有限要素法에 依한 等方性과 異方性 材料의 低速 衝擊 解析

안국찬† · 박형렬*
진주산업대학교 기계설계공학과 · *진주직업전문학교 정밀기계가공공과
(2000. 6. 1. 접수 / 2000. 2. 15. 채택)

Low-Velocity Impact Analyses of Isotropic and Anisotropic Materials by the Finite Element Method

Kook-Chan Ahn† · Hyeong-Yeal Park*
Department of Machanical design Engineering, Chinju National University · Precision Mechanical Department, Chinju Vocational School
(Rèceived June 1, 2000 / Accepted February 15, 2001)

Abstract : The purpose of this research is to analyze the impact resposes(impulsive stress and strain etc.) of anisotropic materials subjected to the low-velocity impact. For this purpose, a beam finite element program based on modified higher-order beam theory for anisotropic materials are developed and used to simulate the dynamic behaviors [contact force, displacement of ball and target, strain(stress) response histories] according to the changes of material property, stacking sequence, velocity and dimension etc.. Test materials for simulation are composed of $[0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s}$ and $[90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s}$ stacking sequences. Finally, the results of this simulation are compared with those of wave propagation theory and then the impact responses and wave propagation phenomena are investigated.
Key Words : impact response, low-velocity impact, wave propagation

1. 서 론

자동차 산업 및 항공우주산업 등 방위산업의 발달과 각종 스포츠 및 레저용품 등의 급격한 증가 추세에 따라 기존 금속 재료에 비해 높은 무게비 강도 및 강성도와 섬유 방향 및 적층 순서의 변화에 따른 유동적인 이방성의 기계적 성질을 지니는 흑연/에폭시(graphite /epoxy), 유리/에폭시(glass/epoxy), 탄소/에폭시(carbon/epoxy)와 보론/에폭시(boron/epoxy) 등과 같은 복합재료가 많이 사용되고 있다.

이러한 복합 재료는 부품의 무게 감소 외에 긴 피로 수명, 우수한 진동 감쇠 특성 및 내식성, 전기 절연성이 우수한 점등 여러 면에서 장점을 지니고 있다.

그러나, 두께 방향에 대한 상대적인 강화의 결핍으로 외부 물체의 충격에 매우 약하며 손상을 입기 쉽다는 점이 최근의 주요한 관심이 되고 있다. 특히 이러한 복합 재료는 외부 물체의 충격을 받기 쉬운 자동차, 항공기, 전투기와 각종 차량의 적재함 구조물 등에 주로 사용되기 때문에 외부 물체가 상대적으로 작은 경우의 충격 손상은 접촉면을 포함하는 작은 영역에 한정되며 손상 정도는 명백히 외부 물체와 구조물 사이의 접촉력에 의존하므로 이 접촉력과 이에 해당하는 변형 및 응력의 정확한 계측 및 해석 방법의 연구는 충격 손상을 예측하기 위하여 필요하다. 그러나 동적 접촉력의 직접적 측정은 넓은 범위의 충격 변수와 충격 현상은 정하중의 경우와는 달리 접촉 영역에서의 재료의 접촉 거동과 응력파 형태의 구조적 거동을 모두 포함하고 있다. 다시 말하면 충격점에서의 초기 에너지는 응력파의 형태로 나머지 부분에 전달되며 응력파의 반사와 기하학적 모양의 변화로 인한 응력 집중으로 순간

† To whom correspondence should be addressed.
kcahn@chinju.ac.kr

응력이 크게 형성되는 복잡한 구조적 거동을 일으킨다. 또한 복합 재료가 충격을 받게될 때 수반되는 충격 응력 및 응력파는 층간 분리(delami- nation)에 직접적인 영향을 미치며, 이것은 초기 파괴 거동과 관련이 있기에 매우 중요하므로 외부 물체의 충격을 받게 되는 복합재 구조물을 설계할 때에 필히 고려하여야 할 충격 응력 및 응력파 특성에 관한 이론적 연구는 아주 중요한 과제이다.

본 연구에 관한 동향을 살펴보면 균질, 등방성 재료로 구성된 보에 대한 충격 문제는 아주 광범위하게 연구되어 왔다[1]. 충격 문제를 해석하기 위해서는 접촉 거동의 정확한 예측이 중요한 단계중의 하나일 것이라는 것은 명백하며, 이를 위해 Hertz[2]에 의해 유도된 탄성구와 탄성면 사이의 고전적 접촉 법칙을 이용하여 충격에 의한 동적 응답 해석을 위한 힘 함수로 사용하였다[3].

Timoshenko[4]는 탄성구의 충격을 받게 되는 보의 순간적 동적 거동을 해석하기 위하여 Hertz 접촉 법칙을 Bernoulli-Euler 보 이론과 결합함으로써 기초적 시도를 하였다. Karas[4]는 이 연구를 단순 지지된 사각 평판에 대한 충격으로 확장하여 접촉점에서의 접촉력과 변위를 구하였다. 그리고 Sun[5]은 보의 충격 해석을 위해 균질. 등방성 재료에 대한 고차 보 유한 요소법(higher-order beam finite element method)을 개발하여 해석 정도의 우수성을 입증하였으며, 이 이론에 의한 6 자유도는 상용 요소의 4 자유도보다 동적 응답의 해석에 훨씬 더 효과적이라는 것을 보였으나 등방성 및 이방성 재료에 대한 충격거동에 관한 이론적 연구는 아직도 미비한 실정이다.[6~8]

그래서 본 연구에서는 적층 복합 보의 충격 해석을 위한 동적 유한 요소법(Impact Finite Element Method)을 개발하여 보 복합재에 대하여 해석한 후 파동전파 이론과 비교 검토함으로써 다음의 연구를 하고자 하는데 있다.

1) 본 이론 해석이 균질 등방성 및 적층 복합재와 같은 이방성 재료에 대한 충격 거동연구에 대하여 효과적으로 이용될 수 있는지 검증한다.

2) 충격시 발생하는 충격점 부근에서의 순간적인 변형률 및 응력의 상태에 대한 연구를 통하여 충격을 고려한 설계를 할 때의 강성 및 강도 저하의 요인에 대하여 연구한다.

3) 충격시 발생하는 파동 전파에 대한 해석을 통하여 충격파 전파 특성을 연구한다.

4) 이방성 재료의 물성, 적층순서, 충격속도 및 기하학적 변화에 따른 충격 거동 특성에 대하여 연구한다.

2. 이론해석

보가 물체의 충격을 받을 때 보에 발생되는 탄성파는 단파 진동 모드이며, 이러한 단파를 가지는 파동을 표현하기 위해서는 보요소에 많은 자유도가 필요하다. 자유도는 유한 요소의 수를 증가 시키거나 각 요소에 대한 절점 요소의 절점 자유도를 증가시킴으로써 그 수를 증가시킬 수 있다. Yang은 봉의 축 진동의 경우에 절점 자유도를 증가시키는 것이 절점 자유도가 작고 요소의 수가 많은 경우보다 훨씬 우수하다는 것을 보였으며, Sun은 균질, 등방성 보의 충격 해석을 위하여 4자유도를 가지는 상용 요소보다 절점 자유도가 2개 많은 고차 보 유한 요소 이론을 개발하여 충격 해석에 적용하여 유효성을 입증하였다.

Bernoulli-Euler 보 이론과 적층 복합보 이론에 기초를 두고, 절점당 3 자유도와 2 절점 요소를 지니는 Sun의 고차 보 이론에 의한 요소의 변위 함수는

$$u = a_1 + a_2\, x + a_3\, x^2 + a_4\, x^3 + a_5\, x^4 + a_6\, x^5 \qquad (1)$$

로 표시되며, 각 절점에서의 자유도는 횡방향 변위 w_i, 기울기 φ_i와 곡률 κ_i의 3개이다.

식(1)에서 계수 a_i(i=1,2,...,6)는 양 끝 절점에서 6개의 절점 자유도들에 의해 표현될수 있다. 보의 요소 길이 L, 단면적 A, 질량 밀도 ρ, 관성 모멘트 I와 탄성 계수 E_b일 때 보의 평형 방정식은

$$E_b I u_{,xxxx} = f \qquad (2)$$

이 되며, 이 식(1)에 d'Alembert의 동적 평형 조건을 적용하면

$$\rho A \ddot{u} + E_b I u_{,xxxx} = f \qquad (3)$$

을 얻을 수 있다.

보 요소에 대한 약형(weak form)을 구하기 위하여 식(3)의 양변에 임의의 가상 변위(arbitrary virtual displacement) $\bar{u}$를 곱하여 보 요소에 대한 적분을 행

하면

$$\int_{\Omega}(\rho A + E_b I u,_{xxxx})\ \ddot{u} d\Omega = \int_{\Omega} f \bar{u} d\Omega = \quad (4)$$

이 되며, 여기서 Ω는 보의 요소 내를 의미한다.

식(4)를 두 번의 부분 적분(integration by parts, Green-Gauss theorem)을 하면

$$\int_{\Omega}\rho A\ \ddot{u}\ \bar{u} d\Omega + \int_{\Omega} E_b I u,_{xx}\ \bar{u},_{xx} d\Omega + \int_{\Gamma} E_b I u,_{xxx} d\Gamma - \int_{\Gamma} E_b I u,_{xx}\ \bar{u},_{xx} d\Gamma = \int_{\Omega} f \bar{u} d\Omega \quad (5)$$

얻어진다. 이 식(5)에서 Γ는 보요소의 경계를 의미한다.

보 요소에서 q, m과 μ를 각각 전단력, 모멘트와 일반력에 의한 하이퍼 모멘트라 하면

경계 x=0에

$$-E_b I u,_{xxx} = -q_1$$

$$E_b I u,_{xx} = -m_1$$

$$\int_{X=0} f\, dx = -\mu_1$$

과

경계 $x = L$에서

$$-E_b I u,_{xxx} = q_2$$

$$E_b I u,_{xx} = m_2 \quad (6)$$

$$\int_{X=L} f dx = \mu_2$$

임을 알 수 있고, 식(6)을 식(9)에 대입하면

$$\int_{\Omega}\rho A \ddot{u}\bar{u}\ d\Omega + \int_{\Omega} E_b I u,_{xx} \bar{u},_{xx}\ d\Omega = q_1\bar{u}_1 + q_2\bar{u}_2 + m_1\ \bar{\varphi}_1 + m_2\ \bar{\varphi}_2 + \mu_1\ \bar{x}_1 + \mu_2\ \bar{x}_2 \quad (7)$$

와 같은 최종 약형(weak form)이 형성된다.

식(1)에서의 실제 변위 함수 u와 같은 다항식의 가상 변위 함수 $\bar{u}$를

$$\bar{u} = \bar{a}_1 + \bar{a}_2\ x + \bar{a}_3\ x^2 + \bar{a}_4\ x^3 + \bar{a}_5\ x^4 + \bar{a}_6\ x^5 \quad (8)$$

가정하면, 이러한 식(1)과 식(8)은 x=0와 L에서의 u, $\bar{u}$, φ=u,x, $\bar{\varphi}$=$\bar{u}$,x, x=u,xx와 $\bar{x}$=$\bar{u}$,xx을 이용하여 유도하면

$$u = \sum_{i=1}^{6} Niui$$
$$\bar{u} = \sum_{i=1}^{6} N\bar{u}i \quad (9)$$

을 얻을 수 있으며, 여기서 형상 함수(shape function) N_i와 절점 i에서의 변위(u_i)와 가상 변위($\bar{u}_i$)는 다음의 의미를 지니고 있다.

$$\begin{aligned} Ni &= N_1,\ N_2\ \ldots,\ N_6 \\ &= \{(1-10x^3/L^3-15x^4/L^4-6x^5/L^5), \\ &\quad (x-6x^3/L^2+8x^4/L^3-3x^5/L^4), \\ &\quad (x^2/2/3x^3/2L+3x^4/2L^2-x^5/2L^3), \\ &\quad (10x^3/L^3-15x^4/L^4+6x^5/L^5), \\ &\quad (-4x^3/L^2+7x^4/L^3-3x^5/L^4), \\ &\quad (x^3/2L-x^4/L^2+x^5/2L^3)\} \end{aligned} \quad (10)$$

$$u_i = \{w_1, \varphi_1, x_1, w_2, \varphi_2, x_2\}^T$$

$$\bar{u}_i = \{\bar{w}_1, \bar{\varphi}_1, \bar{x}_1, \bar{w}_2, \bar{\varphi}_2, \bar{x}_2\}^T$$

식(10)에서 상첨자(superscript) T는 변환(transpose)을 의미한다.

식(9)을 식(7)에 대입하여 식(10)을 이용하여 정리하면

$$\bar{u}_j\left\{\int_{\Omega}\rho A\ N_i\ N_j\ d\Omega\ u_i + \int_{\Omega} E_b I\ N_i,_{xx}\ N_j,_{xx}\ d\Omega\ u_i\right\} = \bar{u}_j\{q_1, m_1, \mu_1, q_2, m_2, \mu_2 \quad (11)$$

이 되어, 식(11)의 양변에서의 가상 변위 $\bar{u}_j$를 소거하여 국부 유한요소 방정식(local finite element equation)으로 표현하면

$$M_{ij}^{(e)}\ddot{\Delta}_j^{(e)} + K_{ij}^{(e)}\ \Delta_j^{(e)} = F_i^{(e)} \quad (12)$$

이며, 여기서 $M_{ij}^{(e)}$, $K_{ij}^{(e)}$ 및 $F_i^{(e)}$는 각각 다음과 같이 표현되는 요소에서의 질량 매트릭스(mass matrix), 강성 매트릭스(stiffness matrix) 및 하중 벡터(load vector)이며, 상첨자 (e)는 요소 (element)를 의미한다.

$$M_{ij}^{(e)} = \int_{\Omega}\rho A N_i N_j\, d\Omega$$

$$K_{ij}^{(e)} = \int_{\Omega} E_b I N_i,xx N_j,xx\, d\Omega \quad (13)$$

$$F_i^{(e)} = \{q_1, m_1, \mu_1, q_2, m_2, \mu_2\}^T$$

식(12)과 식(13)에 식(10)을 대입하여 나타내면

$$\frac{\rho AL}{55440}\begin{bmatrix} 21720 & 3732L & 281L^2 & 6000 & -1812L & 181L^2 \\ & 832L^2 & 69L^2 & 1812L & -532L^2 & 52L^3 \\ & & 6L^4 & 181L^2 & -52L^3 & 5L^4 \\ & & & 21720 & -3732L & 281L^2 \\ & & & & 832L^2 & -69L^2 \\ & & \text{symm.} & & & 6L^4 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ x_1 \\ w_2 \\ \varphi_2 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

$$+\frac{E_bI}{70L^3}\begin{bmatrix} 1200 & 600L & 30L^2 & -1200 & 600L & -30L^2 \\ & 384L^2 & 22L^3 & -600L & 216L^2 & -8L^3 \\ & & 6L^4 & -30L^2 & 8L^3 & L^4 \\ & & & 1200 & -600L & 30L^2 \\ & & & & 384L^2 & -22L^3 \\ & & \text{symm.} & & & 6L^4 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ x_1 \\ w_2 \\ \varphi_2 \\ x_2 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} q_1 \\ m_{z_1} \\ \mu_{x_1} \\ q_2 \\ m_{z_2} \\ \mu_{x_2} \end{Bmatrix} \tag{14}$$

와 같게 된다.

그러나, 식(14)는 균질, 등방성 보에 대한 요소의 운동 방정식이므로, 본 이론을 적층 복합 보에 수정하여 적용한 충격 해석용 동적 유한 요소법을 개발하기 위하여 굽힘-신장 연계 효과를 무시한다고 가정하여 굽힘 계수 E_bI를 등가 굽힘 계수(equivalent bending coefficient) $D_{11}w$ (w는 보의 폭)로 치환한다.

여기서, 적층강성(laminate stiffness) D_{11}은

$$D_{11}=\int_{-h/2}^{h/2}\overline{Q}_{ij}\,z^2dz \tag{15}$$

로 표현된다.

그리고, 식(13)에 Boolean 매트릭스의 성질, 즉

$$\triangle_{i\alpha}^{(e)}=\begin{cases}1\ ; & \text{국부절점 } i\text{와 전체 절점}\alpha\text{가 일치할 경우} \\ 0\ ; & \text{그외의 경우}\end{cases} \tag{16}$$

을 적용하여 전체 요소에 대하여 조합(assembly)하면

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta}&=\sum_{e=1}^{el}M_{ij}^{(e)}\triangle_{i\alpha}^{(e)}\triangle_{j\beta}^{(e)} \\ K_{\alpha\beta}&=\sum_{e=1}^{el}K_{ij}^{(e)}\triangle_{i\alpha}^{(e)}\triangle_{j\beta}^{(e)} \\ F_{\alpha}&=\sum_{e=1}^{el}F_{i}^{(e)}\triangle_{i\alpha}^{(e)} \end{aligned} \tag{17}$$

이 되므로, 다음의 전체 요소에 대한 유한 요소 방정식(global finite element equation)

$$M_{\alpha\beta}\ \ddot{\triangle}\beta\ +\ K_{\alpha\beta}\ \triangle_{\beta}\ =F_{\alpha}$$

또는

$$[M]\ \{\ddot{\triangle}\}\ +[K]\ \{\triangle\}\ =\{F\} \tag{18}$$

을 얻을 수 있다. 식(17)과 식(18)에서 el은 총 요소수를 의미하고, $M_{\alpha\beta}$, $K_{\alpha\beta}$ 및 F_{α}는 각각 전체 요소에 대한 질량 매트릭스, 강성 매트릭스 및 하중 벡터이다.

여기서 하중 벡터의 계산은 다음의 Hertz의 접촉 법칙을 이용하였다.

Hertz의 고전적 접촉 법칙은 균질, 등방성 재료의 접촉 거동을 해석하는데 많이 이용되었으며, Willis는 횡 방향으로 등방인 반공간을 누르는 강구에 대해서 Hertz 접촉 법칙

$$F=k\alpha^n \tag{19}$$

에서 n의 값이 1.5가 유효하다는 것을 보였다.

여기서, F, α와 n은 각각 접촉력, 압입량 및 부하 과정의 접촉 법칙 지수이고, k는 강구와 표적물의 물성치 및 강구의 반경에 의해 다음과 같이 정해지는 접촉 계수이다.

$$k=(4/3)(R_s)^{1/2}[(1-\nu_s^2)/Es+(1-\nu_t^2)/E_t]^{-1} \tag{20}$$

식(20)에서 R, ν 및 E는 각각 반경, 포아송 비와 종탄성 계수이며, 하첨자 s와 t는 강구와 표적물을 각각 나타낸다.

식(18)의 운동 방정식을 해석하기 위해서 본 연구에서는 Wilson과 Clough[9]에 의해 제안된 유한 차분 형태의 시간 적분을 행한다.

그런데 해의 안정성을 위해서는 시간 증분 δt가 중요한 인자이므로 Leech의 연구 결과인

$$\delta t \le 2/\omega_m \tag{21}$$

에 따르나, 충격에 의한 보와 판의 높은 주파수 응답 특성을 알아볼 수 있도록 본 연구에서는 임계 시간 증분 δt의 10 분의 1 이하가 되도록 선택하였다. 식(21)에서 ω_m은 보 또는 판 요소의 최대 고유 주파수이다.

한편, 식(27)의 동적 유한 요소법을 강구로 보에 횡방향으로 충격을 가하는 경우의 문제 해석에 적용하기 위해서는 충격력 즉 접촉력을 구하는 것이 중요하다. 이를 위해 본 연구에서는 탄성 변형만을 고려한 식(29)의 접촉 법칙을 적용하였다.

식(19)에서 하중 벡터 $\{F\}t+\delta t$는 시간 $t+\delta t$에서

의 접촉력에 해당하고 압입량 α는

$$\alpha = (w_s)_{t+\delta t} - w_{t+\delta t}(x_o, y_o) \tag{22}$$

로 표현된다. 여기서 w_s는 강구의 변위이고, w는 보 또는 판의 변위이며 (x_o, y_o)는 접촉점의 좌표값이다.

그리고 시간 $t+\delta t$에서의 강구의 운동 방정식은

$$F_{t+\delta t} = -m_s(\ddot{w}_s)_{t+\delta t} \tag{23}$$

또는

$$m_s(\ddot{w}_s)_{t+\delta t} = -k[(w_s)_{t+\delta t} - w_{t+\delta t}(x_o, y_o)]^n \tag{24}$$

로 표현되므로 강구와 보 또는 판의 운동은 연계되어 있음을 알 수 있다. 식(24)에서 m_s는 강구의 질량이다.

식(23)에서 강구의 가속도 $(\ddot{w}_s)_{t+\delta t}$를 구하기 위한 초기 조건으로 $(w_s)_{t+\delta t}$와 $w_{t+\delta t}(x_o, y_o)$의 값을 각각 다음과 같이 근사화한다.

$$(w_s)_{t+\delta t} = (w_s)_t + \delta t(\dot{w}_s)_t + (\delta t^2/2)(\ddot{w}_s)_t$$

와 (25)

$$w_{t+\delta t}(x_o, y_o) = w_t(x_o, y_o) + \delta t\dot{w}_t(x_o, y_o) + (\delta t^2/2)\ddot{w}_t(x_o, y_o)$$

식(25)을 식(24)에 대입하면 가속도 $(\ddot{w}_s)_{t+\delta t}$를 얻을 수 있으며, 식(23)에 의해 접촉력 $F_{t+\delta t}$를 구할 수 있다. 그러나 더욱 정확한 $(w_s)_{t+\delta t}$와 $(w_s)_{t+\delta t}$ (x_o, y_o)를 구하기 위해서는

$$(w_s)_{t+\delta t} = (w_s)_t + \delta t(\dot{w}_s)_t + (\delta t^2/3)(\ddot{w}_s)_t + (\delta t^2/6)\{\ddot{w}_s\}_{t+\delta t}$$

와 (26)

$$(w)_{t+\delta t}(x_o, y_o) = w_t(x_o, y_o) + \delta t\dot{w}_t(x_o, y_o) + (\delta t^2/3)\ddot{w}_t(x_o, y_o) + (\delta t^2/6)\ddot{w}_{t+\delta t}(x_o, y_o)$$

이 되며, 여기서 앞에서 구한 $(\ddot{w}_s)_{t+\delta t}$가 대입된다.

식(26)를 식(24)에 대입한 결과를 다시 식(32)에 대입하면 수정된 접촉력이 구해지며 이러한 반복 과정을 통하면 해는 아주 빠르게 수렴하게 된다.

이상의 과정을 통하여 적층 복합 보에 대한 충격 해석용 유한 요소 프로그램을 작성하였으며, 그 자세한 과정은 Fig. 1의 흐름도에 잘 나타나 있다.

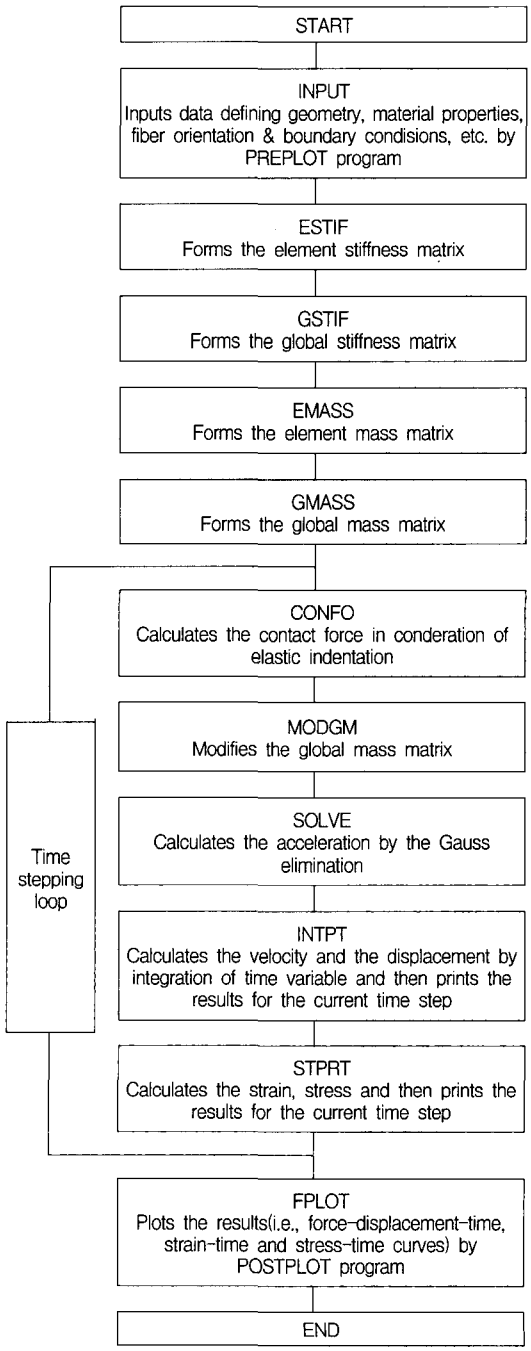

Fig. 1. Flow diagram for impact analysis of laminated composite beams

3. 결과 및 고찰

3.1. 균질 등방성 재료

먼저 균질 등방성 재료에 대한 수치 계산 결과의 해석 정도를 비교하여 개발한 동적 유한 요소법을 검토하기 위하여 3t×30w×300 ℓ(mm)과 3t×30w×420 ℓ(mm) 크기의 강으로 된 양단 고정보의 중앙에 직경 12.7mm 강구로 충격을 가하는 경우를 생각한다. 강구의 초기 속도는 1.5m/sec.와 3.0m/sec.이다.

보의 중앙을 중심으로 대칭이므로 한 편을 30개의 요소로 나누고, 시간 증분 δ t를 0.1 μ sec.로 하여 강구가 보에 접촉하는 순간(t=0 μ sec.)부터 접촉이 끝날 때까지(t=400 μ sec.) 탄성 과정을 고려하여 시간의 변화에 따른 접촉력과 강구와 재료의 변위의 변화에 대하여 해석하였다. 그 결과 Table 1에서 처럼 파동 전파속도의 이론값 및 Sun[5]의 최대접촉력의 크기와 본 연구결과의 해석값은 아주 잘 일치하였다.

3.2. 이방성 재료

Sun[5]의 균질 등방성 재료에 대한 충격 거동 연구를 이방성 적층 복합 보에 대하여 개발한 동적 보유한 요소법의 타당성을 검토하기 위하여 3t×30w×300 ℓ(mm)와 3t×30w×420 ℓ(mm)크기의 재료를 각각 $[90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s}$와 $[0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s}$의 두 가지 적층 형태를 가지는 유리/에폭시와 흑연/에폭시의 양단 고정 보의 중앙에 직경 12.7mm의 강구를 1.5m/sec.와 3.0m/sec.의 속도로 충격을 가하는 경우에 대하여 생각한다. 보의 절반을 30개의 요소로 나누고, 시간 증분 δ t를 0.1 μ sec.로 하였으며 계산에 사용된 재료의 상수는 다음과 같이 가정하였다.

재 료 명		물 성 치
등방성 재료	강	E=207GPa, G=79.6GPa, ν =0.30, ρ =7,860Kg/m^3
복합 재료	유리/에폭시	E_1=40GPa , E_2=8.5GPa G_{12}=4.25GPa, ν_{12}=0.26, ρ =2,000Kg/m^3 $G_{13}=G_{13}=G_{12}$
	흑연/에폭시	E_1=120GPa, E_2=7.9GPa G_{12}=5.5GPa, ν_{12}=0.30, ρ =1,580Kg/m^3 $G_{23}=G_{13}=G12$
강 구		E=207GPa, G_{12}=207GPa, ν_{12}=0.30, ρ =7,860Kg/m^3

가. 본 충격 해석용 프로그램의 타당성 검증

강구가 보에 접촉하기 시작(t=0 μ sec.)하면서 부터 충분한 동적 응답 특성을 알아보기 위하여 400 μ sec.까지 탄성 과정을 고려한 계산을 수행하여 결과들을 그래픽화 하였다.

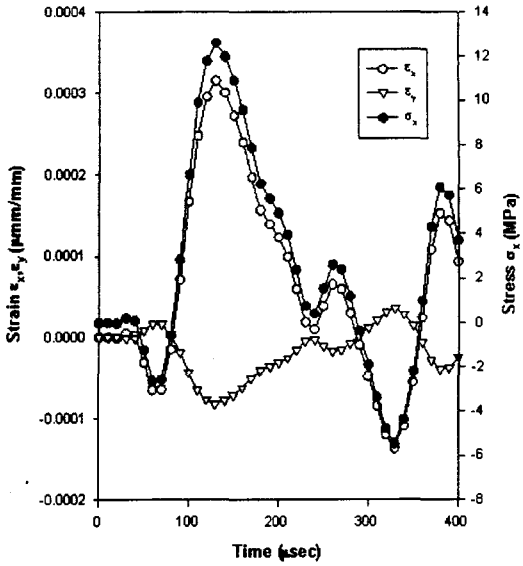

Fig. 2. Strain and stress response histories for a $[0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s}$ graphite/epoxy beam at 50mm from the impact point (Velocity=1.5m/sec, Length=300mm)

그 결과 두가지 복합 재료에 대하여 각각 적층 형태를 달리한 것을 시간의 변화에 따른 보의 접촉력 변화와, 강구와 보의 변위를 나타낸 것으로 접촉이 시작하면서 부터 거의 끝나는 75~80 μ sec.까지 이 접촉력에 의한 힘 함수 $F_m$sin(nt/T)와 거의 일치하고 있는 것을 알 수 있다.

그리고 Fig. 2는 $[0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s}$ 유리/에폭시 복합재에 대하여 충격점으로 부터 거리 50mm 떨어져 있는 절점번호 21인 점의 변형률 응답 곡선을 나타낸 것으로 하중이 가해지기 시작하는 시간을 t=0 μ sec.로 하면 변형률 변동의 개시시간은 34 μ sec.부근이며 충격으로부터 거리 50mm를 이 시간으로 나누면 1,470m./sec.가 되어, 파동 전파 이론에 의한 전단파의 전파속도($C=\sqrt{G/\rho}$ =1,458m/sec.)와 거의 같은 값이 얻어지며, 그 후 충격점으로부터 발생한 응력파가 보의 끝에서 반사되어 이 위치로 되돌아 올 때까지의 거리 250mm(150+100)를 이 전단파의 속도 1,470m/sec.로 나누면 170 μ sec.가 되어 이 시간 부근에서 진행파와 반사파의 중첩에 의해 보의 진동이라고 생각되는 변형률 변동이 일어나기 시작한다. 이는 해석 결과와 아주 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그리고 Fig. 3은 $[90°/45°/90°/-45°/90°]^{2s}$ 유리/에

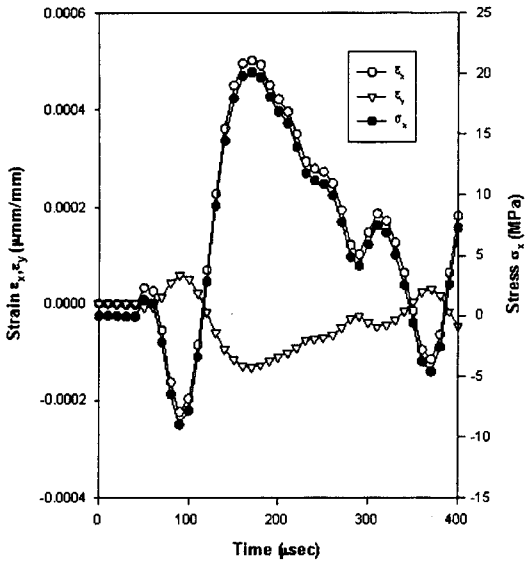

Fig. 3. Strain and stress response histories for a [90°/45°/90°/-45°/90°]$_{2s}$ glass/epoxy beam at 50mm from the impact point (Velocity=1.5m/sec, Length=300mm)

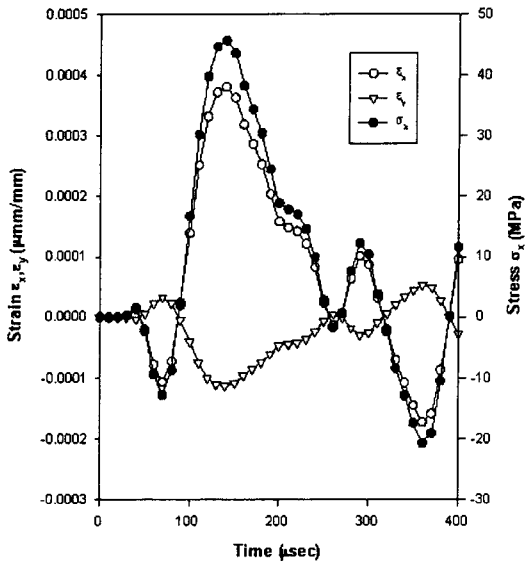

Fig. 5. Strain and stress response histories for a [90°/45°/90°/-45°/90°]$_{2s}$ graphite/epoxy beam at 50mm from the impact point (Velocity=1.5m/sec, Length=300mm)

폭시에 대한 변형률 응답해석으로 같은 방법으로 계산하면 1,440m/sec.가 되어 이론해석 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

또한 Fig. 4는 [0°/45°/0°/-45°/0°]$_{2s}$ 흑연/에폭시 복합재에 대하여 충격점으로부터 거리 50mm 떨어져 있는 절점번호 21인 점의 변형률 응답 곡선을 나타낸 것으로 하중이 가해지기 시작하는 시간을 t=0 μ sec.로 하면 변형률 변동의 개시시간은 26.5 μ sec.부근이며 충격으로부터 거리 50mm를 이 시간으로 나누면 1,850m./sec.가 되어, 파동 전파 이론에 의한 전단파의 전파속도($C=\sqrt{G/\rho}$ =1,866m/sec.)와 거의 같은 값이 얻어지며, 그후 충격점으로부터 발생한 응력파가 보의 끝에서 반사되어 이 위치로 되돌아 올 때까지의 거리 250mm(150+100)를 이 전단파의 속도 1,880m/sec.로 나누면 133 μ sec.가 되어 이 시간 부근에서 진행파와 반사파의 중첩에 의해 보의 진동이라고 생각되는 변형률 변동이 일어나기 시작한다. 이는 해석 결과와 아주 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그리고 Fig. 5는 [90°/45°/90°/-45°/90°]$_{2s}$ 흑연/에폭시에 대한 변형률 응답해석으로 파동 전파 이론에 의한 전파속도와 잘 일치함을 알 수 있다.

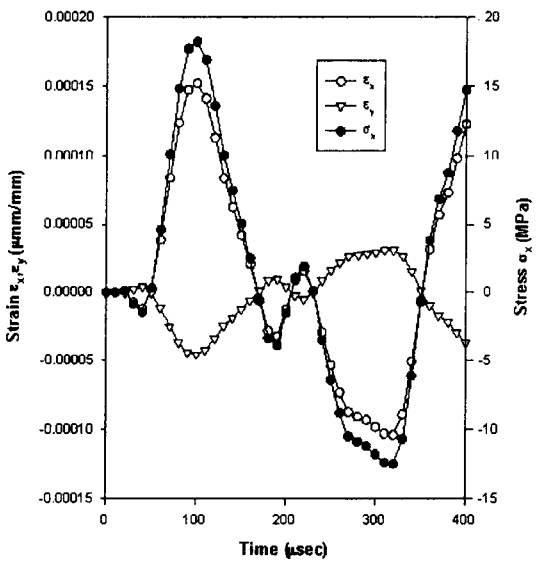

Fig. 4. Strain and stress response histories for a [0°/45°/0°/-45°/0°]$_{2s}$ graphite/epoxy beam at 50mm from the impact point (Velocity=1.5m/sec, Length=300mm)

이와 같이 본 해석용 프로그램은 파동 전파 이론 및 힘함수의 형태와 해석 결과가 아주 잘 일치하므로 그 타당성을 확인 할 수 있다. 본 시뮬레이션 프로그램의 타당성을 근간으로 하여 다음의 변수에 따른 영향을 비교 검토하고자 물성 및 기하학적 변화에 따른 충격 해석을 행한 결과를 Table 1에 정량화하였다.

여기서 등방성 재료는 보와 볼을 동일한 재료로 가정한 재료 상수를 입력 데이터로 사용하였다.

Table 1. Results of impact simulation according to changes of material property and dimension in isotropic and anisotropic materials

보의 길이	충격속도	해석 결과	등방성 재료	유리/에폭시		흑연/에폭시	
				[0]	[90]	[0]	[90]
300mm	1.5m/sec.	최대접촉력 (N)	750	180	150	185	155
		보 변위 (mm)	0.06	0.145	0.165	0.14	0.16
	3.0m/sec.	최대접촉력 (N)	1,500	410	370	420	380
		보 변위 (mm)	0.11	0.280	0.300	0.270	0.290
420mm	1.5m/sec.	최대접촉력 (N)	750	180	150	185	155
		보 변위 (mm)	0.06	0.148	0.168	0.143	0.163
	3.0m/sec.	최대접촉력 (N)	1,500	410	370	420	380
		보 변위 (mm)	0.11	0.285	0.305	0.275	0.295
파동 전파 속도 (m/sec.)	해석값		3,180	1,470	1,440	1,880	1,850
	이론값		3,182	1,458		1,866	

※ 보 변위는 충격후 200μ sec. 경과 할 때의 변위임. ※ 파동 전파 속도 $C=\sqrt{(G/\rho)}$를 이용하였음.
※ [0]는 $[0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s}$를 의미함. [90]는 $[90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s}$를 의미함.

나. 등방성 재료와 이방성 재료의 충격 거동 비교

Table 1에서 최대 접촉력은 탄성계수가 큰 등방성 재료가 이방성 재료보다 훨씬 크게 나타나고 200 μ sec. 경과한 시점에 최대 보의 변위는 이방성 재료가 크게 나타났다. 이는 등방성 재료가 이방성 재료에 비해 충격흡수를 적게 한다는 것을 의미한다. 파동 전파 속도의 측면에서 검토해 보면 등방성 재료에서의 속도가 이방성 재료보다 훨씬 빠르므로 진동응답이 빠르게 발생할 수 있음을 예측할 수 있다.

등방성 재료에서의 파동 전파 속도는 해석결과와 이론식 결과는 서로 일치함을 알 수 있다.

이방성 재료(유리/에폭시 또는 흑연/에폭시)에서는 적층순서[0°/45°/0°/-45°/0°]2s가 [90°/45°/90°/-45°/ 90°]$_{2s}$보다 파동 전파 속도가 이론식 결과는 동일하나 실제 해석 결과 조금 빠르다는 것을 알 수 있다. 이는 [0°/45°/0°/-45°/0°]2s가 $[90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s}$보다 파동 전파 방향으로 굽힘 강성이 크기 때문인 것으로 생각된다.

다. 이방성 재료의 물성 및 기하학적 변화에 의한 충격 거동 비교

Table 1에서 유리/에폭시와 흑연/에폭시를 동일한 보의 길이와 충격속도에 대하여 최대접촉력을 비교해 보면 흑연/에폭시 편이, 그리고 보 변위는 유리/에폭시가 크게 나타남을 알 수 있다.

또한 적층순서에 의하면 $[0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s}$가 $[90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s}$보다 접촉력은 크나 보 변위는 작게 나타난다. 이러한 현상들은 유리/에폭시보다는 흑연/에폭시가, $[90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s}$보다는 $[0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s}$가 굽힘 강성에서 크기 때문이다.

보의 길이의 변화에 의한 접촉력은 거의 동일하게 나타남을 알 수 있는데, 이는 충격현상이 아주 순간적으로 일어나기 때문으로 사료된다.

또한, 속도의 변화에 의한 접촉력은 속도가 크면 접촉력이 크게 된다는 것은 당연한 결과로 생각된다.

4. 결 론

본 논문에서는 등방성과 이방성 재료가 강구에 의한 횡방향 저속 충격을 받게 될 때, 이론적 충격 거동 해석을 위한 유한 요소 프로그램을 개발하여 시뮬레이션 한 후 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 본 유한 요소 프로그램을 이용한 해석 결과는 파동 전파 이론과 힘 함수의 형태와 아주 잘 일치하므로 충격 해석 전용 프로그램으로 유용하며, 등방성과 이방성 재료의 충격 거동 연구에 매우 유효함을 확인하였다.

2) 등방성 재료보다 이방성 재료에서 시간의 변

화에 따라 훨씬 큰 파동 변위가 발생한다. 이는 충격시 이방성 재료는 박리(delamination) 현상을 수반하게 될 수 있다는 것을 강하게 보여주고 있으므로 이 부분을 고려한 설계를 반드시 하여야 할 것으로 생각된다.

3) 등방성 재료의 파동전파 속도가 이방성 재료에서 보다 훨씬 빠르므로 진폭은 작으나 진동응답은 빠르게 발생한다는 것을 알 수 있었다.

4) 이방성 재료 중 적층순서 $[90°/45°/90°/-45°/90°]_{2s}$에서 보다 $[0°/45°/0°/-45°/0°]_{2s}$의 편이 길이 방향 파동 전파 속도가 빠르다는 것을 알았다. 이는 굽힘 강성이 크기 때문이다.

5) 본 해석프로그램은 자동차, 항공기, TV와 PC 등 충격을 고려한 모니터의 설계, 군사용 및 레저용 신소재 개발 등의 재료 안전 평가시 아주 유용하게 이용될 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1) W. Goldsmith, Impact, Edward Arnold Ltd., London, 1960.
2) H. Hertz, Uber die Beruhrung fester Elastischer Korper, Journal Reine Angle Math, Crelle, Vol. 92, p. 155, 1881.
3) ASTM, Foreign Object Impact Damage to Composite, STP 568, 1973.
4) C. T. Sun and S. Chattopadhyay, Dynamic Response of Anisotropic Laminated Plates under Initial Stress to Impact of a Mass, Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, pp. 693～698, 1975.
5) C. T. Sun and S. N. Huang, Transverse Impact Problems by Higher Order Beam Finite Element, Computers & Structures, Vol. 5, pp. 297～303, 1975.
6) 안국찬, 김문생, 김규남, 유한요소법에 의한 적층 복합보의 충격해석, 대한기계학회논문집, Vol. 12, No. 4, pp. 652～661, 1988.
7) 안국찬, 김문생, 김규남, 저속 충격을 받는 적층 복합재의 응력파 전파에 관한 연구, 대한기계학회논문집, Vol. 13, No. 1, pp. 9～19, 1989.
8) 김문생, 안국찬, 김규남, 보와 판이론에 의한 보형상 복합재의 충격거동에 관한 연구, 대한기계학회논문집, Vol. 13, No. 4, pp. 451～460, 1989.
9) E. L. Wilson and R. W. Clough, Dynamic Response by Step by Step Matrix Analysis, Symp. on Use of Computers in Civil Engineering, Lisbon, 1962.