

평판 핀 열교환기의 성능 향상을 위한 변형된 평판 핀에 대한 해석

Analysis of a Modified Plate Fin for Enhanced Performance of a Plate Fin Heat Exchanger

김 윤 하*, 강 형 석**
Yoonha Kim, Hyungsuk Kang

ABSTRACT

Comparison between performance of a plate fin and that of a modified plate fin is investigated as a function of the position, the non-dimensional width and height of wings as well as the non-dimensional fin length using a two-dimensional separation of variables method. The ratio of the incremental rate of heat loss to that of the area of a modified plate fin is also presented as a function of the height of wings. The modified plate fin is made by attaching the wings to upper and lower sides of a plate fin. One of the results shows that performance of a modified plate fin is more improved as the wings approach left (higher) thermal reservoir.

주요기술용어 : Modified plate fin (변형된 평판 핀), Heat loss (열손실), Fin effectiveness (핀 유용도), Wing (날개)

Nomenclature

a' : the starting point of wing (m)
 a : a'/l
 A_m : area of a modified plate fin (m^2)
 A_p : area of a plate fin (m^2)
 b' : the ending point of wing (m)
 b : b'/l
 $b - a$: non-dimensional width of wing

Bi : biot number ($h l / k$)
 h : heat transfer coefficient ($W/m^2\text{ }^\circ\text{C}$)
 H : height of wing (m)
 H : H'/l
 k : thermal conductivity ($W/m\text{ }^\circ\text{C}$)
 l : fin half height (m)
 L' : fin half length (m)
 L : L'/l
 Q_m : heat loss from a modified plate fin
 Q_p : heat loss from a plate fin
 T : temperature ($^\circ\text{C}$)
 T_1 : temp. of left reservoir of fin ($^\circ\text{C}$)
 T_2 : temp. of right reservoir of fin ($^\circ\text{C}$)

* 회원, 강원대학교 대학원

** 회원, 강원대학교 공과대학
기계·메카트로닉스 공학부

- T_{∞} : surrounding temperature (°C)
- x' : fin length variable (m)
- x : x'/l
- y' : fin height variable (m)
- y : y'/l
- θ_m : $T - T_{\infty}$ for a modified plate fin (°C)
- θ_p : $T - T_{\infty}$ for a plate fin (°C)
- θ_1 : $T_1 - T_{\infty}$ (°C)
- θ_2 : $T_2 - T_{\infty}$ (°C)
- λ_n : eigenvalues ($n = 1, 2, 3, \dots$)
- ϵ_m : effectiveness for a modified fin
- ϵ_p : effectiveness for a plate fin

Subscripts

- 1 : left reservoir
- 2 : right reservoir
- m : modified
- p : plate
- ∞ : surrounding

1. 서론

열전달이란 온도차에 의하여 이동하는 에너지 형태인 열의 이동과정과 그 해석을 다루는 학문이다. 열전달을 촉진시키는 장치로는 열교환기와 냉각 또는 방열장치 등이 있으며 이러한 장치에서 전열면적의 확대에 의한 열전달을 촉진시킬 목적으로 널리 사용되고 있는 것이 핀이다. 지금까지 핀에 대하여 직접 또는 간접적으로 관련된 많은 논문들이 발표되었는데 이들 논문들은 해석 방법, 차원, 열전달 유형, 핀의 형상 등 다양하게 분류할 수 있다. 이 중 핀의 형상에 대한 연구로는 사각,¹⁾ 환형,²⁾ 원통형,³⁾ 포물선형,⁴⁾ 핀(pin)형⁵⁾ 등 다양하게 이루어져 왔다. 특히 평판 핀^{6~8)}은 자동차 라디에이터 부분이나 냉동장치 등에 많이 사용되기 때문에 평판 핀의 실제모델을 대상으로 2차원 해석적 방법을 사용하여 해석하고 변형된 형상의 평판 핀을 제안하고 이를 기존 평판 핀과 성능을 비교하였다. 여기서 기존의 평판

핀과 변형된 평판 핀의 좌측 열원과 우측 열원의 온도는 Fig. 1에 나와 있는 것처럼 공기 유동쪽에서 보았을 때 좌측에서 우측으로 갈수록 온도가 떨어지기 때문에 우측의 온도는 조금 낮게 놓는 것이 물리적으로 타당하다고 생각하여 좌측 열원에 대한 우측 열원의 비는 0.9로 임의로 고정하고 해석을 진행하였다. 변형된 평판 핀의 무차원 길이 L 을 1부터 10까지 변화시키고, 변형된 평판 핀 날개의 무차원 높이 H 는 1.1부터 1.9까지 변화를 주었으며, Biot수를 0.001에서 0.01까지 변화시켰다. 날개의 폭 $b-a$ 를 1부터 18까지 변화시키면서 그에 따른 열손실 및 유용도를 기존의 평판 핀과 비교하였으며 또한 날개의 폭을 임의로 4로 고정시키고 날개의 위치를 좌측 열원 쪽에서 우측 열원 쪽으로 이동시키면서 그에 따른 열손실 및 유용도를 비교하였다.

2. 2차원 수치해석

2.1 평판 핀

Fig. 1에서 보여지는 모델과 같이 자동차나 에어컨에 사용되는 평판 핀 열교환기를 해석하기 위해 헤더에서 보는 즉 위에서 핀을 바라본 형태인 Fig. 2로 단순화하였다. 여기서 실제 끝면이

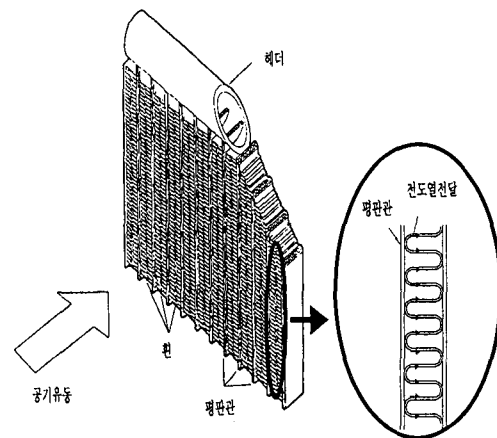


Fig. 1 plate fin heat exchanger for automobile

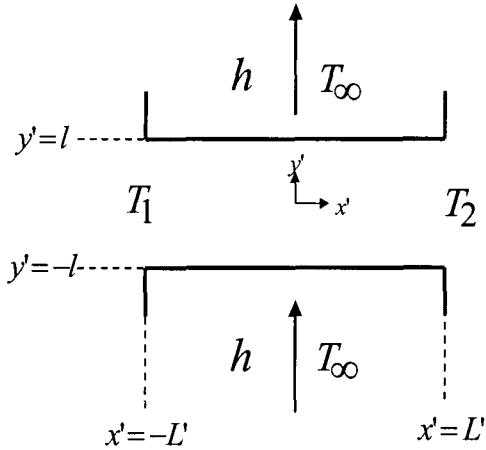


Fig. 2 Geometry of an approximate plate fin

양측 벽면과 완전 접촉되어 있지는 않으나 해석을 좀더 쉽게 하기 위해서 완전 접촉되었다고 가정한다. 그렇게 함으로써 실제 열전달량 보다는 좀더 큰 값이 구해지겠지만 경향분석은 상당히 정확하리라 예상된다. 이 모델을 해석하기 위한 정상상태에서의 2차원 지배방정식은 식(1)로 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y'^2} = 0 \quad (1)$$

식(1)을 풀기 위해 네 개의 경계조건이 요구되는데, 이러한 조건들은 식(2)부터 식(5)에서 보여진다.

$$\theta = \theta_1 \quad \text{at} \quad x' = -L' \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y'} = 0 \quad \text{at} \quad y' = 0 \quad (3)$$

$$\theta = \theta_2 \quad \text{at} \quad x' = L' \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y'} + \text{Bi} \cdot \theta = 0 \quad \text{at} \quad y' = 1 \quad (5)$$

위의 경계조건들을 이용하여 지배방정식을 풀면 핀 내의 온도 분포식을 식(6)과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta(x, y) = & \sum_{n=1}^{\infty} \theta_1 \cdot N_n \cdot f_1(x) \cdot \cos(\lambda_n y) \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \theta_2 \cdot N_n \cdot f_2(x) \cdot \cos(\lambda_n y) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$$N_n = \frac{2 \sin(\lambda_n)}{2\lambda_n + \sin(2\lambda_n)} \cdot f_n \quad (7)$$

$$f_1(x) = \sinh\{\lambda_n(L-x)\} \quad (8)$$

$$f_2(x) = \sinh\{\lambda_n(L+x)\} \quad (9)$$

$$f_n = \frac{1}{\cosh(\lambda_n L) \cdot \sinh(\lambda_n L)} \quad (10)$$

이 온도 분포식을 Fourier의 열전도 방정식에 적용하여 평판 핀으로부터의 열손실 값을 나타내는 식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q_p = & 2k \cdot (\theta_1 + \theta_2) \left[\sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot \cosh(2\lambda_n L) \right. \\ & \left. \cdot f_n \cdot \sin(\lambda_n) - \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f_n \cdot \sin(\lambda_n) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

식(6)과 식(11)에서 보여지는 고유값(eigenvalues) λ_n 은 식(12)로부터 얻어진다.

$$\text{Bi} = \lambda_n \cdot \tan(\lambda_n) \quad (12)$$

또한, 평판 핀에 대한 유용도는 그 정의에 의하여 식(13)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_p = & \frac{1}{\text{Bi}} \left[\sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f_n \cdot \sin(\lambda_n) \cdot \cosh(2\lambda_n L) \right. \\ & \left. - \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot \sin(\lambda_n) \cdot f_n \right] \end{aligned} \quad (13)$$

2.2 변형된 평판 핀

Fig. 2에 나타난 기존의 평판 핀의 위 아래면에 날개를 부착한 변형된 평판 핀의 형상을 Fig. 3에 나타내었다. 이 모델을 해석하기 위한 2차원 지배방정식은 식(1)과 같다. 이를 풀기 위해

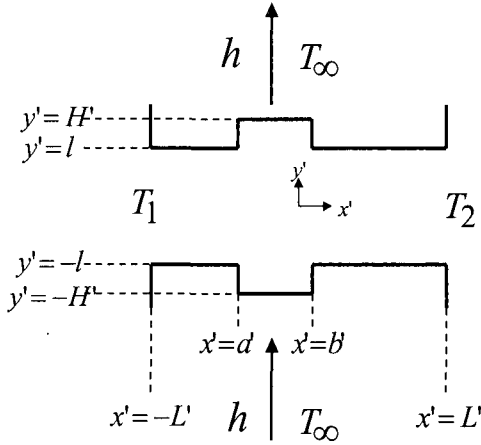


Fig. 3 Geometry of an approximate modified plate fin

세 개의 경계조건과 하나의 에너지 보존식을 사용하는데 세 개의 경계조건들은 그 형태가 식(2)부터 식(4)와 같으며 하나의 에너지 보존식은 식(14)로 나타난다.

$$\begin{aligned}
 & - \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=-L} dy + \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} dy \\
 & - Bi \cdot \left\{ \int_{-L}^a \theta \Big|_{y=1} dx + \int_1^H \theta \Big|_{x=a} dy \right. \\
 & + \int_a^b \theta \Big|_{y=H} dx + \int_1^H \theta \Big|_{x=b} dy \\
 & \left. + \int_b^L \theta \Big|_{y=1} dx \right\} = 0 \quad (14)
 \end{aligned}$$

식(2)부터 식(4)까지 나와 있는 경계조건들과 에너지 보존식(14)을 이용하여 지배방정식을 풀면 변형된 평판 핀의 온도 분포식과 열손실에 대한 식을 얻을 수 있는데 이러한 식들은 평판 핀에 대한 식들과 형태는 같으나 그 식들에서 보여지는 고유값 λ_n 값들이 달라지므로 그에 따라 온도 분포와 열손실의 값들도 달라지게 된다. 이와 같이 달라진 고유값 λ_n 은 에너지 보존식인 식(14)를 풀어서 정리한 식(15)를 사용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & \theta_1 \cdot \{AA_n - Bi \cdot (BB_n + CC_n)\} \\
 & + \theta_2 \cdot \{AA_n - Bi \cdot (DD_n + EE_n)\} = 0 \quad (15)
 \end{aligned}$$

식(15)의 $AA_n \sim EE_n$ 은 식(16)부터 식(20)과 같다.

$$\begin{aligned}
 AA_n &= 2 \cdot \sinh^2(\lambda_n L) \\
 & \cdot \{\lambda_n \cdot \sin(\lambda_n) - Bi \cdot \cos(\lambda_n)\} \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BB_n &= \{\cos(\lambda_n H) - \cos(\lambda_n)\} \\
 & \cdot [\cosh\{\lambda_n(L-a)\} - \cosh\{\lambda_n(L-b)\}] \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CC_n &= \{\sin(\lambda_n H) - \sin(\lambda_n)\} \\
 & \cdot [\sinh\{\lambda_n(L-a)\} + \sinh\{\lambda_n(L-b)\}] \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 DD_n &= \{\cos(\lambda_n) - \cos(\lambda_n H)\} \\
 & \cdot [\cosh\{\lambda_n(L+a)\} - \cosh\{\lambda_n(L+b)\}] \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 EE_n &= \{\sin(\lambda_n H) - \sin(\lambda_n)\} \\
 & \cdot [\sinh\{\lambda_n(L+a)\} + \sinh\{\lambda_n(L+b)\}] \quad (20)
 \end{aligned}$$

변형된 평판 핀의 유용도를 나타내는 식도 형태는 평판 핀의 유용도의 식과 같으나 고유값 λ_n 들이 달라지고 그로 인하여 그 값들은 서로 달라진다.

3. 결과 및 고찰

Fig. 4는 날개의 무차원 높이 H 는 1.2, Biot수가 0.01일 때 무차원 길이 L 을 1부터 10까지 변화시키면서 그에 따른 평판 핀에 대한 변형된 평판 핀의 상대 열손실 값의 변화를 나타낸다. 여기서 날개의 위치는 각각 좌측 열원에 가까운 $a/L=-0.8$, $b/L=-0.4$ 와 중앙에 위치한 $a/L=-0.2$, $b/L=0.2$ 그리고 우측 열원에 가까운 $a/L=0.4$, $b/L=0.8$ 의 세가지 경우로 고정하였다. 주어진 무차원 길이의 전 범위에서 좌측 열원 쪽에 날개가 위치할 때 상대 열손실이 가장 컸으며 무차원 길이가 짧은 2이하에서는 중앙에 날개가 위치했을 경우가 우측 열원에 가까이 위치했을 때

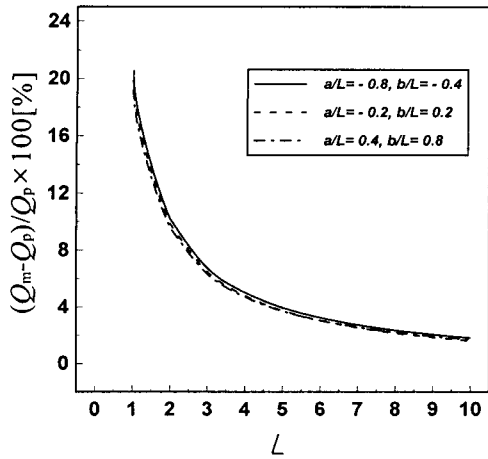
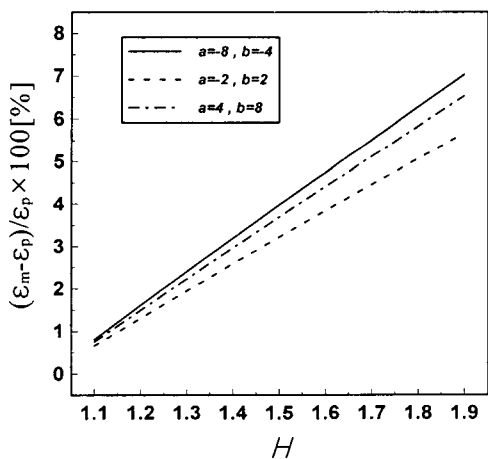
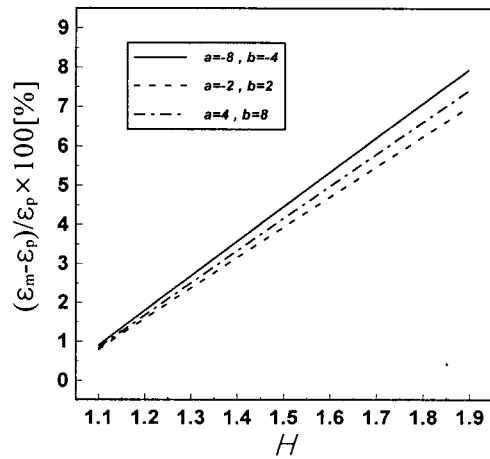


Fig. 4 Relative heat loss versus the non-dimensional fin length for $Bi=0.01$ and $H=1.2$

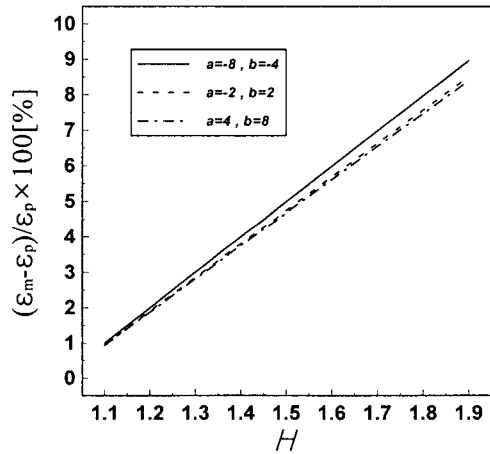
보다 상대 열손실이 더 컸으며, 그 이상에서는 현상이 반대가 된다. 이는 물리적으로 짧은 무차원 길이에서는 중앙에 위치한 날개가 좌측 열원의 영향을 많이 받으나 무차원 길이가 길어짐에 따라 우측 열원에 가까운 날개가 우측 열원으로부터 받는 영향이 중앙에 위치한 날개가 좌측 열원과 우측 열원으로부터 받는 영향보다 크기 때문으로 생각된다.



(a) $Bi = 0.01$



(b) $Bi = 0.005$



(c) $Bi = 0.001$

Fig. 5 Relative fin effectiveness versus the non-dimensional height of the wing for $L=10$

Fig. 5(a), (b), (c)는 무차원 길이 L 이 10, Biot수가 각각 0.01, 0.005 그리고 0.001인 경우에 날개의 무차원 높이 H 를 1.1부터 1.9까지 변화시켰을 때 이에 따른 평판 핀에 대한 변형된 평판 핀의 유용도의 상대 변화를 나타낸다. 날개의 위치는 각각 좌측 열원에 가까운 $a=-8, b=-4$ 와 중앙에 위치한 $a=-2, b=2$ 그리고 우측 열원

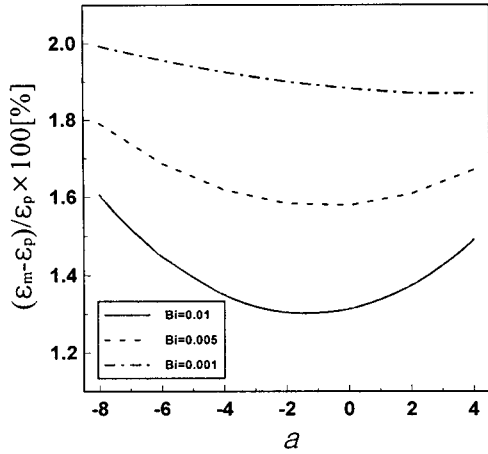


Fig. 6 Relative fin effectiveness versus the location of wing for $H=1.2$, $L=10$ and $b-a=4$

에 가까운 $a=4$, $b=8$ 의 세가지 경우를 선택하였다. 먼저 Biot수가 0.01과 0.005인 경우에는 날개의 위치가 좌측 열원에 가까운 경우가 유용도의 상대 증가율이 가장 높은 반면에 날개의 위치가 중앙에 있는 경우가 가장 낮았다. 그러나 Biot수가 0.001인 Fig. 5(c)에서는 날개가 우측 열원에 위치했을 때 보다 중앙에 위치했을 때가 오히려 약간 더 큰 상대 유용도를 가지게 됨을 보여준다. 날개의 높이가 커지면서 핀 면적이 늘어남에 따라 날개의 위치에 따른 상대 유용도의 차이는 더욱 커짐을 나타내고 있다. 또한 날개의 무차원 높이가 커짐에 따라 상대 유용도의 값은 선형적으로 증가함을 보여주고 있다.

Fig. 6은 날개의 무차원 높이 H 가 1.2, 무차원 길이 L 이 10, 날개의 폭 $b-a$ 를 4로 고정하였을 때 날개의 위치에 따른 상대 유용도의 변화를 나타낸다. 여기서 Biot수는 0.01, 0.005 그리고 0.001을 선택하였다. 먼저 Biot수가 0.001일 때는 날개의 위치가 좌측 열원에서 우측 열원으로 갈수록 상대 유용도는 계속 감소되는데 반하여 Biot수가 0.005일 때는 날개가 중앙을 조금 지난 위치까지 감소하다가 그 후 다시 증가하였으며 0.01일 때는 열원의 비대칭성에 따른 비대칭적인

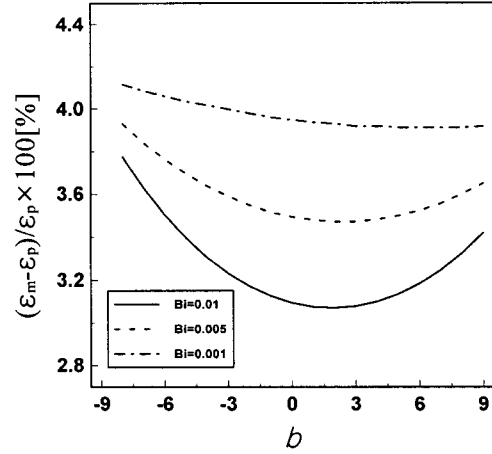


Fig. 7 Relative fin effectiveness versus width variation of wing for $H=1.4$, $L=10$ and $a=-9$

변화 현상이 더욱 두드러지게 나타난다.

Fig. 7은 무차원 길이 L 이 10이고, 날개의 무차원 높이 H 가 1.4일 때 Biot수가 각각 0.01, 0.005 그리고 0.001인 경우에 날개의 시작 위치인 a 를 -9위치에 고정시켜놓고 날개의 끝 위치인 b 의 위치를 -8부터 9까지 변화시키면서 그에 따른 유용도의 상대 증가율을 보여준다. 각 주어진 Biot수에 대하여 날개폭의 변화에 대한 상대 유용도의 변화 경향은 앞의 Fig. 6과 유사함을 나타낸다. 물리적으로 날개의 폭이 커짐에도 불구하고 유용도가 감소하다가 증가하는 것은 2차원 해석시 실제로 면적이 증가하지 않고 동일하기 때문이다.

Table 1은 무차원 길이 L 이 10이고, Biot수가 0.01일 때 $y=0.5$ 인 지점에서 x 축을 따라 변화하는 평판 핀과 변형된 평판 핀의 온도분포를 나타낸 것이다. 여기서 변형된 평판 핀은 무차원 날개의 높이가 1.2이고 날개가 중앙에 위치했을 때 즉 날개의 위치가 $a=-2$, $b=2$ 일 때를 나타낸다. 평판 핀과 변형된 평판 핀 모두 주어진 경계조건에 따라 좌측 열원에서 중앙으로 갈수록 비대칭적으로 온도가 낮아지다가 다시 우측 열원으로 갈수록 온도가 높아짐을 보여준다. 두 경우의 무

Table 1 Non-dimensional temperature distribution within the plane and modified plate fin ($H=1.2, a=-2, b=2$) for $L=10$ and $Bi=0.01$.

x	$\theta_m(x,y=0.5)/\theta_1$	$\theta_p(x,y=0.5)/\theta_1$
-10	1.000	1.000
-6	0.755	0.758
-2	0.634	0.638
0	0.613	0.617
2	0.617	0.620
6	0.701	0.704
10	0.900	0.900

차원 온도를 비교하면 변형된 평판 핀의 온도가 기존 평판 핀의 온도보다 0.003에서 0.004정도 낮은 것을 보여주는데 이는 물리적으로 변형된 평판 핀에서 열손실이 더 큰 것파도 일치한다.

Fig. 8은 무차원 길이 L 이 10이고, Biot수가 0.01일 때 날개의 무차원 높이 H 를 변화시킴으로써 평판 핀에 대한 변형된 평판 핀의 면적 증가율에 따른 열손실 증가율의 비를 나타낸다. 날개의 위치는 좌측 열원에 근접한 부분인 $a=-8, b=-4$ 인 경우와 중앙부분인 $a=-2, b=2$ 인 경우 그리고 우측 열원에 근접한 경우인 $a=4, b=8$ 인 세

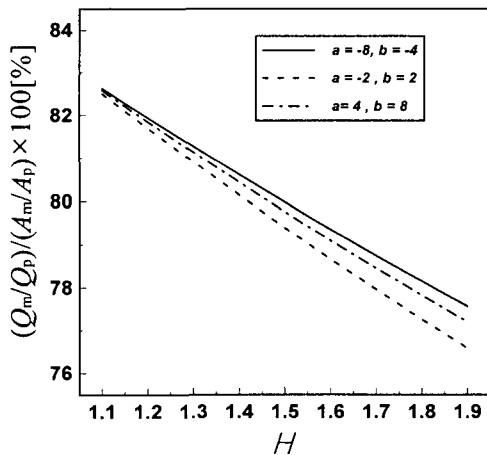


Fig. 8 The ratio of the incremental rate of heat loss to that of fin area vs. non-dimensional height of wing for $Bi=0.01$ and $L=10$

가지로 고정하였다. 날개의 위치가 좌측 열원에 가까운 경우가 면적 증가율에 대한 열손실 증가율 값이 가장 컸으며 날개가 중앙부분에 위치한 경우가 가장 낮음을 나타낸다. 또 날개의 무차원 높이가 커질수록 세 경우 모두 면적 증가율에 따른 열손실 증가율의 비가 선형적으로 감소함을 나타낸다.

4. 결 론

앞에서의 결과 및 고찰로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- 1) 평판 핀의 길이가 짧을수록 기존의 평판 핀에 대한 변형된 평판 핀의 상대 열손실이 현저히 증가한다.
- 2) 무차원 핀 길이와 Biot수의 변화에 따라 날개의 위치가 중앙부분과 우측 열원쪽에 있을 때의 상대 열손실 값이 역전된다.
- 3) 날개의 크기가 같을 경우 주어진 Biot수의 범위에서 날개 달린 평판 핀의 유용도 및 열손실은 날개를 좌측 열원쪽으로 가까이 달수록 더 좋음을 보여준다.
- 4) Biot수가 작은 경우에는 ($Bi \leq 0.001$) 날개의 위치가 좌측 열원에서 우측 열원으로 이동함에 따라 상대 유용도는 감소하나 상대적으로 큰 Biot수에서는 ($Bi > 0.005$) 중앙위치까지는 감소하다가 그 후 증가하는데 Biot수가 증가할수록 양측 열원 온도의 비대칭성에 따른 비대칭적인 이러한 변화가 현저해진다.

참 고 문 헌

- 1) D. C. Look and H. S. Kang, "Optimization of a Thermally Non-symmetric Fin : Preliminary Evaluation," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 35, No. 8, pp.2057-2060, 1992.
- 2) A. Brown, "Optimum Dimensions of Uniform Annular Fins," Int. J. of Heat Mass Transfer, Vol. 8, pp.655-662, 1965.

- 3) L. T. Yu and C. K. Chen, "Optimization of Circular Fins with Variable Thermal Parameters," *J. of The Franklin Inst.*, 336(B), pp.77-95, 1999.
- 4) K. T. Kim and H. S. Kang, "A Heat Loss Comparison between the Two Parabolic Fin Models using Two Different Numerical Methods," *J. of KSIAM* Vol. 2, pp.97-109, 1998.
- 5) G. Ledezma, A. M. Morega and A. Bejan, "Optimal Spacing between Pin Fins with Impinging Flow," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 118, pp.570-577, 1996.
- 6) J. D. Maltson, D. Wilcock and C. J. Davenport, "Comparative Performance of Rippled Fin Plate Fin and Tube Heat Exchangers," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 111, pp.21-28, 1989.
- 7) B. S. V. Prasad, "Fin Efficiency and Mechanisms of Heat Exchange through Fins in Multi-Stream Plate-Fin Heat Exchangers : Formulation," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 2, pp.419-428, 1996.
- 8) E. C. Rosman, P. Carajilescov and F. E. M. Saboya, "Performance of One- and Two-Row Tube and Plate Fin Heat Exchangers," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 106, pp.627-632, 1984.