
주파수영역 설계명세조건의 저차원분해를 이용한 2차원 디지털 필터의 설계

문용선*

Design of 2-D Separable Denominator Digital Filters based on the reduced Dimension Decomposition of Frequency Domain Specification

Yong-seon Moon*

요 약

본 논문에서는 2차원 분모분리형 디지털 필터의 설계에 대한 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘은 진폭 특성과 위상특성으로 주어진 2차원 디지털 필터의 주파수 영역 설계명세조건을 특이치 분해를 이용하여 1차원 디지털 필터의 설계명세조건으로 분해한다. 따라서, 2차원 디지털 필터 설계문제는 1차원 디지털 필터의 설계 문제로 귀착되며 이는 계산적으로 유효하며 수치적으로 안정한 설계법으로 고려되며 설계 예로부터 유효성을 확인한다.

ABSTRACT

This paper presents an algorithm for the design of 2 dimension separable denominator digital filter(SDDF). The proposed algorithm is based on the reduced dimensional decomposition not only 2 dimension SDDF's but also of given 2 dimension specification. The frequency domain design of 2 dimension separable denominator digital filters based on the reduced dimensional decomposition can be realized when the given 2 dimension frequency specification are optimally decomposed into a pair of 1 dimension digital filter specification via singular value decomposition. the algorithm is computationally efficient and numerically stable. In case of the low pass filter, the approximation error of the proposed design algorithm is $e_m=5.17$, $e_{d1}=8.78$, $e_{d2}=7.34$, while in case of band pass filter, the approximation error is $e_m=13.00$, $e_{d1}=62.76$, $e_{d2}=62.76$

키워드

Digital Filter, Frequency-domain specification, Singular value Decomposition

* 순천대학교 전자공학과

접수일자: 2001. 12. 14

1. 서론

인간은 물리적 감각인 시각, 청각, 촉각과 화학적 감각인 미각, 후각의 오감을 통해서 외계의 정보를 얻고 있는데 사회 활동을 영위하는 인간은 필요한 정보의 60% 이상을 시각을 통하여 감지한다.

실제로 실세계의 신호들은 대부분 정지화상(2차원), 동화상(3차원), 정지입체화상(3차원)과 같이 2차원 이상의 다차원 신호로, 그 예로는 의학과 공업용의 방사선 사진, 전자현미경사진, 레이더나 소우나의 반사사진, 지진파처리, x선사진의 강조, 인공위성에 의한 원격화상해석 등의 처리에 2차원 디지털 필터가 많이 이용되기 때문에 그의 설계에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다.

2차원 디지털 필터의 설계법은 공간영역, 주파수영역에서 있다. 공간영역 설계명세조건에 있어서는 보통 필터의 임펄스 응답이 주어지며, 주파수 영역의 설계는 필터의 진폭특성과 위상특성이 주어진다. 차원 디지털 필터의 임펄스 응답이 유한한가 무한한가에 의해서 순환형 필터와 비순환형 필터로 분류된다. 순환형 필터는 항상 안정하고 선형 위상특성을 갖도록 설계할 수 있지만, 비순환형 필터와 비교해서 동일한 진폭특성을 갖기 위해서는 비교적 높은 차수가 필요하다. 또한, 디지털 필터를 구현할 때 계산량과 메모리의 용량을 적게 하기 방법이 요구되어진다. 따라서, 계산량과 메모리가 적게 필요할 뿐 아니라 양호한 진폭특성을 갖는 순환형 필터에 관한 연구가 많이 행하여지고 있다[1][2]. 그러나, 2차원 비순환형 디지털 필터는 안정성 판별이 곤란하기 때문에 설계하는데 많은 어려움을 갖고 있다. 이러한 문제로 다차원 디지털 필터의 설계는 저차수 전달함수를 기초로 한 종속형과 분모분리형 등과 같은 필터의 설계명세조건을 이용한 설계법이 제안되었다[3][4]. 2차원 분모분리형 디지털 필터는 2개의 1차원 디지털 필터에 의해서 특성화될 수 있는데, 2개의 1차원 디지털 필터 중의 하나는 무한개의 입력과 유한개의 출력을 가지며 다른 하나는 유한개 입력과 무한개의 출력을 갖는다. 그러나, 이러한 기술들은 1차원 설계 기술에 일치하도록 확장하면 되면 우주 복잡할 뿐 아니라 설계량이 많아져서 비효율적이다. 최근에는 유한개의 입력과 출력을 갖는 한 쌍의 1차원 디

지탈 필터로 정확히 분해할 수 있다는 것을 제시되었다[5-7].

본 논문에서는 2차원 분모분리형 디지털 필터의 설계할 때 저차원분해 뿐 아니라 주어진 2차원 설계명세조건을 한 쌍의 1차원 설계명세조건으로 분해하여 분모분리형 디지털 필터가 2개의 1차원 디지털 필터로 저차원화될 수 있다는 것을 근거로 하여, 2차원 분모분리형 디지털 필터의 주파수 영역에 주어진 설계명세조건을 1차원 디지털 필터의 주파수 설계명세조건으로 분해하고, 2차원 디지털 필터의 설계 문제를 1차원 디지털 필터의 설계 문제로 귀착시키는 저차원 분해에 의한 설계법을 제안하고 그 결과를 검토한다.

II. 분모 분리형 2차원 디지털 필터의 저차원 분해

$$H(z_1, z_2) = \frac{\sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N b_{ij} z_1^{-i} z_2^{-j}}{\sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N a_{ij} z_1^{-i} z_2^{-j}} = \frac{N(z_1, z_2)}{D(z_1, z_2)} \quad (1)$$

식 (1)에서 분모 $D(z_1, z_2)$ 가 2변수 함수이며, 인수분해가 어렵기 때문에 2차원 디지털 필터의 안정성 판별이 어렵다. 따라서, 안정성 판별이 간단하고 전달함수의 분모 $D(z_1, z_2)$ 가 2개의 1 변수의 다항식의 곱으로 형태로 표현되는 분모분리형 2차원 디지털 필터의 설계에 관한 연구가 많이 진행되고 있다. 분모 분리형 2차원 디지털 필터의 전달함수는 식 (2)과 같이 표현된다.

$$H(z_1, z_2) = \frac{N(z_1, z_2)}{D_1(z_1)D_2(z_2)} \quad (2)$$

식 (2)에서 분자 $N(z_1, z_2)$ 은 식 (3)과 같이 쓸 수 있다.

$$N(z_1, z_2) = (1 \ z_1^{-1} \ z_1^{-2} \ \dots \ z_1^{-M}) \begin{bmatrix} b_{00} & b_{01} & \dots & b_{0N} \\ b_{10} & b_{11} & \dots & b_{1N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{M0} & b_{M1} & \dots & b_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z_2^{-1} \\ \vdots \\ z_2^{-N} \end{bmatrix} = Z_1 \cdot A \cdot Z_2 \quad (3)$$

식(3)에서 $Z_1 \in C^{1 \times (M+1)}$, $A \in R^{(M+1) \times (N+1)}$, $Z_2 \in C^{(N+1) \times 1}$ 의 벡터이다. $rank[A] = r$ 이라면, 최대 계수 분해 정리에 의해서 A 을 2개의 행렬의 곱으로 분해 할 수 있다.

$$A = F \cdot G$$

$$F \in R^{(M+1) \times r}, G \in R^{r \times (N+1)} \quad (4)$$

식 (2)의 분자 $N(z_1, z_2)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$N(z_1, z_2) = Z_1 A Z_2 = Z_1 F \cdot G Z_2$$

$$= N_f(z_1) \cdot N_g(z_2) \quad (5)$$

따라서, 2 차원 디지털 필터의 전달함수는 식 (6)과 같다.

$$H(z_1, z_2) = \frac{N_f(z_1) \cdot N_g(z_2)}{D_1(z_1) \cdot D_2(z_2)}$$

$$= H_f(z_1) \cdot H_g(z_2) \quad (6)$$

식 (6)에서 $H_f(z_1) \in C^{1 \times r}$, $H_g(z_2) \in C^{r \times 1}$ 이며, $H_f(z_1)$ 은 $1 \times r$ 행렬이며, 그의 성분은 z_1^{-1} 의 유리 다항식이다. $H_g(z_2)$ 은 $r \times 1$ 행렬이며 성분은 z_2^{-1} 의 유리 다항식이다. 따라서 전달함수 $H(z_1, z_2)$ 을 갖는 분모분리형 2차원 디지털 필터는 그림 1과 같이, 각각 1입력- r 출력의 1차원 디지털 필터 $H_f(z_1)$ 과 r 출력-1입력 1차원 디지털 필터 $H_g(z_2)$ 의 종속 접속으로 분해할 수 있다.

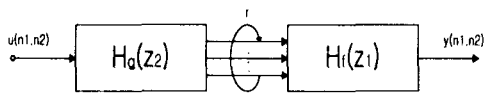


그림 1. 저차원 분해형 2차원 디지털 필터
Fig. 1 The reduced dimensional decomposition of 2 dimension digital filter

또한 식 (6)은 식 (7)으로 쓸 수 있기 때문에 그림 1은 그림 2와 같이 표현된다.

$$H(z_1, z_2) = \frac{[N_{f1}(z_1) \ N_{f2}(z_1) \ \dots \ N_{fr}(z_1)]}{D_1(z_1)} \cdot \frac{[N_{g1}(z_2) \ N_{g2}(z_2) \ \dots \ N_{gr}(z_2)]'}{D_2(z_2)}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^r N_{fi}(z_1) \cdot N_{gi}(z_2)}{D_1(z_1) D_2(z_2)}$$

$$= \sum_{i=1}^r f_i(z_1) g_i(z_2) \quad (7)$$

식 (7)에서 $f_i(z_1) = N_{fi}(z_1) / D_1(z_1)$
 $g_i(z_2) = N_{gi}(z_2) / D_2(z_2)$ 이다.

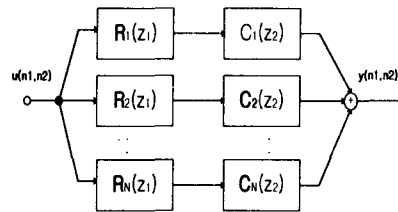


그림 2. 분모분리형 2차원 디지털 필터의 블록도
Fig. 2 Block diagram of the 2 dimensional separable denominator digital filter

분모분리형 2차원 디지털 필터의 설계문제를 $f_i(z_1)$ 과 $f_i(z_2)$ 의 1차원 디지털 필터의 설계문제로 고려할 수 있고, 1차원 디지털 필터의 설계법을 이용하여 안정한 2차원 디지털 필터를 설계 할 수 있다.

III. 2차원 주파수 영역의 설계명세조건의 저차원 분해

분모분리형 2차원 디지털 필터의 전달함수의 저차원 분해에 대응해서 주어진 2차원 주파수 영역의 설계 명세조건도 1 차원의 설계명세조건으로 분해가 필요하다. 본 연구에서는 주파수 영역 $\omega_1 - \omega_2$ 평면의 4상한에 있어서 평가점에서의 복소주파수 설계명세조건이 행렬 식 (8)으로 주어진다고 가정한다.

$$H_d = \begin{bmatrix} H(-M, -N) & \dots & H(-M, N) \\ H(-M+1, -N) & \dots & H(-M+1, N) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ H(M, -N) & \dots & H(M, N) \end{bmatrix} \quad (8)$$

식 (8)에서 $H(m, n)$ 는 복소수로 $H(\omega_{1m}, \omega_{2n})$ 의 간략화 된 표현이다. (m, n) 는 식 (9)이고, (M, N) 은 복소평면에서 하나의 평면을 ω_1 방향과 ω_2 방향을 각각 M, N 등분한 것이다.

$$\begin{aligned} (m, n) &= (\omega_{1m}, \omega_{2n}) \in A_m \\ &= \{(\omega_{1m}, \omega_{2n}) \\ \omega_{1m} &= \frac{\pi \times m}{M}, -M \leq m \leq M \\ \omega_{2n} &= \frac{\pi \times n}{N}, -N \leq n \leq N \} \end{aligned} \quad (9)$$

식(8)은 식 (10)과 같이 특이치분해할 수 있다.

$$\begin{aligned} H_d &= \sum_{i=1}^M S_i u_i v_i' = U \cdot S \cdot V \\ &= US^{\frac{1}{2}} \cdot S^{\frac{1}{2}} V \\ &= H_{fd} \cdot H_{gd} \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)에서 S_i 는 H_d 의 특이치, u_i 는 $H_d H_d'$ 의 정규직교고유벡터, v_i' 는 $H_d' H_d$ 의 정규 직교 고유벡터이다. 그리고, H_{fd} 와 H_{gd} 는 식 (11)이다.

$$\begin{aligned} H_{fd} &= [H_{fd1} H_{fd2} \cdots H_{fdr}] \\ H_{gd} &= [H_{gd1}' H_{gd2}' \cdots H_{gdr}'] \end{aligned} \quad (11)$$

따라서 H_{fd} 와 H_{gd} 을 각각 1입력-r출력과 r입력-1출력의 1차원 디지털 필터의 설계 명세조건으로 간주한다면, H_d 을 설계명세조건으로 하는 2차원 디지털 필터의 설계문제를 H_{fd} 와 H_{gd} 을 설계명세조건으로 하는 1차원 디지털 필터의 설계문제로 간략화 할 수 있다. 결국 2절에서 논했던 분모분리형 2차원 디지털 필터의 전달함수 저차원분해에 의해서 얻어진 1차원 전달함수와 1차원 디지털 필터의 설계명세조건 H_{fd} 와 H_{gd} 과의 대응관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} H_f(z_1) &= [f_1(z_1) f_2(z_2) \cdots f_r(z_1)] \Leftrightarrow \\ H_{fd} &= [H_{fd1} H_{fd2} \cdots H_{fdr}] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} H_g(z_2) &= [g_1(z_1) g_2(z_2) \cdots g_r(z_2)]' \Leftrightarrow \\ H_{gd} &= [H_{gd1}' H_{gd2}' \cdots H_{gdr}']' \end{aligned} \quad (13)$$

1입력-r출력 1차원 디지털 필터 $H_f(z_1)$ 와 r입력-1출력 1차원 디지털 필터 $H_g(z_2)$ 을 설계하기 위한 안정성 판별은 식 (14)과 식 (15)을 이용한다.

$$\begin{aligned} H_f(z_1) &= [f_1(z_1) \cdots f_r(z_1)] \\ &= \frac{[N_{f_1}(z_1)N_{f_2}(z_1) \cdots N_{f_r}(z_1)]}{D_1(z_1)} \\ &= \frac{\sum_{i=0}^M b_{1i} z_1^{-i} \sum_{i=0}^M b_{2i} z_1^{-i} \cdots \sum_{i=0}^M b_{ri} z_1^{-i}}{\prod_{i=1}^{M/2} (1 + \alpha_{1i} z_1^{-1} + \alpha_{2i} z_1^{-2})} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} H_g(z_2) &= [g_1(z_2) \cdots g_r(z_2)] \\ &= \frac{[N_{g_1}(z_2)N_{g_2}(z_2) \cdots N_{g_r}(z_2)]}{D_1(z_2)} \\ &= \frac{[\sum_{i=0}^M c_{1i} z_2^{-i} \sum_{i=0}^M c_{2i} z_2^{-i} \cdots \sum_{i=0}^M c_{ri} z_2^{-i}]'}{\prod_{i=1}^{M/2} (1 + \beta_{1i} z_1^{-1} + \beta_{2i} z_1^{-2})} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (14)과 식 (15)으로 표현된 1차원 디지털 필터가 안정하려면 다음 조건을 만족해야 한다.

$$\begin{cases} |\alpha_{1i}| < 1 + \alpha_{2i} \\ |\alpha_{1i}| < 1 \\ |\beta_{1i}| < 1 + \beta_{2i} \\ |\beta_{1i}| < 1 \end{cases} \quad (16)$$

$H_f(z_1)$ 와 $H_g(z_2)$ 의 설계는 최소화 함수를 기초로 한 Flecher-Power법(DFP)을 이용한다.

IV. 평가함수의 정의

2 차원 디지털 필터의 주파수 영역 설계명세조건으로 진폭특성 $M(\omega_1, \omega_2)$ 와 일정 균지연 위상특성 (τ_1, τ_2) 이 주어지면 2차원 디지털필터의 복소설계 명세조건은 식 (17)으로 표현되며 식 (17)을 분해하여

설계를 행한다.

$$\begin{aligned}
 H(\omega_1, \omega_2) &= M(\omega_1, \omega_2)e^{j\phi(\omega_1, \omega_2)} \\
 &= M(\omega_1, \omega_2)e^{-j(\tau_1\omega_1 + \tau_2\omega_2)}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

실제로 설계 할 경우, 2차원 디지털 필터가 1차원 디지털 필터 $H_f(z_1)$ 설계와 $H_g(z_2)$ 설계 2 단계로 나누어서 행하지만 원리는 동일하기 때문에 $H_f(z_1)$ 의 설계의 경우만 기술한다. 1차원 디지털 필터 설계 문제는 다음 식 (18)으로 정의된 평가함수를 최소화하는 비선형 최적화문제로 귀착된다.

$$\begin{aligned}
 E(\theta) &= \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M [H_i(m) - H_{id}(m)]^2 \\
 &= \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M [R_i(m) + jI_i(m) - R_{id}(m) - jI_{id}(m)]^2 \\
 &= \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M [R_i(m) - R_{id}(m)]^2 + [I_i(m) - I_{id}(m)]^2
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

수 있습니다.

식 (18)에서 θ 는 $E(\theta)$ 을 최소로 하는 파라미터 벡터, i 는 $H_f(z_1)$ 에서 i 번째 1차원 디지털 필터, $H_i(m)$ 은 i 번째 1차원 디지털 필터의 주파수 평가점 ω_{1m} 에 있어서 주파수 응답, $H_{id}(m)$ 은 i 번째 1차원 디지털 필터의 주파수 평가점 ω_{1m} 에 있어서 주파수 응답의 설계명세조건이다. DFP법을 이용할 경우, 평가함수 $E(\theta)$ 의 θ 의 각 요소에 대한 편미분식을 구해야 한다.

$$\frac{\partial E(\theta)}{\partial \theta} = \left[\frac{\partial E(\theta)}{\partial a_{11}}, \frac{\partial E(\theta)}{\partial a_{12}}, \dots, \frac{\partial E(\theta)}{\partial b_{rM}} \right] \tag{19}$$

설계할 때에는 평가함수 $E(\theta)$ 을 최소로 하도록 DFP법을 이용하고 정해진 순환회수에 의해서 최적의 파라미터 θ 을 구하게 된다. 앞에서 기술한 것과 같이 디지털 필터의 전달함수 $H(z_1, z_2)$ 은 저차원 분해에 의해서 식 (20)으로 표현된다.

$$H(z_1, z_2) = \sum_{i=1}^I f_i(z_1)g_i(z_2) \tag{20}$$

식 (20)에서 $z = e^{j\omega}$ 을 대입한 후 주파수응답을 구하면 식 (21)과 같다.

$$\begin{aligned}
 H(e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}) &= \sum_{i=1}^I f_i(e^{j\omega_1})g_i(e^{j\omega_2}) \\
 &= M(\omega_1, \omega_2)e^{j\phi(\omega_1, \omega_2)}
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

따라서, 위상특성은 $\tau_1(\omega_1, \omega_2)$ 과 $\tau_2(\omega_1, \omega_2)$ 의 계산을 위한 평가식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 T_i(\omega_1, \omega_2) &= -\frac{\partial \phi(\omega_1, \omega_2)}{\partial \omega_i} \\
 &= -\text{Im}\left\{ \frac{\partial}{\partial \omega_i} [\log(H(\omega_1, \omega_2))] \right\}
 \end{aligned}
 \tag{22}$$

본 논문에서는 설계되어진 2차원 디지털 필터의 진폭특성과 위상특성의 근사도는 다음과 같이 정규화 되어진 RMS 오차로 평가한다.

$$e_m = \frac{\left\{ \sum_{(m,n) \in \Lambda_m} \sum_{n=1}^N (|H(m,n)| - |H_d(m,n)|)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}{\left\{ \sum_{(m,n) \in \Lambda_m} \sum_{n=1}^N (|H(m,n)|^2) \right\}^{\frac{1}{2}}} \tag{23}$$

$$e_m = \frac{\left\{ \sum_{(m,n) \in \Lambda_m} \sum_{n=1}^N (|H(m,n)| - |H_d(m,n)|)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}{\left\{ \sum_{(m,n) \in \Lambda_m} \sum_{n=1}^N (|H(m,n)|^2) \right\}^{\frac{1}{2}}} \tag{24}$$

식 (23)과 식(24)에서 Λ_m 은 진폭특성을 근사한 주파수 (ω_1, ω_2) 의 샘플점 $(\omega_{1m}, \omega_{2n})$ 의 집합, Λ_r 은 균지연 설계명세조건을 근사한 주파수 (ω_1, ω_2) 의 샘플점 $(\omega_{1m}, \omega_{2n})$ 의 집합이다.

V. 시뮬레이션 및 검토

본 논문에서 제안한 2차원 디지털 필터의 설계법의 유효성을 나타내기 위해서 주어진 설계명세조건은 원대칭 저역통과필터로 균지연특성은 식 (25) 그리고 진폭특성은 식 (26)과 같다.

$$\begin{aligned}
 \tau_{d_i} &= \tau_{d_i} = 3, \\
 (m, n) \in \Lambda_i &= \{(\omega_{1m}, \omega_{2n}) : r_{mn} \leq 0.3\} \cap \Lambda_m
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

$$M_d(m, n) = \begin{cases} 1.0 & \text{for } r_{mn} \in [0, 0.1] \\ 0.8 & \text{for } r_{mn} \in [0.1, 0.2] \\ 0.44 & \text{for } r_{mn} \in [0.2, 0.3] \\ 0.14 & \text{for } r_{mn} \in [0.3, 0.4] \\ 0.03 & \text{for } r_{mn} \in [0.4, 0.5] \\ 0.02 & \text{for } r_{mn} \in [0.5, 0.6] \\ 0.01 & \text{for } r_{mn} \in [0.6, 1.0] \end{cases} \quad (26)$$

설계명세조건으로 주어진 2차원 디지털 필터의 진폭특성과 군지연특성을 이용하여 식 8로 표현된 복소 설계명세조건 행렬 H_d 을 구성한 후 특이치 분해를 한 후 특이치 값은 표 1과 같다.

표 1. 복소 설계명세조건행렬의 특이치
Table 1. Singular values of complex specification

s_1	s_2	s_3	s_4	s_5
4.345	0.197	0.084	0.054	0.025
s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}
0.024	0.019	0.011	0.002	0.001

표 1에서 s_i ($i \geq 5$)는 비교적 적은 값을 갖기 때문에 절사하여도 설계 결과에는 큰 영향을 미치지 않는다. 따라서 (s_1, s_2, s_3, s_4)만을 이용하여 설계한 결과는 표 2와 같다.

표 2. 설계한 2차원 디지털 필터의 결과
Table 2. Results of the designed 2 dimensional Digital Filter

차수	e_{r1}	e_{r2}	e_m	계수의개수
(2,2)	29.88	29.88	13.01	28
(4,4)	8.78	7.34	5.17	48
(6,6)	2.61	2.69	4.92	68

설계한 디지털 필터의 진폭특성 $M(\omega_1, \omega_2)$ 과 군지연 특성 $\tau_1(\omega_1, \omega_2)$ 과 $\tau_2(\omega_1, \omega_2)$ 은 각각 그림 3, 그림 4, 그리고 그림 5와 같다

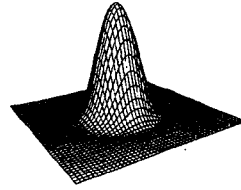


그림 3. 설계된 저역통과필터의 진폭특성 $M(\omega_1, \omega_2)$

Fig. 3 Magnitude characteristic of the designed low pass filter

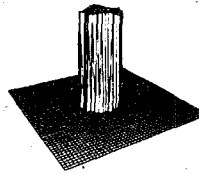


그림 4. 설계된 저역통과필터의 위상특성 $\tau_1(\omega_1, \omega_2)$

Fig. 4 Phase characteristic of the designed low pass filter

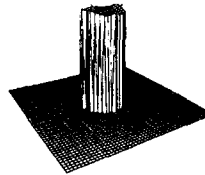


그림 5. 설계된 저역통과필터의 위상특성 $\tau_2(\omega_1, \omega_2)$

Fig. 5 Phase characteristic of the designed low pass filter

또한 다음 식으로 표현된 원대칭특성을 갖는 대역 통과필터를 설계한다.

$$M_d(\omega_1, \omega_2) = \sqrt{W / (E^2 + \frac{1}{S})} \quad (27)$$

$$E = \sqrt{\frac{\pi}{k}} \cdot e^{-r^2/k}, \quad r = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$$

$$\tau_{d_i} = \tau_{d_i} = 3 \quad (28)$$

식 (27)에서 $s=100, k=0.5$ 이며 설계명세조건으로 주어진 2차원 디지털 필터의 진폭특성과 군지연 특성을 이용하여 행렬 H_d 을 구성한 후 구한 특이치 값은 표 3과 같다.

표 3. 복소설계명세조건 행렬의 특이치
Table 3. Singular values of complex specification

s_1	s_2	s_3	s_4
14.728	5.050	1.370	0.283
s_5	s_6	s_7	s_8
0.103	0.016	0.0009	0.000

표 3에서 $s_i (i \geq 3)$ 는 비교적 적은 값을 갖기 때문에 (s_1, s_2, s_3) 만을 이용하여 설계한 결과는 $e_m = 13.00, e_{r1} = 62.76, e_{r2} = 62.76$ 이다. 설계한 디지털 필터의 진폭특성 $M(\omega_1, \omega_2)$ 과 군지연 특성 $\tau_1(\omega_1, \omega_2)$ 과 $\tau_2(\omega_1, \omega_2)$ 은 다음과 같다.

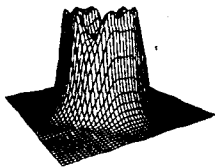


그림 6. 설계된 대역통과필터의 진폭특성
 $M(\omega_1, \omega_2)$

Fig. 6 Magnitude characteristic of the designed band pass filter

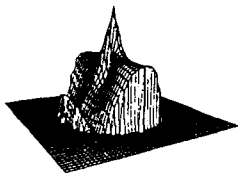


그림 7. 설계된 대역통과필터의 위상특성
 $\tau_1(\omega_1, \omega_2)$

Fig. 7 Phase characteristic of the designed band pass filter

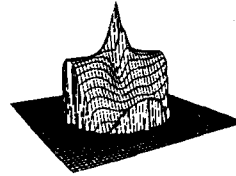


그림 8. 설계된 대역통과필터의 위상특성
 $\tau_2(\omega_1, \omega_2)$

Fig. 8 Phase characteristic of the designed band pass filter

이상의 2차원 분모분리형 저역통과 및 대역통과 디지털 필터를 본 논문에서 제안한 알고리즘으로 설계를 하였다. 저역통과필터 설계결과는 (2,2)차의 경우는 군지연특성에서 오차가 많이 발생하지만 (4,4)차와 (6,6)차의 경우는 비교적 양호한 결과를 얻을 수 있었다. 대역통과필터의 경우 군지연특성에 의외로 오차가 많이 발생하였다. 설계의 오차가 많이 발생하는 원인은 여러 가지가 있을 수 있지만 주어진 일정 군지연 특성의 설계명세조건 $\tau_1(\omega_1, \omega_2), \tau_2(\omega_1, \omega_2)$ 을 완전 선형 위상특성으로 표현하여 진폭특성의 설계명세조건에 적합하도록 하여 2차원 디지털필터의 복소설계명세조건을 얻은 후 특이치 분해를 행한 결과, 1차원 디지털 필터의 설계명세조건에 근사하는 것이 어렵기 때문으로 생각된다.

VI. 결론

본 논문에서는 주파수영역으로 주어진 설계명세조건을 1차원 디지털 필터의 주파수 설계명세조건으로 분해하여, 2차원 분모분리형 디지털 필터의 설계 문제를 1차원 디지털 필터의 설계 문제로 귀착시키는 저차원분해에 의한 설계법을 제안하였다. 제안한 알고리즘의 유효성을 확인하기 위하여 저역통과 및 대역통과 2차원 디지털 필터를 설계하였다. 저역통과필터의 설계결과는 비교적 양호한 결과를 얻을 수 있었으나 대역통과필터의 경우 군지연특성에 의외로 오차가 많이 발생하였다. 설계 오차 원인으로서는 일정 군지연 특성의 설계명세조건을 완전 선형 위상특성으로 표현하여

진폭특성의 설계명세조건에 적합하도록 하여 2차원 디지털 필터의 복소설계명세조건을 얻은 후 특이치 분해를 행한 결과, 1차원 디지털 필터의 설계명세조건에 근사하는 것이 어렵기 때문에 판단된다. 따라서 앞으로 설계오차를 감소시킬 수 있는 정형화된 설계법에 관한 연구가 계속 되어 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1] S.A.H.Aly and M.M.Fahing, "Design of two-Dimensional Recursive Digital Filters with Specified Magnitude and Group Delay Characteristics", IEEE Trans. Circuits and Syst., CAS-25, 11, PP.908-916, Nov., 1978
- [2] T.Lin, M.Kawamata and T.Higuchi, "Design of 2-D Separable-Denominator Digital Filters Baesd on the Reduced-Dimensional Decomposition", IEEE Trans. Circuits and Syst., CAS-34, No.8, PP.934-941, August, 1987
- [3] T.Hinamoto and S.Meakawa, "Design of Two-Dimensional Recurive Digital Filters Using Mirror-Image Polynomials", IEEE Trans. CAS-33, 8, PP.750-758, August, 1986
- [4] T. Hinamoto and H. Toda, "The use of impulse response gramians in the design of 2-D separable denominator digital filters," IEEE Signal Proc. International Con. on Acoustics, Speech, and Signal Proc., vol. 4, pp.2881-2884, May, 1991
- [5] J. L. Aravena, M. Shafiee, and W. A. Porter, "State models and stability for 2-D filters," IEEE Trans. on Circuits and Syst., vol 37, no. 12, PP. 1509-1519, Dec.,1990
- [6] R. Asyworth, K. Dickenson, and R. Waterfall, Image Processing for Traffic Monitoring, in Information Technology Applications in Transportation, Netherlands: VNU Science Press, 1987.
- [7] R. A. Roberts and C. T. Mullis, Digital Signal Processing, Reading, Massachusetts, Addison Wesley, 1987.

저 자 소 개



문용선(Yong-Seon Moon)

1983년 2월:조선대학교 전자공학과 (공학사)

1985년 2월:조선대학교 대학원 전자공학과(공학석사)

1989년 2월:조선대학교 대학원 전자공학과(공학박사)

1992년 3월~현재:순천대학교 전자공학과 부교수

※ 관심분야 : Vision-based control