한국학교수학회논문집 제 4권, 제 2호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 4, Number 2, 135-142, December 2001

협력 학습을 통한 문제 해결에서 해결 전략의 사용형태에 관한 대화 분석

정 민 수[1] · 신 현 성[2]

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성과 목적

종래의 공급자 중심의 교육에서는 교실 수업 현장에서 학생들의 개인차가 소홀하게 다루어져 왔고, 대부분 학업 성취도가 평균 정도에 해당하는 학생들을 주로 수업이 진행되어 왔다. 수학과의 경우 학생들 간의 학업 성취도가 우수한 학생과 부진한 학생이 많고 평균 성적에 해당하는 학생이 적어 수업을 통한 학습 목표 달성이 회의적이었다. 다행히 수준별 분반 학습을 실시함으로써 위와 같은 문제를 극복할 수 있는 토대가 마련되었다. 하지만 수준별 분반 학습의 효과를 높일 수 있는 교수·학습 방법의 개선과 교육 내용의 선정과 조직, 평가 문항과 방식의 개발 등 지원 요건이 아직 미비한 실정이다.

따라서 학생들에게 능동적이고 적극적으로 수학 문제 해결에 임하도록 동기를 유발하고 학습 의욕을 고취시키며, 개인간의 학력 격차를 해소하기 위한 협력 및 토론 학습을 통하여 학생 스스로 사고하고 문제를 해결 할 수 있는 능력을 신장시킬 수 있는 방향으로 교수·학습 방법이 연구되어야 할 필요가 있다.

본 연구자는 학생들이 수학 학습 현장에서 학생들에게 인지적, 정의적인 면에 있어서 효과적인 수학교육이 될 수 있는 방안을 모색하기 위해 능력별로 분류된 상위 수준과 중간 수준 학생들 간의 문제 해결과정 중에 사용한 대화를 폴야(Polya)의 문제 해결 관점에서 4단계로 정리하였다. 여기서 각 수준별 문제 해결 전략과 수학적 능력의 차이를 비교 분석하여 바람직한 협력 방법을 모색하고, 학생들이 문제를 이해하고 풀이 전략을 세울 때, 교사의 조언(힌트)이 문제 해결에 어떤 도움을 줄 수 있는지를 조사하는데 연구의 목적이 있다.

2. 연구 문제

본 연구의 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.
(1) 협력 방법을 통한 문제 해결 과정에서 나타난 수준별 풀이 전략의 차이는 무엇인가?
(2) 협력 방법을 통한 문제 해결 과정에서 나타난 수준별 수학적 능력의 차이는 무엇인가?

Ⅱ. 연구 방법 및 절차

1. 연구의 대상 및 방법

문제 해결 과정에서 협력 방법을 통하여 문제를 해결하도록 할 경우 그들이 사용한 대화는 어떤 것인가를 분석하기 위하여 순수 인문계 학교인 ○○고등학교 3학년 인문계열 학생을 대상으로 상위 수준 1명(K1)-상위 수준 1명(K2), 상위 수준 1명(K3)-중간 수준 1명(A1), 중간 수준 1명(A2)-중간 수준 1

1) 강원 춘천 춘천여자고등학교
2) 강원대학교 수학교육과

명(A3)으로 총 6명을 표본으로 선정하였다. 표본 선정 과정에서 연구자가 가장 우선시 한 것은 실험 방법이 발성 사고법이므로 문제 풀이 과정에서 자신의 생각을 명확히 소리내어 표현할 수 있는 학생들을 선정하는 것이었다.

2. 테스트 문항 구성 및 타당도

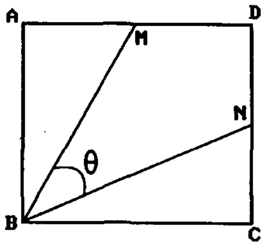
검사 문제는 수학 능력 시험을 대비하여 실시하는 수능 모의 고사 수준 문제로 공통 수학과 수학 I 의 전과정을 안배하여 고등학교 교과서 및 수능 모의 고사 문제를 근거로 재 작성한 것이다. 테스트에 사용된 문항은 처음에 4문항이었으나 문제 장면 별 검사 문항이 적절한가(그림, 표, 문장, 문맥 등)를 사전에 연구자가 근무하는 학교의 수학 교사 9명에게 제시하여 수정과 교체를 한 후, 주관식 문제 2문항을 선정하였다. 또한 각 문제는 다양한 전략을 포함해야 하므로 단순한 지식과 이해만을 요구하지 않는 전략형 문항으로 구성하였다. 선정된 문제는 동일한 범위 내에서 변형을 시켰으며, 이는 학생들이 테스트에 사용할 문제를 이미 경험하였을 경우를 배제하기 위한 점으로 보다 객관성을 높이기 위해 고안된 것이다. 본 연구에 사용된 문제는 다음과 같다

[문제1] 1에서 n^2 까지의 자연수를 다음 그림과 같은 방법으로 좌에서 우로, 위에서 아래로 n개씩 정 사각형 꼴로 나열하여 행으로도, 열로도 중복되지 않도록 n개의 수를 뽑을 때 이들 n개의 수의 합을 구하여라. (예를 들어 아래 그림에서 어두운 부분의 수 5개를 뽑는다.)

1		3	4	5
6	7		9	10
	12	13	14	15
16	17	18	19	
21	22	23		25

[문제 2] □ABCD는 정사각형이고, M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$의 중점이다.

∠MBN= θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은?



3. 테스트 실시 방법

학생들의 사고 과정을 정확히 파악하기 위해 학생들이 생각하고 제시한 모든 것을 지우지 않고 그대로 나타내도록 하였으며 가능하면 문제 해결 과정을 자세히 기록할 것을 당부하였다. 특히 사고과정이 폴리아(Polya)의 문제 해결 과정의 4단계에 의한 대화 분석이므로 학생들에게 폴리아(Polya) 관점의 4단계 내용을 자세히 설명 및 제시하였다.

협력 방법을 통한 문제 해결 과정에서의 대화를 분석하기 위한 문제는 3일 동안 조별로 실시하였으며, 검사 장소는 학생들이 낯설지 않은 편안한 분위기에서 문제 해결에 집중할 수 있도록, 방과 후 빈 교실을 정하였다. 본 검사에서 가장 중요한 일은 문제 해결 과정에서 학생들의 사고 과정을 빠짐없이 정확하게 끌어내는 것이기에, 본 연구에서는 문제 해결 과정 연구를 위해 사용되었던 연구 방법 중 가장 신뢰성이 있다고 인정되는 발성 사고법을 검사 방법으로 사용하였다.

협력 방법을 통한 문제 해결 과정의 연구를 위해 본 연구자는 녹음기와 녹음 테이프, 개인별 문제지, 개인별 문제 해결 과정 관찰지를 준비하였으며, 문제는 16절지 각 1장에 1문제씩 기재하고 문제 풀이 과정을 기술하도록 하였다. 문제 해결 과정에서 머리에 떠오르는 모든 사고 활동을 소리내어 말하고 형식에 얽매이지 않고 자유롭게 생각나는 것을 문제지에 써 내려 가도록 하였다. 실험은 녹음기를 사용한 각 수준별 학생끼리 일대일의 대화 형식으로 진행되었으며, 실험도중 연구자의 영향을 배제하였다. 검사 시간은 제한은 두지 않았으나 약 40분 정도의 시간이 소요되었다.

4. 결과 분석 방법

테스트를 실시한 후, 문제지에 기재된 풀이 과정 및 개인별 관찰지에 기록된 사항을 시간적인 순서에 따라 그대로 옮겨 적었으며, 이렇게 작성된 원고를 가지고 녹음 내용과 대조하면서 수정과 첨가를 결쳐 재정리하였다. 또한 본 연구에서는 인지 과정을 관찰하는 것이므로 사용된 표본이 작고, 연구의 특성 때문에 서술적 통계만을 사용하였다.

Ⅲ. 연구 결과 및 분석

학생들의 문제 해결 과정에서 나타난 풀이 전략의 차이는 다음과 같다.

문제 1번에 쓰인 전략은 규칙성 찾기 전략으로, 대부분이 이를 이용하여 문제 해결을 시도하였다. 상위 수준 - 상위 수준의 학생은 정확한 계산과 개념에 대한 이해 능력이 뛰어남을 알 수 있으나, 상위 수준 - 중간 수준의 학생은 s_n과 a_n의 개념 이해 부족과 계산에서의 착오로 정확한 답은 유도하지 못했다. 그러나 상위 수준 학생이 문제 해결의 흐름을 주도하며 중간 수준의 학생이 보조 요소 및 공식을 제공하여 협력하는 등, 바람직한 형태의 협력 학습을 보였다. 중간 수준-중간 수준의 학생은 문제의 이해에 어려움을 느꼈으며, 규칙성을 찾아 문제 해결을 시도하였으나 계산 능력이 부족하여 정확한 문제 해결에 실패한 것으로 나타났다. 문제 2번에 나타난 전략은 상위 수준 - 상위 수준의 학생은 sin 법칙과 cos 법칙 공식을 적용하여 문제 해결을 시도하였는데, 1차로 sin 법칙을 적용하였으나, 문제 해결에 실패한 후, cos 제 2법칙을 적용하였다. 문제 해결은 각 변의 길이를 2a라는 변수를 사용하여 정확한 정답을 유도하였고, 문제 해결 후 반성 단계에서는 그림 그리기(그래프) 전략으로 정답을 검토한 후 확인하였다. 상위 수준 - 중간 수준의 학생은 삼각형의 면적 구하는 공식을 이용하여 전체 면적에서 나머지 직각 삼각형들의 면적을 제외한 값의 이용으로 정확한 값을 유도하였으며, 상위 수준의 학생이 주도하며 중간 수준의 학생이 협력하는 관계에서의 문제 해결 과정을 보였다. 중간 수준- 중간 수준의 학생은 삼각형의 합동, 비례식 이용, sin 법칙 이용, 삼각형의 중점 연결 정리를 적용하여 문제 해결을 시도하였으나, 정확한 개념의 이해 부족과 계산 능력의 부족으로 문제 해결의 접근 방법이 추측에 의한 단계에 머물러 문제 해결에 실패한 것으로 나타났다. 그리고 각 수준별 문제 해결 과정에서 나타난 수학적 능력의 차이와 특징을 알아보기 위하여 각 문제를 학생들을 통해 폴야(G.Polya)의 4단계 구분에 의해 구체적인 대화 내용을 녹음하고, 이를 선행 연구자의 분석 기법을 보고 학생들의 문제 해결 과정을 분석하였다. 기술 방법은 대화 내용을 그대로 복사하고, 이후에 이들 결과를 연구자의 관점에서 분석하였다.

1) 상위 수준 - 상위 수준의 대화 내용은 다음과 같다.

1 문제에 대한 이해

(문제를 읽는다.)

A : 무슨 얘기지?

B : 여기서 n=5일 때 예를 들었으니까.

A : 1에서 25까지의 25개의 칸을 그리고 그.합을 구하는 거네.

B : 수열 문제 같지 않니?

A : 규칙을 찾아야 하는데.

B : 어떻게 하지?

A : 이게, 여기서는 각각 행으로 1만큼 더해주고 여기서는 열로 5만큼 더해준다. 밑으로는…

B : 이게 5인 것은 n만큼 해주는 건가? 맨 처음에는 행이니 열이니?

A : 행이네. 1행에서는 일반항을 구하면 $a_n=n$이 되고 초항은 1이고…

B : 두 번째 행은?

A : $a_n=n$인데 초항이 다르구나. 초항이 6이고…

B : 열로 해볼까?

A : 열은 b_n으로 놔보자.

B : 1열은 $b_n=5n-4$다. 초항이 1이고

A : 두 번째 열은?

B : $b_n=5n-3$이지. 여기는 초항이 빠졌으니까. 아

니지 1인가?

A : 아니지 2지

B : 3번째 열도 하나씩 줄어 들었으니까.

B : 열로는 5가 규칙이고 여기도 위의 행에서는 초항이 5만큼씩 증가하지.

A : 규칙을 어떻게 찾지?

B : 그럼 우리 대각선으로 생각해 볼래?

A : 무슨 규칙이 있나 6, 12, 18, 24… 로 하면 초항이 6이고 여기도 6이고 4, 8, 12 … 여기는 4야. 이쪽 대각선으로는… 문제를 다시 한번 읽어보자. (문제를 읽는다.)

B : 숫자를 다 구하라는 문제잖아.

A : 그럼 우리 n=1부터 차례대로 따져 볼까? 어쨌든 합은 다 똑 같아.

A : 어떤 수를 뽑던지 1, 7, 13, 19… 2, 8, 14, 20… 하던지.

B : 어떤 걸 중복되지 않게 5개의 숫자의 합을 택할 때, 합은 다 똑 같아. 너도 하나 계산 해 봐. (계산한다)

A : 그러니까 여기서 아무거나 택해도 행으로나 열로도 중복되지 않아야 돼.

B : 한 줄에 하나씩만 뽑아도, 아, 그러면 대각선에서 대표적인 것이네.

A : 그럼 1, 7, 13, 19…에서 얼마 나오지?

B : 65 나오지? 이쪽 대각선으로 하면 5, 9, 13, 17…에서 65 나와

■ 계획의 수립

A : 그러니까 어떤 걸로 택해도 중복되지 않으면 한 개씩 만 뽑으면 계속 65가 나오지?

B : 그럼 하나씩 뽑아서 찾아보자.

A : 먼저 임의로 n=1일 때 해보면 1 하나 밖에 안되지. n=2일 때는 하나씩만 뽑아야 되니까 1뽑고 4 뽑던지.

B : n=3일 때는 1+5+9=15고 n=4일 때는 34 나오네.

A : n=5일 때는 방금 전에 65나왔니?

B : 그럼 더해보자. 65가 맞네.

A : 여기 규칙이 있나 규칙을 찾아보자.

B : 1, 5, 15, 34, 65에서 차를 구해봐.

A : 차가 4, 10, 19, 31…이니까, 4, 10, 19, 31.의 차는 6. 9. 12.이니까.

B : 일반항이 3n+3이지?

A : 이거 계차 수열이잖아.

■ 계획의 실행

A : 그래도 계속 식을 찾으면 1, 5, 15, 34, 65의 일반항을 a_n, 수열 4, 10, 19, 31의 일반항을 b_n 수열 6, 9, 12의 일반항을 c_n이라 하면, $c_n=3n+3$이고, b_n은 c_n을 계차로 하는 계차수열이지.

B : 계산하면 $b_n=4+\sum_{k=1}^{n-1}(3k+3)$ 이것을 계산해 주면. (계산한다)

A : $b_n=\frac{3n^2}{2}+\frac{3n}{2}+1$이고 a_n은 초항이 1이고 $a_n=1+\sum_{k=1}^{n-1}(\frac{3k^2}{2}+\frac{3k}{2}+1)$을 계산하면 $\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$이니? (a_n을 계산한다)

B : 그러면 $a_n=\frac{n^3+n}{2}$이다.

■ 반 성

A : 우리 한번 확인 해보자.

B : 여기서 n=1일 때는 1이 나왔고, n=2일 때는 $\frac{8+2}{2}=5$이고, n=3일 때 15, n=4일 때 34, n=5일 때 65이니까, $a_n=\frac{n^3+n}{2}$이다.

지금까지는 특수한 문제에 대한 상위 수준 - 상위 수준의 대화를 소개했으며, 특히 각 수준별 대화에서 학생들의 대화의 속성을 프로토콜의 형식으로 기술하였다. 이러한 대화 내용을 정리하는 것은 문제 해결의 과정을 분석하는데 유익한데, 그 이유는 학생들의 사고의 속성을 관찰할 수 있기 때문이다. 다음으로 소개하는 것은 각 수준별 대화에서 계획수립의 과정을 특징있게 진행한 대화 내용이다. 문제 해결의 계획을 수립할 때, 시행 착오를 하면서 서로 도움을 줄수 있는 의사 전달을 했다는 것이 이 기술의 특징이다. 즉, 어느 한쪽의 사고를 다른 쪽이 자극하면서 문제 해결의 계획 단계를 거친다는 것이다.

[문제2]에 대한 계획 및 실행 단계에서 중간 수준 - 중간 수준의 대화 내용은 다음과 같다.

1 문제에 대한 이해
(문제를 읽는다.)
A : □*ABCD*가 정사각형이니까.
B : △ABM과 △BCN이 합동이네.
A : $\overline{AM}$과 $\overline{CN}$의 길이가 $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$의 $\frac{1}{2}$이네.
B : M, N이 중점이고 네 각이 직각이고 정사각형에서 sin θ를 구하는 거잖아.
A : 각을 구체적으로 알 수 있나?
B : sin θ가 일정한 값이네.

2 1차 계획의 수립 및 실행
A : M, N이 동점이면 sin θ는 변하는데 ...
B : sin θ에서 θ가 우리가 알고있는 60°, 30°, 45° 같은 값인가?
A : (이등변) 직각 삼각형에서는 길이비가 $1:1:\sqrt{2}$지? B : 따라서 $\overline{MN}=\sqrt{2}a$이지?
A : △ABM과 △BCN이 합동이니까. B : $\angle ABM$, $\angle NBC$은 같잖아.
A 그럼 $\angle ABM$, $\angle NBC$를 x라고 하면 $2x+\theta=90°$ 이지? B : 어떤 성질을 이용하는 거지?
A : $\overline{AM}$과 $\overline{CN}$의 길이가 변의 $\frac{1}{2}$이라는 것에 힌트가 있는 것 같은데.

3 2차 계획의 수립 및 실행
A : sin 법칙을 써서 구하는 것일까?
B : sin법칙이 뭐지?
A : $\frac{a}{\sin\theta}=2\pi$에서 $2\pi=360°$ 잖아.
B : 그러면 sin 법칙을 이용해 보자.
A : $\overline{MN}$을 정확히 알면.
B : $\overline{BM}$, $\overline{BN}$은 △ABM과 △BCN이 합동이니까 같을 테고.
A : $\overline{MN}=\sqrt{2}a$지?
B : $\frac{\sqrt{2}a}{\sin\theta}=2\pi$에서 $\sin\theta=\frac{\sqrt{2}a}{360°}$지? a에 대하여 $\overline{BN}=\sqrt{5}a$이었지?
B : 그러면 B에서 $\overline{MN}$에 수선을 긋는다면, 피타고라스 정리를 이용해서 수선의 길이를 구한다면.
A : sin θ와는 관련이 (생각 후) 없나?

4 3차 계획의 수립 및 실행
B : $\overline{BM}$을 연장해서 비례식을 쓰면 어떨까?
A : $x=\frac{45°}{2}$ 인가?
B : 그것을 확인할 수 없지? ($\overline{BM}$의 연장선을 그어 직각삼각형을 그린 후 꼭지점을 A' 라 놓고
$\overline{CN}=\frac{1}{2}$, $\overline{CA'}=2$, $\angle A'=90°-(\theta+x)$,
$\angle BNC=90°-x$
라 놓은후)
A : 이 관계를 비례식으로 놓으면 어떨까?
B : $\frac{1}{2}:2=90°-x:90°-(\theta+x)$로 되나?
(비례식을 계산한다)

5 4차 계획의 수립 및 실행
A : 삼각형에서 중점 연결 정리를 쓰면 $\triangle DBC$에서 $\angle DBN$과 $\angle NBC$는 같지 않을까?
B : 같으면 $\angle ABM$, $\angle NBC$를 x라고 했으니까 x는 $\frac{90°}{4}$가 되면, θ는 45° 가되어 sin θ는 $\frac{\sqrt{2}}{2}$가 되겠지

위에서 보는 바와 같이 중위 수준 - 중위 수준의 대화 내용은 다른 수준 간의 대화보다 훨씬 많은 시행 착오를 거쳐 계획 수립과 실행이 이루어진다는 사실이다. 각 계획의 수립에서 만들어진 첫번째 가정(추측)은 이 이후에 중요한 내용이 된다. 즉, 올바른 해의 과정에 이르는 좋은 가정이 해의 계획과 실행에 결정적인 원인을 제공해 준다. 이러한 좋은 가정이 어떻게 해서 나오는가는 이 연구 목적의 밖의 것이지만 이 분야를 좀더 연구할 필요가 있다.

Ⅳ. 결론 및 제언

1. 각 수준별 풀이 전략의 차이

상위 수준 - 상위 수준의 학생들은 비정형 문제에 대해서는 문제를 시행 착오의 전략을 병행하여 규칙성을 찾아내고 단순화하여 문제를 재정리하며, 재정리한 문제를 정리 및 정의를 상기하여 식을 세운 후 문제를 성공적으로 해결하였다.

상위 수준 - 중간 수준의 학생들은 상위 수준의 학생의 빠른 문제의 이해를 바탕으로 풀이 계획을 세운 후 성공적으로 계획을 실행하여 문제 해결을 시도하였으나, 중간 수준의 학생은 시행 착오 전략을 사용하여, 상위 수준 학생의 문제 해결에 의존하는 경향이 있었다.

반면, 중간 수준 - 중간 수준의 학생은 규칙성을 찾는 데 오랜 시행 착오의 과정을 거쳐 문제 해결에 어려움을 느꼈으며, 식 세우기 전략으로 문제 해결이 가능한 경우, 전략도 없이 비논리적인 방법으로 문제 해결을 시도해 보고 해를 추측에 의존하였다

2. 각 수준별 문제 해결 과정에서 보인 수학적 능력의 차이

각 수준별 문제 해결 과정에서 보이는 차이는 상위 수준 - 상위 수준과 상위 수준 -중간 수준의 차이는 작지만 중간 수준 - 중간 수준간의 차이는 매우 뚜렷한데, 상위 수준 - 상위 수준의 학생들은 문제의 이해가 빠르고 문제에서 요구하는 정보의 선택 능력이 뛰어남을 알 수 있다. 또한 계산 능력이 우수하여 문제 해결에 쉽게 도달하였다.

상위 수준 - 중간 수준의 학생들은 상위 수준의 학생이 문제 해결의 주체가 되어 문제를 해결하려 했으며, 중간 수준 - 중간 수준의 학생들보다 계산 능력이 뛰어나고, 문제 해결을 위한 풀이 계획을 정확히 세워, 계획대로 실행하였다. 그러나 상위 수준 - 상위 수준의 학생들이 반성 단계를 거쳐 정답의 확인을 거치는 반면 상위 수준 - 중간 수준의 학생들은 문제 해결 과정에서 문제 해결 후 논리적 모순은 없는지, 다른 풀이 방법이 있는지 확인하는 단계를 상위 수준 학생의 추측에 의존하였다.

중간 수준 - 중간 수준의 학생들은 일단 변수를 잡고 문제 상황에 변수를 어떻게 관련 지을지를 몰라 시행 착오의 과정을 겪었으며, 엄밀한 논리가 아닌 비논리적인 방법으로 즉흥적인 풀이 방법을 이용하였다. 또한 계산에 정확도가 상대적으로 떨어지며 개념의 이해에 어려움을 느끼고 있었다. 이상과 같은 연구 결과로 본 연구자는 제언을 하고자 한다.

첫째, 학교 현장에서 학생들이 문제 해결 과정에서 나타나는 인지 과정의 분석이 필요한데 이는 수준별 이동수업을 통한 학생 개개인의 능력에 맞는 효과적인 문제 해결에 도움을 주기 때문이다. 따라서 효율적인 교수 학습 방법으로 학생들의 인지 과정과 문제 해결 능력의 분석에 대한 연구에 힘써야 한다.

둘째, 중간 수준 - 중간 수준의 학생들은 문제 이해에 어려움을 느껴 비논리적인 추측이나 정확하지 않은 개념으로 갑작스런 풀이 방법의 선택의 빈도가 높아 상위 수준-상위 수준, 상위 수준-중간 수준의 학생들 보다 상대적으로 성취도가 낮았다. 따라서 문제에 대한 올바른 이해는 문제 해결에 직접적인 영향을 미치므로 상위수준 학생의 문제에 대한 이해력은 중간 수준의 학생의 문제 해결 능력에 큰 영향을 줄 수 있다. 그러므로 바람직한 협력 학습을 위해서는 상위 수준과 중간 수준 학생과 협력을 통한 문제 해결이 필요하다고 여겨진다.

참 고 문 헌

곽병선(1985), 문제해결력과 사고력, 산수과 문제 해결력 신장을 위한 세미나집, 한국교육개발원

길송미(1993), 수학적인 문제 해결 과정에서 학생들이 보인 인지 과정 분석,석사학위논문, 강원대학교 교육대학원

김정오(1985), 산수과 문제 해결력 신장을 위한 세미나집, 한국교육개발원

박성택(1992), 새로운 문제 해결의 지도, 제10회 수학교육 세미나, 한국 수학교육학회

박한식, 구광조(1988), 수학과 교수법, 교학연구사

집필/기획(1997), 수학사랑수리 영역 공통수학, 디딤돌
신현성(1989), 수학교육론, 경문사
———(1985) ,문제해결 지도의 국제 연구 동향, 산수과 문제 해결력 신장을 위한 수업 방안 개선 연구 세미나집, 한국교육개발원
양인환(1990), 산수과 문제 해결력의 전략(strategy)에 대하여, 한국 수학교육학회,제29권 제1호
이정희(1997), 수학 문제 해결과정에서 나타난 성별 문제 해결 전략에 관한 연구, 석사학위 논문, 강원대학교 교육대학원
이소진(1996), 여러 문제에서 학생들이 보인 인지 과정의 전이 및 오류 형태에 관한 연구, 석사학위 논문, 강원대학교 교육대학원
Andre, T.(1986), Problem Solving and Education, cognitive classroom learning ;Understanding, Thinking, and Problem Solving, eds, N.Y. Academic Press, Inc
Brownell, W. A.(1942), The Psychology of Learning, Chicago
Charles, R. I & Lester, F. K.(1982), Teaching Problem Solving-What, Why and How
D. M. Johnson.(1955), The Psychology Thought and Judgement, New York, Harper &Row
J. Dewey(1933), How we think, Boston , D. C. Health & Co
J. L. Higgins(1973), Mathematics Teaching and Learning, Washington Ohio Charles, A. Jones Publishing Co
Polya, G.(1957), How To Solve it(우정호 역, (주) 천재교육, 1986.)
Webb, N. A.(1974), Review of the Literature Related to Problem-Solving Tasks and Problem Solving Strategies Used by Students in Grades 4, 5, 6 Progress Report Prepared for the Advisory Board of the Mathematical Problem Project

A Study on the Pattern of usage of Problem Solving Strategy according to Its Presentation

Jung Min Su[1] · Shin, Hyun-Sung[2]

Abstract

The selected questions for this study was their conversation in problem solving way of working together. To achieve its purpose researcher I chose more detail questions for this study as follows.

① What is the difference of strategy according to its level ?

② What is the mathematical ability difference in problem solving process concerning its level ?

This is the result of the study

① Difference in the strategy of each class of students.

High class-high class students found rules with trial and error strategy, simplified them and restated them in uncertain framed problems, and write a formula with recalling their theorem and definition and solved them .

High class-middle class students' knowledge and understanding of the problem, yet middle class students tended to rely on high class students' problem solving ability, using trial and error strategy.

However, middle class-middle class students had difficulties in finding rules to solve the problem and relied upon guessing the answers through illogical way instead of using the strategy of writing a formula.

② Mathematical ability difference in problem solving process of each class.

There was not much difference between high class-high class and high class-middle class, but with middle class-middle class was very distinctive.

High class-high class students were quick in understanding and they chose the right strategy to solve the problem.

High class-middle class students tried to solve the problem based upon the high class students' ideas and were better than middle class-middle class students in calculating ability to solve the problem.

High class-high class students took the process of reflection to make the answer, but high class-middle class students relied on high class students' guessing to reconsider other ways of problem-solving. Middle class-middle class students made variables, without knowing how to use them, and solved the problem illogically. Also the accuracy was relatively low and they had difficulties in understanding the definition.

1) Chuncheon Girls' High School

2) Dept. of Mathematics Education, Kang-won University