 위치이동이 나타난다. 본 논문의 CM 위치이동 현상은 새로운 운동형태를 뜻한다. 이는 폐쇄된 계가 무중력 공간에서 관성으로 이동할 때 질량중심의 이동 궤적이 달라 질 수 있다는 것이다. 국내에서 개발된 다 물체 동역학 시뮬레이션 프로그램 중 부산대학에서 개발하고 있는 오토다인(AutoDyn7)과 서문기술 주식회사에서 개발된 리커다인(RecurDyn)[7]은 아직 이와 같은 탄성파의 군 속도를 생각하지 않고 있다. 아내용을 고려하면 좀더 정밀한 다 물체 동역학 시뮬레이션 도구가 될 것이다.

※ 참고문헌

[1] Marcelo Alonso,EdwardJ.Finn, "PHYSICS" ADDISON-WESLEY, pp301,1992  
 [2] 주해호,김기일"동역학"pp67,형설출판,1994  
 [3] David M.Pozar"Microwave Engineering", Addison Wesley ,pp195-197,1990  
 [4] 金仁湖外譯"大學物理學 제12판", 探求堂 pp363,1993  
 [5] 이기준 외1"이동현상론", 희중당 1990  
 [6] Ferdiand P. Beer, E. Russell Johnston "Mechanics for Engineers, DYNAMICS" pp598-600,1990  
 [7] Jonathan F.Reichert"A Modern Introduction to MACHANICS" pp360-366,1991  
 [8] 대한기계학회"2001년도2월 동역학 및 제어부분 동계 워크숍 논문집"  
 [9] Mark's "Standard Handbook for mechanical Engineers McGraw-Hill" 1990, pp12-136

[10] 崔延善,俞完錫, 安贊祐,廉英鎮,洪桐杓 共譯 "R. C Hibbeler 工業力學 動力學"4版 普成閣, pp199-200,1992  
 [11] 高在杰 "力學" 請文閣pp306,1993  
 [12] 권숙일의 "고체물리학" 반도출판사. 1993.2.23  
 [13] 박상준 ,고신관,주광태,신영호, 공편저 "대학일반 물리학" 정훈출판사, pp91-92,1995

정 병 태



'68-75 : 광운대학교  
 전자공학과(공학학사)  
 '78-'81 : 고려대학교 대학원  
 전자공학과(공학석사)  
 '96-'99 : 한양대학교 대학원  
 전자통신과(박사과정 수료)  
 '74-'76 : 주식회사 흥전사  
 개발부 계장  
 (초고주파 필터 개발)  
 '76-78 : 남미산업 개발과장  
 (자동 기계전자제어 개발)  
 '78-79 : 경남기업 기전부  
 사원(바레인 근무)  
 '82-'85 : 인천전문대학  
 전자과 전임  
 '85-87 : 인천전문대학  
 전자계산과 조교수  
 '87-'88 : 인천전문대학  
 전자계산소장  
 2001 : 현재 인천전문대학  
 전자계산과교수