

JAVA를 이용한 중학교 기하영역 자료 개발

- GSP로 구현한 정다면체 구성 -

고신대학교 컴퓨터과학부 계영희
박기수

Abstract

In this paper, we developed a Web application program that could show the shape, the number of the vertices, the edges, the faces and development figures of polygons (regular tetrahedron, regular hexahedron, etc). The program was implemented using GSP(Geometer's SketchPad) and then converted to JAVA to display the results of GSP on the Web. The results of this paper are applicable to geometry of a junior high school course.

1. 서론

NCTM(1989)은 '학교수학의 교과과정과 평가의 기준'에서 중학교 기하학습 교과과정은 데이터 수집과 모델 구성을 통해 기하학적 모양을 탐구하고 분석할 수 있는 기회를 제공해야 한다고 권고하였다. 수학에 대한 구체적인 경험으로부터 학생을 더욱 추상화된 형식적 단계로 이끌어 주고 수학적 사고력을 향상시켜 주어야 하기 때문이다. 그 후 NCTM(1998)은 Standards 2000에서 '학교 수학의 교수 프로그램의 원리'의 일부분인 '기술 공학의 원리'에서 모든 학생들의 수학적 이해를 돕기 위해 공학을 사용해야 하며, 점차 증가하고 있는 기술 세계에서 수학을 사용하도록 학생들을 준비시켜야 한다고 주장하였다.

국내에서 최근 연구된 결과를 보면 [14]에서는 다음과 같이 기술하고 있다. 학생들이 수학을 공부하면서 겪게되는 가장 큰 어려움은, 추상화된 수학에 따른 형식화인데 형식화는 수학을 간결하게 기술하는데는 큰 기여를 하였지만 학생들에게는 수학적 의미 없는 기호들의 조작으로 여기게 되어 어려움을 갖게되었다고 말한다. 둘째는 고대 그리스이래 수학의 연역적인 측면을 지나치게 강조하였기 때문에 학생들의 능동적인 활동을 자제하고 교사 주도의 설명식 수업이 이루어져 오게되었다고 라카토스(Lakatos)의 이론으로 설명하고 있다. [2]에

서는 수학적 지식을 오류가능한 인간의 창조적 활동의 산물이라고 말한다. 수학은 절대적인 진리에서 출발하여 연역적인 추론에 의해서 절대적인 진리를 얻어내는 것이 아니라, 나중에 잘못된 것으로 판명될 수도 있는 잠정적으로 참인 가설에서 추측을 연역하는 가설·연역적인 체계로써 수학적 지식은 절대적으로 참인 진리가 아니라 언제나 반박될 가능성이 있는 추측이라고 주장한다. 이와 같은 풍토의 수학학습에서 학생들이 가지는 어려움은 컴퓨터가 가지는 다양한 기능에 의해서 덜어질 수 있는데, 컴퓨터는 추상적이고 형식적인 수학적 대상을 구체적인 표현형태로 제시할 수 있을 뿐만 아니라, 그 대상의 조작이 학생들의 통제 내에서 일어날 수 있기 때문에 수학교육의 중요한 도구로 등장할 수 있다[13]. 이러한 측면에서 컴퓨터는 추상화된 수학적 대상 등을 학생들의 직관과 관련지어 줌으로써 구체와 추상을 연결해 주는 매체가 된다. 또한 컴퓨터는 지필 환경에서 경험할 수 없는 다양한 경험을 할 수 있게 함으로써 학생들이 나름대로 가설을 세우고 이를 바탕으로 추측을 연역할 수 있는 환경을 제공해 준다. 현재 널리 상용되고 있는 탐구형 S/W로는 Geometric Supposer, Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad(GSP)가 있다. 이 들 탐구형 S/W는 평면도형에 대한 학생들의 경험을 풍성하게 해주며, 다양한 도형들의 작도와 관찰로 학생 스스로 가설을 세우고 이 가설을 바탕으로 연역적인 결론을 이끌어내는 과정을 훈련할 수 있는 기회를 갖게 되며 마우스를 이용해서 도형을 직접 조작해 봄으로써 지필 환경에서 경험할 수 없었던 다이나믹한 동영상 경험을 할 수 있다. 그런데 컴퓨터 교육의 어려운 점으로는 계속 업그레이드되어야 하는 컴퓨터의 S/W, H/W의 부족과 수학교육에 대한 교사들의 전통적인 사고 방식과 태도를 들 수 있다[14].

최근 우리나라 초·중등학교 현장에는 세 차례의 교실환경 선진화 프로그램을 통해 교육 여건이 많이 향상되어 있으며 펜티엄급 컴퓨터와 43인치 대형 TV 등도 갖추어져 있다. 그러나 교사들이 컴퓨터를 교육의 보조도구로 사용할 때 컴퓨터에 관련된 지식과 수업, 연구에 대한 절대적인 시간의 부족을 호소하고 있다. 교수·학습에서 직접 조작하는 것이 학생들에게 흥미를 줄 수 있고 심미적인 호소력이 있으며 탐구가능성을 극대화시킬 수 있다고 하더라도 교사들의 수업준비에 많은 시간과 노력을 필요로 하기 때문에 본 연구에서는 교과서 외의 영역인 정다면체의 종류와 그에 대한 펼친그림과 접기를 교육 현장에서 사용할 수 있도록 GSP를 활용하여 구성하였다. [6]에서 정다면체의 접기와 펼치기가 GSP로 구현된 바 있으나 본 연구에서는 GSP로 구현한 정다면체(4, 6, 8, 12, 20면체)를 JAVA 언어를 사용하여 web 환경으로 변환시켰다. 따라서 web 환경에 친숙한 학생들이 가정에서 손쉽게 기하도형을 공부할 수 있는 여건이 마련될 수 있는 자료를 개발해 본 것이다. 본 논고에서는 모니터 상에서 정지된 도형만을 볼 수밖에 없다. 고신대학교 컴퓨터과학부 홈페이지(www.kosin.ac.kr)를 방문하면 동영상을 실행하여 볼 수 있도록 링크시켜 놓았다.

2. 연구의 목적 및 필요성

19세기 말부터 수학교육에서는 특히 공간 능력에 대하여 관심을 가졌었다. 1930년대에는 공간과 수에 관한 능력에 대하여 활발히 연구되어 1935년 오스트레일리아의 수학자이자 심리학자인 햄리는 다음과 같이 기술하고 있다. '수학적 능력이란 일반적 지성(general intelligence)과 영상적인 이미지, 수와 공간의 형상(configuration)을 인식하고 마음 속으로 그려봄으로써 그 형상을 유지할 수 있는 능력들의 조화'라고 하였다(McGee, 1979). 맥지(McGee)는 공간 능력에 대한 많은 연구를 한 결과 공간적 능력은 공간적 시각화(spatial visualization)와 공간적 방향(spatial orientation)으로 구성되어 있다고 주장하였다. 공간적 시각화란, 사물을 마음속으로 회전할 수 있는 능력이고 공간적 패턴 안에 있는 요소의 배열을 이해하고 공간 형상의 방향을 변화시켜도 혼돈하지 않고 유지할 수 있고 인간의 몸에 대해 공간적 방향을 결정할 수 있는 능력이라고 말하였다.

[13]에서는 컴퓨터에 관한 지식과 기능의 습득은 정보화시대에 능동적으로 대처하는 방법이므로 학생들에게 컴퓨터를 가르치는 일은 중요하다고 강조하면서 그래픽과 애니메이션, 시뮬레이션, 빠른 계산 속도와 능력, 오류 수정 등의 다양하고 우수한 컴퓨터 기능을 미래 수학교육의 도구로 여기고 있다.

1999년 교육부는 제7차 교육과정에서 특별활동 교육과정은 '자율과 창의에 바탕을 둔 학생 중심 교육 과정'으로서 사회의 새로운 요구와 수요에 적합하게 개정하였다. 제7차 교육과정 개정에서 강조되고 있는 인간성, 창의성, 적응성, 자기 주도력, 적성, 진로 등에 관한 교육은, 교과보다는 오히려 특별활동의 영역에 더 넓고 깊게 관련되어 있으므로 초·중등학교의 특별 활동은 과거 어느 시기의 특별활동보다 중요한 위치와 교육적 의미를 가지게 될 것이라고 전망하고 있다.

[9]의 연구에 의하면 수학과목에 대하여 초등학교 3, 4학년까지는 약 60%의 학생들이 호의를 보이다가 중학교 1학년이 되면 50%, 중학교 3학년은 40%, 고등학교 1학년은 23%만이 수학을 좋아한다고 한다. 즉 수학에 대한 기피증이 학년이 올라갈수록 높아짐을 알 수 있다.

[12]에서는 이러한 수학 기피증과 학력저하를 줄이기 위해서는 특별활동에서 수학반을 운영해야 하며 수학반의 성격을 어려운 문제 풀이 위주의 운영에서 벗어나 학생들의 수학에 대한 흥미를 높이는 방향으로 운영하여야 한다고 주장하고 있다. 그의 연구에 의하면 서울과 광역시, 중·소도시에서 70개교를 임의 추출하여 설문지를 돌리어 비교·조사한 결과 특별활동의 편성에서 수학반을 개설한 학교는 70개의 학교 중 43%가 운영하고 있었다. 수학 관련 특별 활동반이 새로 개설된다고 하더라도 60%의 학생이 참가하지 않겠다고 답하였는

데 그 중 18%의 학생이 수업 자료가 재미없어서, 29%의 학생이 2시간 이상 계속하기 힘들다고 이유를 들었다. 수학반 운영의 어려운 점으로는 교사 70명중 47%가 수업 자료의 부족을 호소하였고, 현재 운영하고 있는 수학반에서 가장 필요한 것에 대해 74%의 교사가 수업 자료 개발과 보급이라고 꼽았다. 그리고 수학반 운영 내용 중의 교과 과정과 관련 있는 것은 40% 미만으로 했으면 좋겠다고 교사의 53%가 희망하고 있다.

교사보다 학생들이 조작하고 활동하는 내용을 더 많이 원하고 있었으나 현재 교사들이 사용하고 있는 수업 방식은 강의가 49%, 발표가 44%, 토의 활동이 33%의 순인데 앞으로 희망하는 수업방식에 있어서 컴퓨터와 인터넷의 활용은 60%, 구체적 조작·실습 활동은 53%, 토의 활동은 34%가 원하고 있었다. 그런데 컴퓨터와 인터넷의 활용은 교사들이 60%인 반면에 학생들은 10%가 더 많은 70%가 되었다. 현행 중학교 수학 교과서에는 다면체에 관한 뜻과 용어, 다면체의 분류 등이 나온다. 학생들은 지면 위에 있는 겨냥도와 전개도를 통하여 면의 수, 모서리의 수를 관찰할 수밖에 없다.

본 연구에서는 다이내믹한 GSP의 성질을 활용하여 펼친그림에서 한 단계 한 단계씩 접기와 펼치기의 기능이 연속성을 가지고 작동되도록 하였으며 web에서 손쉽게 열어볼 수 있도록 하였다. 또한 교과서 외의 내용이므로 특별활동 시간에 본 연구의 결과를 활용할 수도 있고, 멀티미디어 환경에 익숙한 학생들이 시·공간의 제약 없이 web을 이용하여 다양한 학습과 반복학습을 할 수 있는 장점이 있다고 사료된다.

3. 정다면체의 성질

정다면체란 첫째, 모든 면이 합동인 정다각형으로 이루어져 있어야 하고 둘째, 한 꼭지점에 모이는 정다각형의 개수가 모두 같아야 하고 셋째, 오목이 아닌 볼록 모양의 다면체이다. 이미 고대 이집트에서는 정4면체, 정6면체, 정8면체까지 알려지고 있었으나 피타고라스학과 사람들이 계속 이 문제를 연구하여 마침내 아름다운 도형 정12면체와 정20면체를 발견하였고 정다면체는 5가지뿐임을 증명하였다.

정다면체 연구의 동기는 순수한 수학상의 문제로 등장한 것이 아니라 실은 당시의 우주관이 옳다는 것을 입증하기 위해서였다고 한다. 왜냐하면 고대 그리스인들은 우주가 불, 흙, 공기, 물, 이 4가지 원소로 이루어져 있다고 믿고 있었기 때문이다. 이러한 생각이 공교롭게도 정다면체의 연구와 결부되어 이 4가지 원소가 정다면체의 모양을 가지고 있다는 사상으로 탈바꿈했던 것이다. 불은 정4면체, 흙은 정6면체, 공기는 정8면체, 물은 정20면체로 그리고 이 4원소를 모두 품고있는 다면체를 정12면체로 생각하면서 우주의 상징으로 여긴 것이다. 그리스인 나름대로는 과학적인 사고를 했다고 하지만 역시 고대인의 신비주의 사상의

한계를 벗어날 수 없었음을 알 수 있다.

정다각형은 왜 5가지밖에 없을까? 한 꼭지점에 정3각형을 2개 붙여보면 합동인 두 도형이 딱 달라붙어 입체가 안 만들어지고, 3개 붙이면 빈틈없이 모아지고 정3면각이 만들어지는데 밑바닥에 정3각형을 하나 더 붙이면 정4면체가 만들어진다. 정3각형을 한 꼭지점에 4개를 붙여보면 피라미드형의 정4면각이 만들어지고 똑같은 것 2개를 대칭으로 붙이면 정8면체가 만들어진다. 마찬가지로 방법으로 정3각형을 한 꼭지점에 5개 붙이면 정5면각이 만들어지고 이 4개를 차례차례 다른 꼭지점을 중심으로 붙여나가면 아름다운 정20면체가 만들어진다. 그런데 정3각형을 한 꼭지점에 6개를 모아 붙이려고 하면 그만 360도가 되어 납작한 평면이 되므로 입체는 만들어지지 않는다. 정4각형을 한 면으로 하는 정다면체를 생각하면 누구나 아는 정6면체가 쉽게 만들어지고, 정5각형을 한 면으로 하는 정다면체를 만들어 보면 한 꼭지점에 3개를 붙일 수 있게 되고 똑같은 도형 4개를 돌아가면서 붙이면 정12면체가 만들어진다.

4. 웹으로의 변환

GSP로 작성한 다이내믹한 이미지를 웹(web)상에서 표현하기 위한 수단으로 JAVA, C++, Visual Basic 등과 같은 프로그래밍언어를 사용할 수 있다. 이외에 Cabri geometry, Mathematica 등을 사용하여 동영상을 만든 후, 복사/붙이기 기능을 사용하여 웹페이지를 만들 수도 있다. 그리고 객체지향언어인 JAVA를 사용한 JSP(Java Sketchpad) 프로그램을 사용하여 인터넷 상에서 GSP를 사용하여 작도한 동적인 도형의 움직임을 표현할 수도 있다. 수학사랑 사이트(<http://www.mathlove.com>) 내에 있는 '움직이는 기하'에 가면 JSP를 사용한 몇 가지 움직이는 도형의 예를 보여주고 있다. 이러한 예가 보여 주듯이 본 논문에서는 객체지향언어인 JAVA로 기하학적 도형이 웹상에서 표현 가능함을 확인할 수 있었고 나아가 다양한 수학교과 개발에 대한 무한한 가능성을 확인할 수 있었다.

웹상에 올려진 동적인 도형을 보기 위해서 본 논문에서는 JAVA 애플릿을 사용하여 웹페이지를 만들고, 만들어진 웹페이지를 보려면 자바를 지원하는 Explorer 4.0 이상, 네스케이프 4.0 이상의 웹브라우저가 필요하다. 이 때 홈페이지에서 움직이는 그림을 만들기 위해 GSP를 사용하여 그린 도형을 JAVA애플릿을 사용하여 HTML로 변환시켰다. JAVA를 모르거나 초보인 경우에는 Sketchpad HTML Converter라는 프로그램을 이용하여 HTML 문서로 바꾼 후 HTML 에디터(나모 등)를 사용하여 간단히 편집할 수 있는 편리한 프로그램을 이용하면 된다.

5. 웹상에서의 도형

(1) 정4면체와 정6면체

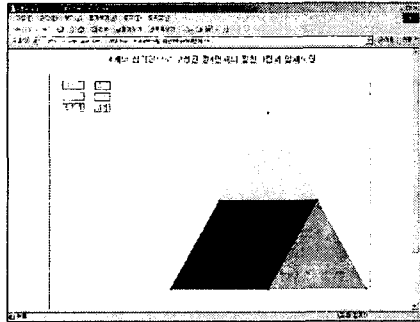


그림 1. 정4면체 펼친그림

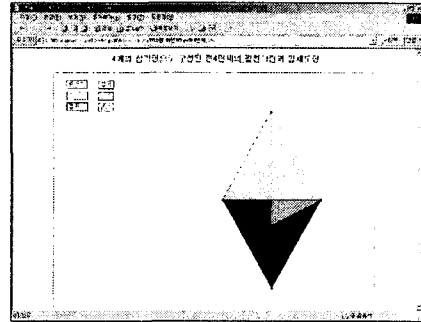


그림 2. 정4면체 중간움직임

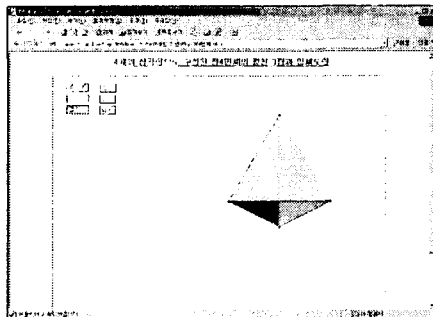


그림 3. 정4면체 접은그림

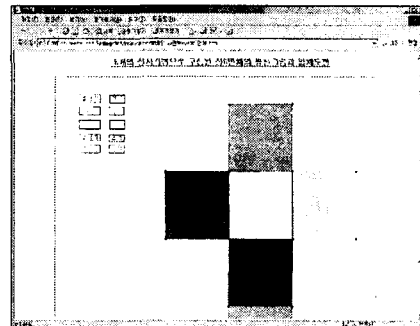


그림 4. 정6면체 펼친그림

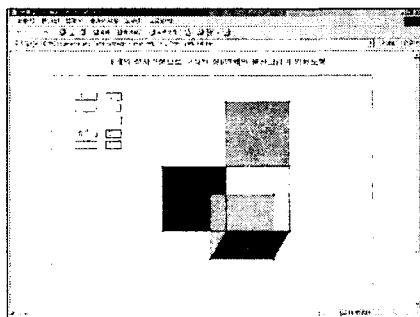


그림 10. 정6면체 중간그림

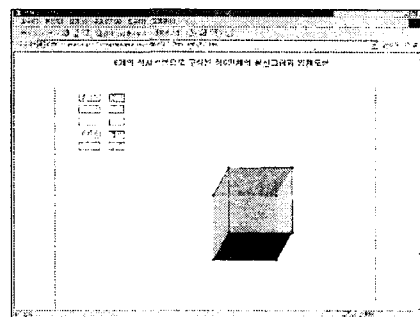


그림 11. 정6면체 접은그림

(2) 정8면체와 정12면체

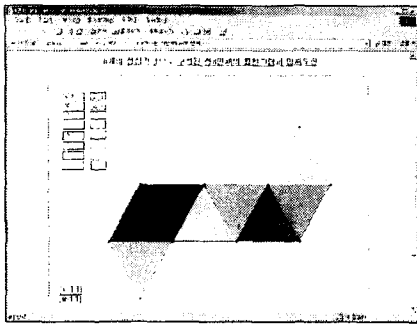


그림 7. 정8면체의 펼친그림

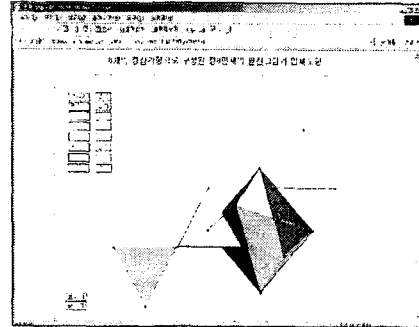


그림 8. 정8면체 중간그림

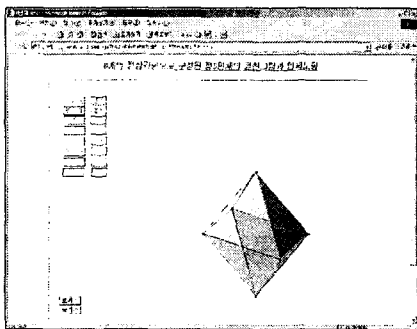


그림 9. 정8면체 접은그림

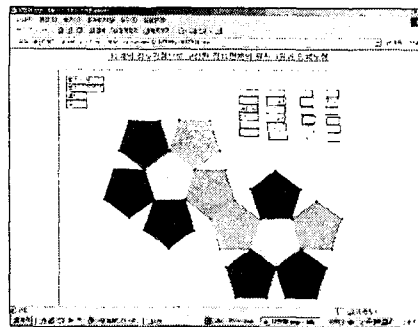


그림 10. 정12면체 펼친그림

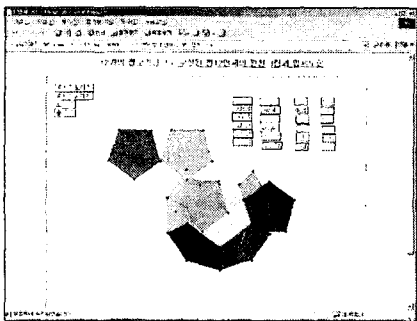


그림 11. 정12면체 중간그림

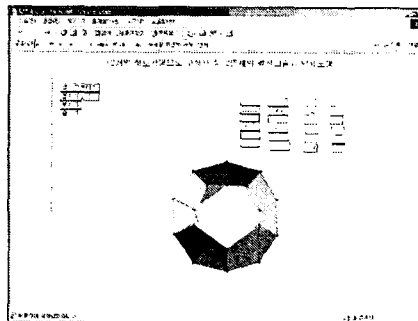


그림 12. 정12면체 접은그림

(3) 정20면체

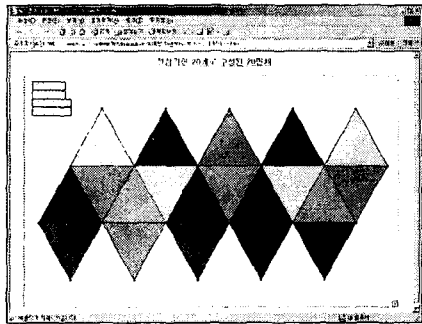


그림 13. 정20면체 펼친그림

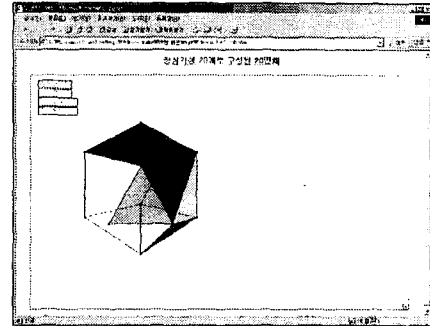


그림 14. 정20면체 중간 그림

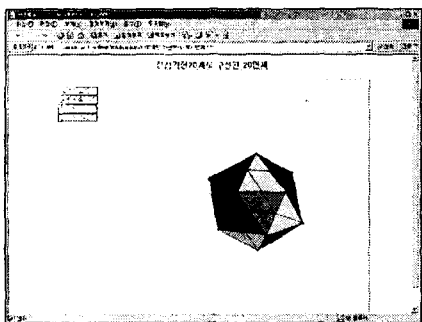


그림 20. 정20면체 집은그림

6. 결론

고대 그리스이래 수학의 연역적 측면의 강조와 형식과, 추상화로 인하여 수학학습에서 학생들이 가지는 어려움을 이제는 테크놀러지의 발달과 컴퓨터의 다양한 기능으로 완화시킬 수가 있다. 컴퓨터는 추상적이고 형식적인 수학적 대상을 구체적인 형태로 제시할 수 있게 해주며 그 대상을 학생 스스로가 조작·통제할 수 있게 해주기 때문이다. 직접적인 마우스 조작으로 모니터 상에서 구체적이고 시각적인 모델을 구현할 수 있으므로 직관적인 관찰

도 가능하고 개별학습, 수준별 학습도 가능케 하며 인터넷을 사용하면 시·공간을 초월하여 반복학습도 가능케 한다.

본 논문에서는 기하 S/W GSP를 사용하여 정다면체(4, 6, 8, 12, 20면체)의 접기와 펼치기를 구현한 후에 객체지향언어인 JAVA를 사용한 JSP 프로그램을 사용하여 웹상에서 동적인 도형을 경험할 수 있도록 하였다. 멀티미디어 환경에 익숙한 학생들에게 좀 더 친근하게 기하학적 도형에 관하여 흥미를 유발시킬 수 있는 자료를 개발해 본 것이다. 인터넷을 통한 웹상에서의 학습은 언제 어디서나 학습자에게 반복학습의 기회를 제공해 주는 매력적인 교재인 것이다.

참고 문헌

1. Klotz, Eugene, Doris Schattschneider, *The Geometer's Sketchpad*, Key Curriculum Press, C.A. 1995.
2. Lakatos, I., *Proof and Refutations: The Logic of Mathematical Discovery*, Cambridge University Press, 1976.
3. Michael, Serra, *Discovering Geometry 2nd*, Key Curriculum Press, C.A. 1997.
4. NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA, 1989.
5. NCTM, *Standard 2000* (Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft), Reston, VA, 1-75.
6. 강순자 · 고상숙, “공간 능력을 신장하기 위한 기하 학습자료 개발: GSP를 이용하여 정다면체 구성,” *수학교육*(한국수학교육학회지 시리즈 A) Vol. 38, No. 2(1999), 178-187.
7. 계영희, “GSP를 활용한 중학교 수학 교과 연구-피타고라스 정리를 중심으로-,” *수학사학회지* Vol. 13, No. 2(2000), 121-132.
8. 교육부, *중학교 교육과정 해석(I)-총론, 특별활동*, 1999.
9. 김영국 외 5인, “학교수학의 각 영역에 대한 선호도 연구,” *수학교육*(한국수학교육학회지 시리즈 A) Vol. 39, No. 2(2000), 127-144.
10. 김용운 · 김용국, *공간의 역사*, 현대과학신서 51, 전파과학사, 1984.
11. 김향숙, “평면변환기하에 있어서 Mathematica를 이용한 교수-학습방법,” *수학교육*(한국수학교육학회지 시리즈 A) Vol. 40, No. 1(2001), 93-102.
12. 박혜숙, “제7차 교육 과정에 따른 중학교 수학 교과에서의 특별 활동,” *수학교육*(한국수학교육학회지 시리즈 A) Vol. 40, No. 1(2001), 53-66.

13. 신동선 · 류희찬, *수학과 컴퓨터*, 경문사. 서울, 1998
14. 조완영 · 권성룡, “컴퓨터공학의 도입을 위한 수학교육연구의 방향,” *수학교육*(한국수학교육학회지 시리즈 A) Vol. 39, No. 2(2000), 179-186.