

열질량법을 사용한 무궁화위성 3호의 잔여연료량 추정에 관한 연구

박응식*, 박봉규*, 남문경*

Analysis on Propellant Gauging System of KOREASAT-3 employing Thermal Mass Method

Eung-Sik Park* , Bong Kyu Park*, Moon Gyung Nam*

ABSTRACT

Thermal Mass Method(TMM) and its accuracy, utilized in the propellant gauging system of KOREA SAT-3, are described in the paper. The residual in the fuel tank system of KOREASAT-3 is simulated using TMM based on the KOREASAT-3 data package. An accuracy of TMM is calculated using analytical method and compared with the error analysis Monte Carlo methods.

초 록

본 논문은 무궁화위성 3호의 잔여연료량 추정을 위해 사용된 열질량법에 대한 기본적인 이론과 오차분석에 대한 내용을 정리하였다. 연구과정에서 잔여연료량 추정에 대하여 무궁화위성 3호의 CDR(Critical Design Review)의 데이터를 분석하였고 이를 바탕으로 하여 잔여연료량을 추정하였다. 그리고 해석적 방법으로 오차분석과정을 검증하여 보았고 이를 Monte Carlo 방법을 사용한 결과와 비교 검토하였다.

1. 서 론

인공위성의 수명은 남아있는 연료량에 의해 좌우된다. 그러므로 임무수행 기간 중의 다양한 상황을 고려하여 잔여연료량을 정확하게 추정하는 것은 인공위성의 잔여수명의 예측에 직결된다.

인공위성의 추력기 성능, 태양풍압력(solar wind pressure), 자기요동(magnetic fluctuation)

등과 같은 불규칙적인 환경여건으로 인해 인공위성의 자세유지에 사용되는 연료량을 정확하게 예측하는 것은 매우 어렵다. 또한 위성의 자세 제어 동작 중에 사용되는 정확한 연료의 양은 추력기의 성능특성에 의존하며, 이는 작동시간과 환경에 따라 다소 변할 수 있다. 또한 인공위성에 사용되는 연료는 액체상태로 저장되는데 탱크 안에 액체연료를 고이게 할 중력이 없으므로 다른 힘에 반응하여 분포하는 경향을 보이거

* 한국항공우주연구원 (Korea Aerospace Research Institute)

나 미세중력(microgravity) 상태하에서 연료가 탱크전체 내에 퍼져서 분포하기 때문에 측정이 더욱 어렵다. 따라서, 정확한 잔류연료량 추정 기술을 사용하지 않으면 시간이 지나감에 따라 위성 내에 남아있는 정확한 연료의 양은 더욱 알기 어렵게 된다.^{[1][2]}

특히 전혀 예상치 못했던 상황이 발생하여 추가로 연료를 사용하게 됐을 때 정확한 잔여연료량의 추정은 더욱 중요해진다. 인공위성의 연료 고갈을 예측 할 수 있도록 임무기간동안 잔여연료량의 추정이 임무기간동안 지속적으로 수행되어야 한다.

정확한 잔여 연료량의 추정은 매우 큰 경제적 이득을 가져 올 수 있다. 위성체 시스템이 보다 값비싸고 보다 복잡해짐에 따라 위성체의 효율적인 운용이 요구되며 훨씬 정확한 연료의 질량상태에 대한 정보를 필요로 하게 된다. 특히 이러한 정보는 위성체를 교체하고자 하는 계획수립에 유용하게 사용된다. 임무말기에 위성 운용자는 위성의 최종 처리를 위해 폐기궤도로 전이시킬 수 있는 양의 연료가 남아있는 지 확인할 필요가 있다. 그러나 이러한 정확한 잔여 연료의 질량상태에 대한 정보를 이용하지 못함으로써 조기에 위성체를 교체하므로 막대한 손실을 초래할 수 있다. 즉 정확한 잔여 연료량의 예측은 대체할 다른 인공위성의 발사를 준비하거나 다른 인공위성이 궤도수정으로 원래의 궤도위치 놓일 수 있도록 하는 기본 데이터를 제공하게 된다. 한달 정도의 범위내에서 임무수명 말기를 예측하는 것에 대한 요구조건은 설득력이 있다. 그러나 인공위성의 특성상 잔여 연료량의 측정은 간단하면서도 저단가, 고정확도 및 경량의 측정장치나 기술이 요구된다.^[1]

위성의 잔여연료량 예측을 위해 여러가지 방법의 추진제 계측기술이 제안되어 왔다. 그 중에서 가장 광범위하게 사용되고있는 방법으로 회계식방법(bookkeeping method)와 PVT 방법, 열질량법 등이 있다.

본 논문에서는 열질량법을 사용한 잔여연료량 예측방법과 오차분석에 관한 이론을 서술하였

다. 이러한 이론을 기본으로 무궁화위성 3호 CDR (Critical Design Review)의 데이터를 분석하고 이를 바탕으로 하여 잔여연료량 추정분석을 수행하였다. 또한 CDR에서 제시한 해석적 방법으로 오차분석과정을 다시 검증하여 보았고 이를 Monte Carlo 방법을 사용한 결과와 비교 검토하였다.

2. 본 론

2.1 잔여 연료량 추정방법

2.1.1. PVT 방법

PVT 방법은 임무기간중에 주어진 시점에서 가압제의 체적을 계산하고 이로부터 탱크내의 잔여 연료량을 계산하는 방법이다. 인공위성에 적재되어있는 액체연료의 양은 인공위성이 발사 전에 측정되고 궤도전이 이후에 남아있는 연료의 양은 연료탱크의 압력, 부피, 온도 (P,V,T)를 측정하여 추정한다. 연료탱크 내의 가스 체적을 추정하기 위해 식(1)과 같은 이상기체방정식이 사용된다

$$PV = mRT \quad (1)$$

가압제에 의해 점유된 체적은 탱크의 "Ullage 체적"이라고 한다. 이 Ullage 체적은 식(1)의 이상상태 방정식에서 식(2)와 같이 유도된다.

$$\frac{P_{u1} \times V_{u1}}{T_{u1}} = mR = \frac{P_{u2} \times V_{u2}}{T_{u2}} \quad (2)$$

여기서 P_u , V_u , T_u 는 각각 Ullage 압력, 체적, 온도를 나타낸다. 첨자1은 연료 주입시의 Ullage 상태를 나타내며, 첨자2는 연료를 계측하고자 할 때의 상태를 나타낸다. 이미 알려진 주입시의 변수(연료 주입량, 탱크체적, 가압제의 압력 및 온도)와 함께 원격 계측된 압력과 온도를 얻으면 임무중의 어떠한 시점에서든 Ullage

버블의 체적을 식 (3)과 같이 계산할 수 있다.

$$V_{u2} = \frac{P_{u1} V_{u1}}{T_{u1}} \times \frac{T_{u2}}{P_{u2}} \quad (3)$$

= Current Ullage Volume

계산된 Ullage 체적으로부터 액체연료에 의해 점유된 탱크 체적을 계산할 수 있으며 여기에 액체연료의 밀도를 곱함으로써 식(5)와 같이 잔여연료의 질량(M_f)을 계산할 수 있다.^{[2],[3]}

$$V_f = V_{tank} - V_{u2} \quad (4)$$

$$M_f = V_f \times \rho_f \quad (5)$$

2.1.2. 회계식방법(Bookkeeping Method)

이 방법은 위성에서 사용되는 연료량의 정확한 추정을 위해 각 추력기 작동에 대한 자세한 정보를 필요로 한다. 작동 추력기의 추력, 비추력 및 배기항력(plume drag)에 대한 값을 이용하여 사용되는 연료의 양을 계산한다. 정기적 또는 부정기적인 추력기 작동에 관한 완벽한 기록을 필요로 하고 이를 토대로 연료의 소모량이 각 궤도수정에서 추정된다. 그리고 이 값은 이전에 계산되어진 연료의 양에서 감하여 잔여연료량을 계산한다. 회계식방법은 임무기간 중에 소모된 연료량의 값을 적분하므로 사용 연료량의 계산에 관계되는 오차는 시간이 지나감에 따라 증가한다.

특정한 기동 중에 사용된 연료는 추력과 비추력의 함수로서 연료소비에 대한 해석적 표현과 원격계측된 데이터의 조합에 의해 예측할 수 있다. 임무사이클과 점화시간은 임무계획 자료 혹은 텔레메트리 자료를 통하여 알 수 있는 데이터이다. 이러한 자료를 기초로 사용되는 연료량의 계산은 식(6)으로 표현할 수 있다.^{[2],[3]}

$$m = \sum_{i=1}^n \frac{F_i T_i}{g I_{spi}} \quad (6)$$

n = Number of Latest Burn

m = Mass of Propellant Consumed

F_i = Thrust at Particular Pulse No.i, Found from

Thrust Curve at Telemetered Tank Pressure

T_i = On-time Duration of Pulse No.i

g = Acceleration due to Gravity

I_{spi} = Specific Impulse of Impulse No.i, Found from

Isp Curve at Telemetered Tank Pressure

2.1.3. 열질량법(Thermal Mass Method)

연료탱크를 가열하여 탱크와 그 내용물의 온도증가를 측정함으로써 액체연료의 양을 결정하는 방법이다. 정해진 양의 열이 탱크와 액체연료에 적용될 때 온도반응이 전체 열질량을 나타낸다. 무게와 재료특성으로부터 얻어지는 탱크 자체의 열질량과 탱크내에 잔류하는 가압제인 헬륨의 열질량을 뺀으로써 탱크 내 연료만의 열질량을 계산할 수 있게 된다. 이 방법은 1992년 Lockheed Martin에 의해 특허로 등록되었다.^{[1],[3]}

일반적으로 회계식방법은 높은 정확성을 얻기 위해서 임무기간중에 위성운용의 상세한 관찰과 운용기록이 요구되는 반면에 PVT 방법과 열질량법은 추진제 주입의 상세과정을 아는 한 위성의 임무기록에 상관없이 어떠한 시점에서든 바로 수행할 수 있다. 그러나 일반적으로 불확실성이 높은 압력변환기를 사용하는 PVT 방법에 비해 회계식방법이 2~3배 더 정확하다.^[2] 하지만 회계식 방법은 임무초기에 상당히 정밀한 연료추정결과를 보이는 반면에 시간이 지나감에 따라 누적오차에 따라 정확도는 점차 감소하게 된다. 이에 비하여 열질량법을 사용한 연료추정 방법은 임무초기에는 다소 부정확한 2차 보정으로 인한 오차로 정확도는 회계식방법보다 다소 떨어지나 연료추정이 가장 필요한 임무말기에는 1차 보정과 유사한 상태를 갖게 되므로 상당히 정확한 추정결과를 보인다.

2.2. 열질량법을 사용한 잔여연료량 추정의 기본이론

액체연료와 저장탱크에 정해진 열을 가하여

증가되는 온도와 시간을 측정함으로써 액체연료의 질량을 측정하는 방법이다. 다시 말하자면 처음 탱크가 비어있는 경우에 가열기(heater)로 탱크에 일정한 열을 지속적으로 가해줌으로서 주어진 온도상승에 필요한 시간을 체크한다. 이후 정해진 액체를 주입한 후에 같은 온도상승에 필요한 시간을 체크하고 이 두값을 기본적인 보정점(calibration point)으로 삼는다. 이후 연료가 소비되고 난 후 알고자하는 시점에서 잔여 연료의 양을 알고자 할 때 같은 온도상승에 걸리는 시간을 측정하여 잔여 연료량을 추정하는 방법이다. 즉 시스템의 온도상승이 빠를수록 연료저장탱크안에 연료가 거의 없다는 것을 의미한다.

이 방법은 아래와 같은 에너지 방정식에서 유도된다.

$$Q\Delta t = mC_p\Delta T \quad (7)$$

Q = Applied heat rate minus heat loss rate to the

environment [J/s]

Δt = Change in time [s]

m = Mass of the tank system [kg]

C_p = Specific Heat of the tank system [J/kg ·

K]

ΔT = Change in temperature [°K]

여러 단위부품으로 구성된 일반적인 시스템에 대한 각각의 비열과 질량의 관계를 나타낸 식은 식(8)이고 이를 인공위성 연료저장탱크시스템에 적용시키면 식(9)와 같다.

$$mC_p|_{system} = m_1C_{p1} + m_2C_{p2} + m_3C_{p3} + \dots \quad (8)$$

$$mC_p|_{tank\ system} = m_1C_p|_{tank} + m_2C_p|_{He} + m_3C_p|_{propellant} \quad (9)$$

연료저장탱크와 탱크지원설비, 가열장비(thermal equipment)와 액체연료, 가압제인 헬륨(He)을 포함하는 인공위성의 탱크시스템은 시스템의 각 구성요소의 무게비에 따라 서로 다른 비열값(C_p)을 갖는다. 탱크와 가열장비의 질량은 시간에 따라 변하지 않고 헬륨의 무게는 무

시할 수 있을 만큼 작기 때문에 연료저장탱크시스템의 비열은 액체연료의 질량과 밀접한 관계가 있다. 즉 연료저장탱크시스템의 비열(specific heat)은 저장탱크 내의 액체연료의 양에 주로 좌우된다. 쉽게 말하면 탱크 안에 연료량이 적을수록 연료저장탱크시스템의 온도상승이 점점 빨라지고 연료의 양이 많을수록 온도상승은 느려진다는 것을 의미한다.

이러한 관계는 가해지는 열과 시간, 온도변화, 저장탱크의 질량, 잔존 헬륨, 저장탱크시스템에 대한 보정된 비열의 함수로써 추진체의 질량에 따라 에너지방정식에 대입된다. 앞서 언급했던 것과 같이 $mC_p|_{system}$ 은 주로 저장탱크내의 액체연료의 양에 좌우된다.

$$Q\Delta t = mC_p|_{system}\Delta T \quad (10)$$

$$\frac{Q\Delta t}{mC_p|_{system}} = \Delta T \quad (11)$$

식(11)은 주어진 일정한 에너지의 양($Q\Delta t$)에 대하여 상승온도(ΔT)는 분모인 $mC_p|_{system}$ 의 크기에 좌우됨을 보여준다. 다시 말하면 상승온도(ΔT)는 연료저장탱크시스템의 질량(m)과 이것의 비열인 $C_p|_{system}$ 에 의해 변화된다. 이러한 관계는 가해진 에너지($Q\Delta t$)가 온도상승(ΔT)에 대해 $mC_p|_{system}$ 의 기울기를 갖는 것으로 나타낼 수 있는데 가해지는 에너지에 대한 온도상승(ΔT)의 그래프는 선형그래프를 나타내고 이 그래프의 기울기는 저장탱크 내의 액체연료의 양에 따라 바뀐다.

1차 보정(1st calibration)으로 연료저장탱크가 비어 있는 시스템에 대한 식을 유도하기 위해 식(11)을 다시 정리하면 식(12)와 같다.

$$\frac{Q_1\Delta t_1}{\Delta T} = m_1C_{p1} \quad (12)$$

여기서 첨자 1은 연료저장탱크가 비어있는 경우인 1차 보정(calibration)에서 측정값을 가리킨다. 그러므로 m_1 은 저장탱크의 질량에 관련된 열장비의 질량을 더한 값이다. 중요한 것은

$m_1 C_{p1}$ 의 값은 측정된 에너지($Q\Delta t$)와 온도상승(ΔT)으로 바로 측정할 수 있다. 이러한 연료탱크에 대한 1차 보정(1st calibration)은 발사되기 이전에 인공위성의 궤도상 환경을 시뮬레이션한 열-진공 챔버(thermal vacuum chamber)내에서 연료저장탱크에 행해진다.

2차 보정(2nd calibration)은 궤도상에서 수행이 된다. 즉 궤도전이를 위해 연료가 분사되고 인공위성과의 통신이후에 실행된다. 이러한 과정에서 소비되어지는 연료분사의 양은 가능한 최소한의 오차내에서 수행되어야 한다.

1차 보정의 방정식과 유사한 일반적인 형태의 방정식이 액체연료의 질량을 알고 있는 2차 보정(calibration)에서 사용된다.

$$\frac{Q_2 \Delta t_2}{\Delta T_2} = m_1 C_{p1} + m_2 C_{pf} = m_{2t} C_{p2t} \quad (13)$$

여기서 $m_{2t} C_{p2t}$ 는 연료 및 연료탱크 전체 시스템에 대한 열질량을 나타낸다. 첨자 f는 연료를 나타내고 첨자 t는 total을 나타낸다. 이러한 두 개의 보정값(calibration)은 저장탱크내의 추진제의 양을 측정하는데 사용되는 선형적인 관계를 도출한다.

이후 특정시점에서 잔여연료량을 추정하고자 할 때 추진제 저장탱크시스템에 일정량의 열에너지를 가하고 이로 인해 상승되는 온도를 측정함으로써 추정한다. 2차 보정에 사용되는 것과 같은 형태의 식(14)를 사용하여 탱크내의 측정하고자 하는 유체의 질량을 계산한다.

$$\frac{Q_3 \Delta t_3}{\Delta T_3} = m_1 C_{p1} + m_3 C_{pf} = m_{3t} C_{p3t} \quad (14)$$

식(13)과 식(14)를 식(12)에 대입하여 연료탱크의 무게 m_1 에서 연료무게인 m_2 , m_3 으로 분리하면 다음과 같은 식(15), 식(16)이 된다.

$$\frac{Q_2 \Delta t_2}{\Delta T_2} - \frac{Q_1 \Delta t_1}{\Delta T_1} = m_2 C_{pf} \quad (15)$$

$$\frac{Q_3 \Delta t_3}{\Delta T_3} - \frac{Q_1 \Delta t_1}{\Delta T_1} = m_3 C_{pf} \quad (16)$$

여기서 식(15)을 C_{pf} 에 대해 정리하면 식(17)과 같다.

$$C_{pf} = \frac{\frac{Q_2 \Delta t_2}{\Delta T_2} - \frac{Q_1 \Delta t_1}{\Delta T_1}}{m_2} \quad (17)$$

구하고자 하는 질량(m_3)을 계산하기 위하여 그 시점에서의 연료저장탱크시스템의 측정치와 보정값의 항으로 나타낼 수 있다. 이를 수식으로 나타내기 위해 위의 식(17)을 식(16)에 대입하여 m_3 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$m_3 = \frac{\left(\frac{Q_3 \Delta t_3}{\Delta T_3} - \frac{Q_1 \Delta t_1}{\Delta T_1} \right) \times m_2}{\left(\frac{Q_2 \Delta t_2}{\Delta T_2} - \frac{Q_1 \Delta t_1}{\Delta T_1} \right)} \quad (18)$$

마지막으로 식(12), 식(13), 식(14)를 위의 식(18)에 대입하면 측정되어지는 값으로부터 m_3 를 구할 수 있는 식(19)를 유도할 수 있다.

$$m_3 = \frac{m_2 (m_{3t} C_{p3t} - m_1 C_{p1})}{m_{2t} C_{p2t} - m_1 C_{p1}} \quad (19)$$

이와 같은 방법을 사용하여 무궁화위성 3호 CDR에 제시된 위성의 1년후, 7년후, 14년후에 대한 예상데이터를 기초로 하여 잔여연료량 계산 결과는 Table 1에 나타낸 바와 같다.

Table 1. 열질량법을 사용한 잔여연료량 추정결과

	End 1st Year	End 7th Year	End 14th Year
Tank Mass(kg)	64.78	64.78	64.78
Fuel Cp	3618.64	3618.64	3618.64
Tank Cp	1255.10	1255.10	1255.10
mCp, 1st Cal(kg)	81305.38	81305.38	81305.38
mCp, 2st Cal(kg)	1513888.77	1513888.77	1513888.77
mCp, Measured year (kg)	1417524.38	823271.32	143654.55
Fuel mass, 1st Cal (kg)	0.00	0.00	0.00
Fuel mass, 2st Cal (kg)	395.89	395.89	395.89
Fuel mass, estimated (kg)	369.26	205.04	17.23

2.3. 오차분석

계산되어진 잔여연료량 추정치의 타당성은 오차분석을 통해 검증된다. 예상되는 실험의 정확도는 데이터 처리에서의 정확성 뿐만 아니라 측정장비의 정확성까지 포함하게 된다. 무궁화위성 3호는 LAE(Liquid Apogee Engine)가 작동한 이후까지는 원격측정을 하지 않고 LAE 직후에 가장 잔여연료량을 정확히 알 수가 있기 때문에 이 기간까지 2차 보정은 수행되지 않는다. 하지만 2차 보정의 정확도가 떨어질수록 인공위성 수명에 대한 정확도는 감소하게 된다.

2.3.1. 오차분석을 위한 데이터

오차분석을 하기 위한 기초적인 입력데이터는 Table 2 와 같다. 각 데이터는 일정온도로 가열하는데 소모되는 기본적인 데이터와 1차, 2차 보정데이터(calibration data)로 구성되고 전압(R)과 전류(I), 온도상승(ΔT)에 대한 오차 데이터를 포함한다.

Table 2. 오차분석을 위한 기본적 입력데이터^[3]

	End 1st Year	End 7th Year	End 14th Year
Voltage(V)	70 V	70 V	70V
Resistance(R)	37.60 Ω	37.60 Ω	37.60 Ω
Current(I)	1.86 A	1.86 A	1.86 A
Power(W)	130.32 W	130.32 W	130.32 W
Tank Mass	64.78 kg	64.78 kg	64.78 kg
mC_p	1417524.38	823271.32	143654.55
ΔT	4.0 $^{\circ}\text{C}$	4.0 $^{\circ}\text{C}$	4.0 $^{\circ}\text{C}$
Δt	43509 sec	25269 sec	4409 sec

Table 3. 1차, 2차 보정 데이터^[3]

	1st Cal	2nd Cal
mC_p	81305.38	1513888.77
Fuel Mass	0.0 kg	395.89 kg
Δt	2495.56	46466.81

Table 4. 오차분석을 위한 전류, 전압, 저항의 오차데이터^[3]

	End 1st Year	End 7th Year	End 14th Year
ΔR	0.1	0.1	0.1
ΔI	0.04	0.04	0.04
$\Delta(\Delta T)$	0.09	0.09	0.09

2.3.2. 해석적 방법을 이용한 오차분석 모델링

m_3 를 구하는 잔여연료량 추정에 대한 수학적 모델은 식(19)와 같다.

이러한 모델의 정확성을 결정하는 오차분석 방법으로는 각 매개변수에 대하여 부분도함수를 사용하는 해석적 방법이 있다^[3]. 이 방법은 각각의 부분도함수를 수학적 모델의 전체적인 정확도를 산출하기 위하여 Root Sum Square(RSS)로 나타내고 이러한 정확성은 식(20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta m = \sqrt{\Delta}$$

where

$$\Delta = \left(\frac{\delta m_3}{\delta m_2} \Delta m_2 \right)^2 + \left(\frac{\delta m_3}{\delta(m_1 C_{p1})} \Delta(m_1 C_{p1}) \right)^2 + \left(\frac{\delta m_3}{\delta(m_{2t} C_{p2t})} \Delta(m_{2t} C_{p2t}) \right)^2 + \left(\frac{\delta m_3}{\delta(m_{3t} C_{p3t})} \Delta(m_{3t} C_{p3t}) \right)^2 \quad (20)$$

위 식에서 Δ 항은 각 매개변수의 오차에 대한 기여도를 나타내고 부분도함수는 포괄적으로 이러한 오차들에 대한 정확성의 민감도(sensitivity)를 나타낸다.

식(20)의 부분도함수는 식(19)를 이용하여 아래 식(21)~식(24)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\delta m_3}{\delta(m_{3t} C_{p3t})} = \frac{m_2}{m_{2t} C_{p2t} - m_1 C_{p1}} \quad (21)$$

$$\frac{\delta m_3}{\delta(m_{2t} C_{p2t})} = \frac{m_2(m_{3t} C_{p3t} - m_1 C_{p1})}{(m_{2t} C_{p2t} - m_1 C_{p1})^2} \quad (22)$$

$$\frac{\delta m_3}{\delta(m_1 C_{p1})} = \frac{m_2(m_{3t} C_{p3t} - m_{2t} C_{p2t})}{(m_{2t} C_{p2t} - m_1 C_{p1})^2} \quad (23)$$

$$\frac{\delta m_3}{\delta m_2} = \frac{(m_{3t} C_{p3t} - m_1 C_{p1})}{(m_{2t} C_{p2t} - m_1 C_{p1})} \quad (24)$$

다음 단계로 $\Delta m_x C_{px}$ 항은 아래 식(25)와 같은 에너지 방정식을 사용하여 구한다.

$$mC_p = \frac{Q\Delta t}{\Delta T} = \frac{I^2 R \Delta t}{\Delta T} \quad (25)$$

$\Delta m_x C_{px}$ 에 대한 방정식은 각 매개변수에 대해 식(25)의 부분도함수를 구하고 이 값들을 Root Sum Square(RSS)로 유도할 수 있다.

$$\Delta m_x C_{px} = \sqrt{\textcircled{A}}$$

$$\text{where } \textcircled{A} = \left(\frac{\partial(m_x C_{px})}{\partial(I)} \Delta I \right)^2 \quad (26)$$

$$+ \left(\frac{\partial(m_x C_{px})}{\partial(\Delta T)} \Delta(\Delta T) \right)^2 + \left(\frac{\partial(m_x C_{px})}{\partial(R)} \Delta R \right)^2$$

여기서 $x=1,2,3$ 는 두 개의 보정지점(calibration point)과 측정지점에 해당한다.

식(26)에서 Δ 항은 각 매개변수의 오차에 대한 기여도를 나타내고 부분도함수는 포괄적으로 이러한 오차들의 정확성의 민감도(sensitivity)를 나타낸다. 식(25)에서 부분도함수를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial(m_x C_{px})}{\partial(I)} = \frac{2IR\Delta t}{\Delta T} \quad (27)$$

$$\frac{\partial(m_x C_{px})}{\partial(\Delta T)} = -\frac{I^2 R \Delta t}{(\Delta T)^2} \quad (28)$$

$$\frac{\partial(m_x C_{px})}{\partial(R)} = \frac{I^2 \Delta t}{\Delta T} \quad (29)$$

각 매개변수에 대한 실험치는 식(27)~식(29)의 부분도함수와 Δ 항의 변수로 대치할 수 있다. 결과값을 식(26)에 대입하여 각 $\Delta m_x C_{px}$ 항을 구하고 이 값들을 식(21)~식(24)의 부분도함수를 곱해주고 식(20)에 대입하여 포괄적인 정확도를 구할 수 있다.

2.3.3. Monte Carlo 방법을 이용한 오차분석 모델링

Monte Carlo 방법은 비선형 시스템에 대한 통계적인 분석 방법이다. 기본적인 개념은 비선형 대상시스템 모델과 n 개의 오차성분 및 오차

의 통계적 특성이 정의되면 난수생성기(Random Number Generator)를 이용하여 n 개의 각 오차 성분에 대한 오차값을 생성하고 비선형 시스템에 입력으로 넣어서 출력 값을 얻는다. 이 과정을 무한대로 반복하여 결과적으로 얻어진 비선형 시스템의 무한개의 출력 값에 대한 통계적인 특성을 얻는 방식이다. 일반적으로 각 오차성분의 통계적 특성은 일정한 분산값(σ)을 가지는 가우시언 분포를 가정한다. 그리고 결과적으로 주어지는 출력의 통계적 특성은 일반적으로 가우시언 분포가 아니므로 3σ 값으로 정의한다. 만약 대상시스템이 선형인 경우는 Monte Carlo 방법 대신 단순한 선형변환 만을 통해 결과의 통계특성을 모두 알 수 있다.^[5]

Fig. 1은 Monte Carlo 방식을 PGS의 해석에 적용하는 방법을 설명하고 있다. 먼저 2차 보정시의 연료량 m_2 , 1차, 2차 그리고 실제 측정시점에 대한 mC_{pt} 값이 주어진다. 이 값들은 전체 연료량을 계산하는 과정에서 얻어질 수 있다. 오차성분은 2차보정에서의 연료량의 오차(Δm_2), 가열기의 저항오차(ΔR), 온도측정오차($\Delta(\Delta T)$) 그리고 가열기의 전류오차(ΔI)로 주어진다. 오차가 주어지면 오차 성분을 포함한 m_2 , mC_{pt} , mC_{pt} , mC_{pt} 를 계산하여 Fig. 1과 같이 관련 수식을 적용하여 오차를 포함한 연료량 m_3 을 계산한다. 동시에 오차를 포함하지 않은 m_3 값을 계산하여 m_3 과의 차이를 계산함으로써 한 샘플에 대한 계산오차 $|\Delta m_3|$ 를 계산한다.

이런 과정을 정해진 회수 N 만큼 반복한다. 이론적으로는 무한 번의 시뮬레이션을 수행해야 하겠지만 본 연구에서는 약 20,000번 정도의 반복계산을 수행하였다. 이렇게 해서 생성된 N 개의 $|\Delta m_3|$ 는 작은 값에서 큰 값으로 크기 순으로 정렬되어지며 최종적으로 $0.9973 \times N$ 번째의 $|\Delta m_3|$ 를 3σ 값으로 선택하게 된다. 즉 10,000번의 시뮬레이션을 수행했을 경우라면 9973번째의 값이 3σ 값이다. 만약 $|\Delta m_3|$ 의 분포가 가우시언

인 경우에는 분산값에 3을 곱함으로써 정확히 3σ 값을 얻을 수 있다.

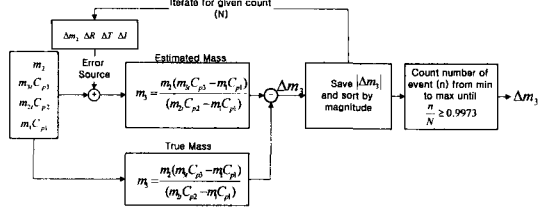


Fig. 1 Monte Carlo 기법을 이용한 오차 추정과정

2.3.4. Monte Carlo 방법과 해석적 방법의 오차해석 결과의 비교

Monte Carlo 방법을 이용하여 구한 오차분석결과와 해석적 방법을 사용하여 나타낸 오차분석 값을 질량(mass)과 달(month)로 구별하여 나타내면 Table 5~6과 같다.

각 시간별로 해석적 방법과 Monte Carlo 방법의 값은 유사하나 CDR의 오차는 매우 큰 것으로 나타났다. 하지만 시간에 지남에 따라 이러한 오차값에 차이가 줄어들음을 볼 수 있다.

Fig. 2 ~ Fig. 4 는 Monte Carlo 방법과 해석적 방법의 결과를 그래프로 나타낸 값이다. 그림을 통하여 두 방법이 서로 잘 일치함을 알 수 있다. 이를 통하여 해석적인 방법과 Monte Carlo 방법을 통한 오차해석 방법이 모두 주어진 가정 내에서 적절한 것임을 알 수 있다.

Table 5. 질량에 따른 오차분석 결과

	Fuel estimation error(mass)		
Epoch Time	End 1st Year	End 7th Year	End 14th Year
Monte Carlo	27.52	15.68	2.43
Analytic Method	26.83	15.25	2.36

Table 6. 시간에 따른 오차분석 결과

	Fuel estimation error(month)		
Epoch Time	End 1st Year	End 7th Year	End 14th Year
Monte Carlo	11.92	6.78	1.05
Analytic Method	12.23	6.96	1.07

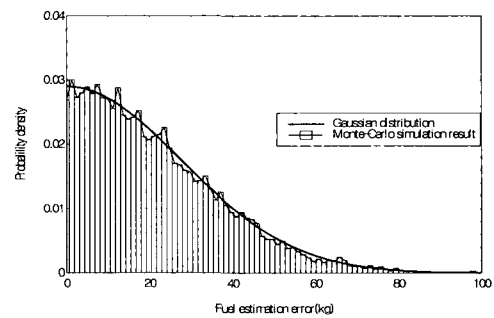


Fig. 2 오차해석 결과 비교 (End 1st year)

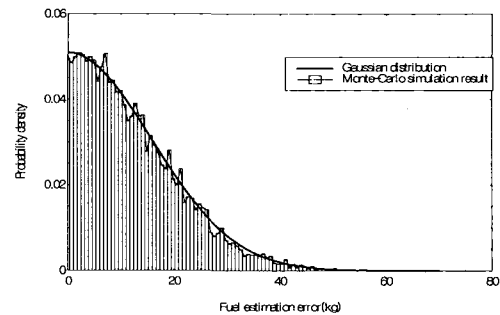


Fig.3 오차해석 결과비교 (End 7th year)

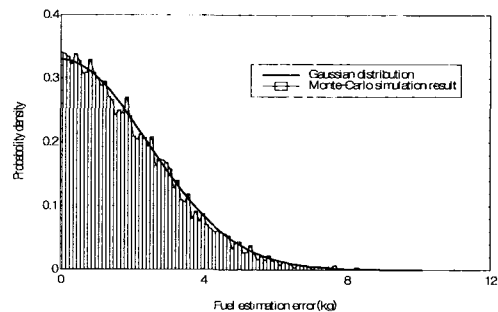


Fig. 4 오차해석 결과 (End 14th Year)

3. 결론

본 논문에서는 정지궤도 인공위성의 잔여연료량 추정에 사용되는 방법에 대한 소개를 하였고 특히 무궁화위성 3호(KOREASAT-3)에서 적용하고 있는 열질량법의 이론 및 오차분석 과정을 소개하였다.

본 연구에서는 오차분석결과의 신뢰성을 검토하기 위하여 무궁화위성 3호 기술자료에 언급된 해석적인 방법을 이용하여 오차분석을 수행하였으며 추가적으로 비선형 방식인 Monte Carlo 방법을 적용하여 결과를 비교 검토하였다. Monte Carlo 방식을 통한 오차해석을 통하여 선형성을 가정한 해석적인 오차해석방법의 접근 방식이 적절한 것임을 알 수 있었다.

이러한 열질량법을 사용한 연료추정방법은 연료추정이 가장 필요한 임무말기로 갈수록 정확한 추정결과를 보임을 알 수 있다.

후 기

본 논문은 한국통신이 지원하는 연구과제 '무궁화위성 3호 BUS 시스템 분석연구'의 연구결과 일부이며 지원에 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

1. Brauer, L.E. et al., "Method for measuring the mass of liquid in a storage tank", US patent 5,158,362, Oct.,1992.
2. 장영근, "인공위성의 추진제 계측해석", 한국항공우주학회, 제22권, 제2호, 1994, pp101-113.
3. "Koreasat 3 Critical Design Review Data Package", Vol 7, book 2 of 2 propulsion, Lockheed Martin.
4. "Koreasat 3 Spacecraft Analyst Course Training Manual", Vol 1 of 2, Lockheed Martin.
5. Malvin H. Kalos and Paula A. Whitlock, "Monte Carlo Methods", Courant Institute of Mathematical Sciences, New York University.