Historia Mathematica Vol. 14, No. 2, 2001, 45-54

줄 앙리 푸앵카레

배재대학교 전산 정보 수학과 **김성숙**
대구 카톨릭대학교 수학과 **김주영**

Abstract

Jules Henri Poincaré was great not only as a mathematician but also as a philosopher of science. He received many honors for his outstanding research. He was elected to the Academie des Sciences in 1887 and was elected President of the Academy in 1906. In 1908 he was elected to the Academie Francaise and was elected director in the year of his death. The Poincaré Conjecture was selected Millennium Prize Problems by The Clay Mathematics Institute of Cambridge, Massachusetts(CMI). The Board of Directors of CMI have designated a $1 million prize fund for the solution to his problem. In this paper, Poincaré's major works, his life, his philosophy and the Poincaré Conjecture are given.

0. 서론

2000년 5월 24일에 새 천년을 맞이해 클레이 수학원(Clay Mathematics Institute of Cambridge, Massachusetts)에서 한 문제당 백만 달러를 상금으로 하는 7문제를 내걸었는데, 그 중 하나가 푸앵카레 가설이다. 그것은 줄 앙리 푸앵카레(Jules Henri Poincaré)가 수학에 미치는 영향이 얼마나 큰가를 암시한다. 벨(E. T. Bell)이 [3]에서 푸앵카레는 수학의 모든 분야에 영향을 준 마지막 사람이라고 말한 것도 그가 위대한 수학자였음을 말해준다. 푸앵카레는 프랑스의 수학자요, 물리학자인 동시에 과학 철학자였다. 그는 1881년부터 1912년 생을 마감할 때까지 소르본(Sorbonne) 대학(현재 파리대학)에서 교수로 있는 동안 수학, 수리물리학, 천문학과 자연과학과 철학의 경계에 관한 문제를 연구하였다. 그는 실증주의의 영향을 받아 실용주의(Pragmatism)에 접근하였고, 러셀(B. Russell) 등의 논리주의자들과는 다소 대립적이었다. 그 후 그는 브로우베르(L. E. J. Brouwer)의 직관주의에 동조하여 그의 독특한 과학사상 체계를 대성하였다. 이 글에서는 푸앵카레의 생애, 그의 철학과 그가 현대 수학

에 미친 영향과 푸앵카레 가설에 얽힌 이야기들을 살펴보고자 한다.

1. 푸앵카레의 생애와 사상

푸앵카레의 가족의 배경과 학창 시절

쥴 앙리 푸앵카레(Jules Henri Poincaré)는 1854년 4월 29일 프랑스 낭시(Nancy)의 명문가에서 의학교수인 아버지 레온(Leon Poincaré)과 어머니 외제니(Eugenie Launois) 사이에서 태어났다. 그는 제1차 세계대전 동안 프랑스 공화정의 대통령을 지낸 유명한 정치가 레몽 푸앵카레(Raymond Poincaré)의 사촌이었다. 그는 어려서 어머니의 품에 안겨 있을 때도 과학에 관한 이야기를 즐겨 듣기를 원했다. 그는 어릴 때 디프테리아에 걸려 한동안 심하게 앓았지만 독서는 많이 하였다. 여덟 살에 초등학교에 입학하자 모든 분야에서 두각을 나타내기 시작하였다. 유달리 문학에 뛰어난 재능을 보여 당시의 선생은 그를 문학자로 키우고자 결심할 정도로 우수하였다. 그는 역사를 소재로 드라마를 쓰기도 하여 13살 때는 이미 "잔다르크"에 관한 전5막의 비극을 완성했었다. 그가 장성하여 흔치 않은 훌륭한 과학자인 동시에 유명한 문장가가 될 수 있었던 것은 그의 어린 시절이 잘 뒷받침 해주고 있다. 한편 그가 12살이 되어 기하학 강의를 듣게 되자 그의 수학적 천재성은 너무나 뚜렷이 나타나기 시작하였다. 이때 기하학 선생님은 그의 어머니를 불러 그가 틀림없이 장래 유명한 수학자가 될 것이라고 강조하였다. 그가 17세가 되었을 무렵 보불전쟁이 시작되어 불행하게도 그의 고향인 낭시는 프로이센 군대에 의하여 함락되었다. 그는 그 곳에서 적군들의 잔혹한 행위를 눈앞에서 보게 되었다. 일반적으로 전쟁의 쓰라린 경험은 위대한 사상가로 하여금 비전론자(非戰論者)가 되거나 또는 격렬한 애국자가 되게 하는데, 그는 바로 후자였다. 정치와는 비교적 거리가 먼 분야인 천문학과 수학을 전공하던 그가 이렇게 열렬한 애국자가 되었다는 것도 그의 비범하고도 정열적인 면을 보여주고 있는 것이다. 푸앵카레는 매우 창의성이 뛰어나고 무엇이고 한 번 읽은 것은 거의 완벽하게 몇 페이지 몇 번째 줄까지 기억하는 놀라운 사람이었다. 반면 미술에는 아주 소질이 없었지만 음악엔 관심이 있어 피아노를 배우려 했으나 성공하지 못하였고 몸이 둔하여 체육에는 아주 소질이 없었다.

그는 18세 때 에콜 폴리테크니크(Ecole Polytechnique)에 입학하여 2년만에 졸업하고 광산대학에 진학하여 그가 뜻하던 수학을 더욱 깊이 연구하기에 이르렀다. 1879년 채광기사 자격을 취득하였으며, 같은 해에 파리 대학에서 수학으로 이학박사 학위를 받았다. 그의 지도교수는 에르미트(Charles Hermite) 교수였다. 그의 졸업논문은 미분방정식에 관한 것이었는데 그의 논문 심사위원들은 그의 논문에 대해 다소 비판적이었다고 전해진다. 심사위원들은 그 논문의 첫 부분에 대하여는 칭찬을 하였지만 보고서에 다음과 같은 내용을 썼다고 한다 [4].

"… 이 논문의 나머지 부분은 다소 혼돈이 된다. 저자는 자기 아이디어를 명쾌하고 간단하게 설명하지 못한다. 그럼에도 이 주제의 어려움과 그의 재능으로 인해 박사 학위 수여를 추천한다."

푸앵카레의 교수 시절

그는 광산학교를 졸업하자마자 Vesoul의 광산기사로 잠시 일하였고 그 후 캉(Caen) 대학교에서 해석학 강의를 하였다. 그의 캉 대학교에서의 강의는 그렇게 좋게 평가받지 못하였다. 그의 강의는 잘 정리되어 있지 않았다고 한다. 2년 후 소르본 대학 교수로 초빙되었고 1886년에는 수리물리와 확률학부의 주임교수가 되었다. 1881년부터 1912년 7월 17일 생을 마칠 때까지 그는 파리대학에서 주임교수로 수학, 물리, 천체역학, 천문학 등을 강의하는 한편 모교인 에콜 폴리테크니크의 교수도 겸직하였다. 그의 강의는 다음과 같이 묘사되고 있다[13].

"…. 그의 강의는 매년 바뀌었다. 그는 광학, 천문학, 수리 물리학, 역학, 물리학, 전기학, 유체역학, 열역학, 전위이론, 확률론 등을 강의하였다."

툴루즈(Toulouse)는 그의 저서[9]에서 푸앵카레는 연구하는 시간을 아주 정확히 지켰다고 말하고 있다. 그는 매일 아침 10시부터 12시까지 그리고 저녁 5시부터 7시까지 4시간 동안 수학을 연구하였다. 늦은 저녁에는 중요한 연구를 하지 않았고 잡지에 실린 논문들만 읽곤 하였다. 그 이유는 중요한 연구에 몰두하면 밤에 잠을 잘 수가 없었기 때문이라고 한다. 많은 수학자들은 이미 연구된 결과에서 시작하여 조금 더 새로운 사실을 얻어내지만, 그는 아주 기본적인 수학원리에서부터 새로운 결과를 얻어내었다. 그는 수학 문제를 머릿속에서 완전히 풀고 그 것을 수정 없이 바로 논문으로 만들었다. 그는 매년 파리 대학에서 순수 또는 응용 수학의 여러 주제에 관하여 강의를 하였는데, 이 강의의 대부분은 곧 책으로 발행되었다. 그는 30여 권의 책과 500편의 논문을 쓴 다작의 학자였으며, 또한 수학과 과학을 대중에게 보급하는 데 있어서 가장 영향력 있는 사람 중의 한 사람이었다. 그의 보급판 해설서는 명쾌한 설명과 매력적인 스타일로 최고의 걸작이었으므로 날개 돋친 듯 팔렸고, 다양한 직종의 사람들이 읽었으며, 많은 외국어로 번역되었다. 사실상 푸앵카레의 인기 있는 책은 문학적으로도 매우 뛰어나서 1909년 1월 프랑스 작가의 최고의 영예인 프랑스 학술원(Academie Francaise)의 문학부분 회원으로 추대되기도 하였다. 그는 파리 천문대의 책임자를 비롯하여 여러 가지 학회의 회장도 겸임하고 나아가서는 프랑스 국내외의 명예교수도 역임하였다.

푸앵카레의 수학적 업적

푸앵카레는 한 분야에 결코 오래 머무르지 않았고, 다양한 영역으로 옮겨다니며 연구하길 좋아했다. 그래서 그와 동시대에 살았던 한 사람은 그를 '식민지 개척자가 아닌 정복자'로 묘사했다. 또한 클라인(Klein)과의 깊은 대화는 자기동형함수(automorphic functions) 이론을 발전시키는데 크게 기여하였다. 미분방정식에 관한 박사학위 논문은 자기동형함수의 존재 정리에 관한 것이었다. 이 논문으로 그는 자기동형함수의 이론을 발전시켰는데 푸앵카레는 이것으로 대수적 계수를 가지는 2계 선형미분방정식을 풀 수 있음을 보였다. 또한 수론(number theory)에 나오는 곡선 위의 유리수 좌표를 갖는 점들을 찾는 디오판토스(Diophantine) 문제에도 중요한 공헌을 하였고 라플라스(Laplace)처럼 확률론 분야에도 상당한 기여를 하였다. 또한 바이어슈트라스(Weierstrass)가 제기한 행성의 안정성 문제를 미분방정식을 이용하여 연구하다가, 그 때까지 알려진 방법으로는 풀 수 없다는 것을 알고 비유클리드 기하학을 이용한 새로운 수학적 도구를 발견하였는데, 이것이 20세기의 관심분야인 위상기하학과 다변수 복소수함수론의 기초가 되었다. 태양계의 안정성 연구는 미분방정식과 아주 밀접한 관계가 있는데 이미 19세기 말 푸앵카레는 미분방정식의 정성적 이론 연구로 동력계라는 수학의 새 장을 개척하였고 현대대수, 정수론, 해석학, 편미분 방정식 등에도 중요한 공헌을 하였다. 또한 그는 호몰로지(homology)의 개념을 도입하였을 뿐 아니라 어떤 공간의 베티 수(Betti number)에 대해서도 베티(Betti)보다 더 정확하게 정의를 내렸다. 1894년에 발표한 논문에서 2차원의 다양체를 구별하기 위하여 기본군(fundamental group)을 소개하였고 호모토피(homotopy)의 개념을 정의하였다. 위상수학에 그의 이름을 딴, 푸앵카레 군, 푸앵카레 복체(complex), 푸앵카레 함수 등이 나오며 호모토피 군을 π(pi)라고 부르는 이유가 푸앵카레 이름의 첫 글자에서 왔다고 한다. 이 다재 다능한 천재는 광학, 수리 물리학, 역학, 물리학, 천문학, 전기학, 전신, 모세관현상, 탄성, 열역학, 전위이론, 양자이론, 상대성이론, 우주진화론 같은 다양한 분야뿐 아니라 과학 철학에도 기여했다. 우리가 잘 알고 있는 아인슈타인의 상대성원리도 그가 이미 그 기초를 마련한 것으로 알려져 있다. 그가 수학에 놀라운 영향을 미쳤음에도 불구하고, 평생동안 한 명의 제자도 없었기에 푸앵카레 학파를 만들지 못하였다.

그는 삼체 문제(three body problem)를 연구하다가 최근 중요한 학문으로 꼽히는 카오스 공학을 처음으로 발견하였다[14]. 그는 삼체 시스템(three body system)을 가지고 완전한 시스템을 구성할 수 없다는 것을 발견하였다. 그러나 이러한 결과는 1963년 로렌츠(Lorenz)가 카오스 공학을 재발견하기까지는 별로 주목을 받지 못했다. 그 이유 중 하나는 카오스 공학에는 수치적 해가 필요한데, 컴퓨터의 도움이 없이는 해를 구할 수가 없었기 때문이 아닌가 생각한다. 그는 homoclinic point, 푸앵카레 함수, 연속 방정식, 고정점 이론 등과 같은 카오스현상을 이해하기 위한 기본적 상황을 고려한 다양하고 중요한 개념들을 발견하였다. 특별히 그는 동력학 시스템의 시작점 이론을 가진 비선형 시스템의 정성적 연구를 제안하였다.

그의 연구는 버코프(George D. Birkhoff)에 의해 계속 이어져 발전하였고 동력학 시스템에서 그의 이론이 큰 공헌을 하였다.

"모든 수학이 푸앵카레의 학문범위였다고 주장할 수 있는 마지막 사람일 것이다."라는 벨의 말[3]은 적절하다. 수학이 현대에 와서 믿을 수 없을 만큼 빠른 속도로 발전했기 때문에 어느 누구도 그런 영예를 다시 얻기는 거의 불가능한 것으로 여겨진다.

푸앵카레의 철학

그의 안목은 일찍이 전문영역 속에 파묻히지 않고, 오히려 보다 넓은 관점에서 자기의 전문영역을 내려다보는 비판정신으로 발전시켰다. 이러한 그의 첫째 업적은 과학적 인식론이었다. 즉 가설적 부분과 필연적 부분을 어떻게 구분할 것인가 이었다. 후자는 경험적 사실과의 관계를 나타내는 법칙인 동시에 이것은 경험적 사실과의 영구 불변한 관계를 나타내는 객관적 필연성의 진리이기도 하다. 그러나 이러한 법칙의 집합은 아직 완전한 과학적 인식이라 할 수는 없다. 왜냐하면 이러한 여러 가지 법칙을 개괄하는 보다 총괄적인 일반원리에 도달했을 때 비로소 완전하게 되고 이때 비로소 과학의 체계가 완성되기 때문이다[1]. 그러나 이러한 개괄적인 원리는 경험적인 것은 아니다. 따라서 필연적인 것이 아니고 오히려 편의상 설정된 총괄적 가설인 것이다[8]. 이를테면 프레넬(Fresnel)의 "빛에 관한 법칙"은 필연적인 진리이지만 이 법칙을 발견하기에 기초가 되었던 "빛의 파동설"은 가설이었던 것과 같다. 그리하여 과학의 발달은 경험적 사실과의 관계를 변화시키는 것이 아니고, 가설적 부분, 즉 원칙을 변화시킨다는 것이 그의 주장이었다.

다음으로 중요한 것은 시간과 공간에 관한 그의 견해이다. 그는 시간과 공간을 칸트(Kant)와 같이 순수한 선험적 직관형식에 의하여 정의하지는 않았다. 그는 우리에게 주어지는 것은 심리적 시간뿐이고, 물리적 시간의 선후 · 동시(先後 · 同時)는 편의적인 측정법에 의하여 규약(規約)으로 만들어졌다고 주장하였다. 이것은 아인슈타인(Einstein)의 특수 상대성 이론과 일치하는 점이기도 하다. 그는 흥미 있는 루멘(Rumen)의 실험을 통하여 물리적 시간이 빛의 속도와 관련됨을 증명하였고, 또한 공간에 대해서는 유클리드 기하학의 대상인 3차원 공간도 편의상의 규약으로 채택된 것이라고 생각하였다. 따라서 이것과 비유클리드 기하학과의 사이에 어느 쪽이 옳은가에 대해서는 직선을 어떻게 정의하느냐에 따라 달라진다. 즉 직선의 정의가 어떻게 세워지느냐에 따라 양쪽 기하학이 모두 성립될 수 있다. 이렇게 본다면 기하학은 완전한 규약에서 성립되는 학문이라 할 수 있다. 이것은 기하학이 선험설과 경험설을 모두 부정한 결과이며 우리가 특히 주목할 만한 점이다[1].

그의 철학에 대한 특색을 요약하여 보겠다. 그의 철학과 사상은 다음의 4권으로 집약되었다.

- La Science et L'hypothére(과학과 가설), 1902
- La Valeur de la Science(과학의 가치), 1905
- Science et methode(과학과 방법), 1908
- Derniéres Pensées(만년의 명상), 1913

그의 저서 "과학의 가치"[7]의 서론에 기록된 멋진 이야기를 소개한다.

"진리의 탐구는 인류 활동의 목표이어야 한다. 인류 활동에서 이것보다 더 가치 있는 것은 없다. 물론 우리들은 먼저 인류의 고뇌를 덜어주는 데 노력해야만 한다. 그러나 왜 노력해야만 할까? 사실 고뇌가 전혀 없다는 것은 너무나 소극적인 이상이다. 그것은 인간이 죽으면 저절로 얻어지는 이상이기 때문이다. 만약 인류가 물질적 고뇌로부터 해방된다면, 진리의 탐구와 명상에서 얻어지는 자유를 누릴 수 있을지 모른다."

아인슈타인의 상대성이론이 기초되었다고 생각되는 새로운 사상도 "과학의 가치"에서 소개되었다. 이 책의 마지막 절 "과학을 위한 과학"이라는 구절도 우리의 새로운 감성을 자극하는 것이라 생각한다. 그리고 다음과 같이 말하고 끝을 맺었다.

"… 사고(thought)란 긴긴 밤에 잠깐 반짝인 섬광에 지나지 않는다. 그러나 이 섬광이야말로 우리의 전부가 아닌가?"

푸앵카레는 과학은 실행의 수단에 가치가 있지 않고 유일한 실재(實在)가 되는 일반 불변의 관계, 즉 우주의 내적 조화를 인간에게 주는 데에 참다운 가치가 있다고 생각 한 것이다. 따라서 과학을 실용적인 가치를 떠나 지성 그 자체에 보다 높은 가치를 부여한 것이라 하겠다. 그는 그의 저서 "교육 안에서 수학적정의"에서는 다음과 같이 말하고 있다. 그는 논리와 직관을 수학적 발견을 위한 도구로 다음과 같이 보고 있다.

"우리는 논리에 의하여 증명하고 직관에 의하여 발명(또는 창조)한다."

그는 또한 베르그송(Bergson)의 상상적 흐름을 따른 Le Roy의 유명론적 반주지주의(唯名論的 反主知主義)에 대하여 주지주의를 열심히 옹호하였다. 그리고 문명의 목적은 물질적 쾌락을 증진시키는데 있지 않고 학문과 예술만이 문명의 가치가 있으며 물질적 복지는 이러한 탐구적 사업에 편의를 도모할 때에 한해서 가치가 붙여진다고 주장하였다. 이와 같이 푸앵카레의 사상은 이상주의자로서 공리주의를 일축한 아름다움의 추구라고도 하겠다[1].

2. 푸앵카레 가설에 얽힌 이야기들

그가 던진 가설(푸앵카레 가설, The Poincaré Conjecture)은 클레이 수학원[12]에 의하여 백만 달러가 걸려있는데, 백만 달러가 걸리기 전에도 이 가설을 증명하거나 반례를 만들기 위해 지난 100년 동안 많은 수학자들, 특히 위상수학자들이 잘못된 증명을 발표하기도 하면서 이 문제를 풀려고 노력해 왔다. 1930년에 화이트헤드(J. H. C. Whitehead)가 푸앵카레 가설의 증명을 논문으로 발표하였으나 그의 증명은 틀렸다. 그나마 다행이었던 것은 일년 후, 본인이 그 자신의 증명이 잘못되었다는 것을 알고 자신 정리의 반례를 다시 발표하였다. 미국 수학회 분류번호 57M40이 모두 푸앵카레 가설을 증명하거나 반례를 보이기 위한 논문들에 부여되고 있는 사실만 보아도 그의 가설이 수학자들에게 얼마나 많은 도전을 주었음을 보여준다. 그러나 지금까지 수많은 사람들이 시도하였는데도 불구하고 아직 미해결로 남아있는 것으로 보아서 페르마(Fermat)의 마지막 정리의 증명처럼 많은 어려운 이론을 사용해야만 하는지도 모른다. 비록 이 가설의 증명은 너무나 복잡한 도구를 써서 증명을 하게되어 미래의 수학에 큰 도움이 안될지라도 푸앵카레 가설 자체는 3차원의 다양체를 이해하게 되는 중요한 역할을 하리라 생각한다. 그의 가설을 클레이 수학원에서 쉽게 설명한 것[12]을 번역하면 다음과 같다.

"사과 표면에 하나의 고무밴드를 늘려 끼웠을 때 우리는 사과를 자르지 않고도 고무밴드를 천천히 움직여 사과 위의 어떤 한 점으로 모을 수 있다. 반면에 똑같은 고무밴드로 가운데 구멍이 있는 링도넛을 싸맨다고 가정해 보면 고무밴드나 링도넛을 자르지 않고는 아무리 천천히 여러 방향으로 움직여도 고무밴드를 링도넛 위의 한점으로 모을 수가 없다. 이런 이유로 사과의 표면은 단순 연결되었다고 하는 반면에 링도넛은 그렇지 않다고 한다. 약 100년 전에 푸앵카레는 2차원의 구 모형은 이러한 단순 연결의 성질을 갖고 있지만 4차원 공간 안에서 원점으로부터 거리가 1인 집합 공간인 3차원의 구는 어떨까." 하는 질문이다. 그의 가설을 수학적으로 엄밀하게 표현한다면 다음과 같다.

"만약 M의 기본군(fundamental group)이 0인 3차원의 다양체이며 첫째와 둘째 호몰로지 군은 0이고 3째와 0번째 호몰로지 군은 정수의 집합이라면 M은 3차원 구와 위상동형(homeomorphic)한가?" 다시 말해서, "어떤 대수적인 불변성질(invariant)이 3차원 구와 다른 3차원 다양체를 구별할 수 있는가?" 하는 가설이다.
그의 가설의 역사적 배경은 다음과 같다.

1900년, 푸앵카레는 다음과 같은 너무나도 멋지지만 잘못된 정리를 발표했다[6].

"모든 3-차원의 구와 같은 호몰로지 군를 갖는 아담한 다양체는 3차원의 구와 위상동형하다."

그 후 그는 위의 정리가 잘못된 것을 알고 기본 군의 개념을 도입하여 반례를 발견하였다. 그가 처음에 생각지 못한 것은 3차원의 구의 기본 군은 0이라는 사실이었다. 그의 예는 I_{60}가 정20면체를 정20면체로 보내는 순환군일 때, coset space인 $M^3 = SO(3)/I_{60}$이었다. 다시 말하면 M^3는 원점에 중심이 있고 직경이 1인 정20면체를 원소로 갖는 공간(space)과 동일시된다. 이 공간의 기본 군은 위수(order)가 120이다[12].

1904년 푸앵카레는 푸앵카레 가설의 근원인 다음과 같은 질문을 던졌다.

"만약 M이 껍질이 없는 3차원의 아담한(compact) 다양체일 때, M이 3차원의 구와 위상동형하지 않지만 M의 기본 군이 0이 될 수 있는가?"

1934년에 화이트헤드가 푸앵카레 가설을 풀었다면서 다음과 같은 정리를 발표하였다.

"Contractible 이면서 열린 3차원의 모든 다양체는 유클리드 공간과 위상동형이다."

그 뒤, 푸앵카레처럼 화이트헤드도 그 자신의 정리의 반례를 발견하였다[10]. 이로 인해 많은 사람들이 다양체의 위상에 대해 더 깊이 이해하게 되었다. 1950년대 후반과 1960대 초기에 3차원의 경우보다 고차원의 경우가 더 쉽게 풀린다는 것이 알려졌다. 그 이유는 기본 군이 0일지라도 모든 차원에서 중요한 역할을 하며 기본 군 안에서의 관계가 다양체에 사상되는 2차원의 디스크에 대응하기 때문이다. 5차원보다 많거나 같을 때는 이런 디스크들이 서로 만나지 않도록 조절이 되는데, 3차원이나 4차원일 때는 서로 만나지 않게 하는 것이 불가능한지 모르기에 더욱 증명하기가 어렵게 된다.

스메일(S. Smale)이 1960년에 5차원 이상일 때 푸앵카레 가설을 증명하였다. 그의 증명은 n차원의 볼에서 시작하여 계속하여 handle을 붙이는 귀납적 방법으로 다양체를 만드는 수술(Surgery) 이론을 이용하여 증명하였다. 이 방법은 "handle 붙이기"라고 불리는 방법인데, 이 방법으로 호모토피를 조절할 수 있다. 곧 이어 J. Staling이 7차원 이상인 경우에 완전히 다른 방법으로 증명하였고 이어서 Zeeman이 5차와 6차인 경우를 증명하여[11] Staling의 증명을 확장 시켰다. A. Wallace가 Smale과 비슷한 방법으로 다시 증명하였다.

4차원인 경우의 증명은 더욱 어려워 M. Freedmann이 증명하기까지 또 다른 20년이 걸렸다. 4차원인 경우의 증명은 Smale, Wallace, Stalingse와 Zeeman의 방법으로는 되지 않았다. Freedmann은 4차원인 경우에 푸앵카레 가설을 풀었을 뿐 아니라 닫힌 단순 연결된 4차원의 위상공간을 완전히 분류하는데 성공하였다. 그는 2개의 불변성질(invariant)만을 갖고 분류하였는데 그 불변성질은 cup product와 Kirby-Siebermann 불변성질(invariant)이었다. Freedman은 이 논문으로 1986년에 필즈 메달(Fields Medal)을 받았다. 3차원인 경우에는 앞

의 모든 방법으로는 증명이 안 된다. 3차원의 푸앵카레 가설을 풀기 위해 또는 반례를 발견하기 위해 많은 사람들이 시도하였으나 아직도 미해결로 남아 있다. 1970년대에 Thurston과 Sullivan 등에 의하여 3차원 다양체가 기하학적으로 이해될 수 있다는 기하화 프로그램이 소개되었다[2]. 이 프로그램이 사실이라면 3차원 다양체들이 분류가 되고 푸앵카레 가설도 증명될지도 모른다.

3. 결론

벨이 "푸앵카레는 수학의 모든 분야에 영향을 준 마지막 사람이다."라고 말했듯이 그의 업적은 광학, 수리 물리학, 역학, 물리학, 천문학, 전기학, 전신, 모세관현상, 탄성, 열역학, 전위이론, 양자이론, 상대성이론, 우주진화론 같은 다양한 분야뿐 아니라 과학 철학에도 기여했다. 아인슈타인의 상대성원리도 그가 이미 그 기초를 마련하였고 최근 중요한 학문으로 꼽히는 카오스 공학을 처음으로 발견하였다.

그는 여러 가지 명예를 얻었는데, 1887년에는 과학 학술원에 위원으로 선출되었고 1894년에는 영국의 Royal Society 위원이 되었고 1906년에는 과학 학술원의 회장을 지냈다. 과학 학술원은 다섯 분과(기하학, 물리학, 동력학, 지리학, 항해학)가 있었는데, 그의 연구의 다양성으로 인해 그는 모든 분과에 회원으로 선출되었던 유일한 인물이었다. 사실 푸앵카레는 문학적으로도 매우 뛰어나서 1909년 1월에는 프랑스 작가의 최고의 영예인 프랑스 학술원(Academie Francaise)의 문학부분 회원으로 추대되기도 하였고 1912년에는 프랑스 학술원장을 지내기도 하였다. 그가 어려서 11년간 다녔던 낭시에 있는 리세(Lycée) 학교는 그의 이름을 따서 지금은 앙리 푸앵카레 리세(Lycée Henri Poincaré)라고 부른다. 그는 많은 상과 메달을 받았다. 특히 1901년에는 왕립 런던 학회에서 세계적 수학자들에게 주는 실베스터(Sylvester) 메달을 처음으로 수여 받았고 1911년에는 평생을 천문학에 공헌한 사람에게 수여하는 Bruce 메달도 받았다. 1952년 10월 18일에는 그의 사진이 담긴 우표가 프랑스에서 발행되었다. 파리에는 그의 이름을 붙인 "Rue Henri Poicaré"라는 거리 이름도 있다. 파리에는 수학자의 이름을 따서 거리나 광장의 이름을 붙인 곳이 약 100여 개가 된다. 모두가 다 프랑스 수학자들은 아니다. 예를 들면 오일러, 뉴턴, 갈릴레오 등의 이름도 있다. 달에는 그의 이름을 붙인 "Henri Poincaré"라는 분화구도 있다. 달의 분화구에는 수학자의 이름을 따서 붙인 분화구가 약 300개 된다. 이것은 미국의 해군연구소에서 붙인 것이다. 이렇게 프랑스나 미국이 수학자들을 존경하기 위해 거리나 달의 분화구에 수학자를 비롯한 과학자들의 이름을 붙여 그들의 업적을 기리는 사회였기에 그 많은 위대한 수학자들이 나온 것이 아닌가 생각된다. 이점은 우리 나라가 수학을 비롯한 기초과학을 발전시키기 위하여 본 받을 점이라 생각한다.

참고 문헌

1. 김형보 편역, 최후의 명상, 단대출판부, 1982.
2. Anderson, M. T., *Scalar curvature and geometrization conjectures for 3-manifolds*, M. S. R. I Publ. 30, 1997.
3. Bell, E. T., *Men of Mathematics*, Simon & Schuster, 1986.
4. Miller, A. I. *Insights of genius; Imagery and creativity in science and art,* New York, 1996
5. Milnor, J. *Collected Papers, Vol 2, The fundamental Group,* Publish or Perish, 1955.
6. Poincaré, H., *Oeuvres*, Tome VI, Paris, 1953
7. Poincaré, H., *The Value of Science*, Dover, 1958.
8. Poincaré, H., *Science and Hypothesis*, Dover, 1952.
9. Toulouse, E., *H. Poincaré*, Paris, 1910
10. Whitehead, J. H. C., *Mathematical Works*, Volume II, Pergamon, 1962.
11. Zeeman, E. C., *The Poincaré conjecture for n=5, in Topology of 3-Manifolds a Related Topics*, Prentice-Hall, 1962.
12. http;//www.claymath.org/prizeproblems/Poincare.htm
13. http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Poincare.html
14. http://www.utm.edu/research/iep/p/poincare.htm