

중형 버스의 브레이크 저더 현상 개선에 대한 해석적 고찰

Analytical Study in Brake Judder Reduction of Medium Bus

이 계섭*, 서 권희*, 국 종영*, 천 인범*
Kyesub Lee, Kwonhee Suh, Jongyoung Kuk, Inbum Chyun

ABSTRACT

Brake judder, one of low frequency vibrations in brake system, is determined by the excitation of Brake Torque Variation (BTV). The largest contributor to BTV is disc thickness variation. In this study, the static loads of brake torque at Suspension Mounting Points (SMP) are obtained by the quasi-static analysis using DADS. The dynamic loads with frequency of BTV at SMP are derived from correlation between forced vibration analysis with static loads and brake test results. And the accelerations at steering wheel were analyzed by forced vibration analysis with dynamic loads using commercial finite element program MSC/NASTRAN so that vibration characteristics of vehicle due to brake judder were investigated. Reliability of analysis results was verified through comparing the brake test results. Also, a parametric study with natural frequencies of frame, such as the 1st torsional mode and 1st bending mode, was conducted to reduce vibration amplitudes. As a result, we could detect frame natural frequency conditions to improve vibration characteristics and obtained the frame model to reduce vibration amplitude.

주요기술용어 : Brake judder(브레이크 저더), Low frequency vibration(저주파 진동), Brake torque variation(브레이크 토오크 변동), 1st torsional mode(1 차 비틀림 모드), 1st bending mode(1 차 굽힘 모드)

1. 서 론

최근 자동차의 보급이 확산되고 차량과 함께하는 시간이 길어지게 되면서, 소비자들의 차량 정숙성과 쾌적성에 대한 관심과 요구 조건이 더욱 증대되고 있다. 이에 따라 국내 자동차 업체들도 차량의 진동소음에 대하여 더

욱 많은 관심과 연구노력을 기울이고 있다.

일반적으로 차량의 진동을 유발시키는 가진 원으로는 엔진 폭발력에 의한 가진과 주행시 노면으로부터의 가진을 들 수 있으며, 이런 가진으로부터 발생되는 진동을 억제하기 위해서는 차량을 구성하는 차체, 샤시 시스템, 조향장치 등 여러 가지 시스템이 각각의 목표 강성을 유지함과 동시에 가진 주파수 및 각 시스템들의 고유 진동수 사이의 공진

* 회원, 기아자동차

(Resonance)에 의한 진동이 유발되지 않도록 설계되어야 한다.

본 연구에서는 차량에서 발생되는 여러 진동 현상 중에서 제동시 발생되는 저주파 진동 현상인 브레이크 저더에 대해서 연구하였다. 브레이크 저더 현상의 일반적인 형태는 제동 시 운전자가 큰 진폭의 진동을 차체와 스티어링 휠을 통하여 느끼게 되는데, 이러한 진동 현상은 브레이크 드럼, 디스크 휠, 허브, 타이어 등 회전 부품의 불균일성, 형상 불량 등이 가진원이 되어 브레이크 토크 변동을 유발시키고, 이 브레이크 토크 변동에 의해 브레이크 저더가 발생하게 된다.

브레이크 저더 현상을 개선하기 수단으로는 크게 3 가지로 대별된다. 첫번째로, 진동원인 드럼, 디스크 휠, 허브, 타이어 등의 회전부품 강성 및 진원도를 확보해야 한다. 두번째로, 공진계인 유압배관 내 주파수 특성을 개선해야 하고, 마지막으로 진동 전달계인 서스펜션, 각각의 마운트, 차체 등의 진동 특성을 개선하는 방법이 주로 사용되고 있다.^{1,3)}

제동시 발생되는 브레이크 저더 현상에 대한 지금까지의 연구 동향을 살펴보면, 디스크 브레이크나 드럼 브레이크에서 디스크와 드럼의 두께 변화에 따른 진동 특성에 대해서 실험적 연구³⁾와 브레이크 디스크의 런아웃과 두께 변화에 의한 저더에 대한 연구,⁴⁾ 디스크 브레이크 접촉면의 마찰 상태가 저더에 미치는 영향에 대한 연구⁵⁾가 진행되었다. 그리고, 브레이크 저더의 가진원과 전달 경로,⁴⁾ 저더에 대한 서스펜션 민감도 연구⁵⁾가 진행되었다.

본 연구에서는 제동시 SMP에 전달되는 정적하중을 동력학 해석 프로그램인 DADS을 이용한 준정적 해석¹⁰⁾을 통하여 얻고, 정적

하중을 가진력으로 하여 강제 진동 해석을 수행하였다. 다음으로, 브레이크 저더가 발생할 때 BTV에 의해 야기되는 동적하중을 고려하기 위해서 제동 시험에서 얻은 결과와 정적하중 가진에 의한 강제 진동 해석 결과를 보정(correlation)하였다. 보정 과정을 통하여 얻은 SMP에서의 동적하중을 가진으로 다시 강제 진동 해석을 수행하여, 브레이크 저더 발생시 스티어링 휠 진동 현상을 해석적으로 표현하였다. 강제 진동 해석은 상용 해석 프로그램인 MSC/NASTRAN을 이용하였다.

그리고, 브레이크 저더 현상에 의해 발생되는 스티어링 휠의 진동 특성을 개선하기 위해, 본 논문에서 고려한 차량의 프레임에 대해 정적·동적 강성을 평가한 후, 프레임 고유 진동 모드인 1차 굽힘과 비틀림 모드 발생 주파수의 변화에 따른 스티어링 휠 진동 특성의 변화 경향을 파악하였다. 이 결과를 토대로 저더 현상에 의해 발생되는 진동 특성을 개선시키는 방안에 대해 연구하였다.

2. 본론

2.1 강제 진동 해석

브레이크 저더 발생시 스티어링 휠의 진동 특성을 파악하기 위해 상용 해석 프로그램인 MSC/NASTRAN을 이용하였으며, 해석 모델은 Fig.1과 같다.

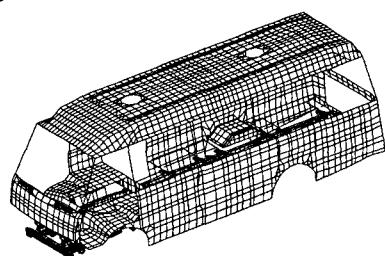


Fig. 1 Forced vibration analysis FE model

해석 모델은 BIW(Body-In-White) 및 샤시 결합체, 조향 장치, 엔진, 변속기 등으로 구성되어 있으며, 서스펜션, 타이어, 제동 장치 등은 생략하였다. BIW에서 프레스 성형 된 판넬부, 조향 장치, 샤시 결합체는 탄성 효과를 고려하기 위해 셀요소로 모델링 하였으며, 루프 및 측면, 바닥 골조는 빔 요소를 사용하여 모델링 하였다. 그리고 엔진과 변속기, 시트 등의 중량체는 Lumped mass를 이용하였다.

Fig.1의 해석 모델에 조화 함수 가진에 의한 강제 진동 방정식은 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [B]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{P(\omega)\}e^{j\omega t} \quad (1)$$

본 논문에서는 자유도 수를 줄여 효율적인 계산을 수행하기 위해 Direct method 대신에 Modal method을 이용하였다. Modal method을 이용하기 위해 먼저 다음과 같이 실제 좌표계를 모드 좌표계로 좌표 변환하여야 한다.⁹⁾

$$\{x\} = [\phi]\{\xi(\omega)\}e^{j\omega t} \quad (2)$$

여기서, 행렬 $[\phi]$ 는 진동 모드를 나타낸다. 식(2)을 식(1)에 대입하고, 또 해석에서는 감쇠효과를 무시하였으므로, 식(1)은 다음과 같은 비감쇠 강제 진동 방정식으로 바뀐다.

$$-\omega^2[M]\{\phi\}\{\xi(\omega)\} + [K]\{\phi\}\{\xi(\omega)\} = \{P(\omega)\} \quad (3)$$

여기서, ω 는 가진 주파수를 나타내며, P 는 가진력을 나타낸다.

해석에서 가진 주파수는 0~40Hz이고, 가진력 P 의 크기는 DADS을 이용한 준정적 해석에서 얻은 SMP의 제동시 반력값이다.

이 가진력 P 는 강제 진동 해석시 가진 주파수 영역에서 정적하중 형태로 하여 각 SMP을 가진하였다.

그리고, Modal method를 이용한 강제 진동

해석에서 선행되어지는 고유 진동수 해석에서 모드 추출 주파수 범위는 0~80Hz로 하였다.

강제 진동 해석후 진동량을 측정하는 응답 점은 브레이크 저더 현상에 의해 떨림 현상이 심하게 나타나는 스티어링 휠 중심으로 하였으며, 이 점에서 축 방향, 횡 방향, 수직 방향 가속도 값을 얻었다.

실제 브레이크 저더 현상이 발생할 때 SMP에서의 하중은 BTV에 의해 주파수에 따라 변화⁵⁾하고, 이런 BTV에 의한 비정상적 하중이 저더 현상을 일으키게 한다.

해석에서는 이런 비정상 진동 현상을 표현하기 위해, 제동 시험에서 얻은 스티어링 휠의 진동 결과와 정적하중 가진에 의한 강제 진동 해석 결과를 보정하여 BTV에 의해 발생하는 동적하중을 얻는다.

이렇게 해서 얻은 동적하중을 가진으로 하여 강제 진동 해석을 다시 수행하였다.

2.2 준정적(Quasi-static) 해석

차량이 제동되었을 때 각 SMP에 전달되는 하중은 동일하지 않다. 그래서, 본 연구에서는 해석의 정확도를 높이기 위해 각 SMP에서의 정적하중 값을 동력학 해석용 상용 프로그램인 DADS을 이용하여 계산하였다.

각 SMP에 전달되는 정적하중을 계산하기 위해 다음과 같은 가정을 하였다. 먼저, 제동을 했을 때 타이어의 지면 접촉점에서 사이드 슬립(Side Slip)이 발생하지 않으며, 좌우측 SMP에 발생하는 하중의 크기는 동일하다고 가정하였다.

준정적 해석에서 하중 조건은 차량 제동 조건인 축방향 감속도 0.3G와 수직방향으로 Weight Transfer 0.2G를 고려한 값으로, 각 축에 분담되는 하중을 타이어 지면 접촉점에 작

용시켰다. 준정적 해석후 각 SMP 에 전달되는 반력 값은 Fig.2 와 같다.

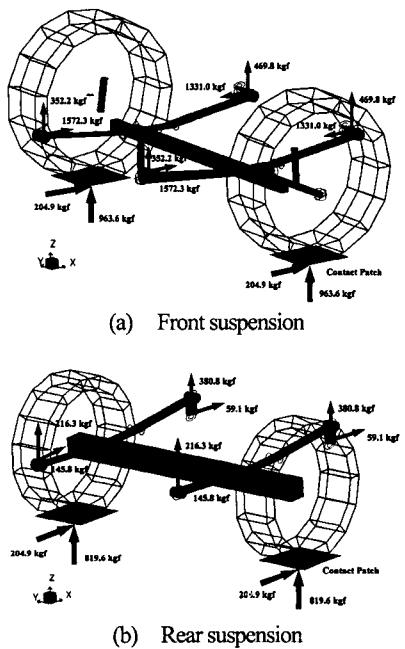


Fig. 2 Suspension dynamic model for quasi-static analysis & static loads at SMP

2.3 제동 시험

일반적으로 브레이크 저더 발생 주파수는 10~20Hz 영역으로서, 100KPH 이상으로 주행 중이던 차량이 제동에 의해 감속 중 95~85KPH 구간에서 심하게 발생되며, 스티어링 휠 진동, 브레이크 페달 맥동 뿐만 아니라 시트 진동 및 차체 진동을 유발시키는데, 특히 스티어링 휠에서 진동이 심화된다. 제동 시험은 일반 도로에서 100KPH 이상 고속 주행 중이던 차량을 0.3G 감속도로 제동할 때 저더 현상이 잘 나타나는 스티어링 휠에 Fig.3 과 같이 3 축 가속도계를 부착하여 진동량을 측정하였다. 여기서 얻은 실시간 영역의 가속도 결과는 FFT(Fast Fourier Transformation) 분석기를 이용하여 주파수 영역의 결과로 변환하였

다. FFT 분석기에 의해 변환된 주파수 영역의 가속도 결과는 Fig.5 와 같다.

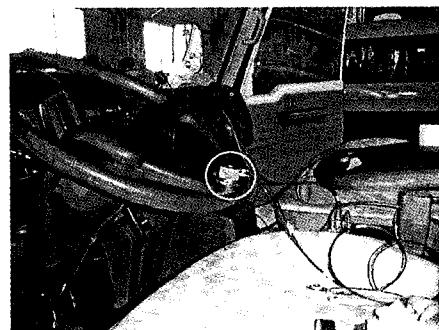


Fig. 3 Triaxial accelerometer attachment configuration

2.4 프레임 정적동적 강성 해석

브레이크 저더 현상이 발생하는 차량에서 프레임 고유 진동수, 즉 1 차 굽힘 모드와 비틀림 모드의 발생 주파수가 스티어링 휠의 진동 특성에 미치는 영향을 파악하기 전에, 본 논문의 대상 차량 프레임에 대해 정적, 동적 강성 특성을 파악하였다. 그리고, 본 연구에 사용된 차량과 유사한 차량의 프레임에 대해서 동일한 해석을 수행하여 상호 비교하였다.

두 차종의 프레임 형상은 Fig.4 와 같고, 축거 및 중량 제원은 해석 차량의 경우 3.289m 와 245.0kgf 이고, 유사 차량의 경우는 3.350m 와 272.0kgf 이다.

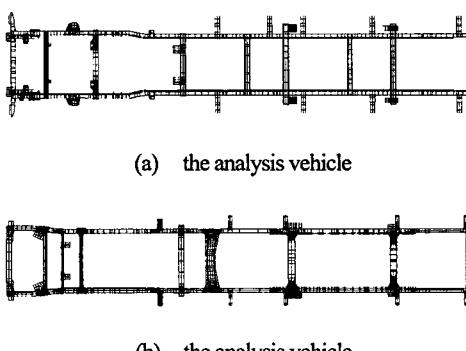


Fig. 4 Frame shape of analysis & similar vehicle

두 차량 프레임의 정적 강성 결과와 고유 진동수는 Table 1, 2 와 같다. Table 1, 2 결과에서 해석 차량 프레임의 정적 강성 특성을 보면, 유사 차량에 비해 굽힘 강성은 20.8% 정도 낮고, 비틀림 강성은 124.7% 높게 나타난다. 이에 따라 프레임의 비틀림 진동 모드의 발생 주파수대가 높아져서 굽힘 진동 모드 다음으로 비틀림 모드가 발생하였다.

일반적으로, 사다리형 프레임에서의 고유 진동 모드의 발생 순서는 비틀림 모드, 굽힘 모드 순서이다.⁸⁾

Fig.4(b) 유사 차량의 진동 모드 특성에서도 알 수 있다. 발생 순서에서도 알 수 있다. 그리고, 해석 차량 프레임의 비틀림과 굽힘 모드가 유사 차량에 비해 상당히 근접해 있어, 두 진동 모드 사이에 연성 가능성을 내포하고 있다.

Table 1 Static rigidity result of frame

구 분	굽힘 강성 (kgf · m ²)	비틀림 강성 (kgf · m ² / rad)
해석 차량	4.9×10^5	7.1×10^4
유사 차량	6.2×10^5	3.2×10^4

Table 2 Natural frequency of frame (unit: Hz)

구 분	굽힘 모드	비틀림 모드
해석 차량	20.9	22.6
유사 차량	21.8	13.6

2.5 프레임 고유 진동수 변경

프레임의 고유 진동수 변화는 크게 세가지로 구분하였다. 첫번째로 Table 3 의 case 1~3 과 같이 1 차 굽힘 모드 진동수를 고정하고 1 차 비틀림 모드 진동수를 변수로 하는 경우와 두번째로 case 4~6 처럼 비틀림 모드 진동수를

고정하고 굽힘 모드 진동수를 변경시킨 경우이다. 마지막으로, Table 4 에 나타낸 것처럼 브레이크 저더 발생 주파수인 15~20Hz 구간을 기준으로 3 등분한 구간에 1 차 비틀림과 굽힘 모드 진동수를 다르게 분포 시켰을 경우이다.

Table 4에서 □ 는 비틀림 진동 모드를, □ 는 굽힘 진동 모드를 나타낸다.

해석 차량 프레임의 동적 진동 특성을 case 1~11 과 같이 하기 위해서 프레임의 Box 형 단면 형상과 두께를 국부적으로 변경시켰으며, 국부적으로 변경된 각각의 프레임에 대해서는 MSC/NASTRAN 을 이용한 고유 진동수 해석을 통하여 고유 진동 특성을 파악하였다.

Table 3 Natural frequency of case 1~6 (unit: Hz)

구 분	case 1	case 2	case 3	case 4	case 5	case 6
굽힘 모드	20.8	20.5	20.3	19.7	22.2	23.3
비틀림 모드	18.4	15.3	12.4	22.3	22.9	22.6

Table 4 Natural frequency distribution of case 7~11

구 분	case 7	case 8	case 9	case 10	case 11
15Hz 미만		□		□	
15~20 Hz	□	□	□		
20Hz 이상			□	□	□

3. 결과 및 검토

3.1 강제 진동 해석과 제동 시험 결과

Fig.5 은 동적하중 가진에 의한 강제 진동 해석 결과와 제동 시험에서 얻은 결과를 나타낸 것이다.

이 결과는 스티어링 휠에서 주파수 변화에 따른 축, 횡, 수직방향 가속도 값을 20dB 로

표기하였다.

먼저, Fig.5(a)의 축 방향 결과를 살펴보면, 제동 시험에 의한 스티어링 휠의 진동 특성에 대해 해석 결과가 거의 동일한 경향임을 알 수 있다. 특히, 초기 제동 시험에서 브레이크 저더에 의해 스티어링 휠 진동이 심하게 나타

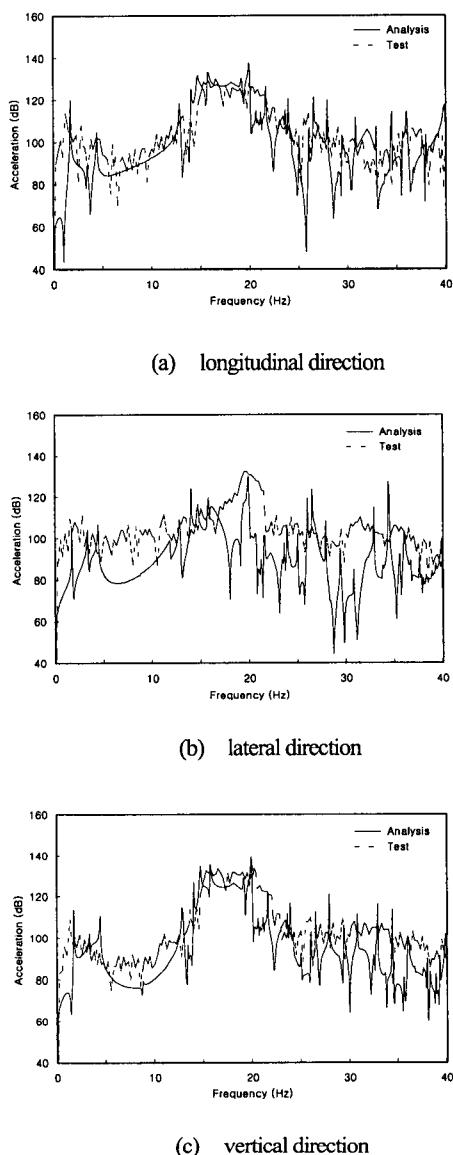


Fig. 5 Forced vibration analysis & brake test result

났던 15.0~20.0Hz 주파수대가 해석상으로도 표현이 되었으며, 이때 진동량은 126.0~129.2dB 와 130.0~135.8dB로 해석 결과가 5.0% 정도 높다.

Fig.5(c) 수직 방향 결과에서도 제동 시험에 서의 결과를 해석적으로 거의 동일하게 표현하고 있다. 진동량은 128.0~133.8dB인 시험 결과에 비해 4.0% 정도 높은 131.0~139.5dB 값을 나타내었다.

그러나, Fig.5(b)의 횡 방향 스티어링 휠 진동 특성 결과에서 최대 진동이 발생하는 주파수와 진동량은 시험의 경우 19.6Hz에서 132.3dB이고, 해석에서는 19.9Hz에서 130.1dB로 거의 비슷하나, 제동 시험에서 진동이 심하게 발생하는 17.0~21.0Hz 대에서 진동 특성은 해석 결과와 다소 차이를 보이고 있다.

이와 같은 오차의 원인을 살펴보면, SMP에 전달 되는 반력을 계산하기 위한 준정적 해석 과정에서 실제 제동시 타이어의 지면 접촉점에 나타나는 사이드슬립을 무시했기 때문으로 파악된다. 타이어의 지면 접촉점에서 사이드 슬립을 무시하게 되면 SMP에 전달되는 횡방향 반력은 0이 되고, 이는 저더 발생시 횡방향 동적 하중을 적절히 표현하지 못하게 된다.

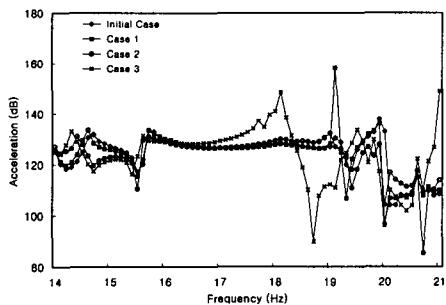
3.2 프레임 고유 진동수 변화에 따른 스티어링 휠의 진동 특성

프레임의 고유 진동수 중 1 차 굽힘 모드와 비틀림 모드 발생 주파수가 20.9, 22.6Hz인 초기 모델에 대해 Table 3, 4와 같이 고유 진동수를 변동시켜 스티어링 휠의 진동 특성의 변화 경향을 파악하였다.

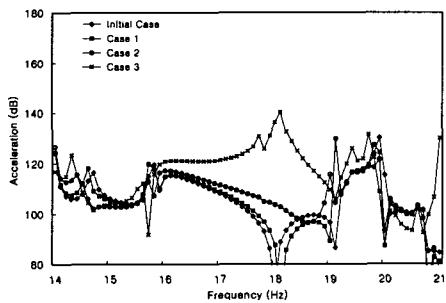
Fig.6은 초기 프레임과 case 1~3에 대한 강제 진동 해석 결과이다. case 1~3은 비틀림 모드 진동수의 영향을 살펴보기 위한 것으로,

세가지 중에서 case 2 가 진동 특성이 양호하고, 19.0~20.0Hz 주파수영역에서 초기 모델에 비해 3.0~5.0dB 정도 진동 감쇠효과를 나타내었다.

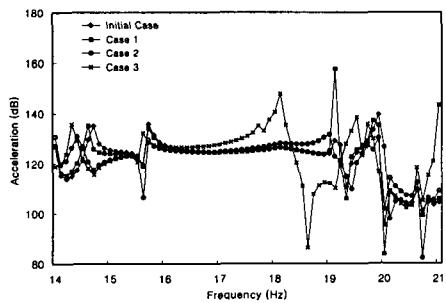
굽힘 모드 고유 진동수의 영향을 살펴보기 위한 case 4~6 의 경우, Fig.7 에 나타난 것처럼 case 5 가 다른 두 경우에 비해 진동 특성



(a) longitudinal direction



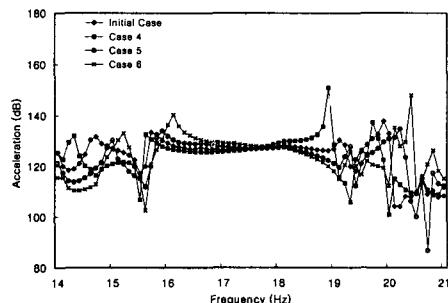
(b) lateral direction



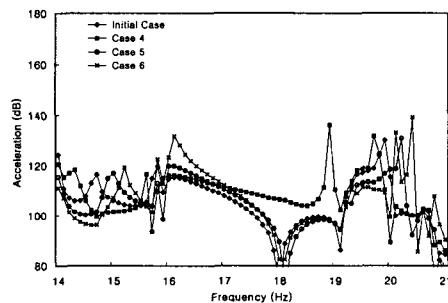
(c) vertical direction

Fig. 6 Forced vibration analysis results of case 1~3

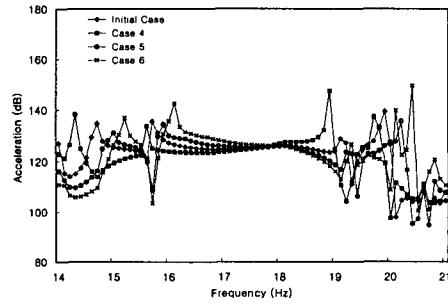
이 우수한 편이지만, 초기 모델과 비슷한 진동 특성을 나타내었다. 단지, 19.1Hz에서 발생한 최고점에서 3.0~4.0dB 정도 진동량이 감소하였을 뿐이다.



(a) longitudinal direction



(b) lateral direction



(c) vertical direction

Fig. 7 Forced vibration analysis results of case 4~6

Fig.8 결과는 저더 발생 구간을 기준으로 1 차 굽힘 모드와 비틀림 모드 고유 진동수가 Table 4 와 같이 존재하고 있을 때 스티어링

휠의 진동 특성을 보여주고 있다. 이 결과에서 보면, 비틀림 모드와 굽힘 모드가 15.6, 21.9Hz에서 발생하는 case 9가 다른 경우에 비해 진동량이 적었으며, 초기 모델에 비해 진동 특성이 개선되었다. 특히 진동이 심하게 발생하는 20.0Hz 부근에서 7.0~12.0dB 가량 감쇠효과를 나타내었다.

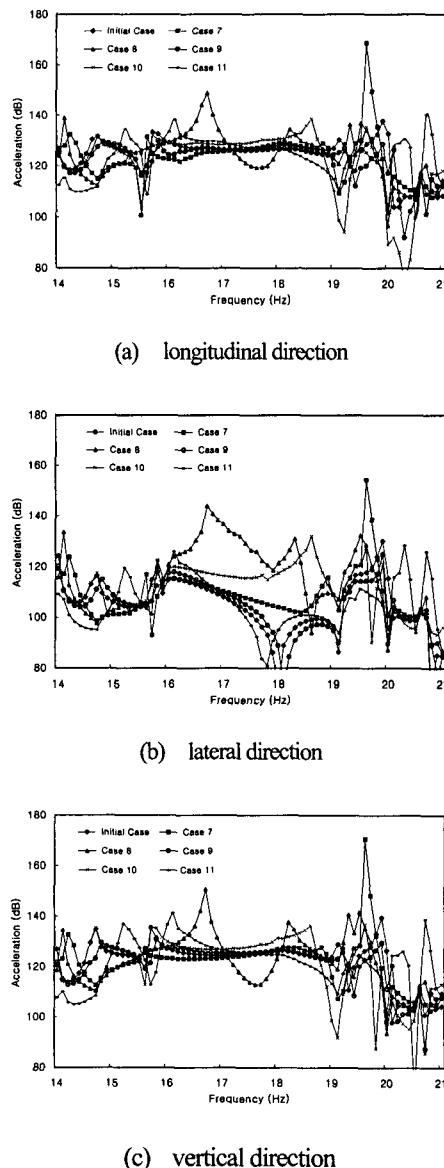


Fig. 8 Forced vibration analysis result of case 7~11

case 9는 Fig.6과 7의 결과에서 진동 특성이 양호한 case 2와 5를 조합한 경우이며, 비틀림 모드와 굽힘 모드 발생 주파수는 Table 4와 같이 분포한다. 그리고, 비틀림 모드와 굽힘 모드 발생 주파수간의 차이는 6.3Hz이다.

case 2와 5의 특징을 살펴보면, case 2는 비틀림 강성을 저하시켜 비틀림 모드 발생, 주파수를 22.6Hz에서 15.3Hz로 천이 시킨 모델이며 case 5는 굽힘 모드 주파수를 20.9Hz에서 21.9Hz로 1.0Hz 천이 시킨 경우이다. case 2와 유사하게 비틀림 모드 주파수대를 15.0Hz 이하인 12.4Hz와 13.2Hz로 천이 시킨 case 3과 case 8, 10의 경우 21.0Hz 대에서 발생한 1차 굽힘 모드가 저더 발생 주파수대에서 전체 차량의 모드 특성에 영향을 주어 16.0~18.0Hz 대 진동 특성이 나빠졌다. 굽힘 모드 발생 주파수를 23.0Hz 대로 천이 시킨 case 6, 11의 경우는 20.0~21.0Hz에서 진동량이 초기 모델에 비해 높게 발생하였다.

그리고, 저더 발생 주파수인 15.0~20.0Hz 대에 고유 진동수가 존재하는 case 1, 4, 7, 8의 경우 19.0Hz 대에서 10.0dB 이상 진동량 증폭 현상이 일어났다.

위의 결과를 종합하여 보면, 브레이크 저더 현상 측면에서 프레임의 고유 진동수는 case 9와 같이 1차 비틀림 모드 발생 주파수는 15.0Hz 대에, 1차 굽힘 모드 발생 주파수는 22.0Hz 대에 존재하는 것이 바람직하다.

case 3, 8, 10의 경우와 같이 좌우 굽힘 모드 고유 진동수가 저더 발생 주파수대에 근접한 21.0Hz에 존재하여 모드 특성에 영향을 주고, 이 영향에 의해 저더 발생 주파수대에서 진동량이 증폭되는 현상이 나타나지 않도록 하여야 한다. 실제, case 2와 9는 좌우 굽힘 모드 고유 진동수가 25.0Hz에서 존재하고, 나머지

case 1, 4, 5, 6, 7, 11 은 27.0Hz 대에 존재한다.

이런 경우에는 좌우 굽힘 모드가 저더 발생 주파수대 진동특성에 영향을 미치지 않고 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 중형 버스에서 발생하는 진동 현상 중 브레이크 저더 현상에 대해서 유한 요소 해석 방법을 이용하여 접근하였다.

해석은 상용 해석 프로그램인 MSC/NAST-RAN 을 이용하였으며, 브레이크 저더 현상에 의해 발생하는 스티어링 휠의 진동 현상을 SMP 에 전달되는 동적하중을 가진으로 하는 강제 진동 해석을 통하여 표현하였다. 본 연구에서 수행한 해석 결과의 검증을 위해 제동 시험에서 얻은 결과와 비교·검토하였고, 해석 결과의 타당성을 입증하였다.

그리고, 프레임의 고유 진동수를 변수로 하는 연구를 통하여 저더 현상 측면에서 프레임의 1 차 비틀림 모드, 1 차 굽힘 모드, 1 차 좌우 굽힘 모드의 발생 주파수 조건을 규명하였다. 이 조건에 의해 비틀림 모드와 굽힘 모드 고유 진동수가 15.6, 21.9Hz 이고, 좌우 굽힘 모드가 25.1Hz 인 프레임을 적용한 차량은 초기 모델의 스티어링 휠 진동량을 7.0~12.0dB 가량 감쇠 시켰다.

참 고 문 헌

- 1) A. de Vries, M. Wagner, "The Brake Judder Phenomenon", SAE 920554, 1992.
- 2) T. Shoda, M. Nishi, "The Brake Judder Analysis of the Heavy Duty Vehicle", 自動車技術會, 911009, 1991.
- 3) M. K. Abdelhamid, "Brake Judder Analysis: case studies", SAE 972027, 1997.
- 4) S. Gassmann, H. G. Engel, "Excitation and Transfer Mechanism of Brake Judder", SAE 931880, 1993.
- 5) 김순근, 유영일, 박근영, "Parametric Study on Sensitivity of Suspension to Brake Judder using Multi-body Dynamics Model", 사내국제학술대회 발표 논문집 No.5, pp.128-134, 1999.
- 6) 윤승원, 한만철, "브레이크 디스크의 런아웃과 두께 변화에 의한 이상 멀림 현상에 관한 연구", 한국자동차공학회 논문집 9937 0070, 제 7 권 제 2 호, pp.378-386, 1999.
- 7) K. J. Lee, R. B. Dinwiddie, "Conditions of Frictional Contact in Disk Brakes and their Effects on Brake Judder", SAE 980598, 1998.
- 8) 한국자동차공학회, 자동차기술핸드북 제 2 권 설계편-차체-, pp. 277-348, 1996.
- 9) MSC/NASTRAN Basic Dynamic Analysis User's Guide, The Macneal-Schwendler Corporation, 1993.
- 10) DADS User's Guide, Rev 9.5, LMS CADSI Inc., 1999.