한국소음진동공학회지 제 11 권 제 2 호, pp. 226~233, 2001.

〈논 문〉

난류 경계층 내 벽면 변동 압력의 구조 기진력 모델링

A Modelling of Structural Excitation Forces Due to Wall Pressure Fluctuations in a Turbulent Boundary Layer

홍 진 숙* · 신 구 균* · 김 상 윤**

Hong Chin-Suk, Shin Ku-Kyun and Kim Sang-Youn

(2000년 8월 11일 접수 ; 2001년 1월 31일 심사완료)

Key Words : Wall Pressure Fluctuation(벽면 변동 압력), Turbulent Boundary Layer(난류경계층), Corcos Model(코코스 모델), Structural Excitation Force(구조 기진력)

ABSTRACT

It is essential to analyze structural vibrations due to turbulent wall pressure fluctuations over a body surface which moves through a fluid, because the vibrations can be a severe source of noise affecting to passengers in airplanes and SONAR performance. Generally, this kind of problems have been solved for very simplified models, e.g. plates, which can be applied to the wavenumber domain analysis. In this paper, a finite element modeling of the wall pressure fluctuations is investigated, which can be applied to those over arbitrary smooth surfaces. It is found that the modeled wall pressure fluctuation at nodes becomes uncorrelated at higher frequencies and at lower flow speeds, and the response is over-estimated due to the aliased power. Then the frequency range available for uncorrelated loading model and two power correction schemes are presented.

1. 서 론

유체 중을 주행하는 물체의 표면에는 유체의 점성에 의해 물체 표면에 난류 경계층이 형성되고 이 난류 경계층 내 복잡한 유체 입자의 거동에 의해 물체의 표면에는 벽면 변동 압력(wall pressure fluctuations)이 작용한다. 이 벽면 변동 압력은 탄성체인 구조물에 기진력으로 작용하여 구조물에 진동을 발생시킨다. 난류 경계층에 의한 유동 유기 진동의 현상으로는, 항공기가 고속으로 비행할 때 동체 주위에 형성된 난류경계층 내 벽면 변동 압력의 파수와 구조물의 진동 응답 파수와의 일치(wavenumber matching) 현상으로 동체에 강한 진동이 유발되면 기내 소음 수준이 높아져 승객의 안락도에 심각한 영향을 줄 수 있으며, 수중 운동체에서는 접수면에 형성된 난류 경계층에 의한 수중 운동체의 진동은 방사 소음의 원인이 되기도 한다. 또한 수상함 또는 잠수함의 소나(sonar)의 경우 센서부의 음향창(acoustic window)에 형성된 난류경계층 내의 벽면 변동 압력이 센서부에 감지되어 자체소음을 증가시킴으로 인하여 전체 시스템의 성능을 저하시키는 요인이 된다. 이러한 난류 경계층 유동에 의한 불필요한 진동 및 소음을 감소시키는 방안으로는 물체의 최적 선형 설계를 통한 난류 경계층 발생의 억제 혹은 난류 강도를 낮추거나 물체 표면의 진동 수준 감소 및 물체 내부 전파 경로에 대한 차단등을 들 수 있다. 그러나, 선형에 의한 난류 경계층의 제어는 일반적으로 한계가 있으므로 난류 유동에 의한 진동 및 소음의 감소를 위해서는 탄성체의 진동 및 소음 저감 대책 수립이 중요하게 된다.

난류 경계층내 벽면 변동 압력에 의한 구조물의 진동 해석에 관한 연구는 난류에 의한 구조물의 진동 및 방사 소음의 관점에서 평판의 진동 응답에 대하여 오래전부터 많은 이론적 실험적 연구가 수행되어 왔다.[1~8] 이론적 연구에서, Ribner[1], Maidanik[2] 등은 무한 평판을 대상으로 난류 기진력에 의한 응답 특성을 정식화하였고, Dyer[3], White[4], Maestrello[5], Strawderman 등[6], Rumerman[7]

* 국방과학연구소 2체계개발본부
E-mail : cshong@suman.kreonet.re.kr
Tel : (055) 540-6152, Fax : (055) 542-3737
** 연암공업대학

등은 유한 평판의 난류 기진력에 의한 응답 특성을 구하였다. 또한, 신 등[8]은 한 면이 물과 접해 있고 네 변이 단순 지지된 사각 평판 위에 균일한 난류 경계층이 형성되었을 때 평판의 진동 응답을 유체에 의한 접수 효과를 고려하여 정식화하였다. 그러나, 무한 평판과 네 변이 단순 지지된 유한 평판의 경우는 평판의 단위 하중에 의한 응답 함수와 난류 기진력을 시공간적 후리에 변환을 통한 파수-주파수 함수로 표현이 가능하므로 난류 기진력에 의한 평판의 진동 응답 특성에 대한 해석 해를 얻을 수 있다. 그러나, 구조물이 복잡해지면 난류 기진력이 작용하는 물체의 표면을 더 이상 무한 평판 혹은 단순지지 구조의 유한 평판으로 가정하기가 어려워지므로 유한 요소법 등과 같은 수치 해석 기법의 도입이 필요하게 된다. 유한 요소법에서 요소 분할은 일반적으로 관심 주파수 대역에서 구조물의 진동 응답 특성을 잘 표현할 수 있고 과도한 매트릭스 연산으로 인한 오차가 크지 않도록 요소의 크기를 정하여야 하며, 공간적으로 분포된 외력사이에 공간적 상호 상관 관계가 있으면 이들 역시 잘 표현될 수 있도록 정해야 한다. 즉 구조물을 구성하는 유한 요소의 크기가 난류 기진력의 주요한 특징인 변동 압력의 공간적 상관 길이를 잘 표현할 수 있도록 하지 않으면 난류 기진력에 의한 구조물의 수치 계산에 있어 상당한 오차를 유발하게 된다. 이는 난류 기진력의 특성을 결정하는 유속과 관심 주파수 대역에 따라 구조물의 유한 요소 크기가 제한됨을 의미하며 특히 유동의 속도가 낮고 관심 주파수 대역이 높아지면 난류 기진력의 상관 길이는 급격히 짧아지므로 이를 표현하기 위하여는 유한 요소의 크기도 같은 정도로 작아져야 한다. 작은 유한 요소 분할은 당연히 과도한 량의 입력 자료의 작성 및 연산 시간을 필요로 한다.

따라서, 본 연구에서는 해석해가 존재하는 단순 지지된 보를 대상으로하여 난류 기진력의 대류 특성을 고려한 공간적 상관 함수와 보를 유한 요소법으로 모델링하였을 때 요소의 크기와의 관계를 정립하고 그 결과를 바탕으로 유한 요소법에 의한 난류 유동 유기 진동의 수치 해석 기법에 있어 공학적으로 유용한 난류 경계층 내 변동 압력의 모델링 방안을 제시하고자 한다.

2. 이론적 배경

2.1 난류경계층 내 벽면 변동 압력 모델

난류경계층 내의 복잡한 유체 입자의 거동에 의해 구조물의 표면에 발생하는 변동 압력은 유동 유기 진동의 기진원이 된다. 그러나, 일반적인 기계류에 의한 기진력은 기기와 구조물의 체결 부위를 통하여 일점 하중(point force)의 형태로 가진되지만 난류 경계층 내 벽면 변동 압력은 난류 경계층이 발생한 구조물 표면 전체에 시, 공간적으로 랜덤한 분포 하중의 형태로 작용할 뿐 아니라, 임의 시간에, 임의 크기로, 임의 위치에서 발생한 난류경계층 내 에디(eddy)는 하류로 흘러가면서 큰 에디는 작은 에디로, 작은 에디는 더욱 작은 에디로 나누어지고 최종적으로는 점성에 의해 소산되어가는 대류 특성이 있다. 따라서, 임의 위치에서의 변동 압력은 인접 위치의 변동 압력과 상호 상관 관계를 가지게 된다. 이와 같은 특성을 가진 기진력을 수학적 형태로 표현하기 위하여 1960년대 이후 많은 연구가 이루어져 왔으며 압력 구배가 없는 무한 평판 위의 충분히 발달되고 균질한 난류 경계층에 대하여 Corcos 모델[9], Chase 모델[10], Ffowcs Williams 모델[11] 등이 일반적으로 알려져 있다. 본 연구에서는 이들 중에서 비교적 취급이 용이하면서도 공학적 측면에서 신뢰성이 떨어지지 않는 Corcos 모델을 사용하기로 하였다.

Corcos 모델은 식 (1)과 같이 벽면 변동 압력의 상호 스펙트럴 밀도 함수를 표현하고 있다.

$$\Phi_{pq}(\xi, \eta, \omega) = \Phi_{pp}(\omega) A(\omega\xi/U_c) B(\omega\eta/U_c) e^{-i(\omega\xi/U_c)} \tag{1}$$

여기서, $\Phi_{pp}(\omega)$는 벽면 변동 압력의 점(또는 자기) 파워 스펙트럴 밀도 함수, U_c 는 경계층 내 에디의 대류 속도(convection velocity)이다. 함수 $A(\ )$와 $B(\ )$는 각각 흐름 방향(ξ), 흐름에 수직방향(η)으로의 상호 관계를 나타내는 Corcos 함수로 다음과 같이 표현하며 계수 α, β는 매끈한 평판의 경우 0.1, 0.7 정도의 값을 가지는 것으로 알려져 있다.

$$A = \exp(-\alpha|\omega\xi/U_c|) \tag{2}$$

$$B = \exp(-\beta|\omega\eta/U_c|) \tag{3}$$

식 (1)을 공간상 후리에 변환하면 식 (4)와 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_{pq}(k_x, k_y, \omega) = \Phi_{pp}(\omega) \cdot \frac{\alpha k_c/\pi}{[(k_x - k_c)^2 + (\alpha k_c)^2]} \cdot \frac{\beta k_c/\pi}{[k_y^2 + (\beta k_c)^2]} \tag{4}$$

여기서 $k_c(=\omega/U_c)$는 대류 파수(convective wave number) 이다.

2.2 난류경계층 벽면 변동 압력에 의한 진동응답(이론해)

난류 경계층은 2차원이상의 유동장이므로 실제 유동 유기 진동은 평판의 구조물의 특성을 가져야 한다. 그러나, 본 연구에서는 간단히 하기 위하여 Fig. 1에서 보이는 양

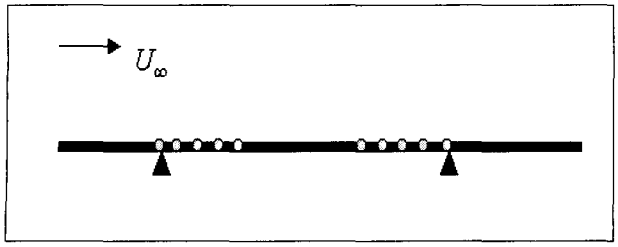

Fig. 1 A simply-supported beam subjected to turbulent wall pressure fluctuations

단단순 지지 보 위에 유동이 보의 방향으로 흐르고 있는 것으로 가정하고 흐름의 수직 방향으로의 변동 압력 특성은 고려하지 않기로 한다. Fig. 1에서 보이는 바와 같이 흐름 방향으로 무한 길이에 걸쳐 균질한 난류 경계층이 형성되어 있고 그 중 일부분이 길이 L인 탄성체 보이고 다른 영역은 강체인 경우를 생각하면 보의 수직 방향 변위 $u(x,t)$에 대한 운동 방정식은 다음과 같다.

$$EI(1+i\zeta)\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4}+m\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=p_t(x,t) \quad (5)$$

여기서, EI 는 보의 강성, ζ 는 구조 감쇠 계수, m 은 단위 길이 당 질량 및 p_t는 난류경계층 내 변동 압력을 각각 나타낸다.

식 (5)의 해는 고유 모드의 중첩의 형태로 표시할 수 있다. 즉 길이 L인 양단 단순지지 보의 고유 모드와 고유 진동수는 식 (6) 및 (7)과 같이 쓸 수 있다.

$$a_n=\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad n=1,2,3,\ldots \quad (6)$$

$$\omega_n=\sqrt{\frac{EI}{m}}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \quad (7)$$

식 (8)과 같이 x' 위치에 단위 조화 기진력이 작용하였을 때 x 위치에서의 응답을 $H(x,x',\omega)$라 하면 함수 H 는 식 (9)와 같다.

$$p_t(x,t)=\delta(x-x')e^{i\omega t} \quad (8)$$

$$H(x,x',\omega)=\frac{1}{m}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n(x)\,a_n(x')}{[(\omega_n{}^2-\omega^2)+i\zeta\omega_n^2]} \quad (9)$$

그러므로 식 (4)의 기진력이 작용할 때 보의 진동 응답에 대한 교차 스펙트럴 밀도 함수(cross-spectral density function)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{uu}(x,\xi,\omega)=\int_0^L\int_0^L \Phi_{pq}(\xi',\omega)H(x,x',-\omega)\cdot H(x+\xi,x'+\xi',\omega)dx'd\xi' \quad (10)$$

식 (10)에서 만약 x 위치에서의 진동 스펙트럴 밀도를 계산하기 위하여는 $\xi=0$ 로 두면 된다.

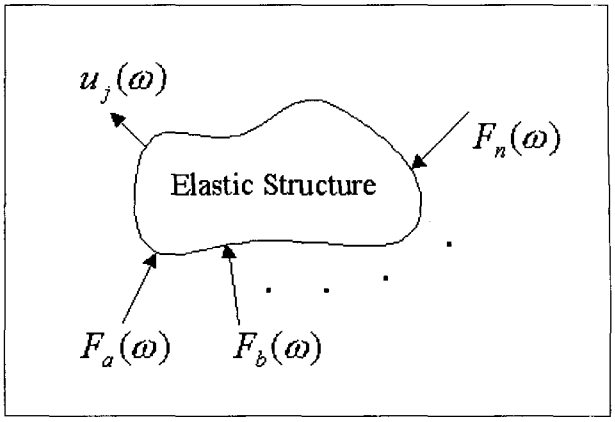

Fig. 2 An elastic structure subjected to random forces

2.3 MSC/NASTRAN에서의 랜덤 하중에 의한 진동 응답

본 절에서는 본 연구에서 적용 대상으로 하는 범용 구조해석 패키지인 MSC/NASTRAN의 랜덤(random) 하중에 의한 진동 응답 해석 방법과 입력 자료에 대하여 소개 하고자 한다. MSC/NASTRAN의 랜덤해석에서는 관심의 대상이 선형계(linear system)이고 결정계(deterministic system)인 구조물에 에르고딕(ergodic) 랜덤하중이 가해졌을 때 변위, 속도, 가속도 및 응력등 응답의 파워 스펙트럴 밀도 함수나 자기 상관 함수(auto correlation function) 및 RMS값을 계산한다. 사용자 입력자료는 하중의 자기(auto-) 및 교차(cross-) 파워 스펙트럴 밀도 함수이고 주파수 응답 함수(frequency response function)해석을 수행하여 하중이 작용하는 지점에 대한 응답점의 전달함수를 이용하여 응답을 계산한다.

Fig. 2와 같이 구조물에 상관관계를 가진 여러 개의 에르고딕 랜덤하중에 대한 응답은 식 (11)과 같이 표현된다.

$$u_j(\omega)=[H_{ja}H_{jb}\cdots H_{jn}]\begin{pmatrix}F_a(\omega)\\F_b(\omega)\\\vdots\\F_n(\omega)\end{pmatrix} \quad (11)$$

여기서 $F_a(\omega)$는 a지점에 가해진 랜덤하중이고 H_{ja}는 a 지점의 단위 하중에 대한 j지점의 주파수 응답함수이다. 응답 $u_j(\omega)$의 자기 파워 스펙트럴 밀도 함수는 식 (12)같이 표현된다.

$$S_{u_ju_j}(\omega)=T\langle u_j(\omega)u_j^*(\omega)\rangle \quad (12)$$

여기서 $S_{u_ju_j}(\omega)$는 j지점 응답의 자기 파워 스펙트럴 밀도 함수이고 T는 평균시간 그리고 $\langle\ \rangle$은 시간 평균을 표시한다. 식 (11)을 식 (12)에 대입하면 $S_{u_ju_j}(\omega)$는 식 (13)

과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{u_i\mu_i}(\omega)=[H]_j[S]_{IN}[H_j^*]^T \tag{13}$$

여기서

$$[H_j]=[H_{ja}H_{jb}\cdots H_{jn}] \tag{14}$$

이고, 윗첨자 *와 T는 공액복소수 및 전치행렬을 나타내며 입력 파워 스펙트럴 밀도 함수 행렬은 식 (15)와 같이 표현된다.

$$[S]_{IN}=\begin{bmatrix} S_{aa} & S_{ab} & \cdots & S_{al} \\ S_{ba} & S_{bb} & \cdots & S_{bl} \\ \vdots & \vdots & S_{kk} & \vdots \\ S_{la} & S_{lb} & \cdots & S_{ll} \end{bmatrix} \tag{15}$$

여기서 $S_{pq}=T\langle F_pF_q^*\rangle$로서 하중의 교차 파워 스펙트럴 밀도 함수이다. 식 (15)의 아래 첨자 a,b,l 및 k는 하중의 위치를 나타내고 있다.

MSC/NASTRAN의 사용자 입력 자료는 $[S]_{IN}$행렬을 구성하는 것으로서 행렬의 각 요소를 주파수의 함수로 테이블 형태로 입력한다. 하중의 교차 파워 스펙트럴 밀도 함수는 그 공액 복소수와 식 (16)와 같은 관계를 갖고 있다. 따라서 식 (11)의 상부 삼각 행렬(upper triangle)만을 입력한다.

$$S_{pq}=S_{qp}^* \tag{16}$$

3. 구조 기진력 모델링

3.1. 구조물의 이산화

일반적인 유한 요소 해석에서 모델링시 처음으로 염두에 두어야 할 것은 구조물을 이산화하여 응답의 공간상 분포를 완전히 표시할 수 있도록 요소 크기(mesh size)를 결정하는 것이다. 응답을 모드해석법(modal method)으로 구할 경우 최대 관심주파수의 응답을 표현하는데 충분한 모드를 고려해야 하고 고려하는 모드 중 최대 공진주파수를 갖는 모드의 파수(wave number)가 최대 관심주파수와 가장 가까운 모드의 파수보다 최소 2배 이상 되어야 한다. 그런데 통상 임의 형상의 구조물에 대한 모드의 파수를 아는 것은 불가능 하므로 최대 관심주파수의 2배 이상 되는 공진주파수의 모드가 완전히 표현될 수 있도록 요소 크기를 결정한다. 아울러, 본 연구에서 다루고 있는 난류경계층 변동 압력을 기진력으로 모델링 해야 할 경우는 기진력의 특성상 식(1)로 표현된 공간적으로 연속적인 상관관계가 완전히 표현되도록 모델링 되어야 한다. 이상의 두 조건으로부터 작은 요소 크기를 택하여 구조물을 이산화 하여야 구조물에 인가되는 하중이 완전하게 표현되고 그 응답 역시 완전히 표현될 수 있다. 이들의 관계를 파수 영역에서 Fig. 3과 같이 표시하여 설명할 수 있다.

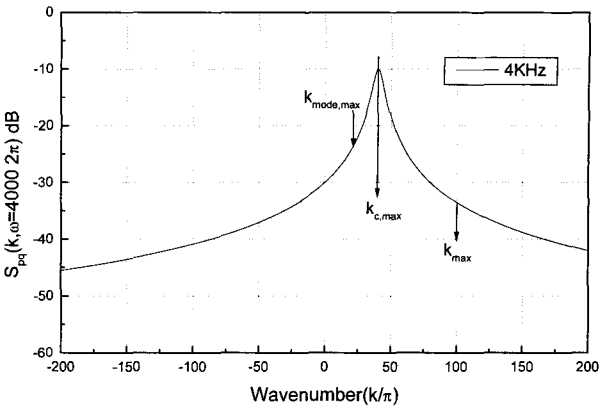

Fig. 3 Wavenumber spectrum at the maximum frequency of interest and the Position of modeling-related wavenumbers

$$k_{max} > k_{mode,max} \geq 2k_{\omega,max} \tag{17a}$$

$$k_{max} \gg k_{c,max} \tag{17b}$$

$$k_{max}=\left(\frac{2\pi}{\Delta x}\right)/2 \tag{17c}$$

여기서 k_{max}는 이산화 이론(sampling theory)으로부터 얻은 이산 공간에서 표현되는 최대 파수를 의미하며 $k_{mode,max}$는 계산에서 고려되는 모드의 최대 파수를 나타낸다. 그리고 $k_{\omega,max}$는 최대 관심주파수와 가장 가까운 공진주파수에 해당되는 모드의 파수이고, $k_{c,max}$는 난류경계층 변동 압력의 최대 관심주파수에서의 대류 파수로서 식 (18)과 같이 표현된다.

$$k_{c,max}=\omega_{max}/U_c \tag{18}$$

3.2. 벽면 변동 압력 모델링

앞서 언급한 바와 같이 하중의 특성을 고려하여 구조물이 이산화되어 절점이 결정되면 식 (1)로 표시된 압력의 자기 및 교차 파워 스펙트럴 밀도 함수를 등가의 절점력으

Table 1 Properties of the beam

E	ρ	ν	A	I_1	I_2	J
7.1E10	2650	0.33	6.158E-4	3.0E-8	3.0E-8	6.0E-8

E : Young's modulus
ρ : density
ν : Poisson ratio
A : cross-sectional area
I_1, I_2 : area moment of ineria
J : tortional constant

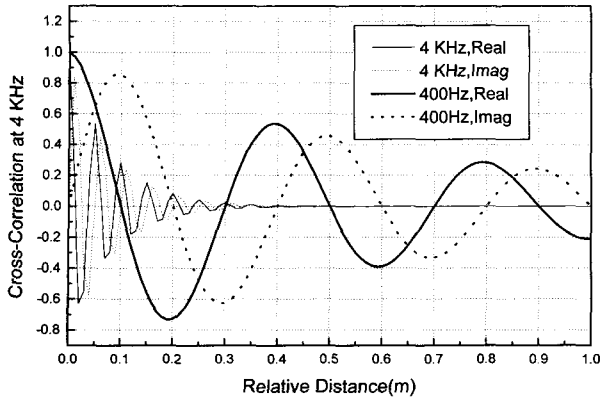

Fig. 4 User-input cross-correlation functions at $U_c = 200$ m/s

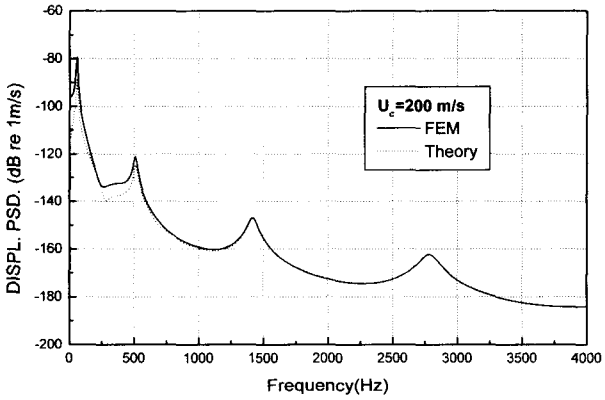

Fig. 5 Displacement power spectral density function at $x = 0.5$

로 환산하여 식 (15)의 각 요소를 주파수에 대한 값으로 입력하면 된다. 압력을 절점력으로 환산은 MSC/NASTRAN에서 압력이 가해진 각 요소에 단위 압력을 가하여 정적해석을 수행하여 쉽게 구할 수 있다[12]. 교차 스펙트럴 밀도 함수는 앞서 결정된 요소의 크기로 이산화 되어 입력된다.

Fig. 1에서 보인 보에 대하여 길이가 1 m이고 Table 1의 물성치를 갖는 경우에 대하여 대류속도 200 m/s일 때 최대 4 kHz 까지의 응답을 이론해 및 유한 요소법을 이용하여 응답을 계산하고자 한다. 우선, 모드 해석을 통해 얻은 고유진동수와 모드로부터 $k_{mode,max} = 20\pi$로 결정할 수 있다. 대류속도와 최대 관심주파수를 식 (18)에 대입하면 $k_{c,max} = 40\pi$ 를 얻을 수 있다. 따라서 이 하중 조건에서 완전한 모델링을 위해 식 (17)에 의해 Fig. 3에서 보인 바와 같이 $k_{max} = 100\pi$정도로 정할 수 있으므로 식 17(c)로부터 요소 크기는 0.01 m로 정할 수 있다. Fig. 4는 최대 관심주파수에 대한 상호관계를 입력한 예로서 공간상의 분포가 완전히 표현되고 있음을 알 수 있다. Fig. 5는 식 (10)에 의해 구한 이론해와 MSC/NASTRAN의 이용하여 구한 중앙점의 변위 파워 스펙트럴 밀도 함수를 보이고 있으며 두 결과는 잘 일치하고 있다. 그러나 저주파 대역에서는 주파수가 낮아질수록 큰 차이를 보이고 있다. 이는 식 (17)의 조건을 만족하도록 모델링된 구조물에서 유동의 흐름을 생각할 때 유동과 구조물이 처음 만나는 경계와 유동이 이탈하는 경계의 상류와 하류에 대한 상호관계가 입력되지 않으면 상관 길이가 긴 저주파 대역의 하중이 과도하게 입력되었기 때문이다. 따라서 저주파 대역 응답의 정도 향상을 위해서 유동 방향을 고려하여 유동 방향 및 이에 수직한 방향으로 유동의 정보를 입력할 수 있도록 임시 구조물(dummy structure)을 모델링 해야하고 경계조건으로 원래 구조물의 응답에 영향이 없도록 하면 된다. 그러나 주파수가 낮아지면 낮아질수록 임시구조물의 규모는 기하급수적으로 커지므로 관심주파수 대역범위 내에서 정도가 보장되는 적절한 임시구조물의 모델링만으로 계산을 수행해도 충분할 것으로 판단된다.

3.3 공학적 모델링

앞서 언급한 하중 및 구조물의 응답이 완전히 표현 되는 조건을 고려하여 모델링 한다면 공학적으로 유용한 해를 얻을 수 있겠으나 유한요소 모델링 관점에서는 여러 가지 문제점이 유발될 수 있다. 식 (17)조건은 최대 관심주파수의 대류 파수($k_{c,max}$)와 모드의 최대 파수($k_{mode,max}$)가 근접해 있지 않다면 구조물 응답 표현 조건 식 17(a)와 무관하게 식 17(b)의 하중 표현 조건에 의해 요소 크기는 결정되고 관심 주파수가 높을수록, 유속이 낮을수록 요소 크기는 점점 작아 진다. 요소 모델링에서 요소 크기를 무작정 작게 모델링 할 수 없는 한계가 있고 뿐만 아니라 식 (1)에 보인 바와 같이 하중의 상관관계를 난류경계층이 형성된 모든 절점에 대하여 모델링 해야 한다. 또한 저주파 대역의 응답에 대한 정도를 높이기 위해 임시 구조물을 모델링하는것 역시 현실성이 없다. 이 모든 제약 조건을 고려한다면 사실상 해석 가능한 문제는 거의 없다.

식 (10)의 이론해를 살펴보면 모드의 파수와 대류 파수가 파수 영역에서 멀리 떨어져 있으면 대류 파수의 에너지는 응답에 영향을 미치지 못한다. 이 경우 유한 요소 모델링에서 하중 모델을 엄밀히 하더라도 그 응답의 정도에는 무관함을 의미한다. 따라서 구조물은 응답 표현 조건인 식 17(a)만을 적용하여 모델링하여도 충분하다. 단지 식 17(b)를 적용하지 않음으로서 파생되는 문제점을 고려해 주어야 한다. Fig. 6은 식 (17a)는 만족하나 식 (17b)는 만족하지 않는 요소 크기로 모델링한 후 대류 속도가 20 m/s일 때 이론해 및 하중의 상관관계를 고려한 경우 (FEM,

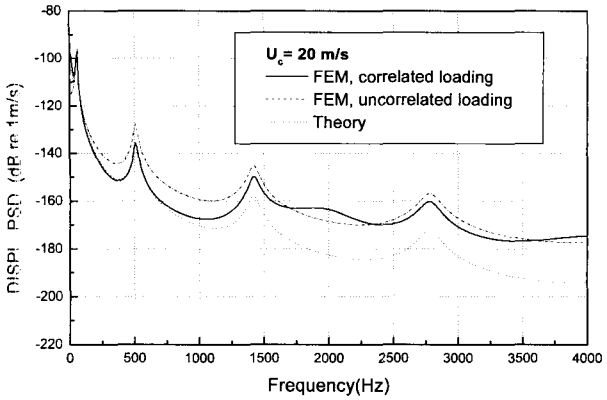

Fig. 6 Displacement Power Spectral Density Function subjected to uncorrected loadings

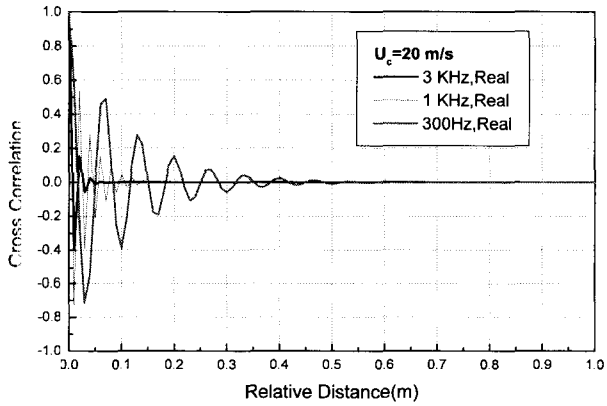

Fig. 7 User-Input cross-correlation function at $U_c=20$ m/s

correlated loading)와 상관관계를 무시한 경우(FEM, un-correlated loading)에 대한 유한요소해석 결과이다. Fig. 6에서 볼 수 있듯이 700 Hz 이하에서는 이론해와 FEM (correlated loading)의 해가 잘 일치 하나 주파수가 증가할수록 FEM, un-correlated loading의 해로 근접하고 있음을 알 수 있다. 이는 Fig. 7에서 보인 상관관계가 고주파 대역으로 갈수록 모델링된 절점으로 완전히 표시되지 않기 때문이며 결국 상관관계의 정보가 점점 사라져 비 상관 하중의 상태로 되기 때문이다. 이 현상은 이산화 이론(sampling theory)의 개념을 빌어 설명할 수 있다. 이산화 폭(sampling rate) Δx의 2배 내에 존재하는 상관관계 즉 파수가 $k_{max}(=\pi/\Delta x)$이상인 상관관계는 완전히 표현되기 어렵고 aliasing현상이 일어나 파수가 k_{max}이상인 영역의 에너지가 유입된다. 유실된 상관관계로 인하여 식 17(a)를 적용하여 모델링된 요소 크기 내의 상관관계에 의한 파워 손실이 반영되지 못하는 결과를 초래한다.

이 반영된 파워 손실은 aliasing에서 기인되므로 식 (1)

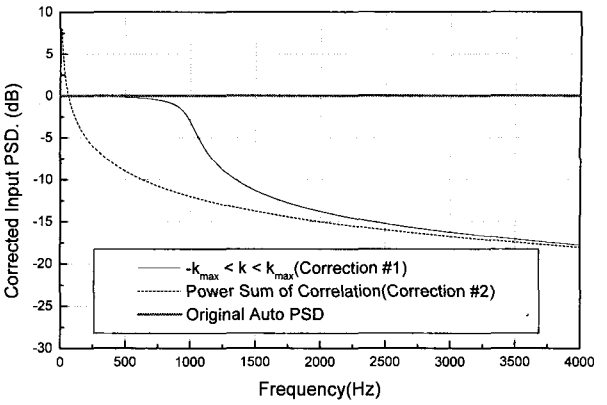

Fig. 8 Corrected input power spectral density functions

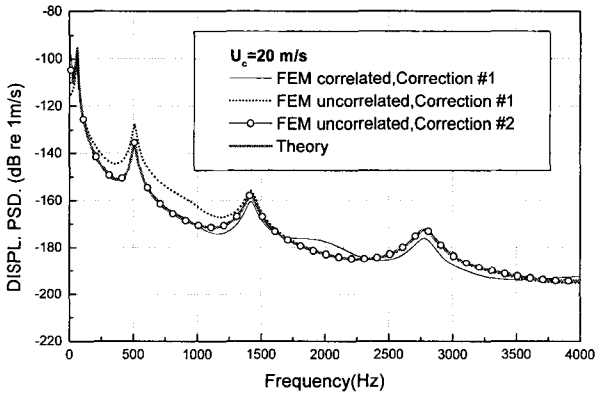

Fig. 9 Comparisons of response power spectral density functions from different 3 methods

의 하중의 분포를 이산화된 모델에 맞도록 수정하여 입력하면 될 것이다. 이는 anti-aliasing filter를 통과시키는 것과 동일한 개념이다. 그러나 최종적으로 이산화 상태에서 문제가 일어나는 주파수대역의 응답은 비 상관 하중상태의 응답과 동일하게 되므로 Fig. 3과 같은 식 (4)의 난류 변동 압력의 파수 스펙트럼에서 $-k_{max} < k < k_{max}$ 영역 내의 파워(Fig. 8, correction #1)만을 인가하여 응답을 구하면 Fig 9에 가는 실선으로 나타나며 이론해에 근접하고 있음을 알 수 있다.

하중 모델링시 애초에 correction #1에서 구한 파워를 갖도록 하고 전 주파수 대역에서 비 상관 하중으로 모델링하면 응답이 Fig. 9에서 점선으로 표시된 것과 같이 된다. Fig. 9에서 보는 바와 같이 $k_{max}<2\pi f/U_c$되는 주파수 영역에서는 이 해가 이론해와 앞의 경우 보다 더 잘 일치함을 알 수 있다. 따라서 관심주파수 대역이 $k_{max}<2\pi f/U_c$을 만족하는 영역에 있다면 하중은 비 상관 하중으로 모델링할 수 있게 되어 문제는 훨씬 쉽게 해결될 수 있다.

다음은 앞서 설명한 anti-aliasing filter개념을 도입한 파워 계산법(correction #1)과 달리 구조 응답 입장에서 합리적인 가정을 통하여 얻은 파워 계산법(correction #2)과 계산 결과를 설명한다.

만약 구조 모델링을 하중 표현이 완전히 되도록 식 (17)을 모두 만족하는 요소 크기로 정하여 원래의 요소 크기에 K개의 절점를 더하였다면 식 (10)은 식 (19)와 같이 표현된다.

$$S_{u_iu_i} = \sum_{a=1}^{N}\sum_{k=0}^{K}\sum_{l=0}^{K} H_{a_ij} S_{a_ka_l} H^*_{a_lj} \tag{19}$$

여기서 N과 H_{a_0}은 원래의 절점수 및 전달함수이고 H_{a_kj}, $(k\neq 0)$은 추가된 절점력에 대한 j지점 사이의 전달함수이다. 이들 추가된 절점이 응답의 파장에 비해 매우 가까운 범위에 있으므로 추가된 절점력에 대한 전달함수는 모두 같다고 가정할 수 있다. 따라서 식 (19)는 식 (20)과 같이 표현된다.

$$S_{u_iu_i} = \sum_{a=1}^{N}|H_{a_0j}|^2 \sum_{k=0}^{K}\sum_{l=0}^{K} S_{a_ka_l} \tag{20}$$

식 (20)은 식 (10)의 S_{IN}이 대각항에 식 (21)의 값을 갖는 형태가 된다.

$$\sum_{k=0}^{K}\sum_{l=0}^{K} S_{a_ka_l} \tag{21}$$

따라서, 결국 식 (21)의 하중이 원래의 모든 절점에 비 상관 하중으로 모델링된 경우와 같이 표현되었다. $S_{a_ka_l}$를 등가의 절점력으로 표시하면 $S_{a_ia_j} = \Phi_{a_ia_i}\cdot(\Delta x/K)^2$이며 상대거리가 같으면 같은 값을 가지므로 식 (21)을 상대거리에 대한 첨자로 고치면 식 (22)와 같이 된다.

$$\sum_{n=0}^{K} \Phi_{a_ka_l}(n\Delta x/K)\cdot(\Delta x/K)^2 \tag{22}$$

여기서 $n=|l-k|$이다. K를 무한히 많이 늘린다고 생각하고 식 (22)를 다시 표현하면 식 (23)과 같이 표시되고 적분형태로 고치면 식 (24)와 같이 된다.

$$\Delta x \lim_{K\to\infty}\frac{1}{K}\Phi_{a_ka_l}(k\Delta x/K)\frac{\Delta x}{K} \tag{23}$$

$$\Delta x\int_{-\infty}^{\infty}\Phi_{pq}(\xi,\omega)\,d\xi \tag{24}$$

적분 구간은 $-\Delta x\leq\xi\leq\Delta x$이어야 하나 Δx이후에는 상관관계가 없다고 가정하였으므로 $-\infty\leq\xi\leq\infty$로 하였다. 식 (24)에 식 (1)을 1차원 유동에 대하여 고쳐($\beta=0$)대입하여 계산하고 그 결과의 실수부만을 취하면 식 (25)와 같이 되고 각 주파수에 대하여 구한 결과가 Fig. 8에 점선으로 표시되어 있다.

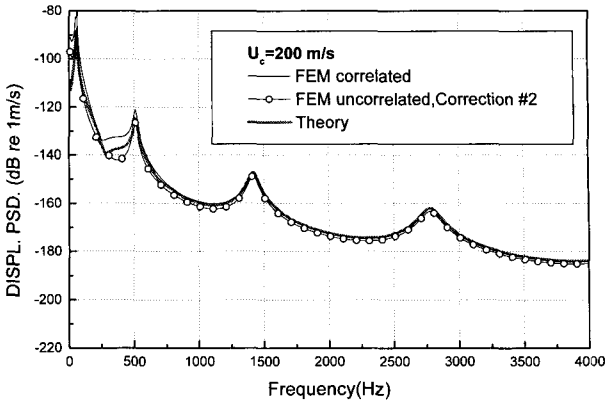

Fig. 10 Applicability of uncorrelated load modeling to a correlated load model using correction #2 method

$$\frac{\alpha}{\omega/U_c\cdot(\alpha^2+1)}\times\Delta x \tag{25}$$

식 (25)의 값을 비 상관 하중으로 모델링하여 유속 20 m/s에 대하여 구한 응답이 Fig. 9에 --o--로 표시되어 있다. Fig. 9에서 보는 바와 같이 계산 결과가 이론해와 매우 잘 일치하고 있으며 상관관계가 존재하는 주파수 대역($k_{\max}\rangle 2\pi f/U_c$)에서도 잘 일치하였다.

Fig. 10은 유속이 200 m/s일 때 이론해 및 유한요소법에 의해 구해진 응답을 보이고 있다. 유속이 200 m/s인 경우는 전 주파수 대역에서 하중의 상관관계가 잘 표현되므로 Δx이상의 거리에서 상관관계가 존재하지 않는 주파수 대역($k_{\max}\langle 2\pi f/U_c$)이 없는 경우로서 correction #1이 가용한 주파수 영역이 없다. 이 경우 correction #2방법으로 구한 응답이 이론해 및 상관관계를 고려한 유한요소해석의 결과와 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

앞서 설명한 correction #1에 의한 방법은 상관관계가 존재하는 주파수 대역에서는 비 상관 하중으로 모델링 하게 될 경우 응답을 신뢰할 수 없으며, correction #2 역시 Δx이상의 거리에서 상관관계가 존재하는 주파수 대역($k_{\max}\rangle 2\pi f/U_c$)에서는 응답이 이론해와 차이를 보여야 함에도 불구하고 대부분의 주파수 영역에서 믿을 만한 응답을 얻었다. 이는 Δx범위 이후의 상관관계가 없다는 기본 가정이 적용되지 않는 저주파 대역의 전달함수가 최대 관심주파수 기준으로 모델링한 요소크기로 표현되므로 설명의 실마리를 찾게된다. 식 (19)의 N을 해당 저주파수 응답을 표현하는데 적당한 요소수로 생각하고 $N+K$를 상대적으로 고주파수인 원래의 관심주파수를 기준으로 모델링된 요소수라고 생각하면 Δx범위 이후의 상관관계가 없다

는 기본 가정 없이도 식 (20)에서 식 (23)까지는 오류없이 그대로 표현된다. 결국 correction #2에 의해 구해진 응답은 Fig. 10에서 보인 바와 같이 고주파 대역과 저주파 대역에서 이론해와 잘 일치하고 $f \approx \frac{k_{\max}}{2\pi} U_c$근처의 중간 주파수에서 가장 오차가 크게 된다.

4. 결 론

본 연구에서는 난류경계층 내 벽면 변동 압력에 의한 응답 해석을 위해 구조 및 하중의 유한 요소 모델링 방안을 제시하였으며 제시한 두 방법을 이론해를 구할 수 있는 단순한 문제에 적용하여 타당성을 검증하였다. correction #1에 의한 anti-aliasing-filtered power를 비 상관 하중으로 모델링하여 얻은 응답은 $k_{\max} < 2\pi f / U_c$을 만족하는 주파수 대역에서만 신뢰할 수 있고 correction #2 방법으로 구한 power를 비 상관 하중으로 구한 응답은 더 넓은 주파수 대역에서 응답을 신뢰할 수 있었다.

따라서 Corcos모델이 적용 가능한 임의 형상의 구조물에 대하여 난류 벽면 변동 압력에 의한 응답 해석은 본 연구에서 제시한 방법을 적용하여 유한 요소 모델링 시 수정된 비 상관 하중으로 간주하여 해석할 수 있다.

5. 참고문헌

(1) Ribner, H. S., 1966, "Response of a Flexible Panel to Turbulent Flow : Running Wave versus Modal Density Analysis," JASA, Vol. 40, pp. 721~726.

(2) Maidanik, G., 1967, "Acoustic Radiation from a Driven Infinite Plate Backed by a Parallel Infinite Baffle," JASA, Vol. 42, pp. 27~31.

(3) Dyer, J., 1959, "Response of Plates to a Decaying and Convecting Random Pressure Field," JASA, Vol. 31 pp. 922~928.

(4) White, P. H., 1966, "Transduction of Boundary Layer Noise by a Rectangular Panel," JASA, Vol. 40, pp. 1354~1362.

(5) Maestrello, L., 1967, "Use of Turbulent Model to Calculate the Vibration and Radiation Responses of a Panel with Practical Suggestions for Reducing Sound Level," J. Sound and Vibration, Vol. 5, pp. 407~448.

(6) Strawderman, W. A. and Brand, R. S., 1969, "Turbulent-Flow-Excited Vibration of a Simply Supported Rectangular Flat Plate," JASA, Vol. 45, pp. 177~192.

(7) Rumerman, M. L., 1992, "Rumerman, Frequency-Flow Speed Dependence of Structural Response to Turbulent Boundary Layer Pressure Excitation," JASA, Vol. 92(6).

(8) 신구균, 홍진숙, 1999, "난류 유동에 의한 평판의 진동 해석(II)", 국방과학연구소, 기술보고서 NWSD-513-990395.

(9) Corcos, G. M., 1964, "The Structure of the Turbulent Pressure Field in Boundary-Layer Flows," JFM, Vol. 18, pp. 335~378.

(10) Chase, D. M., 1980, "Modeling the Wavevector-Frequency Spectrum of Turbulent Boundary Layer Wall Pressure," JSV, Vol. 70(1), pp. 29~67.

(11) FFowcs Williams, J. E., 1982, "Boundaty-layer Pressures and the Corcos Model: a Development to Incorporate Low-wavenymber Constraints," JFM, Vol. 125, pp. 9~25.

(12) 홍진숙, 신구균, 1997, "범용 패키지의 결합을 통한 구조-유체 상호 작용 해석 기법", 한국소음진동공학회지, 제 7 권 제 4 호, pp. 571~587.