

예방 정비가 실시된 고장 자료에서의 유전 알고리즘을 이용한 모수 추정

윤원영*, 정일한*, 김종운*, 신주환**

* 부산대학교 산업공학과, ** 국방과학연구소

Parameter estimation using GA with failure data under preventive maintenance

Won Young Yun*, Il Han Chung*, Jong Woon Kim*, Ju Hwan Sin**

* Department of Industrial Engineering, Pusan National University

**Agency for Defence Development

Abstract

This paper considers the parameter estimation problem of the failure intensity function and maintenance effect in a repairable system. We propose estimation procedures for repairable systems on which preventive maintenance is performed. The failure process is modeled by a proportional age reduction model [Brown, Mahoney and Sivazlian(1983)] which is useful to model the imperfect effect of preventive maintenance. When failure and maintenance (preventive) times are given, the maximum likelihood method is used to estimate the maintenance effect and the parameters of intensity function, simultaneously. We obtain the maximum likelihood estimators using a genetic algorithm. A numerical example is also presented.

1. 서론

고장 데이터 분석에서 중요한 문제는 수리 가능한 시스템의 반복되는 고장 데이터를 다루는 것이다. 그러한 고장 시간에 대해서 기존의 통계적 분석은 고장 발생 시 정비는 새것과

같이 되는 완전수리 또는 고장 직전의 상태가 되는 최소수리가 된다는 가정에 의존해서 분석을 하였다. 완전수리 모형은 고장 과정이 재생 과정(Renewal processes)을 따르며 고장 시간들 간의 관계가 동일하고 독립적인 가정이 적용되어 분석이 용이하다. 최소수리(Minimal repair) 모형에서 고장 과정은 비균일 포아송 과정(Nonhomogeneous poisson processes)을 따른다.

지금까지 불완전수리에 관한 모형으로 Nakagawa(1979a, 1979b)는 확률 p 를 가지고 완전 수리(perfect repair)되고, $1-p$ 의 확률로 최소수리가 되는 불완전 예방정비를 다루었다. 또한 Nakagawa(1979a, 1979b, 1980)는 수명에 의존한 예방 정비와 주기적 예방정비의 정책에서 단일 부품으로 이루어진 시스템에 대한 기대 정비 비용을 최소로 하는 최적 예방 정비 정책을 구하는데 성공했다. Brown과 Proshan(1983)은 수리과정에서 확률 p 를 가지고 완전수리 되고, $1-p$ 의 확률로 최소수리가 되는 모형을 다루었다. Block 등(1988)은 수명이 T 시점에 도달할 때 작동 부품을 교체하고 만약 부품이 T 시점 이전에 고장날 경우 확률 $p(t)$ 를 가지고 완전 수리되고 $1-p(t)$ 를 가지고 최소수리가 되는 일반화된 수명에 의존한 예방 정비 정책을 다루었다. Iyer(1992)는 수리 시간이 존재 할 경우 $p(t)$, $1-p(t)$ 로 불완전 수리 모형을 다루었다. Malik(1979)은 예방정비 계획문제에서 개선 인자의 개념을 소개하였다. Malik(1996)의 이러한 방법은 예방 정비 후 시스템의 고장률은 새것과 같은 상태(Good as new)와 고장 직전의 상태(Bad as old)사이에 있게 되고 시스템의 수명이 증가함으로써 시스템의 고장률을 유지하기 위해서 예방 정비의 주기는 더욱 짧아질 필요가 있다고 가정하고 있다.

Kijima등(1988)은 수리 가능한 시스템의 가상 수명 과정을 이용한 불완전 수리 모형을 개발하였다. 시스템이 $(n-1)$ 번째 수리 후 가상 수명 $V_{n-1} = y$ 일 경우 n 번째 고장 시간은 식

(1)과 같은 분포 함수를 가지고 $V_n = V_{n-1} + aX_n$ 이 된다. Kijima(1989)는 이후에 a 가 0

과 1사이의 값을 갖는 확률변수를 가지는 것으로 확장하였다.

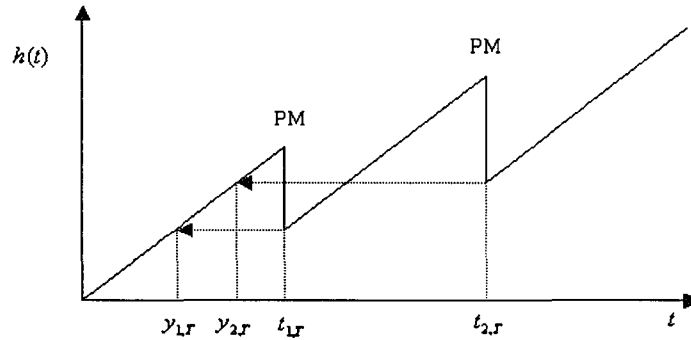
$$\Pr(X_n \leq x | V_{n-1} = y) = \frac{F(x+y) - F(y)}{1 - F(y)} \quad (1)$$

Lim(1998)은 EM알고리즘을 사용하여 불완전 수리하의 시스템의 신뢰도 추정을 다루었고, 임태진(1997)은 예방정비가 이루어지는 시스템에서 완전 예방 정비의 확률을 추정하였다. 백상엽(1995)은 임태진(1997)의 연구를 확장하여 고장 원인이 다수인 경우의 신뢰성 모형화에 대해 연구하였으며 이진승(1998)은 완전수리의 확률이 외부효과에 종속적인 모형에 대해 연구하였다. 윤원영 등(2000)은 BMS[Brown, Mahoney and Sivazlian(1983)]의 모형에서 예방 정비가 없는 고장 데이터의 모수와 수리 효과 추정에 관해서 연구하였다.

기존의 연구에 사용한 가정과는 다르게 본 연구에서는 고장 시간과 예방 정비시간이 주어질 때 불완전 수리 모형을 고려하여 수명 데이터에 대해서 고장 강도 함수의 모수와 정비의 수리효과를 추정하기 위해서 최대 우도 함수 방법을 이용한다. 또한 유전자 알고리즘을 이용해서 우도 함수를 최대화시키는 절차를 개발하고 수치 예제를 나타낸다.

2. 예방정비가 있는 비례 수명감소 모형

본 모형에서는 i 번째 예방 정비 시점을 $t_{i,T}$ 라 하고 $(t_{i-1,T}, t_{i,T}]$ 를 i 번째 예방 정비 구간이라 정의할 때 i 구간 내에 발생하는 고장에 대한 수리는 예방 정비에 비해 시스템의 상태를 개선하는 정도가 미약하다고 가정한다. 그러므로 예방 정비가 있는 모형에서 고장에 대한 수리를 최소 수리(minimal repair)로 가정하고 예방 정비를 그림1과 같이 비례 수명 감소 모형(proportional age reduction model)으로 한다.



<그림 21> 예방정비가 있는 비례 수명 감소 모형

윤원영 등(2000)에서 다룬 예방 정비가 없는 모형에서는 고장 자료가 고장 시간으로만 구성되나, 본 연구에서는 예방 정비의 이력이 고장 자료로 추가되며 고장 수리와 예방 정비 두 가지 보수가 존재하게 된다. 이러한 모형에 필요한 가정과 기호는 아래와 같다.

가정

1. 예방 정비 후에 시스템의 수명은 개선인자 α 에 의해 감소된다.
2. 수리와 예방 정비 수행 기간은 무시할 수 있다.
3. 예방 정비 사이에 일어나는 고장은 최소수리가 된다.
4. 첫번째 고장 시간은 와이블 분포를 따른다.

기호

m : 예방 정비 횟수

$t_{i,T}$: i^{th} 예방 정비 시점

$\tau_{i,T} = t_{i,T} - t_{i-1,T}$

n_i : $(t_{i-1,T}, t_{i,T})$ 사이의 고장 횟수

n : 총 고장 횟수

$$n = \sum_{i=1}^m n_i$$

$t_{i,j}$: $(t_{i-1,T}, t_{i,T}]$ 사이 j^{th} 고장 시간 ($i=1, \dots, m, j=1, \dots, n_i$)

$x_{i,j}$: $(t_{i-1,T}, t_{i,T}]$ 사이 j^{th} 고장 수리 후 시스템 수명, $x_{i,j} = (t_{i,j} - t_{i-1,T}) + y_{i-1,T}$

$x_{i,T}$: i^{th} 예방정비 시점에서의 시스템 수명, $x_{i,T} = \sum_{k=1}^i (1-\rho)^{k-1} \tau_{i-j+1,T}$

$y_{i,T}$: i^{th} 예방 정비후의 시스템 수명, $y_{i,T} = \sum_{k=1}^i (1-\rho)^k \tau_{i-j+1,T}$

ρ : 개선 인자

3. 예방정비를 가진 고장 데이터의 분석

본 절에서는 고장 데이터에 대한 우도 함수식을 세우고 예방 정비를 가진 제안된 고장 상황에 대한 추정 문제를 다룬다. 첫번째 고장 시간은 일반 분포의 경우에 대한 우도함수를 구하는 식은 유사한데 본 논문에서는 와이블 분포를 따른다고 가정하였으므로 확률 밀도 함수와 신뢰도 함수는 다음과 같다.

$$f(t) = (\alpha/\beta^\alpha) t^{\alpha-1} \exp(-t^\alpha/\beta)$$

$$R(t) = \exp(-t^\alpha/\beta)$$

여기서, α 형상모수이고, β 는 척도 모수이다.

가정(1)-(4)를 바탕으로 예방 정비를 가진 고장 데이터에 대한 우도 함수는 식(2)와 같이 되고 ρ, α, β 의 최대 우도 추정치는 우도함수 식(2) 또는 로그 우도함수 식(3)을 최대화하는 값을 가지게 된다. 식(3)을 β 에 대해서 1차 편미분하여 ρ 와 α 에 관한 식(4)를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} L\{(\rho, \alpha, \beta) | t_{1,1}, \dots, t_{m,T}\} &= \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} f(x_{i,j}) / R(x_{i,j}) \times \prod_{i=1}^m R(x_{m,T}) \times \prod_{i=1}^{m-1} 1/R(y_{i,T}) \\ &= \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{n_i} (\alpha/\beta^\alpha) (t_{i,j} - t_{i-1,T} + \sum_{k=1}^i (1-\rho)^k \tau_{i-j+1,T})^{\alpha-1} \\ &\quad \times \prod_{i=1}^m \exp\left[-\left(\sum_{k=1}^m (1-\rho)^{k-1} \tau_{m-k+1,T} / \beta\right)^\alpha\right] \\ &\quad \times \prod_{i=1}^{m-1} \exp\left[\left(\sum_{k=1}^m (1-\rho)^k \tau_{m-k+1,T} / \beta\right)^\alpha\right] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 L(\rho, \alpha, \beta) &= n \log \alpha - n \alpha \log \beta \\
 &+ (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \log \left(t_{i,j} - t_{i-1,T} + \sum_{k=1}^i (1 - \rho)^k \tau_{i-k+1,T} \right) \\
 &- \sum_{i=1}^m \left(\sum_{k=1}^m (1 - \rho)^{k-1} \tau_{m-k+1,T} / \beta \right)^\alpha + \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{k=1}^m (1 - \rho)^k \tau_{m-k+1,T} / \beta \right)^\alpha
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 L(\rho, \alpha) &= n \log \alpha + n \log n \\
 &- n \alpha \log \left[\sum_{i=1}^m \left(\sum_{k=1}^{n_i} (1 - \rho)^{k-1} \tau_{m-k+1,T} \right)^\alpha - \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{k=1}^i (1 - \rho)^k \tau_{m-k+1,T} \right)^\alpha \right] \\
 &+ (\alpha - 1) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \log \left(t_{i,j} - t_{i-1,T} + \sum_{k=1}^i (1 - \rho)^k \tau_{i-k+1,T} \right) - n
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\text{where, } \beta = \left[\sum_{i=1}^m \left(\sum_{k=1}^{n_i} (1 - \rho)^{k-1} \tau_{m-k+1,T} \right)^\alpha - \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{k=1}^i (1 - \rho)^k \tau_{m-k+1,T} \right)^\alpha \right] / n^{1/\alpha}$$

주어진 우도함수를 최대로 하는 분포 모수와 개선 인자값을 구하면 이것이 최우추정량이 되는데 우도함수가 비선형이며 복잡하므로 지금까지 탐색기법을 이용하여 근사해를 구하였으나 본 논문에서는 최근 많이 연구되는 유전알고리즘을 응용하고자 한다.

4. 유전 알고리즘을 이용한 모수 추정

유전 알고리즘은 Flow-Shop Sequencing, Job-Shop Scheduling, Machine Scheduling, Transportation문제 등의 문제가 NP문제가 될 경우에 NP문제를 해결하기 위해서 많이 이용되어 진다. 따라서, 본 연구에서는 우도함수 식을 최대화시키기 위해서 유전자 알고리즘을 사용하고자 한다.

4.1 유전자(Chromosome)의 표현

본 논문에서는 우도 함수의 최대화를 다루는 수치 최적화 문제이다. 유전자 알고리즘에서 많이 사용되는 이진(binary)표현은 수치적 문제에서 소수점이하의 표현을 정밀하게 나타내기에는 힘들다. 따라서, 일반적으로 수치 최적화 문제에서는 유전자를 부동점수의 벡터로 표현을 하는데 여기서는 유전자를 벡터인 $[\rho, \alpha, \beta]$ 의 형태로 표현을 하고 n 번째 유전자 벡터를 g_n 으로 표현하기로 한다.

4.2 유전 연산자

유전 알고리즘에서는 대표적으로 교차와 돌연변이 연산자를 사용한다. 부동점 표현에서 사용되는 교차와 돌연변이 연산자의 사용은 일반적으로 이진표현에서 사용되는 것과는 다른

방법을 사용한다. 부동점 표현에서 사용되는 교차 연산자로는 이산재결합, 산술, 단체, 발견적 기하학적 교차 등이 있고 돌연변이 연산자로는 균등 돌연변이 불균등돌연변이 가우스 돌연변이 등이 있다. 본 연구에서는 교차와 돌연변이 연산자로 산술 교차와 불균등 돌연변이 방법을 적용한 유전 알고리즘을 사용한다.

산술 교차에서는 먼저 두 개의 유전자(g_1, g_2)를 선택하고 아래의 식과 같이 교차시킨다.

$$g_1' = g_1 + (1-\lambda)g_2 \quad g_2' = g_2 + (1-\lambda)g_1 \quad (5)$$

$\lambda \in (0, 1)$ 을 가지고 유전자(g_1, g_2)는 벡터이므로 위의 식과 같이 두개의 유전자를 교차시킨 유전자(g_1', g_2')를 생성할 수 있다.

불균등 돌연변이는 부모 유전자인 에서 $[\rho, \alpha, \beta]$ 중 한 요소에 대해서 돌연변이를 시킨다. 예를 들어 α 를 돌연변이 시킬 경우

$$a' = \alpha + \Delta(t, \alpha^U - \alpha) \quad a' = \alpha - \Delta(t, \alpha - \alpha^L) \quad (6)$$

여기서 α^U, α^L 은 α 의 범위에서 최대, 최소값이고 함수 $\Delta(t, y)$ 는 t 가 증가함으로써 0에 가까이 가는 함수로 범위 $[0, y]$ 사이의 값을 반환한다.

$$\Delta(t, y) = y \cdot r \cdot (1 - t/T)^b \quad (7)$$

r 은 $[0, 1]$ 사이의 난수, T 는 최대 세대수, b 는 불균형의 정도를 결정하는 모수이고 t 는 t 세대를 의미한다.

4.3 적응도 평가와 선별

유전 알고리즘에서는 현 세대의 유전자를 평가하는 평가 함수와 다음 세대를 생성하기 위해서 현 세대의 유전자를 선별하는 방법에 따라서 유전 알고리즘에서 해의 수렴도가 달라진다. 본 연구에서 찾고자 하는 함수의 탐색 범위가 넓고 빠른 수렴을 하기 위해서 Top-Pop-Size 선별 방법을 사용한다. Top-Pop-Size 선별 방법은 현 세대의 유전자와 돌연변이, 교차된 유전자로부터 가장 적응도가 좋은 유전자를 Pop-Size만큼 선별해서 다음 세대로 보내게 된다.

5. 실험 예제

본 장에서는 유전 알고리즘과 윤원영외[2]에서 사용한 quasi-Newton을 이용하여 우도함수 식 (3)을 최대화시키는 예제를 보여준다. 아래 표[1]의 고장 데이터는 예방정비 주가가 3, $\rho=0.5$, $\alpha=2$, $\beta=1$ 을 모수로 갖는 모의 실험을 통해서 발생하였다. 표[1]의 고장 데이터로부터 우도 함수 식을 세우고 quasi-Newton을 이용해서 우도 함수식을 최대화하는 추정치는 $\hat{\rho}=0.386073$, $\hat{\alpha}=2.44815$, $\hat{\beta}=1.57595$ 가 되었으며, 유전 알고리즘을 이용해서 우

도 함수식을 최대화하는 추정치는 $\tilde{\rho}=0.462769$, $\tilde{\alpha}=2.210689$, $\tilde{\beta}=1.263737$ 가 되었다. 또한, 유전 알고리즘을 이용한 탐색 방법이 quasi-Newton보다 우도 함수를 최대화하는데 더욱 적은 시간이 소요되는 것을 알 수 있었다.

<표1> 시뮬레이션에 의한 고장 데이터

0.45605	1.14853	1.94450	2.34048	2.65092	2.66455	2.75763	2.83701	3.0000*
3.62143	3.62560	3.92564	4.05928	4.20072	4.48999	4.73875	4.94072	4.98815
5.04656	5.77823	6.00000*	6.04435	6.48572	6.55286	6.80987	6.90366	8.03224
8.11101	8.61808	8.66559	8.75879	8.77327	8.79557	8.85942	8.94499	8.99242
9.00000*	9.52682	9.75766	9.89150	10.3780	10.5150	10.5848	10.6941	10.6950
10.7721	10.8621	10.9010	10.9297	10.9351	11.0219	11.1929	11.2211	11.3361
11.6241	11.7277	11.7312	11.7519	11.7934	11.8232	11.8588	11.8846	11.9633
12.0000*	12.0752	12.2196	12.2445	12.2558	12.3230	12.3371	12.4757	12.6931
12.7099	12.7152	12.7210	13.1858	13.4360	13.4884	13.4996	13.5413	13.7439
13.7632	13.9046	13.9075	13.9831	14.2332	14.2492	14.2921	14.3097	14.3501
14.3509	14.3835	14.5478	14.5752	14.6252	14.6913	14.8032	14.8251	14.8671
14.9361								

* : 예방정비 시점

6. 결론

본 연구에서는 고장 강도 함수와 예방정비의 개선인자에 대한 추정 문제를 다루었다. 주어진 고장자료는 예방정비가 주기적으로 실시된 시점을 가지고 있으며 그 사이에 고장 시점을 가지고 있다. 이 경우 우리는 고장 시 수리는 최소수리가 이루어지며 예방정비 후 시스템의 상태는 개선되는 BMS(1983)의 비례적 수명 감소 모형에 근거하여 모형을 가정하였다. 초기 고장분포는 와이블 분포를 가정하였다. 이 모형하에서 우도 함수식을 세우고, 우도 함수식의 비 선형성으로 인한 해의 검색으로 유전자 알고리즘을 이용해서 우도 함수를 최대화시키는 절차를 개발하고 수치 예제를 나타내었다. 예제를 통해 유전알고리즘이 최적해를 근사하게 구하는 것을 볼 수 있었다. 추후 연구로는 보다 다양한 모형가정을 상정한 연구를 실시할 수 있을 것이며 한 방향은 가속수명자료 분석으로 다른 한편으로는 현장자료분석 분야로 그 연구범위를 확대할 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] 백상엽, 임태진, 이창훈(1995), 다수의 고장 원인을 갖는 시스템의 신뢰성 모형화 및 분석, *대한산업공학회지*, 21권, 4호, 609-628
- [2] 윤원영, 정석주, 정일한, 김종운, 정상욱(2000), BMS 수리모형하에서 시스템의 수리효과 및 고장강도함수의 모수추정, *한국경영과학회지*, 25권, 4호, 45-54
- [3] 이진승(1998), EM 알고리즘을 이용한 외부효과 종속적 수리 모형의 모수 추정, 서울대학교 석사학위논문
- [4] 임태진(1997), Brown-proschan 불안전 PM모형에서 완전 PM 확률의 추정, *한국경영과학회지*, 22권, 4호, 151-165
- [5] Block, H.W., Borgers, W.S., and Savits, T.H.(1985), Age-dependent minimal repair, *Journal of Applied Probability*, Volume 22, 370-385.
- [6] Block, H.W., Borges, W.S., and Savits, T.H.(1988), A general age replacement model with minimal repair, *Naval Research Logistics*, Volume 35, No.5, 365-372
- [7] Brown, J.F., Mahoney, J.F. and Sivazlian, B.D.(1983), Hysteresis repair in discounted replacement problems , *IIE Transactions*, Volume 15, No.2, 156-165.
- [8] Brown, M., and Proschan, F.(1983), Imperfect repair, *Journal of Applied Probability*, Volume 20, 851-859.
- [9] Iyer, S.(1992), Availability results for imperfect repair, *Sankhya: the Indian Journal of Statistics*, Volume 54, No.2, 249-259
- [10] Kijima, M.(1989), Some results for repairable systems with general repair, *Journal of Applied Probability*, Volume 26, 89-102
- [11] Kijima, M., Morimura, H. and Suzuki, Y.(1988), Periodical replacement problem without assuming minimal repair, *European Journal of Operational Research*, Volume 37, No.2, 194-203
- [12] Lim, T.J.(1998), Estimating system reliability with fully masked data under Brown-Proschan imperfect repair model, *Reliability Engineering and System Safety*, Volume 59, 277-289.
- [13] Malik, M.A.K.(1979), Reliable preventive maintenance scheduling, *AIIE Transactions*, Volume 11, No.3, 221-228.
- [14] Nakagawa, T.(1979a) ,Optimum policies when preventive maintenance is imperfect, *IEEE Transactions on Reliability* Volume 28, No.4, 331-332
- [15] Nakagawa, T(1979b) , , Imperfect preventive maintenance, *IEEE Transactions on Reliability*, Volume 28, No.5, 402
- [16] Nakagawa, T.(1980), *A summary of imperfect maintenance policies with minimal repair*, RAIRO, Recherche Operationnelle 14, 249-255