

철도차량용 휠 플레이트의 응력해석 및 형상설계에 관한 연구(2)

A Study on the Shape Design and Stress Analysis of Wheel Plate for Rolling Stock (2)

성기득*, 양원호**, 조명래***, 정기현****
Kideug Sung, Wonho Yang, Myoungrae Cho, Kihyun Chung

ABSTRACT

The mechanical stress due to the wheel-rail contact and thermal stress due to the drag braking increase the incidence of wheel failure. So, firstly, stress analyses(mechanical, thermal and combined stress) of wheel plate are performed using 3-dimensional finite element method(FEM). Secondly, the optimum design of wheel plate is investigated in order to reduce weight of the wheel based on results of stress analysis. The optimum design is performed using 2-dimensional axisymmetric F.E. model and its results are verified by 3-dimensional F. E. model.

주요기술용어 : Rolling stock(철도차량), Wheel plate(휠 플레이트), Mechanical load(기계적하중), Thermal load(열하중), Combined load(복합하중), Optimum design(최적설계)

1. 서론

철도차량은 육상기관 중 대량수송성, 고속성, 저공해성 등 다른 교통기관에 비하여 우수한 점을 가지고 있어 현재와 같이 보급발전 되어 왔다. 철도차량을 안전면에서 본다면 주행의 기본이 되는 휠과 레일의 상호 운동작용이 가장 중요하다

고 할 수 있다. 이 중 휠에 관련되어, 철도차량의 탈선사고를 방지하기 위해 기계적하중(Mechanical load)과 열하중(Thermal load)을 받게 되는 휠의 강도평가와 안정적 설계능력의 개발이 중요한 연구과제로 대두되고 있는 실정이고 그 연구결과로 철도운행조건외의 향상과 안전운행은 물론, 기술자립을 통해 경제적 이득이 파생될 것으로 예상된다. 휠에 관련된 연구로서 휠의 응력해석과 형상설계는 수치해석과 실험을 통해 많은 연구가 수행되어 왔다.^{1,7) Yamamura¹⁾}는 유한요소법과 실험을 통하여 기계적하중(Mechanical load) 및 열하중(Thermal load)에

* 회원, 구미1대학 컴퓨터응용기계설계과

** 회원, 성균관대학교 기계공학부

*** 회원, 인덕대학 기계설계과

**** 회원, 성균관대학교 기계설계과 대학원

의해 플레이트의 굴곡정도에 따른 휠의 응력변화를 구하여 경량화된 형상의 휠을 제안하였다. Benjamin 등⁶⁾은 실험을 통해 직선형 플레이트 휠 플레이트 강도에 대하여 설계하였다. 그러나 Yamamura¹⁾는 유한요소해석 시 실제 접촉하중보다는 단순히 집중하중으로 가정하였고 열응력 해석 시 정상상태에서 해석하였으므로 실제 결과와는 차이를 보인다. Benjamin 등⁶⁾의 연구는 직선형대의 휠 플레이트 형상을 사용하여 실험하였으므로 SSW1 (Standard S-shape Wheel) 휠 처럼 플레이트가 곡면형인 휠과는 차이가 있을 것으로 생각된다.

이에, 본 연구에서는 앞서 연구되어진 SSW1 휠의 2차원 응력해석 및 최적설계를 한 이정화 등⁸⁾의 연구에 이어, 좀더 실제조건에 맞는 모사 (Simulation)를 하여 휠 플레이트의 응력해석 및 최적형상을 제시하고자 한다. 우선, 휠 플레이트의 응력분포를 구하기 위해서 3차원 유한요소해석을 통해 휠 플레이트의 기계적응력 (Mechanical stress)과 열응력(Thermal stress) 및 기계적하중과 열하중을 동시에 받는 복합하중(Combined load)에 대한 응력해석을 수행한다. 이어서, 3차원 응력해석 결과를 토대로 경량화를 목적으로 한 휠 플레이트의 최적설계를 수행한다. 이때, 휠 플레이트의 최적설계는 2차원 축대칭 모델을 이용하고, 최적설계 결과에 대한 효율성은 3차원 유한요소모델을 이용하여 검토하고자 한다.

2. 휠 플레이트의 응력해석 (3차원 유한요소해석)

본 연구에서 휠은 현재 우리나라에서 사용되고 있는 SSW1(Standard S-shape Wheel) 휠이며, 접촉을 이루는 레일은 60kg 레일이다. 유한요소해석을 위한 모델링은 PATRAN 7.0을 사용하였고 해석은 ABAQUS 5.8을 사용하였다.

2.1 기계적응력(Mechanical Stress) 해석

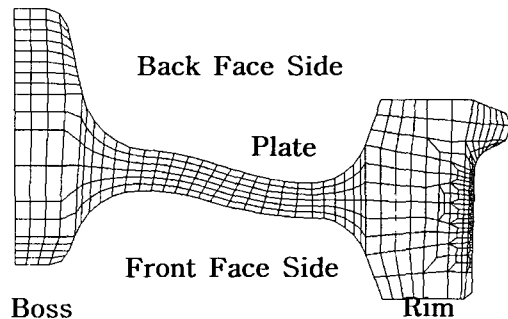


Fig. 1 Section of 3-dimensional finite element model

2.1.1 해석모델 및 해석방법

Fig. 1은 SSW1 휠 플레이트의 응력해석을 위한 3차원 유한요소 모델의 단면을 나타낸 그림이다. 그림에서와 같이 휠은 크게 보스(Boss)부와 플레이트(Plate)부 그리고 림(Rim)부로 구성되어 있다. 기계적응력 해석을 위해서 사용된 물성치 탄성계수(Young's modulus) $E=206$ GPa, 프아송 비(Poisson's ratio) $\nu=0.3$ 이며, 구속조건은 실제 축과 휠은 억지끼워 맞춤을 하기 때문에 휠과 축이 만나는 부분에 대해서 완전히 구속을 하였다. 하중조건은 축중을 이용하여 간단히 계산할 수 있는 헤르찌언 접촉이론⁹⁾에 의하여 계산된 반타원형 분포하중을 가하였다. 이때 사용된 축중은 최적설계 적용을 고려하여 국유철도 건설규칙¹⁰⁾에 따라 가장 가혹한 조건인 11ton을 주었다.

2.1.2 해석결과

응력해석 결과는 휠 플레이트의 앞부분(Front face side)과 뒷부분(Back face side)으로 나누어 나타내었고 휠 플레이트의 앞부분은 FFS로 표현하였으며 뒷부분은 BFS로 표현하였다. Fig. 2는 축의 중앙에서 반경방향으로 떨어진 위치에 따른 Von Mises 응력을 나타낸 그림이다. FFS의 경우는 보스(Boss)와 플레이트가 연결되어 있는 허브필렛(Hub fillet)부와 림(Rim)과 플레

이트가 연결되어 있는 림필렛(Rim fillet)부 두곳에서 최고응력이 나타났으며, BFS의 경우는 림 필렛부에서 최고응력이 나타났다. 그렇지만, 전체적으로 기계적하중에 의한 휠 플레이트의 응력은 아주 작게 나타났다. 이것은 휠의 일부분만을 가지고 해석한 Yamamura¹⁾의 해석 결과 값과 비슷하다. 즉, 휠 플레이트는 기계적하중에 의해 발생하는 응력은 아주 적다는 것을 알 수 있다.

2.2 열응력(Thermal Stress) 해석

2.2.1 해석모델 및 해석방법

열응력에 사용된 물성치는 Table 1과 같다. 구속조건은 기계적응력 해석과 같이 축과 만나는 부분을 완전히 구속하였다. 열하중도 최적설계 적용을 고려하여 가혹한 조건으로서 기존의 참고 문헌^{1,5,8,11,12)}을 고려하여 휠 담면부에 25초 동안에 최고 온도가 230°C까지 올라가는 것으로 설정하였다. 열전달은 전도와 대류를 고려하였으며 해석은 정상상태가 되면 끝나도록 하였다.

2.2.2 해석결과

휠 플레이트에 대한 과도(Transient) 열응력 해석 결과, 9360초 정도에서 정상상태가 되었으며, 가장 큰 응력을 나타낸 시점에 대해서 결과를 나타내었다. Fig. 3은 열 하중에 의한 Von Mises 응력을 반경방향으로 나타낸 그림이다. FFS는 허브필렛에서 가장 큰 응력이 나타났고, BFS는 림필렛부에서 가장 큰 응력이 나타났다. FFS의 허브필렛부가 BFS의 림필렛부보다 더 큰 응력이 나타났고 전체적인 경향은 기계적하중의 결과에 비해서 아주 큰 응력이 나타났다. 즉, 열하중에 의한 휠 플레이트 응력은 기계적하중에 비해서 아주 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

2.3 복합하중(Combined load)에 의한 응력해석

2.3.1 해석모델 및 해석방법

하중은 기계적하중과 열하중이 동시에 휠 담면부에 가해지는 것으로 설정하였고 하중의 크기, 구속조건 및 해석에 사용된 물성치는 기계적응력 해석 및 열응력 해석과 동일하다.

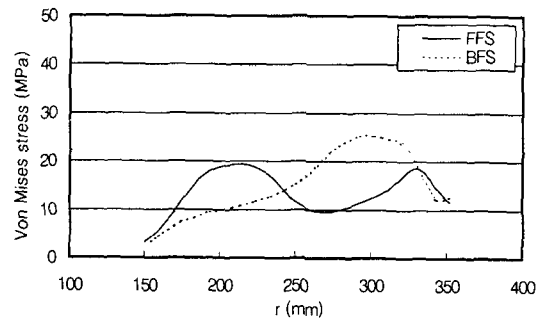


Fig. 2 Von Mises stress distribution in wheel plate radius due to the mechanical load

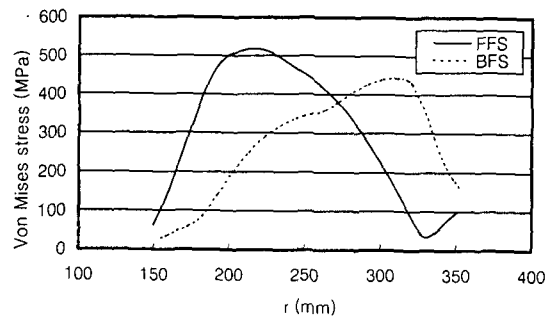


Fig. 3 Von Mises stress distribution in wheel plate radius due to the thermal load

Table 1 Thermal properties of wheel

T (°C)	ρ ($\text{kg} \cdot \text{mm}^{-3}$)	α ($10^{-6} \cdot ^\circ\text{C}$)	c ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$)	k ($\text{W} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$)
0	7.86×10^{-6}	1.06×10^{-5}	434.0	4.83×10^{-2}
100	7.818×10^{-6}	1.13×10^{-5}	473.2	4.64×10^{-2}
200	7.785×10^{-6}	1.19×10^{-5}	512.4	4.46×10^{-2}
300	7.753×10^{-6}	1.26×10^{-5}	551.6	4.27×10^{-2}
400	7.720×10^{-6}	1.32×10^{-5}	590.8	4.08×10^{-2}

※ T : Temperature

- ρ : density
- α : coefficient of thermal expansion
- c : specific heat
- k : thermal conductivity

※ Initial temperature = 23.3°C
 Convection coefficient
 = 2.3×10^{-5} ($W \cdot mm^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$)

2.3.2 해석결과

Fig. 4는 기계적하중과 열하중이 동시에 가해지는 복합하중이 작용할 때 휠 플레이트의 Von Mises 응력을 나타낸 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 경향이 열응력의 해석결과와 거의 유사한 것을 볼 수 있다. 그 이유는 복합하중의 경우 기계적하중에 의해서 발생하는 응력이 미소하여 열하중에 의하여 발생하는 응력에 크게 영향을 미치지 못하기 때문이다. Figs. 5, 6은 복합하중에 의한 응력해석 결과와 열하중에 의한 응력 해석 결과를 비교하기 위하여 나타낸 그림이다. 앞에서 언급했듯이 그 경향이 거의 유사하고, 전체적으로 최대응력은 복합하중 시의 경우가 더 작게 나타났다. 그 이유는 이정화의 연구결과⁸⁾와 마찬가지로 기계적하중과 열하중에 의해 나타나는 응력성향이 서로 반대이기 때문이다.

열하중에 의해 발생하는 응력이 복합하중에 의해 발생하는 응력보다 큰 이러한 경향은 최적설계에 있어서 적합하게 고려되어야 할 것이다.

3. 휠 플레이트의 최적설계

본 연구에서는 3차원 최적설계 시 오랜 해석시간 소요와 설계변수의 변화에 따른 모델링 구성의 어려움 점들을 해결하기 위해서 2차원 축대칭 유한요소모델을 이용하여 최적설계를 수행하였다. 이때 열하중에 의한 해석은 기하학적인 형상과 하중이 2차원 축대칭 모델과 같으므로 2차원 모사에 문제가 없다. 그러나 기계적하중에 의한

해석은 기하학적인 형상은 같지만, 하중형태는 축대칭이 아니므로 하중 값을 3차원과 같은 값을 사용할 수가 없다. 그래서 3차원 해석에서의 기계적하중에 의한 최대응력값과 같은 응력이 발생되도록, 하중 값을 바꾸어 2차원 축대칭 모델에 적용하였다. 이때 3차원 해석 시와 2차원 해석 시의 결과를 비교한 결과 거의 유사한 응력분포(부분적으로 최대 5%정도 차이)가 나타났다.

그리고 최적설계 결과를 3차원으로 검증하는 경우에 약간의 오차(결론적으로 최대 7%)가 발생할 수 있겠지만, 기계적하중에 의한 응력은 열하중에 의한 응력보다 매우 낮기 때문에 전체적인 최적설계에 있어서 문제가 되지 않을 것으로 생각한다.

최적설계를 위한 프로그램은 ADS를 사용하였으며 알고리즘은 이정화⁸⁾의 논문과 동일하다.

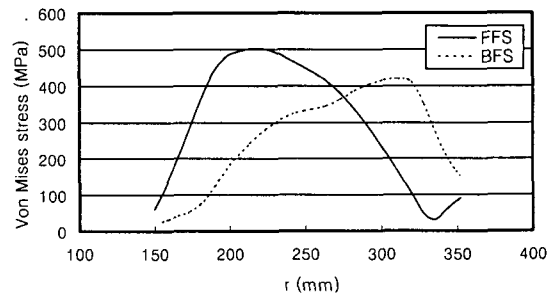


Fig. 4 Von Mises stress distribution in wheel plate radius due to the combined load

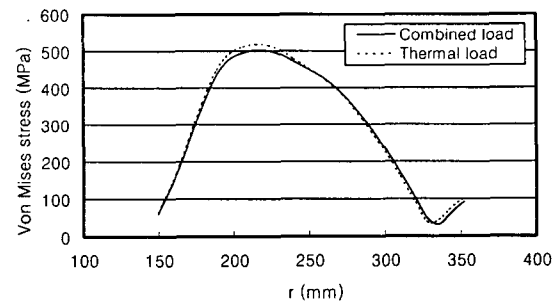


Fig. 5 Comparison of Von Mises stress distribution in wheel plate radius on FFS

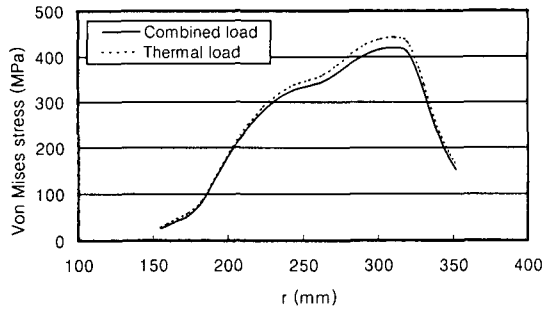


Fig. 6 Comparison of Von Mises stress distribution in wheel plate radius on BFS

3.1 최적설계 문제의 정의

철도차량용 휠은 운행 중에 발생할 수 있는 휠-레일간의 접촉하중과 제동 시 발생하는 제동열에 의해 플레이트의 필렛부(허브필렛, 림필렛)에서 큰 응력집중 현상이 발생하는데, 응력의 크기 및 분포양상은 양측면의 형상과 플레이트의 길이에 따라 매우 민감하게 변화하므로 양측면의 형상과 플레이트의 길이를 결정하는 것이 최적화의 관건이라고 볼 수 있다. 휠의 경량화를 위한 최적설계 시, 플레이트의 필렛부에서 곡률반경의 증가는 응력집중을 완화시키지만, 경제성을 고려하여 볼 때 바람직한 대책은 아니다. 그러므로, 본 연구에서는 현재 휠의 전체반경치수를 그대로 유지하면서 곡률반경을 최적화하여 경량화의 방법을 강구하고자 하였다. 또한 복합하중에 의한 응력발생이 열하중에 의한 응력보다 낮다는 위의 해석결과를 바탕으로, 최적설계 시에 기계적하중에 의한 구속조건(Constraint)과 열하중에 의한 구속조건 둘다 만족되도록 구속조건을 설정하였다.

3.2 문제의 정식화

$$\text{Minimize \{ Volume \}} \\ \vec{x}$$

Subject to

$$g^m(i) = \sigma_i^m - \sigma_{\max}^m \leq 0 \quad (i=1, \dots, 48)$$

$$g^t(i) = \sigma_i^t - \sigma_{\max}^t \leq 0 \quad (i=1, \dots, 48)$$

$$\vec{x}_i^l < \vec{x}_i < \vec{x}_i^u \quad (i=0, \dots, 20)$$

$$\vec{x}_0 \sim \vec{x}_{19} : z \text{ coordinate of control point} \\ (C_0 \sim C_{19})$$

$$\vec{x}_{20} : r \text{ values to change the plate length}$$

3.3 목적함수 및 설계구속조건

경량화 및 경제성 고려의 측면에서 휠의 전체 체적을 목적함수로 설정하였다. 구속조건(Constraint ; g)은 가혹한 조건에서 해석한 2장에서의 응력해석 결과를 바탕으로 각각에 대해서 가장 큰 Von Mises 응력(기계적응력: σ_{\max}^m , 열응력: σ_{\max}^t)을 구속조건으로서 설정하였다.

3.4 설계변수

휠단면 중 플레이트위의 곡률이 연속성을 유지하면서 자유롭게 변할 수 있는 곡선을 사용해야 하므로 조정점(Control point)의 위치변화에 따라 곡선의 형태를 자유로이 조절 할 수 있는 3차, 10조정점의 B-spline곡선을 사용하여 양측면 외곽형상을 표현하고자 하였다. 이 곡선은 조정점의 미세한 변화에도 민감하게 반응하면서도 첨예점을 발생시키지 않는 융통성이 매우 큰 곡선으로서, 통상 사용되는 해석곡선으로 표현 할 수 없는 자유형상의 표현에 적합하며, CNC공작기계의 출현으로 생산에의 적용이 용이한 매우 유용한 설계수단이라고 할 수 있다. Fig. 7에서 보는바와 같이 설계변수 \vec{x} 는 B_spline곡선의 개형을 결정하는 조정점의 z좌표와 전체 휠 반경은 변화하지 않고 플레이트의 길이를 유동적으로 움직일 수 있게 하는 임의의 r방향 변수로 설정하였다. 그리하여 FFS에서 10개 조정점의 z좌표와 BFS에서

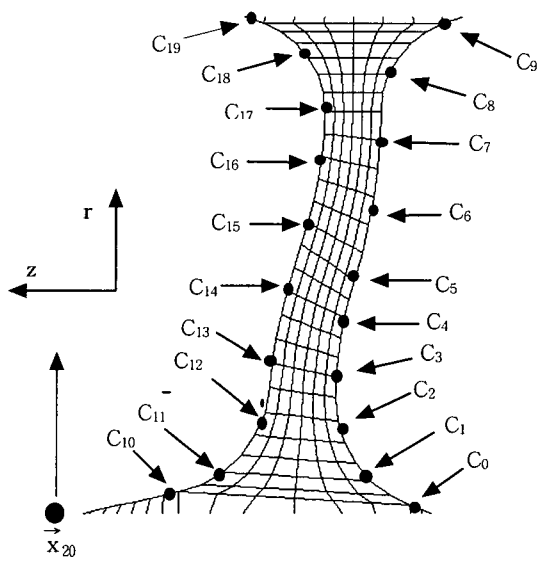


Fig. 7 Control points in the wheel plate

10개 조정점의 z좌표변화가 외곽형상을 구성하는데 관여하고 1개의 r방향변수가 전체 휠의 부피변화를 제어하는 인자로 사용된다. 결정되는 형상이 실제 휠에 적용 가능한 현실적인 모양이 되도록 각각의 설계변수의 한계(\vec{x}_i^l, \vec{x}_i^u)를 정하였다.

3.5 최적화 결과

Fig. 8은 최적화된 휠 형상과 기존의 형상을 서로 비교한 것으로 설계변수인 조정점의 z좌표가 변화함에 따라 휠 플레이트의 외곽형상이 결정됨을 알 수 있다. 전반적으로 휠 전체의 길이는 변화하지 않는 상태에서 플레이트 중앙의 곡률반경이 크게 변화하고 플레이트의 길이가 증가하며 보스부의 면적이 감소하는 형태를 나타낸다. 최적화된 휠의 부피는 기존의 SSW1 휠 0.449 m³에서 0.422 m³으로 약 6%정도 줄었다.

Table 2에서 기존의 SSW1 휠과 최적화된 휠에 대한 조정점(Control point)의 변화를 나타내었다.

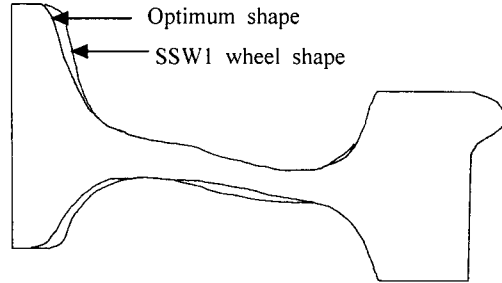


Fig. 8 Comparison optimum shape with SSW1 wheel shape

Table 2 Variation of the control points

FFS		C ₀	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉
r(mm)		141.7	147.5	169	194.9	224.6	250.9	286.8	319.5	335.2	351
z (mm)	SSW 1	31.1	44.7	70.2	77	74	67	59.8	57.9	53.2	37.6
	New	31.1	45.7	74.9	78.4	76.3	74.9	64.8	62.1	57.1	38.6

BFS		C ₁₀	C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₁₄	C ₁₅	C ₁₆	C ₁₇	C ₁₈	C ₁₉
r(mm)		141.7	153.3	173.9	197.9	235.2	264.9	293.1	320	336.8	351.3
z (mm)	SSW 1	195.7	144.2	113.6	105.1	99	89.9	83.6	82.2	87.8	.031
	New	195	144.1	113.5	105	94.5	83.9	84.6	81.4	87.7	.021

4. 최적화결과에 대한 효율성검토 (3차원 유한요소해석)

2차원 축대칭 모델을 이용하여 최적화한 휠에 대하여 3차원 유한요소모델을 이용하여 효율성검토를 수행하고자 한다. 유한요소해석 시 해석방법은 2절에서의 해석방법과 동일하다.

4.1 기계적응력의 비교

Figs. 9, 10은 FFS와 BFS에서의 휠 반경에 따른 Von Mises 응력을 비교한 그림이다. 휠 플레이트의 형상 변화에 의해 FFS의 경우는 최고 응력이 나타나는 위치가 오른쪽으로 이동되었고, BFS의 경우는 왼쪽으로 약간 이동되었다. 그리

고 FFS의 경우는 최적설계 시의 구속조건을 만족하는 범위에서 기존보다 대체로 크게 응력이 나타났고, BFS의 경우는 약 7%정도 구속조건을 넘어서면서 기존보다 응력이 크게 발생하였다. 이 오차는 2절에서 언급한것과 같이 3차원 모델을 2차원 모델로 모사 과정에서 나타난 오차라 생각한다. 그렇지만, 기계적응력은 열응력에 비해 아주 낮아 휠 플레이트에 미치는 영향이 적으므로, 이 정도 응력은 경량화를 위한 최적설계에 있어서 거의 무시할 만하다고 볼 수 있다.

4.2 열응력의 비교

최적화된 휠 플레이트에 대한 과도 (Transient) 열응력 해석 결과, 9480초 정도에서 정상상태가 되었다. Figs. 11, 12는 가장 큰 응력이 나타나는 시점에 대해서 기존의 SSW1 휠과 최적화된 휠의 열응력 해석결과를 비교한 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 가장 큰 응력이 나타나는 시점에서 휠 플레이트 전반적으로 응력이 약간 낮게 나타나는 것을 볼 수 있다. 가장 큰 응력이 발생하는 시점에서 플레이트 전반에 걸쳐 응력이 낮게 나타나는 이 결과는, 열응력이 기계적응력에 비해 휠 플레이트에 대해서 큰 영향을 미친다는 것을 생각할 때 만족스러운 결과라고 볼 수 있다.

4.3 복합하중에 의한 응력해석 비교

기계적하중과 열하중을 동시에 받는 경우는 2절에서 언급해듯이 두 응력성향이 반대여서 열하중보다 응력이 낮게 나타났다. 그리고 Figs 13, 14는 이 결과를 기존의 SSW1 휠과 비교한 그림이다. 그림에서 보는 바와 같이 열응력의 비교를 한 4.2절과 거의 비슷한 결과이다.

최적화된 휠의 형상은 비록 기계적응력 면에서는 기존보다 약간 크게 발생하였지만, 열응력에 비해 아주 작은 값이므로 무시 할만하고, 휠이 경량화가 됨으로써 경제적인 면과 차량속도 면에서 유리한 장점을 가진다. 또한 철도차량의 브레이

크 시, 실제 휠은 복합하중을 받는 경우이므로 최대응력이 나타나는 시점을 기준으로 한다면 전체적으로 휠 플레이트에서 응력의 감소효과를 가져오므로 바람직한 휠의 형상이라고 볼 수 있다.

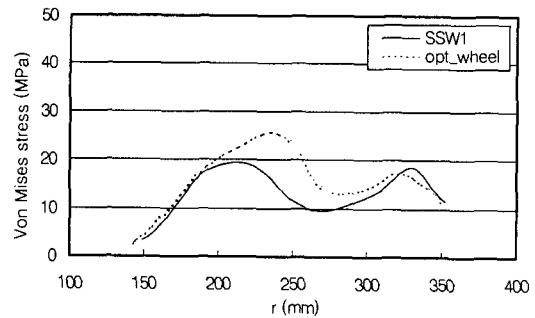


Fig. 9 Comparison of Von Mises stress distribution in wheel plate radius on FFS due to the mechanical load

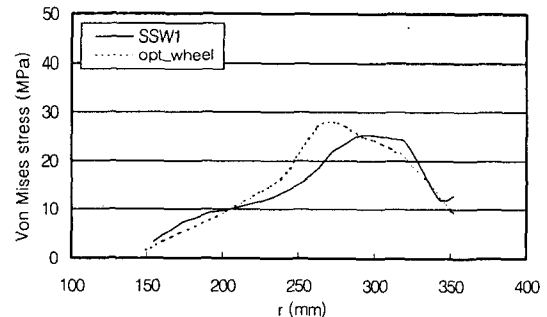


Fig. 10 Comparison of Von Mises stress distribution in wheel plate radius on BFS due to the mechanical load

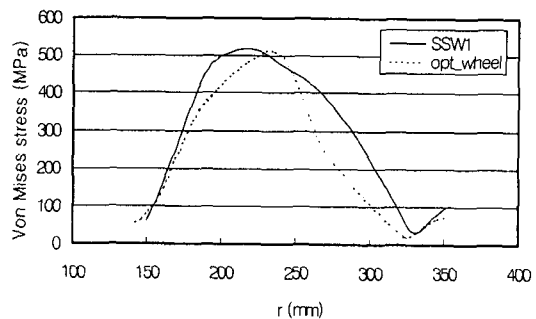


Fig. 11 Comparison of Von Mises stress distribution in wheel plate radius on FFS due to the thermal load

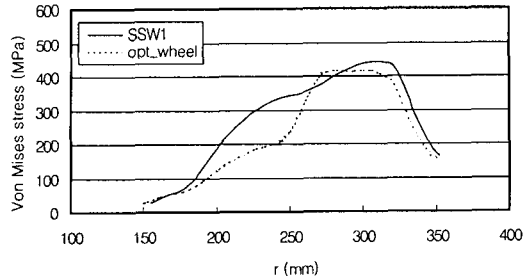


Fig. 12 Comparison of Von Mises stress distribution in wheel plate radius on BFS due to the thermal load

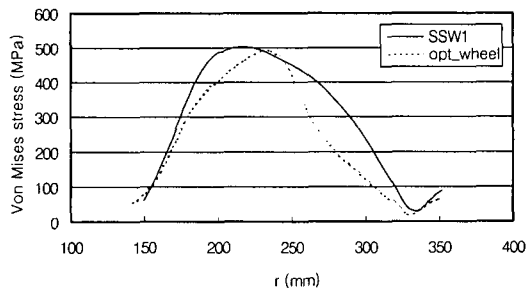


Fig. 13 Comparison of Von Mises stress distribution in wheel plate radius on FFS due to the combined load

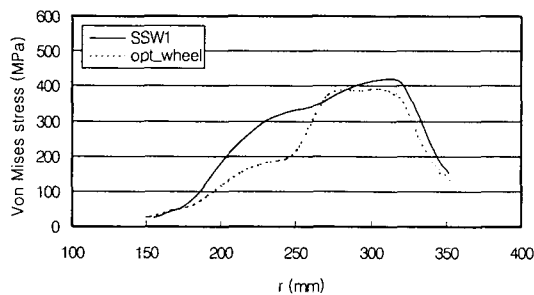


Fig. 14 Comparison of Von Mises stress distribution in wheel plate radius on BFS due to the combined load

5. 결론

3차원 유한요소법을 이용한 철도차량용 휠 플레이트의 응력해석을 수행하고, 이를 바탕으로 경량화를 위한 최적설계를 수행한 결과 다음과 같은 결과를 얻었다.

1) 열하중에 의해 발생하는 휠 플레이트의 응력은 기계적하중에 의해 발생하는 응력보다 매우 크므로 설계 시에 열하중에 의한 영향을 고려해야 한다.

2) 열하중에 의한 휠 플레이트의 취약부위는 FFS의 경우 허브플랫부이고 BFS의 경우 림플랫부이다. FFS의 허브플랫부가 BFS의 림플랫부보다 더 큰 응력이 발생된다.

3) 휠 플레이트에서 발생하는 응력은 기계적하중과 열하중의 응력성향이 서로 반대여서, 복합하중에 의한 응력은 열하중에 의한 응력보다 더 작게 나타난다.

4) 본 연구에서의 최적설계 방법은 기존의 연구보다 실제조건을 잘 모사한 최적설계 방법이며, 다른종류의 휠과 레일에 유사하게 적용이 가능하다.

5) 본 연구에서 제안된 휠은 브레이크 시의 실제조건인 복합하중을 받는 경우, 최대응력이 발생하는 시점에서 응력의 감소효과를 가져왔으며 또한 경량화 됨으로써 경제적인 효과와 속도증가의 면에서 유리한 잇점을 가진다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

- 1) Y. Yamamura, "New Light Corrugated Wheel", Sumitomo Metal Industries, 1991.
- 2) R. Lunden, "Contact Region Fatigue of Railway Wheels Under Combined Mechanical Rolling Pressure and Thermal Braking Loading", Proceedings of the 3rd International Conference on Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, pp.57-70, 1990.

- 3) M. R. Johnson, R. E. Welch, K. S. Yeung, "Analysis of Thermal Stresses and Residual Stress Changes in Railroad Wheel Caused by Severe Drag Braking", *Journal of Engineering for Industry*, Feb., pp.18-23, 1977.
- 4) C. A. Sciammarella, I. E. El Gindy, "Failure Analysis of CH36 Railroad Wheels Subjected to Drag Braking", *Fracture Prevention In Energy and Transport System*.
- 5) 정태은, "철도차량용 차륜의 열응력해석", 한국자동차공학회 춘계학술대회, pp. 441-446, 1988.
- 6) G. N. Benjamin, J. P. Bruner, D. M. Bench, "Analysis of Residual, Thermal, and Loading Stresses in a B33 Wheel and Their Relationship to Fatigue Damage", *Journal of Engineering for Industry*, pp. 249-258, 1967.
- 7) "Procedure for the Analytic Evaluation of Locomotive and Freight Car Wheel Design", Association of American Railroads Mechanical Division, 1984.
- 8) 이정화, 양원호, 조명래, 성기득, "철도차량용 차륜의 최적형상설계에 관한연구", 대한기계학회논문집, 제23권, 제 12호, pp.2260-2266, 1999.
- 9) H. L. Whittemore. S. N. Pertrenko, *Tech. Bureau Standards*, No. 201, 1921
- 10) "국유철도 건설규칙", 교통부령 제552호, p.292.
- 11) L. Ramanan, R. K. Kumar, R. Sriraman, "Thermo-mechanical Finite Element Analysis of a Rail Wheel", *International Journal of Mechanical Sciences*, 41, pp. 487-505, 1999.
- 12) 권석진, 이우동, "전동차용 제륜자의 마찰특성에 관한 실험적 연구", 대한기계학회 추계학술대회 논문집A, pp.208-213, 1999.