

# 성토기초지반의 탄·점소성 거동 특성

## Behavior Characteristics of Embankment Foundation Based on Elasto-Viscoplastic Analysis

정 진 섭\* 양 극 영\* 李 光 範\*\*  
Jeong, jin Seob Yang, Keek Young Li Guang Fan

### Abstract

This study was performed to investigate the effect of time-dependent creep on the deformation. In the analysis, modified Cam-Clay model was adopted to describe the elastic-plastic behavior of clayey soil. In order to consider effect of creep, the secondary coefficient of consolidation  $\alpha$  was supplemented to modified Cam-Clay model. To examine the reliability of the program which is developed in this study, the estimated values by this program were compared with the experimental results. The results of the analysis were in good agreement with the observed values in the field.

**키워드 :** creep, 수정 Cam-Clay 모델, 구성식, 유한요소법, 침하, 측방변위, 간극수압

### 1. 서 론

성토지반의 변형거동을 명확히 표현하는데는 측방유동이나 즉시침하 즉, 1차원 연직응력 뿐만 아니라 수평응력을 포함한 3차원적 응력조건에서 변형문제를 다루어야 한다. 이와 관련하여 Biot<sup>1)</sup>는 변위를 미지수로 하여 흙요소의 평형식을 중심으로 연속조건식을 연립하여 압밀방정식을 제안하였다. 이 압밀방정식은 이론적으로 압밀의 구조적 특성을 충분히 설명하고 있지만 과잉간극수압과 변위를 미지수로 한 연립편미분방정식이 되기 때문에 정해를 구하기는 쉽지 않다. 그러나 유한요소법은 복잡한 경계조건에서의 Biot 압밀방정식을 해석할 수 있게 하였다.

한편 응력-변형률 관계식의 확립을 목표로 일련의 연구가 이루어져 과거에 사용하던 탄성모델보다는 흙의 거동을 잘 나타내는 응력-변형률 관계가 많이 제안되었다.

그중 Roscoe<sup>2)</sup> 등이 제안한 Cam-Clay 모델이 비교적 간단한 식으로 점토의 특성을 명확히 기술하고 있다. 또 최근 creep나 응력완화와 같은 흙의 변형거동을 표현 할 수 있는 시간효과를 고려한 점소성 구성모델이 Sekiguchi<sup>3)</sup> 등에 의해 제안되었다.

이러한 연구의 일환으로 본 연구는 신성퇴적 점토층인 경우에 creep와 같은 시간의존성 거동이 토질구조물 안정

에 크게 영향을 미치는 것을 감안하여 수정 Cam-Clay 모델<sup>4)</sup>에 creep 효과를 나타낼 수 있는 탄·점소성 구성식을 제안하였고 이 구성식으로 해석한 결과와 creep 효과가 클 것으로 예상되는 시험성토지점의 관측자료를 비교하여 그 정도를 확인하고 나아가 흙의 시간의존성 거동 특성을 파악하려고 한다.

### 2. 탄·점소성 구성식의 전개

#### 2.1 수정 Cam-Clay 모델의 변환

수정 Cam-Clay 모델에 대한 상태경계면의 방정식은 다음과 같다.

$$p_e = p \left[ 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right]^{(1-\lambda)} \quad (1)$$

한편  $p_e$ 는 등치 평균 압력으로서 다음과 같다.

$$p_e = p_1 \exp\left(\frac{e_1 - e}{\lambda}\right) \quad (2)$$

$p - q - e$  공간에서 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$(\lambda - \alpha) \ln \left[ \frac{p}{p_1} \left( 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) \right] = e_1 - e^p \quad (3)$$

$h = e_1 - e^p$  로 하면 소성체적변형률은 다음과 같이 나타낸다.

\* 원광대학교 공과대학

\*\* 中國 延邊大學校 理工大學

$$\varepsilon_v^p = \frac{h}{1+e_0} \quad (4)$$

따라서 수정 Cam-Clay모델의 항복함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \frac{\lambda - \chi}{1+e_0} \ln \left[ \frac{p}{p_0} \left( 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) \right] = \varepsilon_v^p \quad (5)$$

여기서,  $\varepsilon_v^p$ 는 경화매개변수로 정의된다.

## 2.2 수정 Cam clay 모델에 Creep 효과의 도입

본 문에서는 수정 Cam-Clay 모델에 creep 항을 추가하여 다음과 같은 JL모델을 제안하였다.

$$\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \left[ \frac{p}{p_0} \left( 1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) \right] - \alpha \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_{v_0}} \right) \quad (6)$$

여기서,  $\eta = q/p$

$\alpha$  : 2차압축지수

$\dot{\varepsilon}_v$  : 체적변형률속도

$\dot{\varepsilon}_{v_0}$  : 체적변형률속도의 초기값

식 (5)와 (6)으로부터 간단히 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\varepsilon_v^{vp} = \varepsilon_v - \varepsilon_v^e = f - \alpha \cdot \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_{v_0}} \right) \quad (7)$$

식 (7)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\left( \frac{f - \varepsilon_v^{vp}}{\alpha} \right) = \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_{v_0}} \right) \quad (8)$$

또 식 (8)을 정리 후 적분하면 다음과 같다.

$$F \equiv \alpha \cdot \ln \left[ 1 + \frac{\dot{\varepsilon}_{v_0} t}{\alpha} \exp \left( \frac{f}{\alpha} \right) \right] = \varepsilon_v^{vp} \quad (9)$$

여기서,  $F$  : Visco-plastic potential로서 Scalar 함수

$t$  : 하중이 변한 직후부터의 시간

식 (9)에서  $t$ 를 고정하면 유효응력 공간에서 하나의 곡면이 나타나고  $\varepsilon_v^{vp}$ 는 변형률경화매개변수로서 작용한다. 그러므로  $F$ 는 점·소성포텐셜이고 변형률의 방향은 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \Lambda \cdot \partial F / \partial \sigma_{ij} \quad (10)$$

또  $F$ 의 도함수와 같은 요소에 대한  $f$ 의 도함수관계를 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \left[ 1 - \exp \left( \frac{-\varepsilon_v^{vp}}{\alpha} \right) \right] \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (11)$$

식 (10)의  $\Lambda$ 값을 결정하기 위하여  $F = \varepsilon_v^{vp}$ 에서

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \dot{\varepsilon}_{v_0} \cdot \exp \left( \frac{f - \varepsilon_v^{vp}}{\alpha} \right) \quad (12)$$

연속적인 점·소성변형에 대한 조건을 가정하면

$$\varepsilon_v^{vp} = \Lambda \frac{\partial F}{\partial p}$$

따라서,  $\Lambda = \varepsilon_v^{vp} / \partial F / \partial p$  이므로 식 (10)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \varepsilon_v^{vp} \frac{(\partial F / \partial \sigma_{ij})}{(\partial F / \partial p)} \quad (13)$$

여기서,  $\dot{\varepsilon}_v^{vp}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_v^{vp} &= \left[ 1 - \exp \left( -\frac{\varepsilon_v^{vp}}{\alpha} \right) \right] \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij} + \dot{\varepsilon}_{v_0} \\ &\quad \cdot \exp \left[ \frac{f - \varepsilon_v^{vp}}{\alpha} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

탄성 변형률을 텐서로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{\chi p}{3(1+e_0)} \delta_{ij} + \frac{1}{2G} s_{ij} \quad (15)$$

최종적으로 전단단변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 는 탄성변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{ij}^e$ 와 점소성변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ 의 합으로 할 수 있다.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \quad (16)$$

## 2.3 탄·점소성 구성식의 매트릭스 표현식

변형률속도 텐서의 탄성성분과 유효응력속도 텐서와의 관계는 등방선형관계로 가정하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= L \dot{\varepsilon}_{ij}^e \delta_{ij} + 2G \dot{\varepsilon}_{ij}^e \\ &= L(\dot{\varepsilon}_v - \dot{\varepsilon}_v^{vp}) \delta_{ij} + 2G(\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}) \end{aligned} \quad (17)$$

점소성유동의 연속 조건식으로서 다음 식을 도입한다.

$$\dot{F} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \dot{\sigma}_{kl} + \frac{\partial F}{\partial t} = \dot{\varepsilon}_v^{vp} \quad (18)$$

식 (17)에  $\dot{\varepsilon}_v^{vp} = \Lambda \frac{\partial F}{\partial p}$  와  $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$  을 대입하면 다음과 같다.

$$\dot{\sigma}_{ij} = L(\dot{\varepsilon}_v - \Lambda \frac{\partial F}{\partial p}) \delta_{ij} + 2G(\dot{\varepsilon}_{ij} - \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}) \quad (19)$$

식 (19)을 식 (18)에 대입하면 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \left[ L \left( \dot{\varepsilon}_v - \Lambda \frac{\partial F}{\partial p} \right) \delta_{ij} + 2G \left( \dot{\varepsilon}_{ij} - \Lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \right) \right] + \frac{\partial F}{\partial t} \\ = \Lambda \frac{\partial F}{\partial p} \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)을 정리하면 다음과 같다.

$$\Lambda = \frac{L \frac{\partial F}{\partial p} \dot{\varepsilon}_v + 2G \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \dot{\varepsilon}_{kl} + \frac{\partial F}{\partial t}}{L \left( \frac{\partial F}{\partial p} \right)^2 + 2G \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} + \frac{\partial F}{\partial p}} \quad (21)$$

식 (21)을 식 (18)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= L\dot{\varepsilon}_v\delta_{ij} + 2G\dot{\varepsilon}_{ij} \\ - \frac{\left(L\frac{\partial F}{\partial p}\delta_{ij} + 2G\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}\right)\left(L\frac{\partial F}{\partial p}\dot{\varepsilon}_v + 2G\frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}}\dot{\varepsilon}_{kl} + \frac{\partial F}{\partial t}\right)}{L\left(\frac{\partial F}{\partial p}\right)^2 + 2G\frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}}\frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} + \frac{\partial F}{\partial p}} \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)을 평면변형률조건과 축대칭 조건에 사용할 수 있는 구체적인 매트릭스형태로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\sigma}_{xx} \\ \dot{\sigma}_{yy} \\ \dot{\sigma}_{xy} \\ \dot{\sigma}_{zz} \end{bmatrix} &= \left\{ \begin{pmatrix} L+2G & L & 0 & L \\ L & L+2G & 0 & L \\ 0 & 0 & G & 0 \\ L & L & 0 & L+2G \end{pmatrix} \right. \\ - \frac{C_5}{C_4} \begin{pmatrix} C_1^2 & C_1C_2 & 2Gf_{xy}C_1 & C_1C_3 \\ C_1C_2 & C_2^2 & 2Gf_{xy}C_2 & C_2C_3 \\ 2Gf_{xy}C_1 & 2Gf_{xy}C_2 & 4G^2f_{xy}^2 & 2Gf_{xy}C_3 \\ C_1C_3 & C_2C_3 & 2Gf_{xy}C_3 & C_3^2 \end{pmatrix} \left. \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_x \\ \dot{\varepsilon}_y \\ \gamma_{xy} \\ \dot{\varepsilon}_z \end{bmatrix} \right\} \\ - \frac{C_6}{C_4} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ 2Gf_{xy} \\ C_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

α 기서,

$$f_{xy} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{xy}}$$

$$C_1 = L\frac{\partial f}{\partial p} + 2G\frac{\partial f}{\partial \sigma_{xx}}$$

$$C_2 = L\frac{\partial f}{\partial p} + 2G\frac{\partial f}{\partial \sigma_{yy}}$$

$$C_3 = L\frac{\partial f}{\partial p} + 2G\frac{\partial f}{\partial \sigma_{zz}}$$

$$\begin{aligned} C_4 &= \left[ L\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)^2 + 2G\left(\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{xx}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{zz}}\right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{yy}}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{xy}}\right)^2 \right) \right] \times C_5 + \frac{\partial f}{\partial p} \end{aligned}$$

$$C_5 = 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon_v^{vp}}{\alpha}\right)$$

$$C_6 = \frac{\partial F}{\partial t} = \dot{\varepsilon}_v \cdot \exp\left(\frac{f - \varepsilon_v^{vp}}{\alpha}\right)$$

$$L = \frac{p(1+e_0)}{\lambda} - \frac{2}{3}G$$

$$G = G_0 \cdot \exp\left(-\frac{e - e_0}{\lambda}\right)$$

JL모델의 항복함수에 대한 도함수의 표현식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{1}{3} \delta_{ij} \\ \frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{3}{2q} \left( \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) \\ \frac{\partial f}{\partial p} &= \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \frac{M^2 - \eta^2}{p(M^2 + \eta^2)} \\ \frac{\partial f}{\partial q} &= \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \frac{2\eta}{p(M^2 + \eta^2)} \\ \frac{\partial f}{\partial p_0} &= \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \left( -\frac{1}{p_0} \right) \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} &= \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} \\ &= \frac{\lambda - \kappa}{3p(1+e_0)(M^2+\eta^2)} \left[ (M^2 - \eta^2 - 9) \delta_{ij} + \frac{9}{p} \sigma_{ij} \right] \end{aligned}$$

### 3. 압밀의 유한요소법 적용

앞에서 설명한 Biot의 압밀방정식에 탄·점소성 구성식을 사용하고 평면변형률조건에서 다음과 같이 유도한다.

변위증분  $\Delta w_x$ ,  $\Delta w_y$ 을 성분으로 하는 벡터는  $\{\Delta w\}$ 로 표시하며 평형 방정식을 만족하는 전용력증분  $\{\Delta \sigma\}^T = \{\Delta \sigma_{xx} \Delta \sigma_{yy} \Delta \sigma_{zz}\}$ 에 대해서 가상일의 원리를 적용하면 다음과 같다.

$$\int_v \{\Delta \varepsilon\}^T \{\Delta \sigma\} dV = \int_v \{\Delta \varepsilon\}^T \{\Delta \sigma'\} dV + \int_s \{\Delta \varepsilon\}^T \{\Delta u\} ds \\ = \int_v \{\Delta \tilde{w}\}^T \{\Delta F_b\} dV + \int_s \{\Delta w\}^T \{\Delta T_s\} ds \quad (24)$$

여기서,

$$\{\Delta \varepsilon\} : \{\Delta \varepsilon_x, \Delta \varepsilon_y, \Delta \sigma_{xy}\}$$

$$\{\Delta \sigma'\} : \{\Delta \sigma_x', \Delta \sigma_y', \Delta \tau_{xy}\}$$

$$\{\Delta u\}^T : \{\Delta u, \Delta u, 0\}$$

$$\{\Delta F_b\} : 물체력증분벡터$$

$$\{\Delta T_s\} : 표면력증분벡터$$

요소내의 임의점에서 변위증분  $\{\Delta w\}$ 는 절점변위증분  $\{\Delta w^*\}$ 으로부터 형상함수  $[N]$ 을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\{\Delta w\} = [N]\{\Delta w^*\} \quad (25)$$

윗 식에 대응하는 요소내 임의점의 변형률증분  $\{\Delta \varepsilon\}$ 과 체적변형률증분  $\Delta \varepsilon_v$ 는 절점변위증분과 관계시킬 수 있다.

$$\{\Delta \varepsilon\} = \{B\}\{\Delta w^*\} \quad (26)$$

$$\Delta \varepsilon_v = [B_v]^T \{ \Delta \varepsilon^* \} \quad (27)$$

일반적인 과잉간극수압증분 벡터  $\{u\}$ 는 요소내 중심의 과잉간극수압 증분치  $\Delta u^*$ 를 이용하여

$$\{ \Delta u \}^T = \{ 1 \ 1 \ 0 \} \{ \Delta u^* \} \quad (28)$$

유효응력증분  $\{ \Delta \sigma' \}$ 와 변형률증분  $\{ \Delta \varepsilon \}$ 은 다음과 같이 관련지울 수 있다.

$$\{ \Delta \sigma' \} = [D_{ep}] \{ \Delta \varepsilon \} \quad (29)$$

여기서,  $[D_{ep}]$ 는  $3 \times 3$ 의 대칭행렬이며 탄소성계수이다. 식 (25)~(29)를 식 (24)에 대입하고 가상변위를 임의로 선택한 것을 고려하면

$$[k] \{ \Delta w^* \} + [k_v] u^* = \{ \Delta Q \} \quad (30)$$

여기서,

$$[k] = \int_v \{ B \}^T [D_{ep}] \{ B \} dV \quad (31)$$

$$[k_v] = \int_v \{ B_v \} dV \quad (32)$$

$$\{ \Delta Q \} = \int_v [N]^T \{ \Delta F_b \} dV + \int_s [N]^T \{ \Delta T_s \} ds$$

$$+ \int_v [B]^T \{ \Delta \sigma_n \} dV \quad (33)$$

다음은 연속방정식에 대해 생각해 보면

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} + \frac{1}{\gamma_w} \left( k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (34)$$

정의에 의하면 요소내의 체적변화는 다음과 같다.

$$\Delta \varepsilon_v = [k_v]^T \{ \Delta w^* \} \quad (35)$$

식 (34)에서 계산된 체적변화량을 식 (35)에 대입하면 식 (30)과 식 (31)은  $\{ \Delta w^* \}$ 와  $u^*$ 를 미지수로 한 연립방정식을 만든다. 그리하여  $\Delta \varepsilon_v$ 를 계산하고 암밀진행과정에 따라 단계적으로 연립방정식을 풀면 암밀해를 얻을 수 있다. 식 (34)를 차분법으로 풀기위해서 식 (36)에 의해 정의되는 과잉간극수압  $\bar{u}$ 는 Christian과 Boehmer<sup>5)</sup>에 의해서 다음 식 (37)과 같이 주어진다.

$$u^* = \{ (1 - \theta) u_t + \theta u_{t+\Delta t} \} \quad (36)$$

$$u^* = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 y^2 \quad (37)$$

여기서,  $u_t$  :  $t = t$  일 때의 과잉간극수압

$u_{t+\Delta t}$  :  $t = t + \Delta t$  일 때의 과잉간극수압

$\theta (0 \leq \theta \leq 1)$  : 차분근사상수

또는

$$u^* = \{ C \} \{ \alpha \} \quad (38)$$

여기서,  $\{ C \} = \{ 1 \ \bar{x} \ \bar{y} \ \bar{x}^2 \ \bar{y}^2 \}$

$$\{ \alpha \} = \{ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \}^T$$

$\bar{x}, \bar{y}$  : 당요소의 중심을 원점으로 한 국부좌표를 의미한다.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5$  값은 그림 1에서와 같이 사변형요소  $i$  와 이 요소를 둘러싸고 있는  $j, k, L, m$ 의 요소에 의해서 결정되어야 하는 미정계수이다.

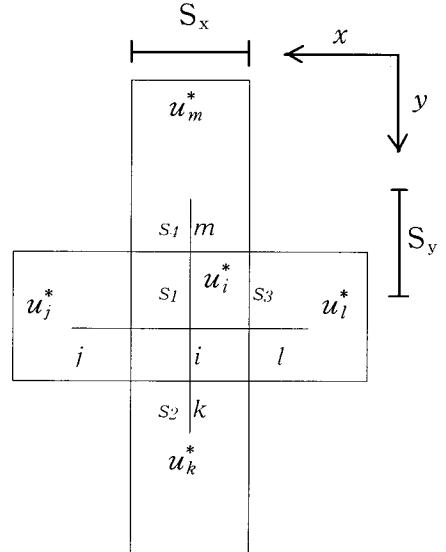


그림. 1 흐름상태 계산에서 사용되는 국부좌표

요소중앙점의 과잉간극수압벡터  $\{ u^* \}$ 는 다음과 같다.

$$\{ u^* \} = \begin{pmatrix} u_j^* \\ u_i^* \\ u_k^* \\ u_L^* \\ u_m^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{x_i}{x} & \frac{y_i}{x} & \frac{x_i}{x}^2 & \frac{y_i}{x}^2 \\ 1 & \frac{x_k}{x} & \frac{y_k}{x} & \frac{x_k}{x}^2 & \frac{y_k}{x}^2 \\ 1 & \frac{x_L}{x} & \frac{y_L}{x} & \frac{x_L}{x}^2 & \frac{y_L}{x}^2 \\ 1 & \frac{x_m}{x} & \frac{y_m}{x} & \frac{x_m}{x}^2 & \frac{y_m}{x}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{pmatrix} = B \alpha \quad (39)$$

계수  $\alpha$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha = B^{-1} \{ u^* \} \quad (40)$$

식 (37)을 식 (34)에 대입하고 식 (40)을 고려하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_v &= -\frac{\Delta t V}{\gamma_w} (2k_x \alpha_4 + 2k_y \alpha_5) \\ &= -\frac{2\Delta t V}{\gamma_w} (k_x b_4^T + k_y b_5^T) u^* \\ &= -[k_v]^T \{ u^* \} \end{aligned} \quad (41)$$

$$\text{여기서, } [k_v]^T = \left( \frac{2\Delta t V}{\gamma_w} \right) (k_x b_4 + k_y b_5)$$

$\Delta t$  : 시간증분량

$V$  : 요소체적

$b_4, b_5$  :  $B^{-1}$ 의 4행과 5행 벡터

$\Delta u = u_{t+\Delta t} - u_t$  의 한계를 이용하고 식 (36)에서

$\theta = 1$ 로 하여 식 (41)을 식 (35)에 대입하여 변형하면  
다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} [k] \{\Delta w^*\}_j + [k_v] u_j^* &= \{AQ\}_i + [k_v] u_{j-1} \\ [k_v]^T \{\Delta w^*\}_j &= -[k_v]^T u_{j-1}^* \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

여기서 요구되는 요소는 사변형요소이고 수치해석 과정에서 4개의 삼각형요소로 이루어진 4변형요소는 Wilson<sup>6)</sup>이 제안한 방법에 의해서 해석하였다.

#### 4. 압밀해석의 적용예

#### 4.1 성토기초지반의 압밀해석

본 문에서 제안한 탄·전소성구성 방정식의 정도를 알아보기 위하여 해성연약 점토로써 creep의 영향이 클 것으로 생각되는 일본 爰敷<sup>7)</sup>지역에서 시험성토하여 실측한 자료와 본 연구에서 제안한 creep 효과를 고려한 경우와 고려하지 않은 경우로 해석하여 비교 검토한다.

#### 4.1.1 성토와 현장조건 및 해석방법

시험장소는 倉敷市 東島<sup>7)</sup>지구에 위치하고 지반표고는  $Tp \pm 0m$ 에 가까운 전형적인 해성연약점성토지반이다. 40cm의 시험성토로 0.4~6.3m의 연약층이 압밀 완료되었다고 볼 수 있는 근거가 필요함. 지하수위는 모래층 아래에 위치하고 있으며 연약점토층의 하위층은 N치가 약 15인 모래층으로 되어 있고 성토고는 5m 이다. 시험성토에 대한 단면도는 그림 2와 같다. 지반위 성토축조과정은 그림 3과 같다. 성토축조과정은 1회 30cm씩 3일에 1회씩 39일 간에 3.9m까지 성토한 후 8일간 방치하고 나서 10일간에 성토고 5.0m까지 성토하였으며 성토완료 시점은 성토축조를 시작하여서부터 57일간 소요되었다. 그 후 방치한 후 최종적으로 161일까지 계측을 실시하였다.

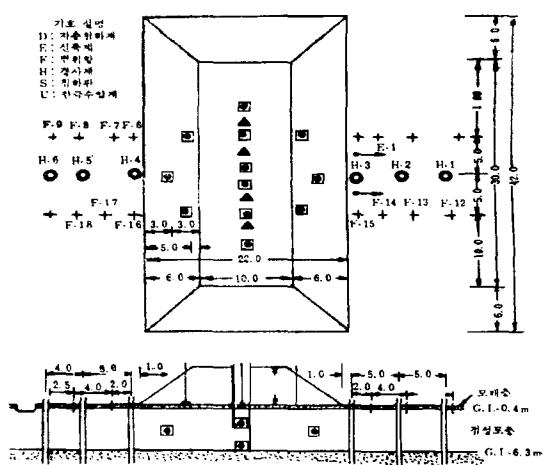


그림 2 시험성 토의 단면도

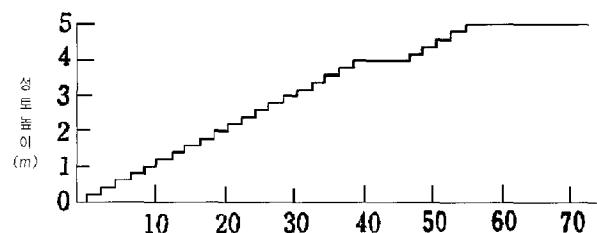


그림 3. 성토축조 과정

#### 4.1.2 해석결과와 실측결과의 비교

### 1) 침하

성토 중앙부의 침하에 대해 creep 효과를 무시한 경우와 고려한 경우를 실측치와 비교하여 그림 4에 나타내었다.

그림에서 보는 바와 같이 creep 효과를 고려한 탄·점 소성모델이 creep 효과를 고려하지 않는 경우보다 침하량이 약간 크게 나타나는 것을 볼 수 있고 두 경우 모두 대체적으로 실측치와 근사한 양상을 보이나 실측치에 미치지 못하고 있다. 이는 본 모델에서 체적 creep 효과만 고려하고 축차응력의 creep 효과를 고려하지 않았기 때문이다.

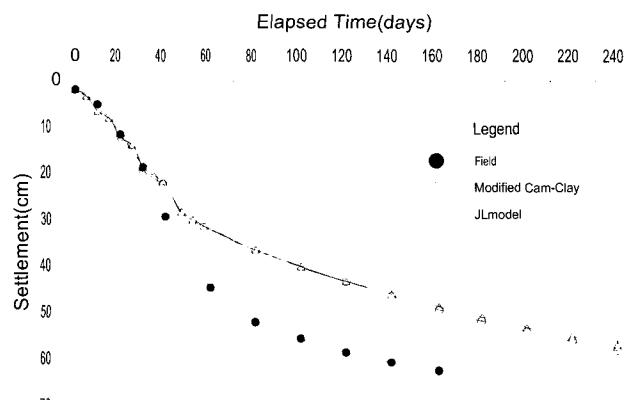


그림 4 성토 중심선 지표면에서 첨하량과 시가과의 관계

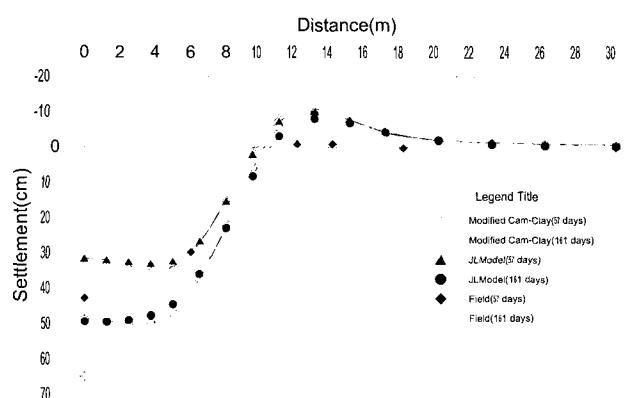


그림. 5 성토중심선 아래의 심도에 따른 침하량 분포

## 성토기초지반의 탄·점소성 거동 특성

그림 5는 성토완료시점과 경과시간 161일에 있어서 성토중심선 아래의 실측침하량의 심도분포와 이에 대응하는 계산결과를 나타낸 것이고 그림 6은 성토완료시점과 경과시간 161일에 있어서 횡단면내에서 실측한 지표면의 침하 및 융기와 이에 대응하는 해석결과를 표시한 것이다. 두 가지 모두 대체적으로 실측치와 같은 양상을 보이고 있지만 결과적으로 볼 때 작게 예측되고 있으며 그림 4와 같이 creep를 고려한 경우는 고려하지 않은 경우보다 성토부 아래에서 약간 큰 침하량을 보이고 있음을 알 수 있다.

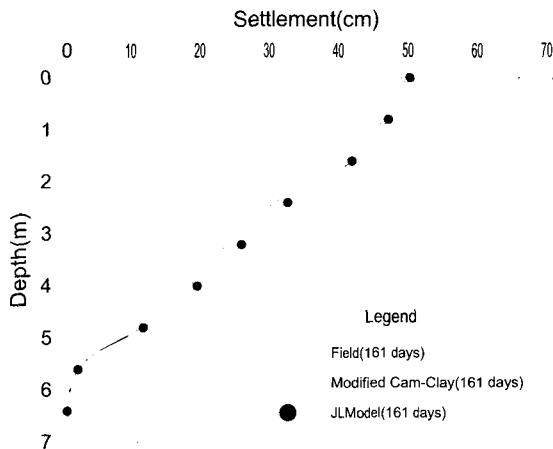


그림. 6 성토횡단면내에서 침하량

### 2) 간극수압과 측방변위

시험성토에서 주의하여 측정하여야 할 것 중의 하나는 간극수압의 측정이다. 압밀의 대부분은 간극수의 배출에 의한 것으로 시간경과에 대한 소산특성의 조사와 예측은 중요하다. 그림 7에서는  $t=57$ 일과 161일에서의 간극수 압소산분포를 creep 효과를 고려한 경우와 무시한 경우에 대해서 도시하였다. 이것을 보면 지표면부근보다 압밀의 진행 속도가 빠른 3.6m 지점에서 최대 간극수압이 발생

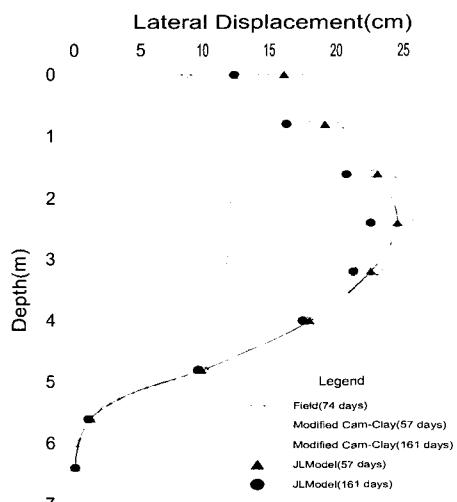


그림. 7 성토중심선 아래 심도에 따른 간극수압

하여 creep 효과를 고려한 모델의 해석해가 더 크게 나타나고 있다. 그림 8는 성토 끝점 아래에 있어서의 지중측 방변위를 나타낸 것이다. 또한 그림 9은 성토주변 지반에 미치는 측방유동의 영향범위를 실측치와 비교한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 두 모델 모두 실측치와 상당한 차이를 보이고 있다. 이는 토질정수와 경계조건상의 문제로 생각되어 앞으로 계속 연구를 진행하여 정도를 높일 예정이다.

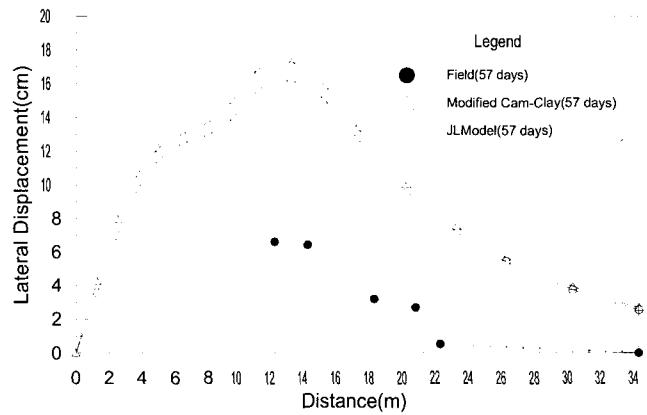


그림. 8 성토끝부에서 심도에 따른 측방변위

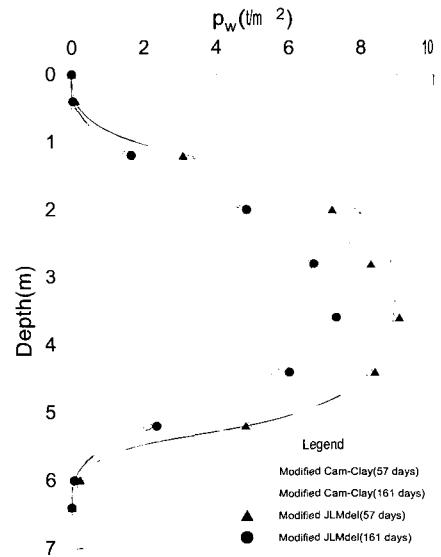


그림. 9 지표면에서 성토중심선과의 거리에 따른 측방변위분포

## 4.2 토질정수가 해석결과에 미치는 영향

위의 서술에서 아는 바와 같이 토질정수는 해석결과에 보다 큰 영향을 주고 있음을 알 수 있다. 본 모델에서는 creep 효과를 고려하지 않고 탄소성만 고려한 수정 Cam-Clay 모델에 2차압축지수  $\alpha$ 의 영향을 고려하여  $\alpha$ 의 영향정도를 연구하였다. 아울러 등방 투수율 때의 투수계수  $k$ 에 따른 성토중심선 지표면의 침하, 성토끝부 지표면의 측방변위 및 간극수압에 미치는 영향에 대한

연구와 초기체적변형률속도  $\epsilon_{v_0}$ 의 선정에 대한 연구를 수행하였다.

#### 4.2.1 2차압축지수 $\alpha$ 의 영향

##### 1) 침하

그림 10은 성토경과시간이 10000일 때의 2차압축지수  $\alpha$ 에 대하여 성토중심선 아래에서 깊이에 따른 침하량을 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 2차압축지수  $\alpha$ 의 증가와 함께 침하량도 증가하며  $\alpha$ 값의 증가에 따라 creep 효과의 크기정도를 나타낼 수 있다. 경과 시간이 10000일 때 깊이 0.0~1.6m사이에서 침하량 변화는 크지 않고 1.6~5.6m사이에서 매우 급하게 감소하며 5.6~6.4m에서는 거의 0으로 나타낸다. 이는 재하단계와 재하완료후 1차압밀 단계에서 나타내는 깊이에 따른 침하량과 대조적으로 나타낸다.

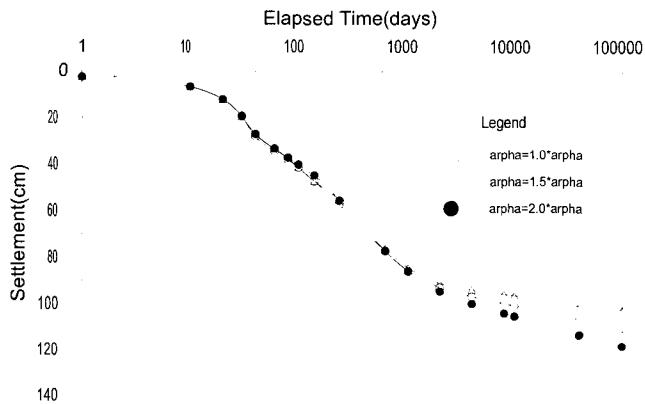


그림. 10 10000일 때 성토중심선에서 심도에 따른 침하( $\alpha$ 일정)

그림 11은 성토중심선 지표면의 침하를 시간에 따라 빙하는 과정을 도시한 것이고 그림 12는 성토경과시간 10000일 때 횡단면에서 발생한 지표면의 침하량을 나타

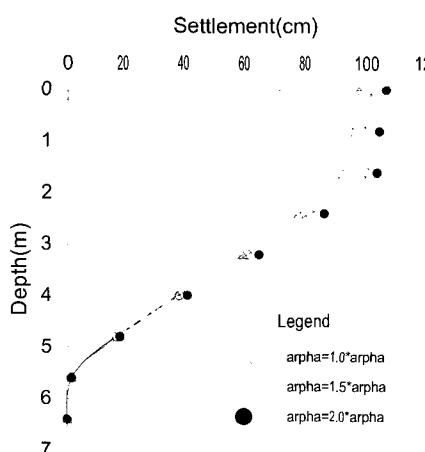


그림. 11 성토중심선 지표면에서 시간에 따른 침하( $\alpha$ 일정)

낸 것이다. 그럼 5.10에서 매우 선명하게  $\alpha$ 값의 크기영향을 표현하였다. 즉 성토경과시간이 900일에 미달 할 때 2차압밀지수  $\alpha$ 의 크기는 침하량의 증가에 영향을 거의 주지 않음을 알 수 있으며 경과시간이 1000일 초과함에 따라  $\alpha$ 값의 증가는 침하량에 매우 큰 영향을 초래함을 나타내었다. 아울러 creep 효과는 1차압밀의 완료시점에서부터 보다 큰 작용을 할 수 있다는 사실을 입증하였다.

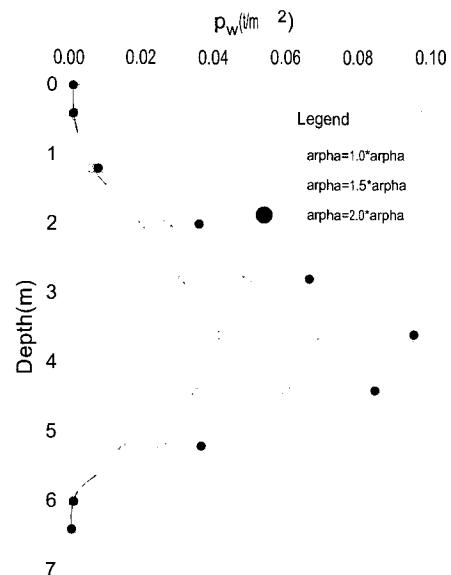


그림. 12 10000일 때 횡단면 지표면에서의 침하( $\alpha$ 일정)

그림 12에서 보는 바와 같이 성토경과시간이 10000일 때 횡단면 전구간에서  $\alpha$ 값의 증가에 따라 침하량이 증가함을 알 수 있다. 그림 6와 대조적으로 나타낸 것은 성토끝부분에서 생겼던 융기현상은 시간의 경과에 따라 사라지는 반면 안정된 침하 현상을 나타냈다. 이것은 재하초기 급증하는 간극수압의 작용에 의해 융기가 발생하여 시간의 경과에 따라 간극수압은 감소되고 경과시간이 10000일 때 간극수압은 거의 소산되어 미소하게 나타낸다. 침하량은 성토중앙부위에 집중되며, 성토끝부분과의 거리가 멀어지면서 침하량은 작아져서 안정적으로 나타낸다.

##### 2) 간극수압과 축방면위

그림 13은 성토경과시간이 10000일 때 성토중심선 아래에서 심도에 따른 간극수압을 나타내었다. 간극수압도 2차압밀지수  $\alpha$ 의 크기에 따라 증가하며 깊이 3.6m 되는 곳에서 최대치를 나타내었다.

그림 14는 성토경과시간이 10000일 때 성토끝부에서 심도에 따른 축방면위를 도시한 것이다. 그림 16에서 나타낸 바와 같이 축방면위는 2차압밀지수  $\alpha$ 의 크기에 따라 일괄적으로 증가하는 것이 아니라  $\alpha$ 가 1.5배로 증가하였을 때 증가함을 보이나 2.0배에 달하였을 때 반대로

## 성토기초지반의 탄·점소성 거동 특성

감소를 나타내었다. 그러나 세 경우 모두 깊이 2.4m인 곳에서 측방변위의 최대치를 나타내고 지표면에는 거의 회복세를 보였다.

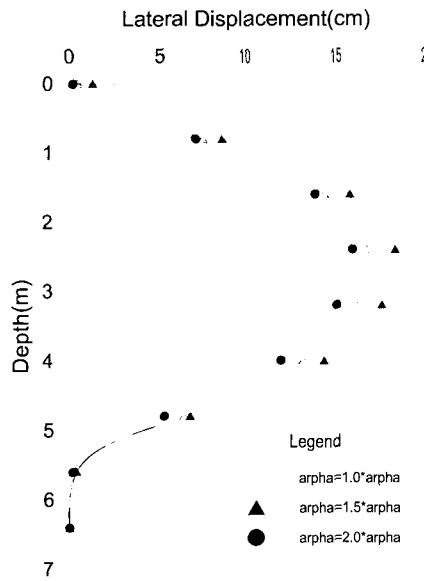


그림. 13 10000일 때 성토중심선에서 심도에 따른

간극수압(  $\alpha$ 일정 )

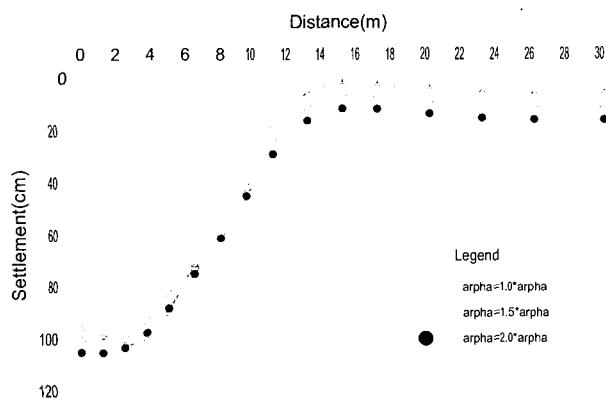


그림. 14 10000일 때 성토끝부에서 심도에 따른

측방변위(  $\alpha$ 일정 )

### 4.2.2 초기체적변형률 $\dot{\varepsilon}_{v_0}$ 의 선정

초기체적변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{v_0}$ 의 선정은 실험에서 측정하기 매우 어려운 매개변수이다. 그러나 초기체적변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{v_0}$ 는 또한 사실상 1차압밀 완료하는 시점에서 존재하고 있는 매개변수로서 응력-변형률-시간의존 관계를 나타내는 구성방정식에서 적절하게 표현되어야 할 뿐만 아니라 그 값의 선정도 매우 중요하다. 그림 15은 초기체적변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{v_0}$ 를 달리하여 성토시간에 따른 성토중심선 지표면에서의 침하량을 나타낸 그림이다. 체적변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{v_0} = 4.0 \times 10^{-5}$ 일 때 후기 침하를 가장 크게 나타내

었고 체적변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{v_0} = 4.0 \times 10^{-8}$ 일 때 후기 침하를 가장 작게 나타내었다. 그리고 체적변형률속도가  $4.0 \times 10^{-5} \sim 4.0 \times 10^{-6}$ 사이에서 후기 침하량의 차이를 크게 나타냈지만 체적변형률속도가  $4.0 \times 10^{-6}$ 를 초과하면서부터 그 차이는 현저한 감소를 보였다. 아울러 지적해야 할 것은 수정 Cam-Clay 모델에서는 1차압밀이 완료되는 시점에서부터 침하량은 시간에 따라 변하지 않으며 따라서 수정 Cam-Clay 모델이 시간의존성을 나타내지 않음을 볼 수 있다.

또한 체적변형률속도  $\dot{\varepsilon}_{v_0}$ 가  $4.0 \times 10^{-6}$ 보다 작을 때 성토경과시간이 10000일이 되어도 침하량이 수정 Cam-Clay 모델로 계산한 값보다 더 작음을 알 수 있다. 이러한 결과로부터 시간의존성을 나타내고 creep효과를 표현하는 JL 모델에서 체적변형률속도 그림 15  $\dot{\varepsilon}_{v_0}$  일정할 때 성토중심선 지표면에서 시간에 따른 침하량의 선정의미 중요성을 알게 된다. 즉, 위와 같은 토질정수인 경우에서 통상적으로 체적변형률속도를  $1.0 \times 10^{-5}$ 보다 큰 값으로 하는 것이 적당하다고 사료된다.

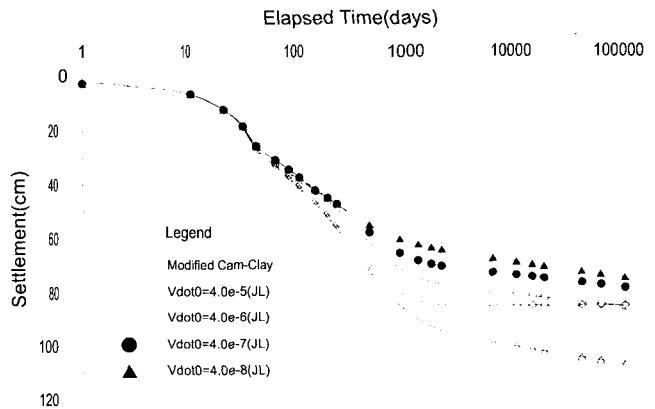


그림 15  $\dot{\varepsilon}_{v_0}$  일정할 때 성토중심선 지표면에서 시간에 따른 침하량

### 4.3 재하이력이 침하와 측방변위에 대한 영향

그림 16은 등시상화에서 성토중심선 아래 지표면의 침하와 성토끝부 지표면의 측방변위가 재하이력에 따라 변하는 과정을 나타낸 것이다. 세 경우는 모두 한 단계 1.0ton씩 5단계 재하한 후 경우 1은 재하를 정지한 그대로 방치하고 경우 2는 계속하여 1ton씩 재하하며 경우 3은 한 단계 2ton씩 두 단계를 더 재하한 후 방치한 상황을 나타낸 것이다. 그림 16에서 아는 바와 같이 한 단계 1.0ton씩 5단계 재하하는 시점에서 경우에 따라 명확한 분기를 나타내며 경우 1은 시간의 흐름에 따라 침하는 계속하여 증가세를 보이지만 측방변위는 다소 감소하는 현상을 나타내며 경우 2는 시간의 경과에 따라 침하와 측방변위의 관계는 기존의 발전양상으로 계속 유지되고 경우 3은 경우 2와 비교하면 재하하중 강도의 증가

여 따라 축방변위 증가는 빠르지만 반면 침하의 증가는 늦어지는 것을 알 수 있다. 또한 경우 3도 경우 1과 같이 자하하중을 정지하는 시점에서 모두 축방변위가 회복세로 돌아섬과 아울러 침하는 지속적인 증가를 나타냄으로서 침하의 점소성변위를 설명하는 시간의존성을 표현한다. 침하는 1차압밀이 완료할 때까지 빠르게 진행되지만 반면 축방변위는 1차압밀이 완료되는 시점까지 매우 많은 양의 회복을 보인다. 따라서 압밀의 영향은 재하초기에 주변에 대한 영향이 크게 나타내지만 시간의 지연에 따라 그 영향은 감소함을 알 수 있으며 또한 다수의 침하는 성토하는 범위에서 발생한다.

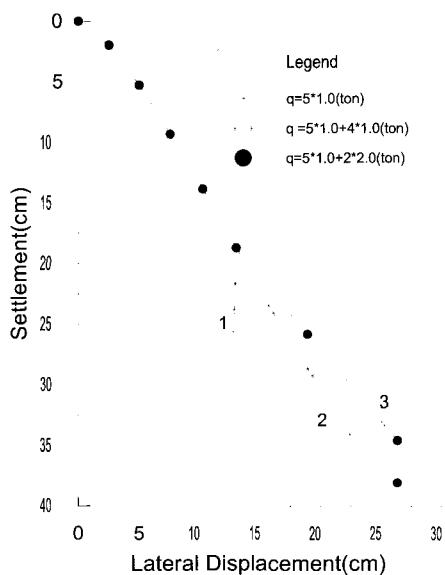


그림. 16 재하이력에 따른 침하와 축방변위의 관계

## 5. 결 론

본 연구에서 제안한 탄·점소성모델(JL모델)과 기존의 수정 Cam -Clay 모델과 비교하여 압밀해석한 결과에서 얻은 결론은 다음과 같다.

- 1) 지반의 침하에 있어서 두 경우 모두 실측치와 근사 하나 creep 효과를 고려한 JL모델이 실측치에 더 근접함을 알 수 있었다.
- 2) 간극수압에 있어서는 지표면부근보다 압밀의 진행속도가 빠른 3.6m 지점에서 최대간극수압이 발생하고 PJ 모델의 해석해가 더 큰 값을 나타내고 있다.
- 3) 성토주변지반에 미치는 축방유동의 영향범위를 실측치와 비교한 결과 상당한 차이를 보이고 있다. 이는 앞으로 계속 연구를 진행하여 정도를 높일 계획이다.
- 4) 점·소성을 나타내는 2차압축지수  $\alpha$  값의 크기는 단기침하에 영향을 거의 미치지 않으나 후기침하의 주요한 요인이다.
- 5) 체적변형률속도의 초기치  $\dot{\varepsilon}_{v_0}$ 의 선정은 결과에 상당한 영향을 미치며 통상적으로  $1.0 \times 10^{-5}$ 보다 큰 값으로 해야 한다.

## 참 고 문 헌

1. Biot, M. A. (1941), "General theory of three-dimension consolidation," Jurnal of aplied physis. Vol. 12, pp. 155~164.
2. Roscoe, K.H. N.N. Schofield & A, (1963), "Thurairajah. Yielding of calys in states wetter than critical," Geotechnique, pp. 211~240.
3. Sekigchi, H., Ohta, H. (1977), "Induced anisotropy and time dependency in clays." Preprints of speciality section 9, 9 TH ICSMFE, pp. 229~238.
4. Roscoe, K.H. and Burland, J.B, (1968), "On the generalized stress strain behavior of 'Wet' clay," Engng. Plasticity, Cambridge Univ. Press.
5. Christian, J. T. & J. W. Boehmer, (1970), "Plane strain consolidation by finite elements," Jouran of the soil Mechanics and foundation. Div. ASCE. No. 96, SM4, pp. 1435~1457.
6. Wilson, C.P. (1965), "Structual analysis of axisymmetric solids," AIAA J., Vol. 3, pp. 2269~2274
7. 關口秀雄, 紫田徹, (1982), "盛土基礎地盤の側方流動解析上の問題點," 土と基礎, 30-5, No.1301, pp. 47~54.