

# 朝鮮朝代之 高次方程式의 虛實

군산대학교 수리정보통계학부 柳寅永

## Abstract

Considering the four arithmetical operations, the operations over some problems in the second half periods of Chosun Dynasty were dealt in the different dimensions were not reasonable and the units of the dimensions were neglected. This paper aims to introduce some questionable solved problems related to the equations higher than the second degree.

## 0. 案内

백터 算에서 次元이 다르면 四則演算이 정의되지 않고 일반 연산에서도 單位가 다른 연산이 정의되지 않음은 같은 뜻이 있다. 朝鮮朝代 數學에서 單位의 概念이 明確하지 않고 넓이, 부피, 三乘方積(4차원 volume), ..., 九乘方積(10차원 volume)을 같은 단위로 四則演算함이 그것이다.

본 논문은 要約과 案内의 순으로 하고 안내의 내용은 다음과 같다

1. 넓이와 부피의 연산에서 길이를 구하는 問題와 略解
2. 넓이, 부피, ..., 高次元積의 연산에서 길이를 구하는 問題와 略解
3. 結論

참고 문헌

## 1. 넓이와 부피의 연산에서 길이를 구하는 問題와 略解

(理藪는 黃胤錫의 理藪新編, 九一은 洪正夏의 九一集, 東算은 著者 未詳의 東算抄, 算學은 南秉吉의 算學正義)

(1) 今有四段共積九十尺八分尺之七只云平方面過古徑一尺而爲立方面七分之二立圓徑四分之三  
問各幾何(理藪, p. 313)

答曰 古徑二尺, 平方面三尺, 立方面三尺半, 立圓徑四尺

★ 평방적  $S_1$ , 방면  $a$ ;  $S_1 = a^2$ , 고원적  $S_2$ , 경  $2r$ ;  $S_2 = \pi r^2 = 3r^2$ , 입방적  $V_1$ , 방면  $b$ ;  $V_1 = b^3$ , 立圓積  $V_2$ , 徑  $2r_1$ ,  $\therefore V_2 = \frac{9}{16}(2r_1)^3$ 이고 관계  $a = 2r + 1 = \frac{6b}{7}$   
 $= \frac{3}{4}(2r_1)$ ,  $a = 2r + 1$ ,  $b = \frac{1}{6}(14r + 7)$ ,  $r_1 = \frac{1}{3}(4r + 2)$ ,  $V = V_1 + V_2 + S_1 + S_2 = 90875$ 척;  
 $0.875$ 척  $= \frac{7}{8}$ 척,  $V = 90.875 = 4r^2 + 4r + 1 + 3r^2 + \frac{343}{216}(8r^3 + 12r^2 + 6r + 1) + \frac{4}{3}(8r^3 + 12r^2 + 6r + 1)$ ,  
 $L.C.M.(216, 3) = 216$ ;  $216V = 19,629 = 864r^2 + 864r + 216 + 648r^2 + 343(8r^3 + 12r^2 + 6r + 1)$ ,  
 $+ 288(8r^3 + 12r^2 + 6r + 1)$ ,  $F(r) = 5,048r^3 + 9,084r^2 + 4,650r - 18,782 = 0$ ;  
 $18,782 = 2 \cdot (9,391)$ ,  $F(1) = 0$ ;  $r = 1$ ,  $2r = 2$ ,  $a = 2r + 1 = 3$ ,  $b = \frac{14r + 7}{6} = \frac{21}{6}$   
 $= 3.5$ ,  $r_1 = \frac{4r + 2}{3} = 2$ ,  $2r_1 = 4$

(2) 今有四段共積一百一十六尺四分尺之三只云古周過古徑一尺而爲立方面四分之三平方面七分之二  
問各幾何(理藪, p. 315)

答曰 古徑二尺, 古周三尺, 立方面四尺, 平方面七尺

★ 고원적  $S_1$ , 경  $2r$ , 고원주  $l = 2\pi r = 6r$ ,  $S_1 = \pi r^2 = 3 \times \left(\frac{l}{6}\right)^2$ , 고원적  $S_2$ , 경  $2r_1$ ,  
 $S_2 = \pi r_1^2$ ; 평방적  $S_3$ , 평방면  $b$ ,  $S_3 = b^2$ , 입방적  $V_1$ , 입방면  $a$ ,  $V_1 = a^3$ , 관계  $= 6r =$   
 $2r_1 + 1 = \frac{3a}{4} = \frac{3b}{7}$ ,  $\therefore r = \frac{l}{6}$ ,  $r_1 = \frac{l-1}{2}$ ,  $a = \frac{4l}{3}$ ,  $b = \frac{7l}{3}$ ,  $V = S_1 + S_2 + S_3 + V_1 =$   
 $116\frac{3}{4} = \frac{467}{4} = \frac{l^2}{12} + \frac{3(l^2 - 2l + 1)}{4} + \frac{49l^2}{9} + \frac{64l^3}{27}$ ,  $L.C.M.(4, 9, 12, 27) = 324$ ;  
 $324V = 37,827 = 27l^2 + 243(l^2 - 2l + 1) + 1,764l^2 + 768l^3 = 768l^3 + 2,034l^2 - 486l + 243$ ;  
 $F(l) = 768l^3 + 2,034l^2 - 486l - 37,584 = 0$ ;  $37,584 = 2^4 \cdot 3^4 \cdot 29$ ;  $F(3) = 0$ ,  $l = 3$ ,  $r = \frac{1}{2}$ ,  
 $r_1 = 1$ ,  $a = 4$ ,  $b = 7$

(3) 今有四段共積三千三百九十七尺只云古周爲立方(面)五分之二平方面爲古周三分之二古徑爲  
平方面二分之一問各幾何以下甲乙丙次分法(理藪, p. 316)

答曰 古徑二尺, 平方面四尺, 古周六尺, 立方面十五尺

★ 고원적  $S_1$ , 경  $2r$ , 주  $l=6r$ ,  $S_1 = \pi r^2 = 3\left(\frac{l}{6}\right)^2$ , 고원적  $S_2$ , 경  $2r_1$ ,  $S_2 = 3r_1^2$ , 평방적  $S_3$ , 평방면  $b$ ;  $S_3 = b^3$ , 입방적  $V_1$ , 입방면  $a$ ,  $V_1 = a^3$ ,  $V = S_1 + S_2 + S_3 + V_1 = 3,397$ 척이고 관계  $r = \frac{l}{6}$ ,  $l = \frac{2a}{5}$ ,  $b = \frac{2l}{3}$ ,  $2r_1 = \frac{b}{2}$ ;  $a = \frac{5l}{2}$ ,  $b = \frac{2l}{3}$ ,  $r_1 = \frac{l}{6}$ ,  $r = \frac{l}{6}$  이므로  $L.C.M.(12, 9, 8) = 72$ ;  $72V = 244,584 = 6l^2 + 6l^2 + 32l^2 + 1,125l^3$ ;  $F(l) = 1,125l^3 + 44l^2 - 244,584 = 0$ ;  $244,584 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 43 \cdot 79$ ;  $F(6) = 0$ ,  $l=6$ ,  $r=r_1=1$ ,  $a = \frac{5l}{2} = 15$ ,  $b = \frac{2l}{3} = 4$ 척

(4) 今有立方立圓平方各一共積一百二十七萬七千七百二十四尺只云立圓徑不及立方面十四尺却多平方面二十八尺問 三事各幾何(東算, p. 361; 九一, p. 626)

答曰 立方面九十八尺, 立圓徑八十四尺, 平方面五十六尺

★ 입방적  $V_1$ , 입방면  $a$ ;  $V_1 = a^3$ ; 입원적  $V_2$ , 경  $2r$ ;  $V_2 = \frac{9r^3}{2}$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $b$ ;  $S_1 = b^2$ , 관계  $2r = a - 14 = b + 28$ ,  $a = 2r + 14 = 2(r + 7)$ ,  $b = 2r - 28 = 2(r - 14)$  이고 공적  $V = V_1 + V_2 + S_1 = 1,277,724 = 8(r^3 + 21r^2 + 147r + 343) + \frac{9r^3}{2} + 4(r^2 - 28r + 196)$ ,  $2V = 2,555,448 = 16r^3 + 336r^2 + 2,352r + 5,488 + 9r^3 + 8r^2 - 224r + 1,568$ ;  $F(r) = 25r^3 + 344r^2 + 2,128r - 2,548,392 = 0$ ;  $2,548,392 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 197$ ;  $F(42) = 0$ ;  $r = 42$ ,  $2r = 84$ ,  $a = 2r + 14 = 98$ ,  $b = 2r - 28 = 56$

(5) 今有立圓立方平圓平方各一立圓從古法平圓從密率共積一萬八千五百八十六尺只云立圓徑多於平圓徑二尺却少於立方面八尺立方面如平方面(原文은 三分之一)二分之一問四事各幾何(東算, p. 363)

答曰 立圓徑一十六尺, 立方面二十四尺, 平圓徑一十四尺, 平方面四十八尺

★ 입원적  $V_1$ , 경  $2r$ ;  $V_1 = \frac{9r^3}{2}$ , 입방적  $V_2$ , 입방면  $a$ ,  $V_2 = a^3$ , 평원적  $S_1$ , 경  $2r_1$ ,  $S_1 = \pi r_1^2 = \frac{22}{7} r_1^2$ , 평방적  $S_2$ , 평방면  $b$ ,  $S_2 = b^2$ ; 관계  $2r = 2r_1 + 2 = a - 8$ ,  $a = \frac{b}{2}$ ;  $a = 2(r + 4)$ ,  $b = 4(r + 4)$ ,  $r_1 = r - 1$ , 공적  $V = V_1 + V_2 + S_1 + S_2 = 18,586 = \frac{9r^3}{2} + a^3 + \frac{22}{7}(r-1)^2 + b^2$ ,  $L.C.M.(2, 7) = 14$ ;  $14V = 260,204 = 63r^3 + 112(r^3 + 12r^2 + 48r + 64) + 44(r^2 - 2r + 1) + 224(r^2 + 8r + 16)$ ;  $F(r) = 175r^3 + 1,612r^2 + 7,080r$

$$-249,408=0; \quad F(8)=0, \quad 249,408=2^6 \cdot 3^2 \cdot 433; \quad \therefore \quad r=8, \quad 2r=16, \quad a=2r+8=24, \\ b=2a=48, \quad 2r_1=2r-2=14$$

(6) 今有立圓立方平圓平方各一立圓從古法平圓從密率共積二萬一千四百六十六尺只云立圓徑多於平圓徑二尺却少於立方面八尺立方面如平方面三分之一問四事各幾何(東算, p. 363, 問 (5)에서 共積을 바꾼 것)

答曰 立圓徑十六尺, 立方面二十四尺, 平圓徑一十四尺, 平方面七十二尺

$$\star \text{ 입원적 } V_1, \text{ 경 } 2r, \quad V_1 = \frac{9r^3}{2}, \text{ 입방적 } V_2, \text{ 입방면 } a, \quad V_2 = a^3, \text{ 평원경 } S_1, \text{ 경 } 2r_1, \\ S_1 = \pi r_1^2 = \frac{22r_1^2}{7}, \text{ 평방적 } S_2, \text{ 평방면 } b; \quad S_2 = b^2; \text{ 관계 } 2r = 2r_1 + 2 = a - 8, \\ a = \frac{b}{3}; \quad a = 2(r+4), \quad b = 3a = 6(r+4), \quad r_1 = r - 1, \text{ 공적 } V = V_1 + V_2 + S_1 + S_2 = \frac{9r^3}{2} \\ + 8(r^3 + 12r^2 + 48r + 64) + \frac{22}{7}(r^2 - 2r + 1) + 36(r^2 + 8r + 16); \quad L.C.M.(7, 2) = 14; \quad 14V \\ = 300,524 = 63r^3 + 112(r^3 + 12r^2 + 48r + 64) + 44(r^2 - 2r + 1) + 504(r^2 + 8r + 16); \quad F(r) = \\ 175r^3 + 1,892r^2 + 9,320r - 285,248 = 0; \quad 285,248 = 2^6 \cdot 4,457; \quad F(8) = 0; \quad r = 8, \quad 2r = 16, \\ a = 2r + 8 = 24, \quad b = 3a = 72, \quad 2r_1 = 2r - 2 = 14$$

(7) 今有立方立圓平方古圓田徽圓田各一共積三萬三千六百二十二尺二百分尺之三十七只云立方面不及立圓徑四尺多如徽圓徑三尺立圓徑如平方面三分之一古圓周與立方面適等問五事各幾何(東算, p. 365; 九一, p. 629)

答曰 立方面二十四尺, 立圓徑二十八尺, 平方面八十四尺, 古圓周二十四尺, 徽圓徑二十一尺

★ 略解省略(한국수학사학회지 2001. 6, “朝鮮王朝代 古.徽.密.新率의 圓 및 立圓積”의 문제 25 풀이 참조. 이하 문제만 언급)

(8) 今有六段共積一千七百三十四尺一十二分尺之七 只云平方面爲立方面三分之二 密徑七分之二而過古徑一尺 古周爲立圓(徑)七分之二而 過平方面一尺問各幾何(理數, p. 310)

答曰 古徑二尺, 平方面三尺, 古周四尺, 立方面四尺半, 密徑一十尺半, 立圓徑一十四尺

★ 略解省略(문제 27 풀이 참조)

(9) 今有六段共積一萬一七(一千七百)零四尺一百一十二分尺之二十三只云平方(面)過古徑一尺而爲立方面二分之一立方(面)爲古周 三分之二古周爲密徑五分之二密徑爲立圓(徑)六分之五問各幾何(理數, p. 317)

答曰 古徑二尺, 平方面三尺, 立方面六尺, 古周九尺, 密徑二十二尺半, 立圓徑二十七尺

★略解省略(문제 28 풀이 참조)

(10) 今有立圓立方平圓平方各一立圓從古法平圓從密率共積一萬八千五百八十六尺只云立圓徑多於平圓徑二尺却少於立方面八尺立方面如平方面二分之一問四事各若干(九一, p. 627)

答曰 立圓徑一十六尺, 立方面二十四尺, 平圓徑一十四尺, 平方面四十八尺

★略解省略(문제 29 풀이 참조)

## 2. 넓이, 부피, ..., 高次元積의 연산에서 길이를 구하는 問題와 略解

(11) 今有平圓徑(積)平方面(積)立方面(積)三乘方面(積)四乘方面(積)五段共積一萬六千零七十七尺只云平方面爲四乘方(面)二分之一三乘方(面)三分之一立方面四分之一而圓徑少平方面一尺問各幾何(理藪, p. 302)

答曰 平圓徑二尺, 平方面三尺, 三乘方(面)九尺, 四乘方(面)六尺, 立方面十二尺

★ 평원적  $S_1$ , 경  $2r$ ;  $S_1 = \pi r^2$ , 평방적  $S_2$ , 평방면  $a$ ;  $S_2 = a^2$ , 입방적  $V_1$ , 입방면  $b$ ;  $V_1 = b^3$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $c$ ;  $V_2 = c^4$ , 사승방적  $V_3$ , 사승방면  $d$ ;  $V_3 = d^5$  이고 관계  $a = \frac{d}{2} = \frac{c}{3} = \frac{b}{4}$ ,  $2r = a - 1$ , i.e.  $a = 2r + 1$ ,  $d = 2(2r + 1)$ ,  $c = 3(2r + 1)$ ,  $b = 4(2r + 1)$ ;  $V = V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 = 16,077$  척  $= 64(8r^3 + 12r^2 + 6r + 1) + 81(16r^4 + 32r^3 + 24r^2 + 8r + 1) + 32(32r^5 + 80r^4 + 80r^3 + 40r^2 + 10r + 1) + 3r^2 + 4r^2 + 4r + 1$ ;  $F(r) = 1,024r^5 + 3,856r^4 + 5,664r^3 + 3,999r^2 + 1,356r - 15,899 = 0$ ;  $F(1) = 0$ ;  $\therefore r = 1$ ,  $2r = 2$ ,  $a = 2r + 1 = 3$ ,  $d = 2a = 6$ ,  $c = 3a = 9$ ,  $b = 4a = 4(2r + 1) = 12$

(12) 今有五段共積八百四十六尺半 只云密圓徑少平方面一尺而 七倍於古徑立圓徑少立方面一尺而 三倍於古徑問各幾何(理藪, p. 304)

答曰 古徑二尺, 立圓徑六尺, 立方面七尺, 密圓徑十四尺, 平方面十五尺

★ 밀원적  $S_1$ , 밀원경  $2r$ ;  $S_1 = \frac{22}{7} r_1^2$ , 평방적  $S_2$ , 평방면  $a$ ;  $S_2 = a^2$ , 고원적  $S_3$ , 경  $2r$ ,  $S_3 = 3r^2$ , 입원적  $V_1$ , 입원경  $2r_2$ ,  $V_1 = \frac{9r_2^3}{2}$ ; 입방적  $V_2$ , 입방면  $b$ ;  $V_2 = b^3$ . 관계  $2r_1 = a - 1 = 14r$ ,  $2r_2 = b - 1 = 6r$ ,  $r_1 = 7r$ ,  $a = 14r + 1$ ,  $r_2 = 3r$ ,  $b = 6r + 1$ ;  $V = S_1 + S_2 + S_3 + V_1 + V_2 = 846.5$   $154r^2 + 196r^2 + 28r + 1 + 3r^2 + 121.5r^3 + 216r^3 + 108r^2 + 18r + 1$ ;  $F(r) = 337.5r^3 + 461r^2 + 46r - 844.5 = 0$ ;  $F(1) = 0$ ,  $r = 1$ ,  $2r = 2$ ,  $r_1 = 7r$

$$= 7, a = 14r + 1 = 15, r_2 = 3r = 3, b = 6r + 1 = 7$$

(13) 今有六段共積九千四百八十三尺只云平立三四乘方面適等而爲古周之半周少徑二尺周爲徑七分之六問周徑方面各幾何以下四乘方翻法開方法(理藪, p. 318)

答曰 古徑十四尺, 古周十二尺, 四色方面各六尺

★ 사승방적  $V_1$ , 사승방면  $a$ ;  $V_1 = a^5$ ; 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $b$ ;  $V_2 = b^4$ , 입방적  $V_3$ , 입방면  $c$ ;  $V_3 = c^3$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $d$ ;  $S_1 = d^2$ , 고원A적  $S_2$ , 경  $2r$ , 고원주  $l = 6r$ ,  $S_2 = 3r^2$ , 고원B적  $S_3$ , 경  $2r_1$ ,  $S_3 = 3r_1^2$ 이고 관계  $a = b = c = d = \frac{l}{2}$ ,  $l = 2r_1 - 2$ ,  $r = \frac{l}{6}$ ,  $r_1 = \frac{l+2}{2}$ ,  $V = V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 + S_3 = 9,483$  척,  $L.C.M.(32, 12) = 96$ ;  $96V = 9,483 \times 96 = 910,368 = 3l^5 + 6l^4 + 12l^3 + 104l^2 + 288l + 288$ ,  $F(l) = 3l^5 + 6l^4 + 12l^3 + 104l^2 + 288l - 910,368 = 0$ ;  $2^8 \cdot 5 \cdot 711 = 910,368$ ;  $F(12) = 0$ ;  $\therefore l = 12, 2r = 4, 2r_1 = 14, a = b = c = d = 6$

(14) 今有六段共積五百六十四尺只云平立三四(乘)方面適等而爲古周四分之一周少徑四尺周爲徑四分之三問各幾何(理藪, p. 321)

答曰 古周十二尺, 古徑十六尺, 四色方面各三尺

★ 사승방적  $V_1$ , 사승방면  $a$ ;  $V_1 = a^5$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $b$ ;  $V_2 = b^4$ , 입방적  $V_3$ , 입방면  $c$ ;  $V_3 = c^3$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $d$ ;  $S_1 = d^2$ , 고원A적  $S_2$ , 경  $2r$ , 주  $l = 6r$ ,  $S_2 = 3r^2$ , 고원B적  $S_3$ , 경  $2r_1$ ;  $S_3 = 3r_1^2$ , 관계  $a = b = c = d = \frac{l}{4}$ ,  $l = 2r_1 - 4$ ,  $l = 6r$ ,  $r_1 = \frac{l+4}{2}$ ,  $r = \frac{l}{6}$ ,  $V = V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 + S_3 = 564 = \frac{l^5}{1,024} + \frac{l^4}{256} + \frac{l^3}{64} + \frac{l^2}{16} + \frac{l^2}{12} + \frac{3}{4}(l^2 + 8l + 16)$ ;  $L.C.M.(1024, 256, 64, 16, 12, 4) = 3,072$ ;  $3,072V = 1,732,608 = 3l^5 + 12l^4 + 48l^3 + 2,752l^2 + 18,432l + 36,864$ ;  $F(l) = 3l^5 + 12l^4 + 48l^3 + 2,752l^2 + 18,432l - 1,732,608 = 0$ ;  $1,732,608 = 2^{13} \cdot 3^2 \cdot 23$ ;  $F(12) = 0$ ;  $l = 12, a = b = c = d = \frac{l}{4} = 3, 2r = \frac{l}{3} = 4, 2r_1 = l + 4 = 16$

(15) 今有六段共積一萬零三一七尺七五只云平立三四(乘)方面適等而爲古周五分之一周少徑五尺周爲徑七分之六問六事各幾何(理藪, p. 323)

答曰 古徑三十五尺, 古周三十尺, 四色各方面六尺

★ 사승방적  $V_1$ , 사승방면  $a$ ;  $V_1 = a^5$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $b$ ;  $V_2 = b^4$ , 입방적  $V_3$ , 입방면  $c$ ;  $V_3 = c^3$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $d$ ;  $S_1 = d^2$ , 고원A적  $S_2$ , 경  $2r$ , 주  $l = 6r$ ,  $S_2 = 3r^2$ , 고원B적  $S_3$ , 경  $2r_1$ ;  $S_3 = 3r_1^2$ 이고, 관계  $a = b = c = d = \frac{l}{5}$ ,  $l = 2r_1 - 5$ ,  $r = \frac{l}{6}$ ,  $r_1 = \frac{l+5}{2}$ 에서  $V = 10,317.75$ 척 =  $V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 + S_3 = \frac{l^5}{3,125} + \frac{l^4}{625} + \frac{l^3}{125} + \frac{l^2}{25} + \frac{l^2}{12} + \frac{3}{4}(l^2 + 10l + 25)$ ;  $L.C.M.(3125, 625, 125, 25, 12, 4) = 37,500$ ;  $37,500V = 386,915,625 = 12l^5 + 60l^4 + 300l^3 + 32,750l^2 + 281,250l + 703,125$ ;  $F(l) = 12l^5 + 60l^4 + 300l^3 + 32,750l^2 + 281,250l - 386,212,500 = 0$ ;  $386,212,500 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^5 \cdot 3,433$ ;  $F(30) = 0$ ;  $l = 30$ ,  $a = b = c = d = 6$ ,  $2r = 10$ ,  $2r_1 = 35$

(16) 今有六段共積三百尺只云平立三四(乘)方面適等而爲古徑八分之一徑少周八尺徑爲周六分之四問六事各幾何(理藪, p. 324)

答曰 古周二十四尺, 古徑十六尺, 四色方面各二尺

★ 사승방적  $V_1$ , 사승방면  $a$ ;  $V_1 = a^5$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $b$ ;  $V_2 = b^4$ , 입방적  $V_3$ , 입방면  $c$ ;  $V_3 = c^3$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $d$ ;  $S_1 = d^2$ , 고원A적  $S_2$ , 경  $2r_1$ , 주  $l = 6r_1$ ,  $S_2 = 3r_1^2$ , 고원B적  $S_3$ , 경  $2r$ ;  $S_3 = 3r^2$ 이고, 관계  $a = b = c = d = \frac{r}{4}$ ,  $2r = l - 8$ ,  $6r_1 = l$ ;  $V = 300 = V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 + S_3 = \frac{r^5}{1,024} + \frac{r^4}{256} + \frac{r^3}{64} + \frac{r^2}{16} + \frac{r^2 + 8r + 16}{3} + 3r^2$ ;  $L.C.M.(1024, 256, 64, 16, 3) = 3,072$ ;  $3,072V = 921,600 = 3r^5 + 12r^4 + 48r^3 + 192r^2 + 1,024(r^2 + 8r + 16) + 9,216r^2$ ;  $F(r) = 3r^5 + 12r^4 + 48r^3 + 10,432r^2 + 8,192r - 905,216 = 0$ ;  $905,216 = 2^{12} \cdot 221$ ;  $F(8) = 0$ ;  $r = 8$ ,  $a = b = c = d = \frac{r}{4} = 2$ .  $l = 2r + 8 = 24$ ,  $6r_1 = l$ ,  $2r_1 = \frac{l}{3} = 8$

(17) 今有六段共積四百三十五尺只云(平立三四)四色方面適等而爲古徑十分之一徑少周十尺徑爲周三分之二問各幾何(理藪, p. 326)

答曰 古周三十尺, 古徑二十尺, 四色方面各二尺

★ 사승방적  $V_1$ , 사승방면  $a$ ;  $V_1 = a^5$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $b$ ;  $V_2 = b^4$ , 입방적  $V_3$ , 입방면  $c$ ;  $V_3 = c^3$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $d$ ;  $S_1 = d^2$ , 고원A적  $S_2$ , 경  $2r$ ,  $S_2 = 3r^2$

고원B적  $S_3$ , 경  $2r_1$ .  $S_3 = 3r_1^2$ 이고, 관계  $a = b = c = d = \frac{r}{5}$ ,  $2r = l - 10 = 6r_1 - 10$ ,  $r_1 = \frac{r+5}{3}$ ,  $l = 2(r+5)$ ;  $V = 435 = V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 + S_3 = \frac{r^5}{3,125} + \frac{r^4}{625} + \frac{r^3}{125} + \frac{r^2}{25} + 3r^2 + \frac{r^2 + 10r + 25}{3}$ ;  $L.C.M.(3125, 3) = 9,375$ ;  $9,375V = 4,078,125 = 3r^5 + 15r^4 + 75r^3 + 375r^2 + 28,125r^2 + 3,125(r^2 + 10r + 25)$ ;  $F(r) = 3r^5 + 15r^4 + 75r^3 + 31,625r^2 + 31,250r - 4,000,000 = 0$ ;  $4,000,000 = 2^8 \cdot 5^6$ ;  $F(10) = 0$ ;  $r = 10$ ,  $2r = 20$ ,  $a = b = c = d = 2$ ,  $l = 2r + 10 = 30$ ,  $2r_1 = 10$

(18) 今有六段共積二十七萬二四三產尺七五只云(平立三四)四色方面適等而爲古周五分之二周少徑五尺周爲徑七分之六問各幾何(理藪, p. 328)

答曰 古徑三十五尺, 古周三十尺, 四色方面各十二尺

★ 사승방적  $V_1$ , 사승방면  $a$ ;  $V_1 = a^5$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $b$ ;  $V_2 = b^4$ , 입방적  $V_3$ , 입방면  $c$ ;  $V_3 = c^3$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $d$ ;  $S_1 = d^2$ , 고원A적  $S_2$ , 경  $2r$ , 주  $l = 6r$ ,  $S_2 = 3r^2$ , 고원B적  $S_3$ , 경  $2r_1$ ;  $S_3 = 3r_1^2$ , 관계  $a = b = c = d = \frac{2l}{5}$ ,  $l = 6r = 2r_1 - 5$ ,  $r = \frac{l}{6}$ ,  $r_1 = \frac{l+5}{2}$ ;  $V = 272,433.75 = V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 + S_3 = \frac{32l^5}{3,125} + \frac{16l^4}{625} + \frac{8l^3}{125} + \frac{4l^2}{25} + \frac{l^2}{12} + \frac{3(l^2 + 10l + 25)}{4}$ ;  $L.C.M.(3125, 12) = 37,500$ ;  $37,500V = 10,216,265,625 = 384l^5 + 960l^4 + 2,400l^3 + 6,000l^2 + 3,125l^2 + 28,125(l^2 + 10l + 25)$ ;  $F(l) = 385l^5 + 960l^4 + 2,400l^3 + 37,250l^2 + 281,250l - 10,215,562,500 = 0$ ;  $10,215,562,500 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 127$ ;  $F(30) = 0$ ;  $l = 30$ ,  $a = b = c = d = \frac{2l}{5} = 12$ ,  $2r = \frac{l}{3} = 10$ ,  $2r_1 = l + 5 = 35$

(19) 今有六段共積六千三百八十七尺只云古周平方(面)立方(面)三乘方(面)四乘方(面)較等而平方(面)爲古周二分之一古周少古徑八尺周爲徑七分之六問各幾何(理藪, p. 330)

答曰 古徑五十六尺, 古周四十八尺, 平方(面)二十四尺, 立方(面)一十二尺, 三乘方面六尺, 四乘方面三尺

★ 사승방적  $V_1$ , 사승방면  $a$ ;  $V_1 = a^5$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $b$ ;  $V_2 = b^4$ , 입방적  $V_3$ , 입방면  $c$ ;  $V_3 = c^3$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $d$ ;  $S_1 = d^2$ , 고원A적  $S_2$ , 경  $2r$ ,  $S_2 = 3r^2$ .



$$l=6r, \text{ 고원B적 } S_3, \text{ 경 } 2r_1, S_3=3r_1^2 \text{ 이고, 관계 } \frac{l}{d} = \frac{d}{c} = \frac{c}{b} = \frac{b}{a} = 2, \quad l=2r_1-8,$$

$$l=6r, \quad l=2d, \quad d=2c, \quad c=2b, \quad b=2a; \quad r_1 = \frac{l+8}{2}, \quad r = \frac{l}{6}, \quad d = \frac{l}{2}, \quad c = \frac{l}{2^2}, \quad b = \frac{l}{2^3},$$

$$a = \frac{l}{2^4}; \quad V=6387 = V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 + S_3 = a^5 + b^4 + c^3 + d^2 + \frac{l^2}{12} + \frac{3(l^2 + 16l + 64)}{4}$$

,  $L.C.M.(1048576, 12) = 3,145,728; \quad 3,145,278V = 20,091,764,736 = 3l^5 + 768l^4$   
 $+ 49,152l^3 + 768,432l^2 + 262,144l + 2,359,296(l^2 + 16l + 64); \quad F(l) = 3l^5 + 768l^4 + 49,152l^3$   
 $+ 3,407,872l^2 + 37,748,736l - 19,940,769,792 = 0; \quad 19,940,769,792 = 2^{20} \cdot 3^2 \cdot 2113;$   
 $F(48) = 0; \quad l=48, \quad 2r = \frac{l}{3} = 16, \quad 2r_1 = l+8 = 56, \quad d = \frac{l}{2} = 24, \quad c = \frac{l}{2^2} = 12, \quad b = \frac{l}{2^3} = 6,$   
 $a = \frac{l}{2^4} = 3$

(20) 今有六段共積二千四百三十二萬七三八八尺半只云四乘方(面)之於古周三乘方(面)之於四乘方(面)皆爲五分之二立方(面)之於三乘方(面)爲四分之三平方(面)之於立方(面)爲三分之二古周少古徑一十尺周爲徑八十五分之七十五問各幾何(理藪, p. 332)

答曰 古徑八十五尺, 古周七十五尺, 四乘方(面)三十尺, 三乘方(面)十二尺, 立方(面)九尺, 平方(面)九尺

★ 사승방적  $V_1$ , 사승방면  $a$ ;  $V_1 = a^5$ , 삼승방적  $V_2$ , 삼승방면  $b$ ;  $V_2 = b^4$ , 입방적  $V_3$ , 입방면  $c$ ;  $V_3 = c^3$ , 평방적  $S_1$ , 평방면  $d$ ;  $S_1 = d^2$ , 고원A적  $S_2$ , 경  $2r$ , 주  $l=6r$ ,  $S_2=3r^2$ , 고원B적  $S_3$ , 경  $2r_1$ ;  $S_3=3r_1^2$ , 관계  $a = \frac{2l}{5}, \quad b = \frac{2a}{5}, \quad c = \frac{3b}{4},$   
 $d = \frac{2c}{3}, \quad l=6r, \quad l=2r_1-10; \quad a = \frac{2l}{5}, \quad b = \left(\frac{2}{5}\right)^2 l, \quad c = \frac{3l}{5^2}, \quad d = \frac{2l}{5^2}, \quad r = \frac{l}{6},$   
 $r_1 = \frac{l+10}{2}; \quad V = 24,327,388.5척 = V_1 + V_2 + V_3 + S_1 + S_2 + S_3 = \frac{32l^5}{3,125} + \frac{256l^4}{390,625} +$   
 $\frac{27l^3}{15,625} + \frac{4l^2}{625} + \frac{l^2}{12} + \frac{3(l^2 + 20l + 100)}{4}; \quad L.C.M.(390625, 12) = 4,647,500;$   
 $4,647,500V = 24,327,388.5 \times 4,647,500 = 114,034,633,593,750 = 48,000l^5 + 3,072l^4 +$   
 $8,100l^3 + 30,000l^2 + 390,625l^2 + 3,515,625(l^2 + 20l + 100); \quad F(l) = 48,000l^5 + 3,072l^4 +$   
 $8,100l^3 + 3,936,250l^2 + 70,312,500l - 114,034,282,031,250 = 0; \quad 114,034,282,031,250 =$   
 $2 \cdot 3^2 \cdot 5^8 \cdot (16,218,209); \quad F(75) = 0; \quad l=75, \quad 2r = \frac{l}{3} = 25, \quad 2r_1 = l+10 = 85$

$$a = \frac{2l}{5} = 30, \quad b = \frac{2a}{5} = 12, \quad c = \frac{3b}{4} = 9, \quad d = \frac{2c}{3} = 6$$

(21) 今有五乘方積二倍三乘方積五倍平方積四十一倍共數內減四乘方積三倍立方積三十倍邊數五百倍餘數五百二十七萬七千二百十六問每邊數幾何(算學, p. 110)

答曰 十二

$$\star F(x) = 2x^6 - 3x^5 + 5x^4 - 30x^3 + 41x^2 - 500x - 5,277,216 = 0, \quad 5,277,216 = 2^5 \cdot 3 \cdot 7 \cdot (7,853); \quad F(12) = 0; \quad x = 12$$

(22) 今有九乘方八乘方七乘方六乘方五乘方四乘方三乘方立方平方各一其積二千四十四尺只云九事適等問各方面若干(九一, p. 639)

答曰 九事各二尺

$$\star \text{구승방적 } V_1, \text{ 방면 } a; V_1 = a^{10}, \text{ 팔승방적 } V_2, \text{ 방면 } a; V_2 = a^9, \text{ 칠승방적 } V_3, \text{ 방면 } a; V_3 = a^8, \text{ 육승방적 } V_4, \text{ 방면 } a; V_4 = a^7, \text{ 오승방적 } V_5, \text{ 방면 } a; V_5 = a^6, \text{ 사승방적 } V_6, \text{ 방면 } a; V_6 = a^5, \text{ 삼승방적 } V_7, \text{ 방면 } a; V_7 = a^4, \text{ 입방적 } V_8, \text{ 방면 } a; V_8 = a^3, \text{ 평방적 } S_1, \text{ 방면 } a; S_1 = a^2, \text{ 관계 각 방면 } a \text{ 이므로 공적 } V = 2,044 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 + S_1 = a^{10} + a^9 + a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2; \quad F(a) = a^{10} + a^9 + a^8 + a^7 + a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 - 2,044 = 0; \quad 2,044 = 2^2 \cdot 511; \quad F(2) = 0; \quad a = 2$$

(23) 今有九乘方八乘方七乘方六乘方五乘方四乘方三乘方立方平方各一其積五百三十三萬一千六百四尺只云自九乘方至平方各差二尺九乘方面最少問九事各若干(九一, p. 640)

答曰 九乘方面二尺, 八乘方面四尺, 七乘方面六尺, 六乘方面八尺, 五乘方面一十尺, 四乘方面一十二尺, 三乘方面一十四尺, 立方面一十六尺, 平方面一十八尺

$$\star \text{구승방적 } V_1, \text{ 방면 } a; V_1 = a^{10}, \text{ 팔승방적 } V_2, \text{ 방면 } b; V_2 = b^9, \text{ 칠승방적 } V_3, \text{ 방면 } c; V_3 = c^8, \text{ 육승방적 } V_4, \text{ 방면 } d; V_4 = d^7, \text{ 오승방적 } V_5, \text{ 방면 } e; V_5 = e^6, \text{ 사승방적 } V_6, \text{ 방면 } f; V_6 = f^5, \text{ 삼승방적 } V_7, \text{ 방면 } g; V_7 = g^4, \text{ 입방적 } V_8, \text{ 방면 } h; V_8 = h^3, \text{ 평방적 } S_1, \text{ 방면 } i; S_1 = i^2, \text{ 공적 } V = 5,331,604 \text{ 척} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 + S_1; \quad \text{관계 } a = b - 2 = c - 4 = d - 6 = e - 8 = f - 10 = g - 12 = h - 14 = i - 16; \quad b = a + 2, \quad c = a + 4, \quad d = a + 6, \quad e = a + 8, \quad f = a + 10, \quad g = a + 12, \quad h = a + 14, \quad i = a + 16; \quad \therefore V = 5,331,604 = a^{10} + (a+2)^9 + (a+4)^8 + (a+6)^7 + (a+8)^6 + (a+10)^5 + (a+12)^4 + (a+14)^3 + (a+16)^2 = a^{10} + a^9 + 19a^8 + 177a^7 + 1,163a^6 + 6,405a^5 + 30,523a^4 + 119,369a^3 + 354,939a^2 + 714,108a + 731,684; \quad F(a) = a^{10} + a^9 + 19a^8 + 177a^7 + 1,163a^6 +$$

$6,405a^5 + 30,523a^4 + 119,369a^3 + 354,939a^2 + 714,108a - 4,599,740 = 0$ ;  $4,599,740 = 2^2 \cdot 5 \cdot (229,987)$ ;  $F(2) = 0$ ;  $a = 2$ ,  $b = a + 2 = 4$ ,  $c = 6$ ,  $d = 8$ ,  $e = 10$ ,  $f = 12$ ,  $g = 14$ ,  $h = 16$ ,  $i = 18$

(24) 今有三乘方立方平方立圓古圓田徽圓田密圓田各一共積四十九萬五千二百二十六尺一寸二分半只云密圓徑多於古圓徑二尺不及立圓徑四尺徽圓徑多於蜜源密圓徑一尺少於立方面五分之一三乘方面多於徽圓徑一尺少於平方面四分之一問七事各若干(九一, p. 632)

答曰 三乘方面一十六尺, 立方面七十五尺, 平方面六十四尺, 立圓徑一十八尺, 古圓徑一十二尺, 徽圓徑一十五尺, 密圓徑一十四尺

★ 略解省略(문제 30 풀이 참조)

(25) 今有五乘方四乘方三乘方立方平方立圓古圓田徽圓田密圓田各一共積二千三十三萬八千六百一十九尺一寸六分半只云五乘方面少於四乘方面四尺多於徽圓徑三尺三乘方面多於四乘方面四尺少於立方面四尺五乘方面多於密圓徑二尺少於古圓徑二尺立圓徑多於古圓徑四尺少於平方面一十二尺問九事各若干(九一, p. 635)

答曰 五乘方面一十六尺, 四乘方面二十尺, 三乘方面二十四尺, 立方面二十八尺, 平方面三十四尺, 立圓徑二十二尺, 古圓徑一十八尺, 徽圓徑一十三尺, 密圓徑一十四尺

★ 略解省略(문제 31 풀이 참조)

(27) 今有九乘方八乘方七乘方六乘方五乘方四乘方三乘方立方平方古圓田徽圓田密圓田各一共積二十億九千八十四萬三千八百三十八尺六百二十八分尺之五百一十六只云九乘方面多於七乘方面四尺少於八乘方面二尺却多於六乘方面六尺却少於五乘方面八尺四乘方面多於八乘方面二尺少於立圓周十二尺九乘方面却多於三乘方面二尺却少於古圓周十尺立方面多於五乘方面四尺少於徽圓周六尺平方面多於立方面二尺少於密圓周二十二尺問十三事各若干(九一, p. 644)

答曰 九乘方面八尺, 八乘方面一十尺, 七乘方面四尺, 六乘方面二尺, 五乘方面一十六尺, 四乘方面一十二尺, 三乘方面六尺, 立方面二十尺, 平方面二十二尺, 立圓周二十四尺, 古圓周一十八尺, 徽圓周二十六尺, 密圓周四十四尺

★ 略解省略(문제 32 풀이 참조)

### 3. 結論

#### 3-1. 文獻別 分類

	九一集	理藪新編	算學正義	東算抄
立積平積合算	626, 627, 629	310, 313, 315, 316, 317		361, 363, 365
三乘方積立平積合算	632			
四乘方積三立平積合算		302, 318, 321, 323, 324, 326, 328, 330, 332		
5.4.3乘方積立平方積合算	625		110	
9.8.7, ..., 3乘方積立平方積合算	639, 640, 644			

문헌에서는 천원일술을 이용하여 해답을 구했으나 본 논문에서는 방정식의 성질을 사용하여 계산한 것이다. 차원이 다른 사물들의 부피를 합해서 사물들 사이에 대응 길이의 관계를 주어 길이를 구하는 문제로 차원을 초월한 세계에서 문제를 다룬 것으로 봐진다. 九一集과 理藪新編에서는 比重있게 취급하였다. 어쨌든지 오늘날의 수학적 시각에서 특색이 있는 것으로 생각하여 옛 사고에 접한 것이다.

### 참고 문헌

1. 韓國科學技術史資料大系
2. 九章算術
3. 한국수학사학회지
4. 한국수학사학회 Colloquium, 每月 第三週 火 17:00 漢陽女子大學 研究棟 Seminar-Room
5. 柳寅永, “默思集算法의 瑕疵,” 한국수학사학회지 제 12 권 제 2 호(1999), 63-68.
6. “ ”, “理藪新編의 管見,” 한국수학사학회지 제 13 권 제 1 호(2000), 27-32.
7. “ ”, “朝鮮王朝代의 秤法과 疋法,” 한국수학사학회지 제 13 권 제 2 호(2000), 23-32.
8. “ ”, “朝鮮王朝代 古.徽.密.新率의 圓 및 立圓積,” 한국수학사학회지 제 14 권 제 1 호(2001), 1-16.