

## 변형체 접촉을 고려한 분말자석 소결단조 성형공정의 유한요소 해석

김승호\* · 허 훈\*

(2001년 5월 15일 접수)

### Finite Element Analysis of Powdered Magnet Sinter-Forging Processes Considering Deformable Body Contact

S. H. Kim and H. Huh

#### Abstract

Tube Process (TP) is a process to produce permanent magnets using a deformable tube for densification of magnet powder. This process claims that it can accomplish both densification and anisotropication in one step forming. This process is distinguished from other processes since it uses a deformable copper tube for densification of magnet powder. In this paper, simulation has been carried out for the Tube Process in a closed die considering the compressibility of powdered material, arbitrary curved shape and deformable body contact between Nd-Fe-B magnet powder and a copper tube. Results show that the finite element analysis of the Tube Process plays an important role in the stage of preform design.

**Key Words** : Tube Process, Powdered Magnet, Deformable Body Contact

#### 1. 서 론

Nd-Fe-B계 영구자석은 1984년도에 처음으로 상업화된 이후 세계 영구자석 시장을 선도하는 중요한 강자성 재료로 지속적인 고성장이 전망되는 부품이다. Nd-Fe-B계 영구자석은 개발 초기에 내식성, 기계적 특성 및 열적 안정성 등의 문제로 인하여 그 사용 분야가 극히 제한적일 것이라는 예상이 지배적이었으나, 새로운 합금

설계와 제조 후 코팅 기술의 급속한 진보로 상기의 문제가 상당 부분 보완되어, 현재는 전기/전자 기기 및 소형 모터류 등 여러 분야에 사용되고 있다. Nd-Fe-B계 자석의 대표적 제조 방법에는 벌크자석의 제조에 유리한 소결법과 이방성을 가진 자석의 제조에 유리한 GM(General Motors) Process 및 고에너지 수지 자석의 제조가 가능한 HDDR (Hydrogenation Decomposition Desorption Recombination) 법 등이 있고, 국내에서 개발된 튜브

\* 한국과학기술원 기계공학과

튜브제조법(Tube Process)이 있다<sup>(1)</sup>.

튜브제조법은 변형 튜브에 분말 자석을 넣고 열간 압축 성형하여 자석을 제조하는 방법으로 치밀화(Densification)의 과정을 통해 등방성을 가지는 자석을 얻고 계속되는 성형으로 이방화된 자석을 얻게 된다. 튜브제조법은 GM Process와 제조 방법이 비슷하지만, 분말 자석을 치밀화하는데 있어서 GM Process가 금형을 사용하는데 반해, 변형 가능한 튜브를 사용하여 치밀화와 이방화를 한번에 할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 그러나, 높이 감소율이 큰 공정이므로 튜브가 자석재료에 밀려들어 가게 되어 자석의 유효 면적이 줄어들게 되고, 곡면형상의 자석을 제조하는 경우 균일한 치밀화가 얻어지기 힘들다. 자석의 유효 면적을 늘리고, 균일한 치밀화가 가능하게 하기 위해서는 적절한 예비성형체의 설계가 필요하다<sup>(1)</sup>.

Nd-Fe-B계의 자석 성형 공정의 수치 해석 시에 자석 재료는 압축이 가능한 분말 금속 재료로 가정하고 해석을 수행하는데, 분말 금속 재료는 그 내부에 기공이 존재하여 성형 가공 중에 체적변화가 발생하므로 일반 소성 이론을 적용할 수가 없다. 분말자석의 성형공정에 대한 해석은 이론적인 방법과 수치적인 방법으로 여러 연구자들에 의해서 진행되어 왔으나<sup>(2-9)</sup>, 대부분의 한가지 분말 재료에 대한 연구로 한정되어 있다. 튜브제조법은 변형 가능한 구리 튜브와 분말자석을 동시에 고려한 해석이 수행되어야 하지만 공정이 복잡하여 예비성형체의 설계가 용이하지 않다. 예비성형체의 설계 단계에서 유한요소법을 도입한다면 비용과 시간을 현격하게 줄일 수 있을 것이다.

본 논문에서는 8절점 블록요소를 사용하여 분말재료의 압축성과 변형체 접촉을 동시에 고려한 강소성 유한요소 코드를 개발하였다. 일반적으로, 상업적인 분말자석의 형상이 원통형이므로 임의의 곡면을 가지는 금형의 모델링이 필요하다. 본 논문에서는 곡면의 금형을 유한요소 격자로 모델링하여 사용하였다. 튜브제조법에서의 접촉은 금형과 변형재료간의 접촉과 분말자석과 구리튜브사이의 접촉이 있는데, 본 논문에서는 두가지 접촉의 처리를 위해 라그랑지안 승수법을 적용하였다. 해석은 재료의 압축성, 임의의 곡면 형상, 두가지 형태의 접촉 조건을 모두 고려하여 수행하였다. 개발된 코드의 유효성을 확인하기 위해 단순한 사각형태의 자석을 평균형 내에서 해석하였고, EHPS (Electro-Hydraulic Power Steering) System 용 자석 모델에 대한 전체 튜브제조법의 공정을 해석하여 예비성형체의 설계단계에서 유한요소법을 적용할 수 있음을 제시하였다. 플래시와 튜브의 접합현상을

줄이기 위해서 측면에 경사를 준 예비성형체를 채택하였다.

## 2. 이론적 전개

### 2.1 지배방정식

분말자석의 항복조건식을 편차응력의 제2차 불변항  $J_2'$ 의 항과 응력텐서의 제1차불변항  $J_1$ 의 항 및 항복응력의 항으로 나타내면 다음과 같다<sup>(2)</sup>.

$$f(\sigma_{ij}) = A J_2' + B J_1^2 = \eta Y_b^2 = \tilde{\sigma}^2 \quad (1)$$

여기서,  $Y_b$ 는 매트릭스 소재의 단축 방향 항복 응력이고  $\tilde{\sigma}$ 는 P/M의 유동 응력,  $\eta, A, B$ 는 각각 상대밀도의 함수이다. 구성방정식은 다음과 같이 기술된다<sup>(2)</sup>.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{\sigma}} \left\{ \frac{A}{2} \sigma_{ij} + \frac{3}{2} (2-A) \sigma_m \delta_{ij} \right\} \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\tilde{\sigma}}{\epsilon} \left\{ \frac{2}{A} \dot{\epsilon}_{ij} + \frac{3(2A-1)}{2A(3-A)} \dot{\epsilon}_v \delta_{ij} \right\} \quad (3)$$

여기서,  $\sigma_{ij}$ 는 응력 텐서,  $\dot{\epsilon}_{ij}$ 는 변형률 속도 텐서,  $\tilde{\epsilon}$ 는 P/M의 유효 변형률 속도,  $\sigma_m$ 는 평균 응력,  $\dot{\epsilon}_v$ 는 체적 변형률 속도를 나타낸다. 유효 변형률 속도 및 체적 변형률 속도는 아래와 같이 표현된다.

$$\tilde{\epsilon}^2 = \frac{A}{2} \dot{\epsilon}_{ij}' \dot{\epsilon}_{ij}' + \frac{\dot{\epsilon}_v^2}{3(3-A)} \delta_{ij} \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon}_v = -\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dV}{V} = 3(3-A) \sigma_m \frac{\tilde{\epsilon}}{\sigma} \quad (5)$$

여기서,  $V$ 는 분말재료의 체적,  $\rho$ 는 상대 밀도이다.

### 2.2 유한요소 수식화

분말 재료의 소성포텐셜 에너지는 다음과 같은 범함수로 정의 할 수 있다.<sup>(10)</sup>

$$\delta \tilde{\Phi} = \int_{\Omega} \tilde{\sigma} \delta \tilde{\epsilon} d\Omega - \int_{\Gamma_f} f_i \delta v_i d\Gamma = 0 \quad (6)$$

위 식(6)에서 우변의 첫 번째 항은 변형 에너지항이고,

두 번째 항은 외부 에너지항이다. 변형 에너지항은 형태 변형 에너지항과 체적변형 에너지항으로 다시 나누어지게 된다. 일반 금속재료의 경우 상대밀도가 0.999인 경우로 가정하여 좋은 결과를 얻었음이 알려져 있다.<sup>(11)</sup>

형상함수가  $N$ 이고 절점의 속도벡터가  $v$ 라고 하면 요소의 속도장  $u$  및 변형률 속도벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = N^T v, \dot{\epsilon} = B v \quad (7)$$

유효변형률속도는 다음과 같이 정의된다.

$$(\dot{\epsilon})^2 = \dot{\epsilon}^T D \dot{\epsilon} = v^T B^T D B v = v^T P v \quad (8)$$

여기서 행렬  $P$ 는 형태변형 에너지항  $P_1$ 과 체적변형 에너지항  $P_2$ 로 나누어지고 재료상수 항인  $D$ 도  $D_1$ 과  $D_2$ 로 다음과 같이 분리되어 진다.

$$P = P_1 + P_2 = B^T D_1 B + B^T D_2 B \quad (9)$$

위의 관계식들을 이용하여 식(6)을 요소 분할화해 보면 아래와 같은 결과를 얻을 수 있게 된다.

$$\begin{aligned} \sum_I \delta v^T \left[ \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\epsilon}} P_1 v d\Omega + \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\epsilon}} P_2 v d\Omega \right. \\ \left. - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_{e,t}} N f d\Gamma \right]_j = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$P_1$ 항은 형태변형 에너지항으로 일반적으로 진 적분을 통해서 구하고,  $P_2$ 항은 체적변형 에너지항으로 저감 적분을 통해서 구하게 된다.  $i$ 번째 성분의 포텐셜에너지는 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Phi_i = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\epsilon}} P_{1ij} v_j d\Omega + \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\epsilon}} P_{2ij} v_j d\Omega \\ - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_{e,t}} N_{ij} f_j d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

포텐셜에너지를 최소화하는 속도장은 뉴턴-랩슨 축차 방법으로 구할 수 있다.

### 2.3 임의 곡면 형상의 금형과 접촉 처리

임의의 곡면을 가지는 금형은 데이터의 저장공간이 상대적으로 작고 접촉 및 탐색의 처리가 쉬운 유한요소 격자법<sup>(12)</sup>을 사용하였다. 금형을 삼각형요소로 모델링하면 요소의 수가 많아지고, 곡면 부위에서 요소를 더 잘게 쪼개야 하는 단점이 있지만, 계산의 편리하고 상대적으로 복잡한 기하형상도 쉽게 모델링 할 수 있는 장점이 있다.

접촉 문제는 벌칙함수법이나 라그랑지 승수법을 사용하여 처리할 수 있다<sup>(13)</sup>. 본 논문에서는, 변형체 접촉문제를 해결하기 위해 벌칙함수법에 비해 미지수가 많고 계산 시간도 많지만 안정적인 수렴성을 보여주는 라그랑지 승수법을 채택하였다. 금형과 재료사이의 접촉은 경사경계조건을 사용하여 처리하였다. 두 물체간의 접촉시의 라그랑지 승수법은 (13)식과 같이 묘사될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K & C^T \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ Q \end{Bmatrix} \quad (13)$$

여기서  $C$ 는 구속벡터,  $\lambda$ 는 라그랑지안 승수,  $Q$ 는 간극함수를 나타낸다.

변형체의 접촉문제에서, 주요소(Master segment)와 부절점(Slave node)은 강제접촉 시에 각각 금형과 접촉 절점에 해당한다. 부요소와 주 요소사이의 관계식은 (14)식과 같이 나타낼 수 있고, Fig. 1은 주 요소와 부절점의 관계를 도식적으로 나타낸 것이다.

$$\begin{aligned} F(s, t, \lambda) = P_o - X(s, t) - \lambda n = 0 \\ X(s, t) = \sum_{a=1}^4 N_a(s, t) X_a \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $n$ 은 주요소의 가상 평면의 수직벡터,  $N_a$ 는 형상함수,  $s$ 와  $t$ 는 요소내의 국부 좌표를 나타낸다. Fig. 2는 주요소와 부절점 사이의 간극함수를 도시한 것이다.

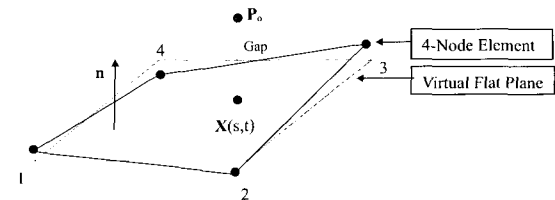


Fig. 1 Schematic relation between the slave node and master segment

정확한 간극함수 ( $g = Q$ )와 침투좌표 ( $s, t$ )는 (3)식을 미분한 후 뉴턴-랩슨 축차법을 적용하면 구할 수 있다. 관계식은  $\{C\}\{U\} = \{Q\}$ 와 같이 표현되며 변위와 간극함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_m = \sum_{a=1}^4 N_a(s, t) u_a = \frac{1}{4} (1-s_m)(1-t_m) u_1 + \frac{1}{4} (1+s_m)(1-t_m) u_2 + \frac{1}{4} (1+s_m)(1+t_m) u_3 + \frac{1}{4} (1-s_m)(1+t_m) u_4 \quad (14)$$

$$g_s^i = (u_m^{i+1} - u_s^{i+1}) \cdot n^i \quad (15)$$

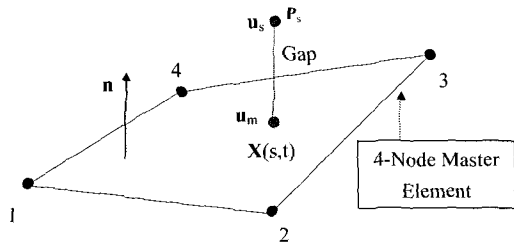


Fig. 2 Schematic relation between the gap and the displacement.

$C$ 는 (15)식을 사용하여 (16)식과 같이 구할 수 있다.

$$\{C\} = \{N_1 n_x, N_1 n_y, N_1 n_z, N_2 n_x, N_2 n_y, N_2 n_z, N_3 n_x, N_3 n_y, N_3 n_z, N_4 n_x, N_4 n_y, N_4 n_z, -n_x, -n_y, -n_z\}_{1 \times 15} \quad (16)$$

$\{U\}$ 와  $\{Q\}$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{U\}^T = \{u_{1,x}, u_{1,y}, u_{1,z}, u_{2,x}, u_{2,y}, u_{2,z}, u_{3,x}, u_{3,y}, u_{3,z}, u_{4,x}, u_{4,y}, u_{4,z}, u_{s,x}, u_{s,y}, u_{s,z}\}_{1 \times 15} \quad (17)$$

$$\{Q\} = \{g^i\} \quad (18)$$

금형과 주요소에 동시에 접하는 부절점들에 대해서는 경사좌표계로 변환하여주어야 한다. 전체 강성행렬과 외력벡터는 경사좌표계를 전체좌표계로 변환하여 구성되어진다.

### 3. 수치해석 결과

#### 3.1 평면 사각자석 성형공정의 해석

본 절에서는 개발된 코드의 유효성을 확인하기 위해 평면 자석 모델의 해석을 밀폐 금형하에서 수행하였다. 초기의 분말자석과 튜브, 금형 모두 평면 사각의 형상을

가지고 있다. 분말자석의 초기상대밀도는 실제 튜브제조법에서 사용되는 0.75로 하였고, 구리 튜브는 강소성 재료로 간주하여 초기 상대밀도를 0.999로 하였다. 해석에 사용된 자석 재료 및 구리재료의 응력-변형률 관계식은 실제 튜브제조법에서 사용되는 700°C에서 압축실험으로 구한 값을 사용하였다.<sup>(1)</sup>

$$\text{Copper Tube : } \bar{\sigma} = 17.24 \bar{\epsilon}^{-0.12} \text{ (MPa)} \quad (19a)$$

$$\text{Magnet : } \bar{\sigma} = 89.497 \bar{\epsilon}^{-0.215} \text{ (MPa)} \quad (19b)$$

8절점 블록요소를 사용하였고 기하학적인 대칭성을 고려하여 1/4모델의 해석을 수행하였다. Fig. 3은 평면 자석 모델에 대한 초기 유한요소 격자 구성과 금형 형상을 나타낸 것이다.

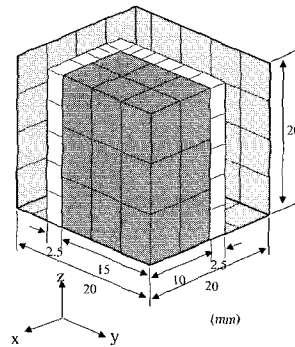


Fig. 3 Initial F. E. mesh and die geometry for simple model

Fig. 4는 높이 감소에 따른 변형형상을 나타낸 것이다. 구리 튜브가 변형 초기에 재료의 중간부분에서 분말자석과 분리되고 있음을 알 수 있다. 초기부터 자석재료와 구리튜브사이의 변형체 접촉이 일어나고 있는데, 자석과 금형 사이의 접촉과 구리튜브와 자석간의 변형체 접촉 모두 적절히 처리되었음을 알 수 있다. 해석을 수행하는데 있어서 축차 시에 접촉점이 떨어지거나 붙게 되는 현상이 반복되게 되면 해의 수렴성이 떨어지게 되는데 본 논문에서는 3회 이상 접촉했다가 떨어지는 경우 접촉한 것으로 간주하고 해석을 수행하였다. 구리 튜브와 분말자석을 각각 따로 해석을 하였을 시에는 분말 자석의 경우 변형 양상이 많은 차이를 보이지 않았지만, 구리 튜브의 경우는 상부 및 하부가 좀더 안쪽으로 밀려들어오고 중간 부분이 바깥 방향으로 좀더 변형을 하게 된다. 동시에 해석을 수행할 경우 분말자석의 강도가 4배 이상이므로 상부 및 하부에서는 분말 자석에 밀착하고 중간

부분에서는 분말자석과 분리되는 양상이 발생하는 것이다. 구리튜브의 영향에 따라 자석의 치밀화 정도도 구리 튜브가 없는 경우에 비해 약간 좋아지는 양상을 보인다.

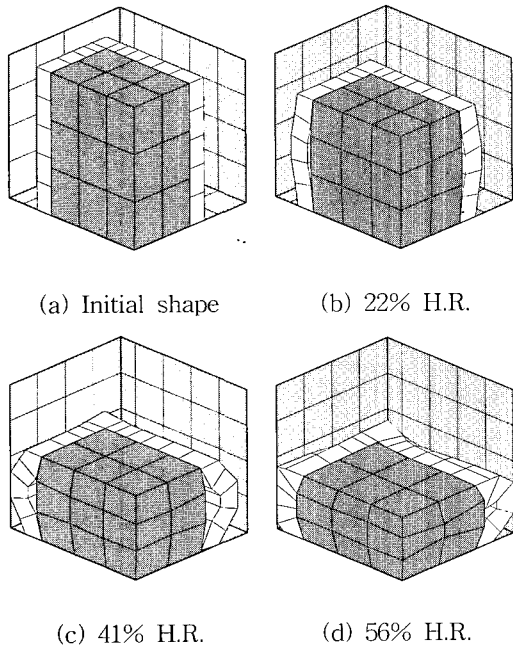


Fig. 4 Initial and deformed shape for simple model

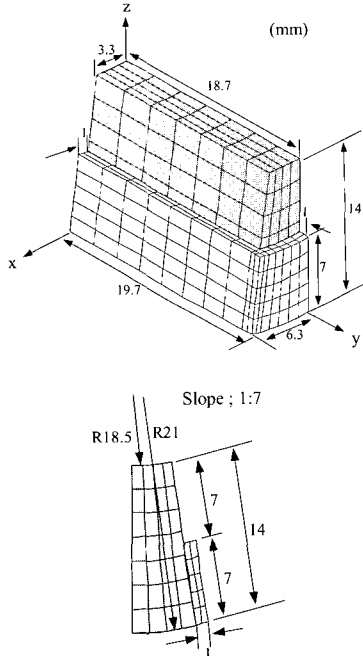


Fig. 5 Finite element mesh, dimension of preform and geometry of the punch

### 3.2 EHPS용 자석 성형공정의 해석

본 절에서는 튜브제조법의 전체 공정을 밀폐 금형하에서 수행하였다. 해석 모델은 원통형 EHPS용 자석 모델이고, 재료는 3.1철의 재료를 사용하였다. EHPS용 자석은 상부 금형의 반경이 18.5mm이고, 하부 금형의 반경은 21mm로 Fig. 5에 초기 유한요소 격자와 치수, 금형의 형상을 나타내었고, 유한요소 격자형태의 펀치와 금형을 Fig. 6에 도시하였다. 구리튜브의 접힘현상을 줄이고 균일한 치밀화를 위해 측면에 경사를 준 예비성형체를 채택하였다<sup>(1)</sup>. 높이 감소 40%까지는 치밀화가 이루어지고 이후에 자석의 이방화가 이루어 지게 되는데, 초기의 치밀화 이후의 균일한 이방화를 유도하고, 튜브의 접힘 현상을 감소시키기 위해 튜브는 분말자석의 하부에 위치하도록 하였다. 일반적으로 체적 변형률은 저감 적분법을 사용하는데, 변형이 심한 경우 무에너지모드가 발생하게 된다. 본 논문에서는, 체적 변형률의 적분에 대해서는 z축 방향으로 적분점을 두 개로 하는 선형적 저감 적분을 사용하여 해석을 수행하였다<sup>(1)</sup>.

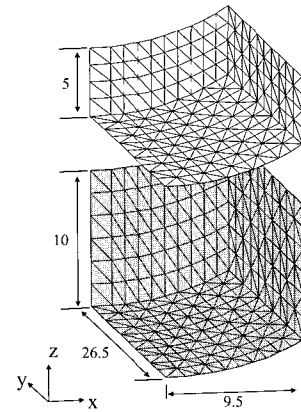


Fig. 6 Finite element die patches for the EHPS mganet model

Fig. 7에 높이 변화에 따른 변형형상과 상대밀도 분포를 도시하였다. 펀치와 접하는 재료의 상부가 가장 먼저 치밀화되기 시작하고 장축 부분이 치밀화가 더 되고 있음을 알 수 있다. 측면의 경사를 바꾸어 주면 경사의 정도에 따라 국부적인 치밀화가 되는 부분이 달라지게 되는데, 이는 분말자석이 치밀화되는 정도에 따라 자석의 특성이 바뀌게 되므로 균일한 치밀화를 위해서는 최적의 경사가 필요할 것이다. 상대밀도는 초기 예비성형체의 측면 경사에 따라 다르고, 튜브의 위치에 따라 달라지게 되므로, 적절한 튜브의 위치와 경사각이 균일한 치밀화

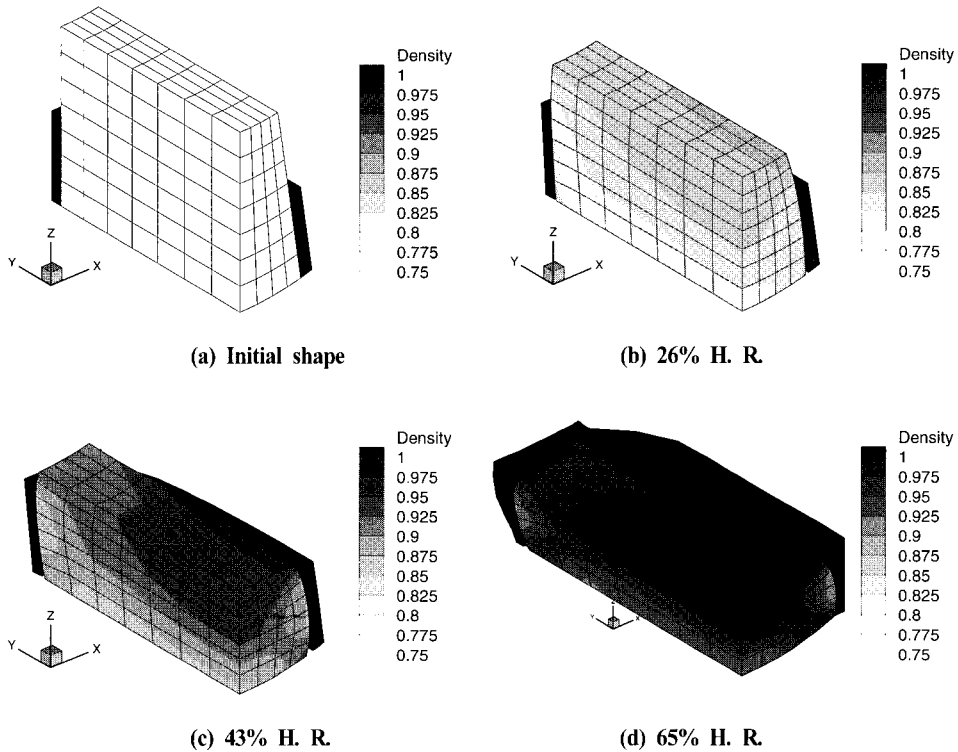


Fig. 7 Initial and deformed shape with relative density distribution for EHPS magnet model

를 위해서 매우 중요한 것이다. 이러한 파라메터 들은 튜브의 접합과 플래시에도 영향을 미치게 되므로 예비성형체의 최적화를 위해서 반드시 고려해야 할 사항인 것이다. 본 논문에서는 튜브제조법과 같은 복잡한 공정의 예비성형체의 설계 시에도 유한요소법을 적용할 수 있음을 확인할 수 있었다.

#### 4. 결론

본 논문에서는 재료의 압축성과 임의의 곡면 형상, 두 가지 형태의 접촉을 모두 고려하여 밀폐금형 하에서 튜브제조법의 성형 공정을 해석하였다. 개발된 코드의 유효성을 확인하기 위해서 평면 자석의 성형공정을 해석하였고, 원통형 EHPS 시스템용 자석의 성형공정을 해석하였다. 구리튜브의 플래시와 접합현상을 줄이기 위해서 적절한 초기 치수에 따라서 측면에 경사를 준 예비성형체를 채택하였다. 튜브제조법과 같이 복잡한 공정에서 유한요소법을 초기의 예비성형체 설계에 적용할 수 있음을 확인하였다.

#### 참고 문헌

- (1) 김승호, 이충호, 허 훈, 1998, "원호형상을 가지는 분말자석 단조성형공정에서의 예비성형체 설계", 한국소성가공학회지, Vol. 8, No. 2, pp. 135~142.
- (2) Green, R. J., 1972, "A Plasticity Theory for Porous Solids", Int. J. Mech. Sci. 14, pp. 215~224.
- (3) Shima, S. and Oyane, M., 1976, "Plasticity Theory for Porous Metals", Int. J. Mech. Sci. 18, pp. 185~191.
- (4) Doraivelu, S. M., Gegel, H. L., Gunasekera, J. S., Malas, J. C., Morgan, J. T. and Thomas, Jr., J. F., 1984, "A New Yield Function for Compressible P/M Materials", Int. J. Mech. Sci. 26, pp. 527~535.
- (5) Seetharaman, V., Doraivelu, S. M. and Gegel, H. L., 1990, "Plastic Deformation Behavior of Compressible Solids" J. Mater. Shaping Technol. 8, pp. 239~248.

- (6) Kuhn, H. A. and Downey, C. L., 1973, "Material Behavior in Powder Preform Forging", Trans. ASME, J. of Eng. Mater. Technol. 95, pp. 41~46.
- (7) Mori, K., 1982, "Finite Element Method of Rigid-Plastic Analysis of Metal Forming", Int. J. Mech. Sci. 24, pp. 459~465.
- (8) Chenot, J. L., Bay, F. and Fourment, L., 1990, "Finite Element Simulation of Metal Powder Forming", Int. J. Numer. Methods Eng. 30, pp. 1649~1674.
- (9) Zienkiewicz, O. C., Huang, G. C. and Liu, Y. C., 1990, "Adaptive FEM Computation of Forming Process Application to Porous and Non-Porous Materials", Int. J. Numer. Methods Eng. 30, pp. 1527~1553.
- (10) Kobayashi, S., Oh, S.I. and Altan, T., 1989, Metal forming and the finite element method. Oxford University Press.
- (11) Mori, K., Shima, S. and Osakada, K., 1980, "FEM for the Analysis of Plastic Deformation of Porous Metals", Bulletin of the JSME. 23, pp. 516~522.
- (12) Schweizerhof, K. and Hallquist, J. Q., 1991, "Explicit Integration Schemes and Contact Formulations for thin sheet forming", Proc. Verein Deutscher Ingenieure (ed. by T. Altan et al.), Zurich, Swizerland, pp. 405~439.
- (13) Zhong, Z.H., 1993, Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems. Oxford Univ. Press.