

페트리네트의 계층화를 통한 시퀀스제어계의 설계 (II) - Bottom up에 의한 서브PN의 합성 -

정석권* · 정영미** · 유삼상***

*부경대학교 기계공학부, **부경대학교 대학원 메카트로닉스, ***한국해양대학교 기계·정보공학부

Design for Sequential Control System Using Petri Nets with Hierarchical Expression (II)

- Composition of Sub Petri nets by Bottom up Oriented Method -

SEOK-KWON JEONG*, YOUNG-MI JUNG** AND SAM-SANG YOU***

*School of Mechanical Engineering, Pukyong National University, Busan 608-737, Korea

**Mechatronics Engineering, Graduate School, Pukyong National University, Busan 608-737, Korea

***School of Mechanical and Information Engineering, Korea Maritime University, Busan 606-791, Korea

KEY WORDS: Petri net(PN) 페트리네트, Sequential control 시퀀스제어, Hierarchical expression 계층화표현, PLC(Programmable Logic Controller ; 프로그래머블 컨트롤러), SFC (Sequential Function Chart)

ABSTRACT: Petri nets have been introduced as a powerful analyzing and design tool for the discrete systems such as sequential control systems. However, one of the important problems in its applications is that the model can be analyzed hardly when we deal with large scale systems because of increase of the number of Petri net components. To overcome this problem, some methods for dividing or reducing of Petri net have been suggested. In this paper, an approach for hierarchical expression of Petri net based on Sequential Function Chart(SFC) and Bottom Up oriented Methodology(BUM) is proposed. Especially, some definitions and rules are defined in order to divide and compose sub Petri nets. A measuring tank system will be described as a typical kind of discrete systems and modeled by some sub Petri nets based on the SFC and BUM by the proposed method in this paper.

1. 서 론

시퀀스제어는 피드백제어와 더불어 SA(Ship Automation)나 FA(Factory Automation) 실현에 있어서 중요한 요소기술의 하나이다. 그러나, 시퀀스제어계의 설계는 아직도 숙련된 기술자의 경험칙과 시행착오적인 반복법에 크게 의존하고 있는 현상이다. 그 이유로는 시퀀스제어계가 기본적으로는 사상구동형(event driven system)이기 때문에 수학적 모델링이 어렵고, 이 제어계가 갖는 비동기성, 동시진행성, 병렬성에 대한 표현이 용이하지 않은 점 등을 들 수 있다.

최근, PLC의 보급이 증대됨에 따라 이를 주축으로 한 효율적인 시퀀스제어계 설계법이 요구되고 있다. 특히, PLC를 베이스로 한 시퀀스제어계의 설계시 요구조건으로서 PLC를 포함한 제어계 전체의 거동해석과 이상개소의 검출이 용이할 것, PLC의 사용언어에 독립적일 것 등이 필수 사항으로 꼽힌다. 이들 조건을 충족시키는 표준적인 설계법은 아직 확립되어 있지 않으며, 그 대안으로 페트리네트(Petri-net, PN)를 이용한 설계법이 제안되고 있다(Cai et al., 1994; 정, 1998; 정과 양, 1999).

PN은 이산시스템에 사용되는 시각적, 수학적인 모델링 도구

로써 그래픽 표현을 통해 시퀀스제어계가 갖는 비동기성, 동시진행성, 병렬성을 나타내기에 용이하다. 뿐만 아니라 대수방정식 표현을 이용함으로써, 시퀀스제어계의 거동해석과 이를 통한 고장개소의 검출이 용이하며, 또한, PLC에 대한 국제규격의 표준언어에도 독립적이다. 그러나, 이 방법은 시스템의 구성 요소가 많을 경우, PN 구성 요소의 증대로 인해 해석상의 곤란과, 시퀀스제어계 전체 흐름에 대한 시각화가 동시에 곤란하게 되는 문제점을 갖고 있다.

이를 해결하기 위해, 저자들은 PN의 계층화 방안을 제안해 왔다(정과 양, 1998; 정 등, 1999; 정과 양, 1999). 이 방법은 기존의 Cai(1994) 방법과는 달리, 전체 시스템을 SFC(Sequential Function Chart)에 근거하여 서브PN로 분할하고 분할된 서브PN를 통해 특정의 시퀀스를 용이하게 해석하도록 제안되었다. 또한, 분할된 계층화 구조를 통해 시각적 표현이 용이하도록 하였으며, 전체 시스템은 분할된 서브PN를 재 합성함으로써 구해될 수 있도록 구성되어 있다. 따라서, 이 방법은 특정의 시퀀스 해석이나, 전체 시스템에 대한 시각화에는 매우 효과적이지만, 전체PN 모델이 구축된 경우에 한하여 적용가능한 방법이다. 대규모의 시스템인 경우, 초기단계에서 대상 시스템에 대한 전체PN

의 모델링 자체가 사실상 대단히 어렵고 번거롭다는 점을 감안하면 이 방법은 대형, 복잡한 시스템의 시퀀스제어계 초기 설계법으로는 그다지 효율적이지 못하다. 오히려 기존의 구축되어진 모델들에 대한 다양한 분석과 사용자들을 위한 시각화 표현 등에 활용하는 것이 보다 효과적이다. 저자들은 후속연구를 통해 대규모 제어대상의 모델링 시에는 제어계 구성요소들의 최소 단위의 PN를 구성하고 이들의 의미있는 합성을 통해 서브PN 및 전체PN를 구축하는 상향식(bottom-up) 설계법이 더욱 바람직하다는 결론에 이르게 되었다(정 등, 2001).

본 논문에서는 이 점에 특히 주목하여 시스템을 구성하는 기본 요소들의 최소 PN모듈을 정의하고 이들을 SFC에 근거하여 서브PN로 합성하며, 합성된 서브PN들의 총 합을 통해 전체PN를 구축해 가는 새로운 계층화 방안을 제안한다. 제안된 방법은 SFC에 근거하여 서브PN를 구축한다는 점에서는 기존의 방법(정과 양, 1999)과 전적으로 동일한 수법이다. 그러나, 기존의 방법이 전체PN를 이미 알고 있는 상태에서 계층화를 행하는 하향식(top-down) 설계법인데 비해, 이 방법은 전체PN가 미지인 상태에서 최소 PN모듈들로부터 점차 전체PN를 구축해 가는 상향식 설계법이라는데 근본적인 차이점이 있다.

제안된 방법은 우선, 설계자가 시퀀스의 구성도에 따라 각 기별 구성 요소와 그들의 상태 수를 파악하게 된다. 최소 PN모듈은 이들 각 요소들의 거동을 나타내는 PN표현에 의해 얻어진다. 다음, 전체 제어계의 단계별 시퀀스는 SFC의 상세레벨 표현에서 그 설계사양이 가장 명확히 나타나므로, 서브PN는 SFC에 근거하여 최소 PN모듈들을 합성함으로써 얻어질 수 있도록 하였다. 최종적으로 전체PN는 이들 서브PN를 합성함으로써 구해지도록 합성칙을 정의하였다. 제안된 방법은 계량탱크시스템을 이용한 수치해석을 통해 그 유효성이 확인되었다.

2. PN에 의한 시퀀스제어계의 모델링

2.1 시퀀스제어계의 특징

Fig. 1은 하드웨어 구성면에서 본 시퀀스제어계의 기본적인 개념도이다. 그림에서 화살표는 정보의 흐름을 나타낸다.

Fig. 1에서 제어의 흐름은 우선, 조작자에 의해 제어지령용기기를 통해 전달된 신호가 제어동작용기기인 PLC에 입력되며, PLC에 내장된 프로그램에 의해 연산된 결과가 작용용기기로 전달된다. 작용용기기에서는 적절한 조작량을 제어대상에 인가하여 필요한 제어를 수행하게 되며 이로 인해 변화된 제어대상의 신호가 검출용기기를 통해 PLC로 재 입력되어 새로운 조작이 사이클적으로 행해지게 된다. 또한, 검출된 정보 가운데 필요한 내용은 모니터링기기를 통해 조작자에게 전달된다.

한편, 시퀀스제어계에 있어서 제어대상은 구성기기의 수에 따라 복수의 요소로 구성되며, 각 요소는 유한값을 갖는 상태변수로 표현가능하다. 제어장치의 상태량도 이산치 표현이 가능하므로 시퀀스제어계는 이산시스템으로 간주된다. 특히, 시퀀스제어계의 특징 가운데 하나는 제어계에 있어서 구성요소 수는 대단히 많지만, 그 구성요소의 상태변수 값은 일반적으로 그다지 많지 않다는 점이다. 또한 어떠한 대규모의 시퀀스제어계도 기

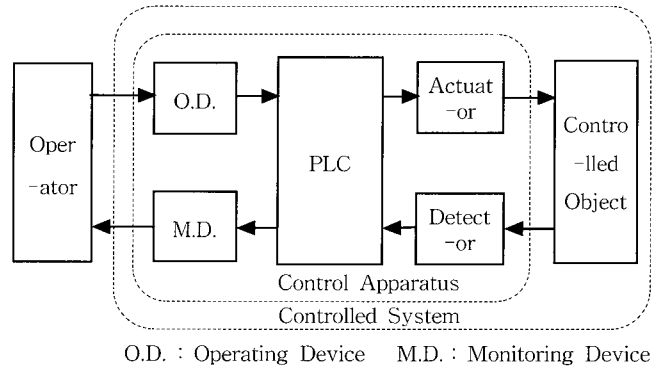


Fig. 1 Block diagram of sequential control system

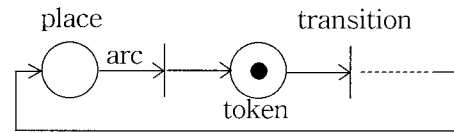


Fig. 2 Graphical expression of a PN

본적으로는 Fig. 1과 같이 제어용기기를 중심으로 구분하는 것이 가능하므로 이 구성도에 따라 각 구성 요소들을 분류하고 이들에 대한 PN의 최소모듈을 정의할 수 있다.

2.2 PN에 의한 시퀀스제어계의 표현

PN의 구조 C 는 일반(ordinary) PN의 경우, 플레이스 P (place)와 트랜지션 T (transition)의 유한집합 및 그들의 접속관계를 나타내는 입·출력함수 I (input), O (output)로 식(1)과 같이 구성된다.

$$C = \{P, T, I, O\} \tag{1}$$

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ 이며, 이에 따른 PN의 그래프 표현을 Fig. 2에 나타낸다.

[정의 1] $p_i \in I(t_j)$ 인 p_i 를 t_j 의 입력 P , $p_i \in O(t_j)$ 인 p_i 를 t_j 의 출력 P 라고 한다. 또한, $I(t_j)$ 에 있어서 p_i 의 다중도를 $\#(p_i, I(t_j))$, $O(t_j)$ 에 있어서 p_i 의 다중도를 $\#(p_i, O(t_j))$ 로 나타낸다. 다중도를 행렬로 표현, $B^- [i, j] = \#(p_i, I(t_j))$ 를 입력함수행렬, $B^+ [i, j] = \#(p_i, O(t_j))$ 를 출력함수행렬이라고 한다.

정의 1의 B^- , B^+ 는 각각 $m \times n$ 의 행렬이고 행은 플레이스에, 열은 트랜지션에 각각 대응한다. 특히, 식(2)로 정의되는 행렬 B 를 접속행렬(incident matrix)이라고 한다.

$$B [i, j] = B^+ [i, j] - B^- [i, j] \tag{2}$$

여기서, B^- 의 j 열은 트랜지션 t_j 의 발화에 의해 각 플레이스로부터 소멸하는 토큰의 수를, B^+ 의 j 열은 트랜지션 t_j 의 발화에 의해 각 플레이스에 생성되는 토큰 수를 각각 나타낸다.

따라서, 접속행렬 B 는 시스템에 의존하는 고유치로서 트랜지션 발화로 인한 각 플레이스에서의 토큰 수의 증·감을 나타낸다.

Fig. 2의 PN 그래프 표현은 모델링된 시스템을 시각적으로 이해하기 쉽게 하며, 제어계의 모델링시에 P 는 사건의 상태나 조건을, T 는 사건의 진행이나 명령 수행을 나타낸다. 사건의 흐름은 방향성을 표시하는 아크로써 나타내며, 플레이스와 트랜지션을 결합한다. 또한, PN에서는 시스템의 상태현황을 토큰 “●”로써 나타내며, Fig. 2에서와 같이 플레이스 내부에 표시하여 상태의 활성화(enabled)를 정의한다. 시퀀스제어계에서 활성화는 특정 상태 또는 조건이 충족되고 있음을 의미한다. 이 토큰은 시스템의 동적인 상황을 모의실험하는 데에 유용하다. 시스템의 임의의 상태는 토큰의 분포상황인 마킹(marking) M 으로 표현하며, 초기상태는 M_0 로 나타낸다.

[정의 2] $\mu(p_i)$ 를 p_i 에 존재하는 토큰의 수로 하면, 플레이스 내의 토큰의 분포는 마킹벡터 M 으로써 $M = [\mu(p_1) \mu(p_2) \dots \mu(p_m)]$ 과 같이 나타내어진다.

정의 2의 M 은 일정 조건 하에서 트랜지션이 발화(firing)함으로써 M_k 로 변화되며 이로써 시스템의 거동을 나타내게 된다. 본 논문에서의 PN 마킹은 일반PN의 트랜지션 발화규칙 (Peterson, 1981)을 따른다.

PN 그래프 표현으로 모델링된 제어계의 거동은 상태방정식 표현을 이용함으로써 쉽게 해석된다. 이산시스템의 상태방정식 표현은 시스템의 상태변수를 M 으로, 제어동작을 T 로 하여 식(3)과 같이 표현된다.

$$M(k+1) = M(k) + B \cdot t(k), \quad (k=0, 1, \dots) \quad (3)$$

여기서,

$$M(k) = [\mu(p_1(k)) \mu(p_2(k)) \dots \mu(p_m(k))]^T$$

$$t(k) = [t_1(k) t_2(k) \dots t_n(k)]^T$$

이다. $t(k)$ 는 t_i 의 발화벡터로서 발화일 경우 값 “1”을, 비 발화일 경우 “0”을 갖는다. 또한, 상첨자 T 는 행렬의 전치(transpose)를 나타낸다.

3. Bottom Up에 의한 시퀀스제어계의 계층화

3.1 시퀀스제어계의 최소단위 PN모듈

Fig. 1의 블록도에 따른 각 기기들의 구성요소에 대한 PN모듈을 정의한다. 제어지령용 기기의 구성요소의 하나인 푸쉬버튼스위치(PBS)를 고려하면, PBS는 온 또는 오프인 2 상태만으로 표현 가능하므로 Fig. 3(a)와 같이 나타내어진다. 상태 수가 3의 요소이면 Fig. 3(b)와 같이 표현된다. 이와 같이 각 기기별 구성요소의 거동을 표현한 최소단위의 PN모듈을 최소 PN모듈로 정의한다.

[정의 3] 최소 PN모듈은 제어계의 기본 구성 요소의 거동을 표현한 최소 단위의 PN모듈로서 요소의 상태 수와 동일한 P 를

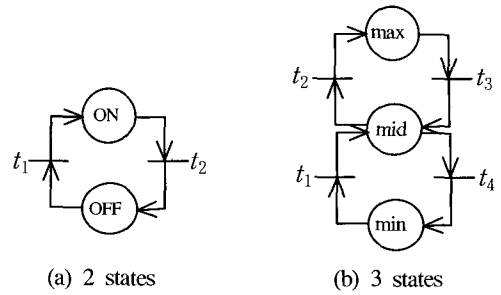


Fig. 3 Basic PN module of sequential component

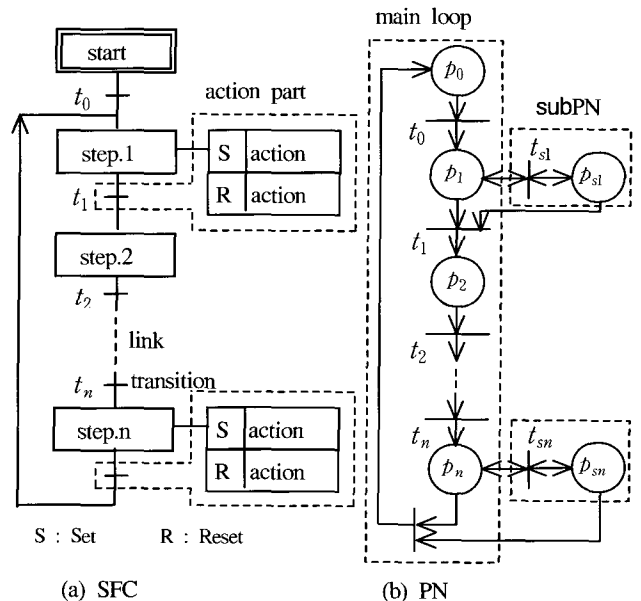


Fig. 4 Composition of PN based on SFC

가지며, 유계(boundedness)와 활성화 조건을 만족한다.

시퀀스제어계는 Fig. 1에서와 같이 각 기기들의 상호 작용으로 구성되므로, 결과적으로 최소 PN모듈간의 상호작용으로 표현됨을 알 수 있다. 시퀀스제어계는 그 특성상 정의 3에 따라 PN의 유계와 활성화 조건을 만족해야하므로 모듈간에는 다음의 참조관계(Cai, 1994)가 성립한다.

[정의 4] $p_i \in P$ 가 $\#(p_i, I(t_j)) = \#(p_i, O(t_j))$ 를 만족하면, $t_j \in T$ 의 참조라 한다. 이때, p_i, t_j 간의 관계를 나타내는 입·출력 아크는 양방향 화살표(\leftrightarrow)로 나타내고 이를 참조아크라 한다. 또한, 최소 PN모듈 A, B 간에 $P_A \cap P_B = \emptyset$ 인 참조 P 에 의한 접속관계만이 존재하여, $\forall p_A \in P_A, \forall t_B \in T_B$ 대해 $\#(p_A, I(t_B)) = \#(p_A, O(t_B))$ 가 성립할 경우, 두 모듈은 참조관계에 있다고 한다.

3.2 SFC에 근거한 서브PN의 분할

Fig. 4(a)는 SFC의 상세레벨의 표기를 나타낸다. SFC는 시스템의 기능을 도표에 의해 시각적으로 이해하기 쉽게 나타낸 것으로서 스텝(step), 트랜지션 및 링크(link)의 3 요소로 구성된다. 스

탭은 시퀀스의 한 단계를 의미하고 수행되어야 할 동작은 스텝에 우측 횡선으로 접속된 액션(action)부에 규정한다. 링크는 스텝간을 접속, 스텝이 이동하는 경로를 나타내며, 위에서 아래 방향으로 진행한다. 트랜지션은 링크와 직교하는 횡선으로 표시되며, 상위 스텝에서 하위 스텝으로 이행하는 논리조건을 나타낸다.

SFC의 스텝은 시퀀스의 한 단계를 나타내므로 스텝을 중심으로 서브PN를 규정하면, 필요 최소한의 서브PN로 전체PN가 표현되어 시각화와 해석의 간편성을 동시에 꾀할 수 있다. 이때, SFC의 각 스텝은 시퀀스제어계의 특성상 PLC의 각 상태에 대응되게 된다. 이 PLC의 상태를 표현하는 최소 PN모듈을 메인루프 PN로 한다. 전체PN는 Fig. 4(b)와 같이 SFC의 각 스텝을 나타내는 메인루프 PN와 SFC의 각 스텝에 부수하는 액션부 및 다음 스텝에로의 천이조건인 트랜지션부를 나타내는 서브PN로 구성된다.

SFC에 근거한 PN의 분할규칙(정과 양, 1999)은 다음과 같이 간단하게 수정된다.

[규칙 1] SFC의 각 스텝 $s_i(i=0, 1, 2, \dots, n)$ 와 트랜지션 t_i 는 PLC에 대한 PN모듈의 플레이스 p_i 및 t_i 에 각각 일대일 대응되며 이 모듈을 메인루프 PN로 한다.

[규칙 2] SFC의 각 스텝에 접속된 n 개의 액션과 트랜지션은 그 스텝에 대응하는 PLC에 대한 PN모듈의 서브PN를 형성한다.

[규칙 3] 메인루프인 PLC에 대한 최소 PN모듈을 포함하여 각 최소모듈 간에는 Fig. 1의 시퀀스제어계의 개념도 및 상호 논리관계에 따른 참조관계가 형성된다. 그러나, 서브PN 간에는 참조관계가 성립하지 않는다.

3.3 서브PN의 합성

서브PN 및 전체PN의 거동해석에는 식(3)을 이용하게 되며, 이때 식(2)의 접속행렬 B 를 구할 필요가 있다. 따라서, 본 절에서는 3.1절에서 정의한 최소 PN모듈의 접속행렬 B_m 을 통해 서브PN와 전체PN의 접속행렬 B_s, B 를 구하는 합성칙을 정의한다.

[정의 5] $b_{ij} \in B_m$ 인 b_{ij} 는 최소 PN모듈의 p_i 와 t_j 간 접속행렬의 각 요소(element)이다. 접속행렬의 요소 b_{ij} 는 다음과 같이 표현된다.

$$b_{ij} = (p_i, O(t_j)) - (p_i, I(t_j)) \quad (4)$$

한편, 최소 PN모듈간에 정의 4의 참조관계가 성립할 경우, b_{ij} 는 정의 5에 의해 0으로 된다.

[정의 6] $P_A \cap P_B = 0$ 인 최소 PN모듈의 접속행렬 $B_A(x \times y), B_B(m \times n)$ 의 합성행렬 B_s 는 연산 기호 “ \vee ”를 이용하여 $B_s = B_A \vee B_B$ 로써 구해진다. 이때 B_s 의 차원은 $(x+m)$ 의 행과 $(y+n)$ 의 열을 가지며, 그 요소 $b_{ij} (\in B_s)$ 는 $b_{xy} (\in B_A), b_{mn} (\in B_B)$ 그리고 $0 (b_{ij} \notin B_A, b_{ij} \notin B_B)$ 이다.

[정의 7] 최소모듈을 1개 이상 갖는 서브PN C, D 에서 동일 중복모듈을 $P_C \cap P_D$ 로 하고, 각각의 접속행렬을 $B_C(x \times y), B_D(m \times n)$ 로 둔다. 이들의 합성 접속행렬 B_s 는

$B_s = \widehat{B}_C \vee \widehat{B}_D \vee (B_C \cap B_D)$ 로 된다. 이때, 기호 “ $\widehat{}$ ”는 C 와 D 에서 중복되는 최소모듈을 제외한 접속행렬을 의미한다.

이상의 정의에 의해 전체PN의 접속행렬 B 는 전체 서브PN의 접속행렬에 대해 정의 7을 확장하여 적용함으로써 구해지게 된다.

4. 시퀀스제어계의 모델링 적용 예

4.1 계량탱크 시스템

Fig. 5는 시퀀스제어계의 일례로서 계량탱크 시스템(Measuring Tank System; MTS)을 나타낸다. 계량탱크는 탱크내의 액면이 하한(L)에 있고(레벨스위치 LS1은 오프, LS2는 온), 밸브1 및 밸브2가 모두 닫혀 있는 때를 정지상태로 한다. 이때, 램프1이 점등(on) 되고, 계량 준비 상태임을 나타낸다. 이 상태에서 입력스위치(PBS)를 누르면(on), 밸브1이 열림 상태로 되어 계량상태로 되며 램프는 소등된다.

원료가 탱크 내로 주입되기 시작하여 액면이 중간레벨(N)을 거쳐 상한(H)에 이르게 되고 LS1이 온 되면, 밸브1은 닫히고, 밸브2는 열려 배출상태로 된다. 액면이 다시 하한에 도달하고 LS2가 온 되면 밸브2가 닫혀 초기상태로 복귀한다. PBS는 자기유지 기능을 갖는 것으로 하고 조작자에 의해 조작된다. 이 시스템은 제안된 방법의 타당성 검토를 위해 적용하였다.

4.2 PN에 의한 모델링과 PN의 계층화

Fig. 5를 Fig. 1의 구성도에 따라 분류하면, Table 1과 같은 구성 기기별 7종의 최소 모듈로 우선 나누어진다. 상태 수는 각 최소 모듈의 상태 수를 파악하여 규정한다.

이 시스템의 개략적 거동과 상세한 동적 거동은 Fig. 6의 SFC를 통해 파악된다.

Fig. 6(b)에 사용된 각 스텝의 의미는 Table 2와 같다. PLC를 포함한 최소 PN모듈은 Table 1의 모듈별 상태 수에 따라 Fig. 3과 같은 방법으로 용이하게 얻어진다.

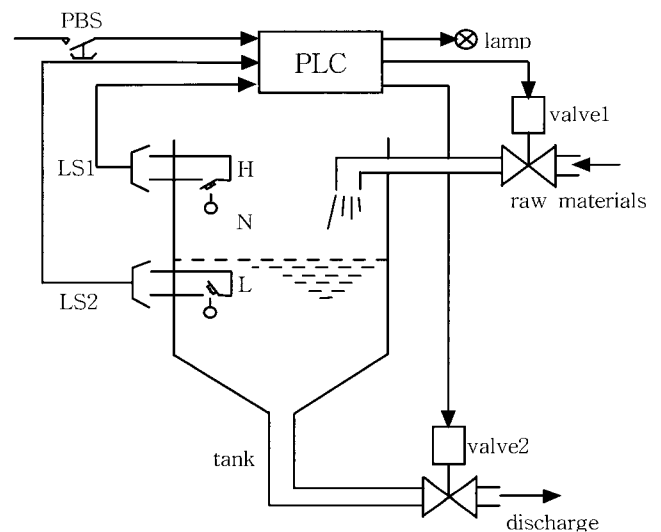


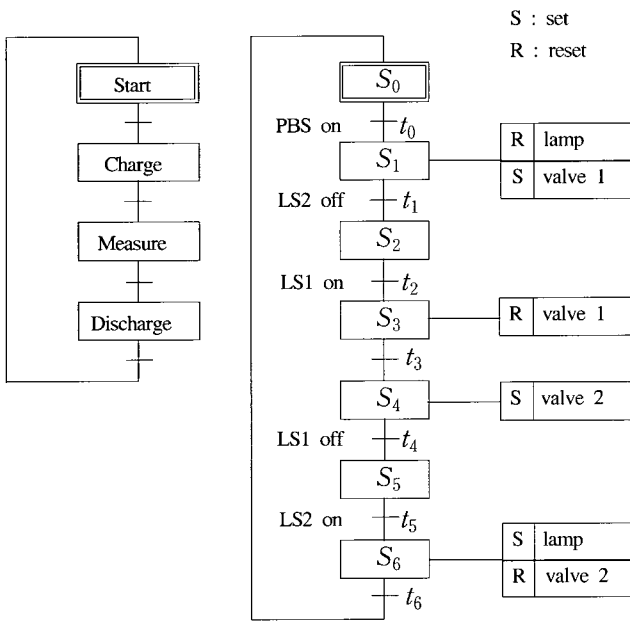
Fig. 5 Measuring tank system

Table 1 Components of measuring tank system

component	module	state
controlled object	tank(liquid level)	3
operator	operator	2
controller	PLC	7
actuator	valve1, valve2	2
detector	level switch1, 2	2
operating device	push button switch	2
monitoring device	lamp	2

Table 2 The meaning of each step in Fig. 6

step	state / action	step	state / action
0	waiting (initial)	4	discharge start
1	charge start	5	discharging
2	measuring	6	fin. of discharging
3	finish of measuring		



(a) Macro level (b) Concrete level

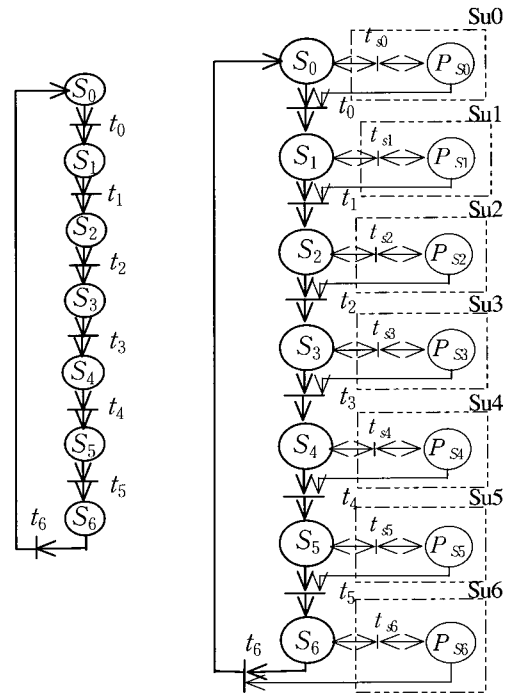
Fig. 6 SFC of the measuring tank system

Fig. 7은 Fig. 6(b)를 본 논문에서 제안한 서브PN의 분할규칙에 따라 구성한 결과를 보인다. Fig. 6(b)의 액션부는 스텝의 활성화에 영향을 받아 작동하는 부분만이 표현되어 있다. 그러나, Fig. 7(b)의 서브PN에서는 서브PN의 분할규칙 2에 따라 Fig. 6(b)의 액션부와 다음 스텝으로의 천이조건인 트랜지션부를 모두 포함한 형태로 나타내어져 있다. 또한, PLC에 대한 PN모듈의 S₀ ~ S₆까지는 Table 2의 SFC 상세레벨에 대한 스텝내용과 완전히 동일하다.

Fig. 8은 Fig. 7의 서브PN Su2와 Su5를 도시한 것이다. PLC를 제외한 모듈의 P의 의미는 Table 3과 같다.

우선, 최소 PN모듈로부터 서브PN의 접속행렬을 구하는 예를 Fig. 8(a)를 이용해서 보인다.

이 서브PN Su2는 밸브1, 탱크(엄밀하게는 탱크액면) 그리고 검출기1에 대한 3개의 최소 PN모듈로써 구성되어 있다. 그리고 밸브1과 탱크액면, 탱크액면과 검출기 사이에는 각각 참조관계



(a) PLC PN module (b) Sub PN

Fig. 7 Composition of Sub PN in MTS

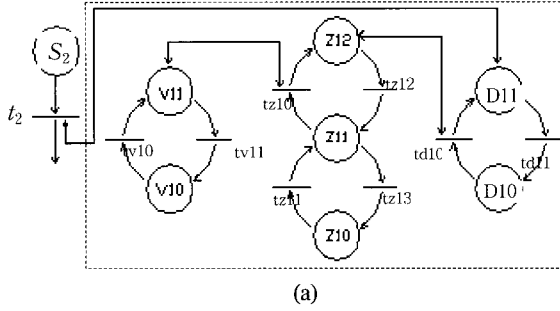
Table 3 The meaning of each place in Fig. 8

place	state	place	state
v11	open state valve1	z12	high level of liquid
v10	close state valve1	z11	middle level of liquid
v21	open state valve2	z10	low level of liquid
v20	close state valve2	D21	level switch 2 on
D11	level switch 1 on	D20	level switch 2 off
D10	level switch 1 off		

가 성립하고 있음을 볼 수 있다. 따라서, 이 서브PN의 접속행렬은 각 최소 PN모듈에 대한 접속행렬들을 정의 6에 따라 합성함으로써 얻어질 수 있다.

최소 PN모듈인 밸브1의 접속행렬을 B_{v1}, 탱크의 접속행렬을 B_z, 검출기1의 접속행렬을 B_{D1}으로 하면 각 접속행렬은 다음과 같다.

Su2:



Su5:

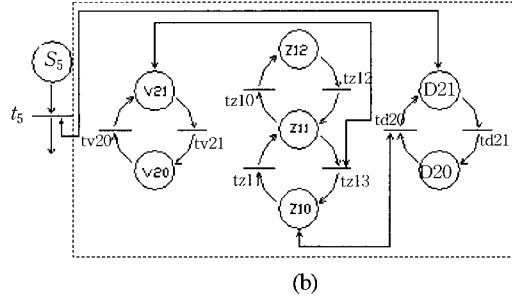


Fig. 8 Examples of Sub PN in MTS

$$B_{V1} = \begin{matrix} & tv11 & tv10 \\ v10 & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ v11 & \end{matrix}$$

$$B_Z = \begin{matrix} & tz13 & tz12 & tz11 & tz10 \\ z10 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ z11 & \\ z12 & \end{matrix}$$

$$B_{D1} = \begin{matrix} & td11 & td10 \\ D10 & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ D11 & \end{matrix}$$

이들로부터 얻어지는 서브PN의 접속행렬 B_{Su2} 는 다음과 같다.

$$B_{Su2} = \begin{matrix} & tv11 & tv10 & tz13 & tz12 & tz11 & tz10 & td11 & td10 \\ v10 & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ v11 & \\ z10 & \\ z11 & \\ z12 & \\ D10 & \\ D11 & \end{matrix}$$

다음은 이와 같은 방법으로 얻어진 서브PN들의 접속행렬의 합성법을 보인다. 서브PN 간의 합성행렬을 구하기 위해 위에서 살펴본 Fig. 8(a)의 서브PN Su2와 Fig. 8(b)의 Su5를 예로 들어 설명한다. 서브PN Su5의 접속행렬 B_{Su5} 는 B_{Su2} 의 계산과 동일한 방법으로 최소 PN모듈로부터 다음과 같음을 알 수 있다.

$$B_{Su5} = \begin{matrix} & tv21 & tv20 & tz13 & tz12 & tz11 & tz10 & td21 & td20 \\ v20 & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ v21 & \\ z10 & \\ z11 & \\ z12 & \\ D20 & \\ D21 & \end{matrix}$$

Fig. 8(b)의 최소 PN모듈인 밸브2와 검출기 2에 대한 접속행렬을 B_{V2} , B_{D2} 로 둔다. 이제, B_{Su2} 와 B_{Su5} 를 정의 7에 따라 합성하면 합성접속행렬 B_s 는 $B_s = \widehat{B}_{Su2} \vee \widehat{B}_{Su5} \vee (B_{Su2} \cap B_{Su5})$ 로써 구해진다. \widehat{B}_{Su2} , \widehat{B}_{Su5} 는 상호 중복되는 최소 PN모듈을 제외한 접속행렬로서 B_{V1} 과 B_{D1} 및 B_{V2} 와 B_{D2} 의 합성행렬로 되고 $B_{Su2} \cap B_{Su5}$ 는 중복된 최소 PN모듈들을 나타내는 것으로 B_Z 가 된다. 그러므로 합성행렬 B_s 는 다음과 같이 됨을 알 수 있다.

$$B_s = \begin{matrix} & tv11 & tv10 & tz13 & tz12 & tz11 & tz10 & td11 & td10 & tv21 & tv20 & td21 & td20 \\ v10 & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \\ v11 & \\ z10 & \\ z11 & \\ z12 & \\ D10 & \\ D11 & \\ v20 & \\ v21 & \\ D20 & \\ D21 & \end{matrix}$$

이상의 서브PN는 그 자체만으로도 특정의 시퀀스에 대한 거동해석이 가능하다. 뿐만 아니라, 제 3장에서 정의된 접속행렬의 합성칙을 적용하면 전체PN의 접속행렬도 용이하게 구해지며, 이를 통해 전체 시퀀스제어계의 거동해석이 가능하게 된다. 구해진 전체PN의 접속행렬은 식(5)와 같다.

B 는 Fig. 7의 Su0에서 Su6에 이르는 서브PN와 메인루프를 형성하고 있는 PLC의 최소 PN모듈의 합성으로 얻어진 것이다. 특히, 식(4)로 주어지는 전체PN의 접속행렬은 당연히 정과 양(1999)의 결과와 동일하게 됨을 확인할 수 있었다.

