

음파를 이용한 덕트 내 불균일 단면적의 역문제적 재구성

Inverse Reconstruction of Sectional Area in Nonuniform Ducts by Using the Acoustical Measurement

김 회 전*, 이 정 권*
(Hoi-Jeon Kim*, Jeong-Guon Ih*)

*한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동제어 연구센터
(접수일자: 2001년 4월 23일; 채택일자: 2001년 7월 9일)

본 논문에서는 음파를 이용하여 덕트 내 길이 방향으로의 불균일 단면적을 역문제적으로 측정하는 방법에 대해서 연구하였다. 음파를 사용하여 덕트 단면적을 구하는 이론 및 실험방법 등에 대해서 많은 연구가 되어왔으나, 본 연구에서는 덕트 내 충격응답을 구하고 이를 재구성 알고리즘에 대입하여 덕트 내 단면적을 구하는 방법을 채택하였다. 충격 가진을 통하여 덕트 내 충격응답을 구하는 기존 방법의 문제점을 살펴보고, 광대역 가진 방법을 새로 제안하였다. 실험 및 이론적 고찰을 통하여 새로운 방법이 기존의 방법보다 면적 재구성 오차가 적음을 보였다. 덕트 단면적을 재구성 할 때의 오차 원인과 불규칙 잡음에 의한 오차범위를 파악하기 위하여 오차해석을 수행하여 음파를 이용한 면적 재구성 방법의 적용범위 및 대상을 명확히 하였다.

핵심용어: 충격응답, 역문제적 재구성, 단면적 재구성, 불균일 덕트

투고분야: 물리음향 및 광음향 분야 (9.6)

This paper deals with the inverse reconstruction of sectional area in nonuniform ducts by using the acoustical measurement. There have been many theoretical and experimental studies on the duct area reconstruction. In this research, the method using the impulse response function and area reconstruction algorithm was employed because of its mathematical and experimental simplicity. Based on the study results on the drawback of conventional impulse excitation method, a new measurement method is proposed, that uses the random noise source and the discrete inverse Fourier transform. It is found that the reconstruction errors of the present method is smaller than the conventional method. A random error analysis is performed in order to investigate the causes of reconstruction error and to clarify the applicable data range for area reconstruction.

Keywords: Impulse response function, Inverse reconstruction, Area reconstruction, Nonuniform duct

ASK subject classification: Physical Acoustics and Photo-acoustics (9.6)

I. 서론

내부가 좁고 복잡하며 안이 보이지 않는 덕트 구조에는 단면적을 측정하기 위한 계측기구가 들어가지 못하기 때문에 음파를 사용하여 단면적을 간접적으로 측정하기 위

한 연구들이 진행되어 왔다[1-5]. 음파를 사용하여 덕트 내부 면적을 측정하는 방법에는 덕트의 고유주파수 (eigen-frequency), 임피던스, 섭동법 (perturbation theory) 그리고 급강하법 (steep descent method) 등을 사용하여 면적을 측정하는 방법[4,5]과, 덕트 내부의 면적 변화에 따라 반사되어 돌아오는 충격응답 (impulse response function) 과 면적 재구성 알고리즘을 사용하는 방법 등이 있다 [1-3]. 전자의 경우 면적을 측정하고자 하는 덕트의 끝

책임저자: 이정권 (ihih@sorak.kaist.ac.kr)
305-701 대전광역시 유성구 구성동
한국과학기술원 기계공학과 소음 및 진동 제어 연구센터
(전화: 042-869-3035; 팩스: 042-869-8220)

단조건 및 전체길이를 알아야 하고 계산치의 수렴성에 대한 증명을 할 수가 없는 단점이 있다. 반면 후자의 경우는 실험하기가 편리하고 전자의 경우보다 정확한 재구성 결과를 얻을 수 있는 장점이 있다. 후자의 방법에 의하여 덕트 내 면적을 구하기 위해서는 먼저 덕트 내 평면파에 의한 충격응답을 구해야 한다. 기존의 연구[1-3]에서는 충격가진과 시간영역에서의 역합성곱(deconvolution)을 사용하여 충격응답을 측정하였다. 본 연구에서는 덕트 내에서의 충격응답과 면적 재구성을 사용하는 방법을 이용하나, 광대역 가진과 역 푸리에 변환을 이용하는 방법을 제안하였고 이를 통하여 기존 방법의 단점을 해결하고자 한다. 본 연구에서 사용된 면적 재구성 알고리즘은 Goupillard [6]에 의해서 제안된 알고리즘을 사용하였고, 이는 비교적 쉬운 수학적 개념과 간단한 계산과정을 가진다.

면적 재구성 결과에 포함된 오차의 원인 및 범위를 살펴보기 위해서, 면적 재구성 알고리즘에 오차해석을 수행하였고, 이를 통하여 면적 재구성에 미치는 여러 요인들을 파악할 수 있었다. 또한 불규칙 잡음(random noise)에 의해 생기는 면적의 분산치를 살펴보기 위하여 마이크로폰 사이의 주파수 응답함수에 존재하는 불규칙 잡음을 사용하였고 이를 통하여 불규칙 잡음에 의한 면적 재구성 오차를 예측하였다. 이론적으로 유도된 값과 실험 결과를 비교하여 타당한 결과를 얻었다.

II. 이론

2.1. 덕트 내 충격응답 측정

2.1.1. 충격 가진에 의한 방법

이론적으로 선형 시스템의 충격응답을 구하기 위해서는 음원에 크기가 1인 임펄스를 주고 측정점에서 시간에 따른 응답을 구하면 된다. 그러나 덕트의 경우 음원과 측정점의 위치가 가까워 입사파와 반사파가 서로 겹쳐지는 어려운 점이 있다. 또한 현실적으로 크기가 1인 임펄스를 만들 수 있는 음원의 제작이 불가능하다는 문제도 있다 [7]. Sondhi와 Gopinath[2] 및 Sondhi와 Resnick[8], 또 Fredberg 등[7]은 입사파와 반사파를 분리시키기 위해서 길이가 매우 긴 임피던스 관을 쓰고, 음원의 끝단에 쇠기 모양의 흡음재를 부착하였다. 그러나 이 방법은 길이에 의한 음파의 감쇠로 인하여 충격 응답의 측정 오차가 커지는 단점을 가진다. Louis 등[3]과 Poort와 Fredberg[9]는 두 개의 마이크로폰 방법을 사용하여 임피던스 관 길

이의 제한을 제거하였고, 이를 통하여 보다 정확한 충격응답을 구하는 것이 가능해졌다.

예를 들어, 한 개의 마이크로폰을 사용하여 덕트 내 충격응답을 구할 경우, 입사파를 $x(t)$, 반사파를 $y(t)$, 충격응답을 $h(t)$ 라고 하면, 이들 사이에는 다음과 같은 합성곱(convolution)관계가 성립한다[8]:

$$y(t) = \int_0^t h(t-\tau)x(\tau)d\tau, (0 \leq t \leq T), \quad (1)$$

식 (1)은 선형 시스템에서 전달 함수와 입, 출력 값 사이의 역 푸리에 변환에 해당된다. 시간을 샘플링 시간 간격으로 이산화시키면, 식 (1)은 다음과 같은 선형방정식이 된다:

$$y = \bar{X}h. \quad (2)$$

이 때, 행렬 \bar{X} 의 원소는 아래와 같은 값을 가진다:

$$\begin{aligned} \bar{X}_{ij} &= x(i-j) \text{ for } i \geq j, \\ &= 0 \text{ for } i < j. \end{aligned} \quad (3)$$

식 (3)에서 볼 수 있듯이 행렬 \bar{X} 의 대각선 원소는 $x(0)$ 가 되어서, 비대각선 원소보다 작은 값을 가진다. 즉, \bar{X} 는 특이(singular)한 형태를 가진 행렬이 된다. 그러므로 식 (2)는 악조건(ill-posed)문제가 되어서, 선형 방정식 (2)를 단순히 $h = \bar{X}^{-1}y$ 와 같이 구하게 되면, 입력값의 작은 오차가 출력값에서 큰 오차를 야기시키게 된다. 이 문제를 해결하기 위해서는 특이치 분리에 의한 정규화(regularization) 과정을 수행해야 한다. 일반적으로 정규화 기법을 적용할 때에는 많은 노력과 시간을 필요로 하는 것으로 알려져 있는데[8], 본 연구와 같이 덕트 면적 재구성과 관련된 실험에서는 계산상 큰 문제를 야기시킬 수 있다. 그 이유는, 길이가 긴 덕트에 대해서 면적 재구성을 하거나, 시간 혹은 공간 해상도를 좋게 할 경우, 그만큼 길어진 시간 데이터의 길이가 바로 정방행렬 \bar{X} 의 크기가 되기 때문이다. 이 문제는 여러 개의 마이크로폰을 사용할 경우에도 마찬가지로 발생한다.

2.1.2. 광대역 가진에 의한 방법

현재까지 수행된 연구에서는 충격 가진 방법을 이용하여 충격응답을 구하였다[1-3]. 이상적인 임펄스는 모든 주파수성분이 포함되어 있으므로, 시스템을 충격 가진하는 것은, 주파수 영역의 관점에서는 광대역 가진하는 것과 같다. 충격 가진을 통하여 충격응답을 얻을 때는 관

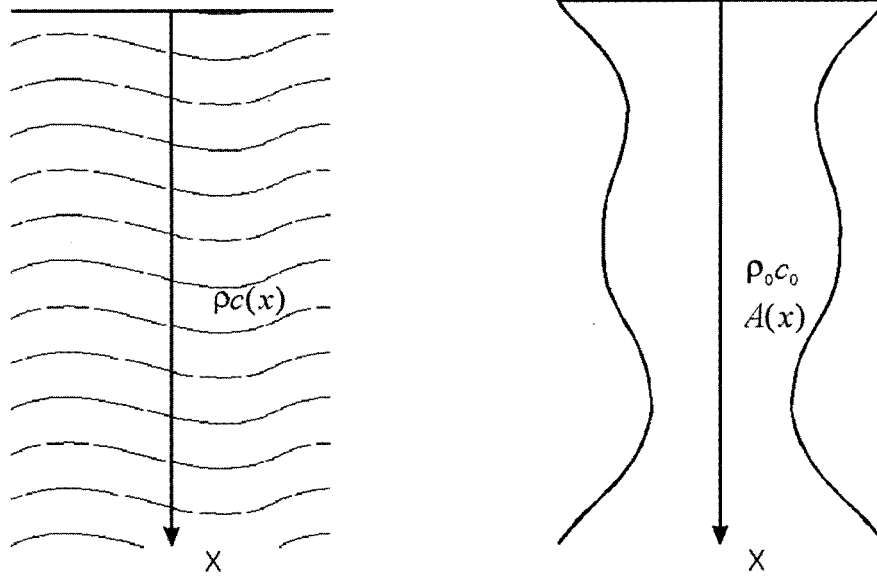


그림 1. 탄성 반공간과 면적이 변하는 덕트 사이의 유사성
 Fig. 1. Analogy between elastic half space and duct with varying area.

심을 갖는 모든 주파수 영역을 모두 가진 할수 있는 음원을 제작하기가 어렵고, 다루는 시간데이터가 커질수록, 역합성곱 계산과정에 많은 시간이 걸리는 단점이 있다. 또한 많은 횡수의 실험을 수행하기가 어려워 높은 신호 대 잡음비를 얻기가 어렵다. 본 연구에서는 충격 가진을 이용하여 덕트 내 충격응답을 구하는 방법 대신 광대역 가진을 하여 얻은 압력 반사계수를 역 푸리에 변환하여 충격응답을 구하는 방법을 제안하였다. 이 경우, 음원으로서 가용주파수가 넓은 일반적인 라우드 스피커의 사용이 가능하고, 또한 주파수 해석기를 통해 짧은 시간에 많은 수의 평균화를 할 수 있어서, 높은 신호 대 잡음비를 얻을 수 있다. 또한, 정규화 기법을 적용하지 않고 역 푸리에 변환을 사용하므로 계산시간이 매우 짧아지는 장점이 있다. 게다가, 충격 가진의 경우 마이크로폰의 개수가 증가할수록 식의 형태를 일일이 구해 주어야 한다. 광대역 가진의 경우에는 다수의 마이크로폰 방법[10]에 의한 압력반사계수는 아래와 같이 나타낸다:

$$R(f) = \frac{P_-(f)}{P_+(f)}$$

$$= \frac{\det \begin{bmatrix} \sum_j 1 & \sum_j P_j \exp(ikx_j) \\ \sum_j \exp(-2ikx_j) & \sum_j P_j \exp(-ikx_j) \end{bmatrix}}{\det \begin{bmatrix} \sum_j P_j \exp(ikx_j) & \sum_j \exp(2ikx_j) \\ \sum_j P_j \exp(-ikx_j) & \sum_j 1 \end{bmatrix}} \quad (4)$$

식 (4)를 역 푸리에 변환을 시키면 다음과 같다:

$$h(t) = F^{-1}[F(f)] \quad (5)$$

따라서, 광대역 가진에 있어서는 다수의 마이크로폰 방법에 의해 측정된 압력반사계수의 역 푸리에 변환을 한꺼번에 시킬 수가 있으므로 측정이 용이하게 된다.

2.2. 면적 재구성 알고리즘

2.2.1. 혼 모델과 다중 층 모델의 비교

Goupillard[9]는 탄성 반공간의 깊이 방향으로의 특성 임피던스를 구하기 위해, 탄성 반공간을 여러 개의 다중 층으로 가정하고 각각의 층 사이에 존재하는 반사파와 투과파 사이의 관계식을 사용하여 각 층의 특성 임피던스를 구하였다. Sidell과 Fredberg[1]는 그림 1과 같이 덕트 내 깊이 방향의 음향 임피던스 (특성 임피던스/덕트 단면적)를 구하는 것과 1차원 탄성 반공간에서의 깊이 방향으로의 특성 임피던스를 구하는 것이 유사함을 보였다. 이와 같은 방법으로 덕트 내 단면적을 구하기 위해서는, 먼저 덕트 입구에서의 충격응답을 면적 재구성 알고리즘에 대입하여 덕트 내 다중 층의 음향 임피던스를 구하고, 구해진 음향 임피던스의 역수에 특성 임피던스를 곱하여야 한다.

2.2.2. 면적 재구성 알고리즘 유도

이산화된 탄성 반공간 모델은 매질 상단의 임피던스가 $\rho_0 c_0$ 인 동질의 매질로, 임피던스가 측정될 매질은 각각

의 임피던스가 $\rho_1 c_1, \rho_2 c_2, \dots, \rho_n c_n$ 인 n 개의 층으로, 그리고 매질의 하단은 임피던스가 $\rho_{n+1} c_{n+1}$ 인 매질 등으로 이루어진다. 이 때 n 개의 동질 층의 두께는 각각 Δx_i 이고, 각 층 사이로의 파동 이동시간은 일정하다고 가정하면,

$$\frac{\Delta x_i}{c_i} = \Delta t = \text{Constant} \quad (i=1, \dots, n+1). \quad (6)$$

그림 2와 같이 k 번째 층과 $(k+1)$ 번째 층 사이에 입사파, 반사파 그리고 투과파의 관계식을 적용하면 다음 식이 구해진다:

$$\begin{bmatrix} U(k+1, z) \\ D(k+1, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{t_k} \begin{bmatrix} 1 & r_k \\ r_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(k, z) \\ D(k, z) \end{bmatrix} \quad (k=0, \dots, n+1). \quad (7)$$

여기서, r_k 와 t_k 는 k 번째 층의 압력 반사계수와 압력 투과계수를 각각 나타내며, z 는 시간 지연을 나타내는데, $z = e^{i\omega T}$ 로 정의된다. 여기서 T 는 층 안의 양방향 이동시간이다. k 번째 층 안에서 파동 이동시간이 $T/2$ 가 걸리는 사실을 이용하면, 식 (7)을 아래와 같이 다시 쓸 수 있다:

$$\begin{bmatrix} U(k, z) \\ D(k, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{z t_k}} \begin{bmatrix} z & r'_k z \\ r'_k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(k+1, z) \\ D(k+1, z) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

식 (8)에서 k 를 0에서 $(n+1)$ 까지 증가시켜 가면서 각 행렬을 곱하면, 다음과 같이 k 가 0일 때와 k 가 $(n+1)$ 일 때 사이의 관계식이 얻어진다:

$$\begin{bmatrix} U(0, z) \\ D(0, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{z^{\frac{k+1}{2}} \prod_{i=0}^k t_i} \begin{bmatrix} z^{k+1} F(k, \frac{1}{z}) & z^{k+1} G(k, \frac{1}{z}) \\ G(k, z) & F(k, z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(k+1, z) \\ D(k+1, z) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

이 때, $F(k, z)$ 와 $G(k, z)$ 사이에는 다음과 같은 점화식 관계가 성립한다:

$$F(k, z) = F(k-1, z) + r'_k z G(k-1, z), \quad (10a)$$

$$G(k, z) = r'_k F(k-1, z) + G(k-1, z), \quad (10b)$$

$$F(0, z) = 1, \quad G(0, z) = r'_0. \quad (10c,d)$$

0번째 층에 크기가 1인 임펄스를 주고 $(k+1)$ 번째 층을 마지막 층으로 고려하면, 식 (9)는 아래식과 같이 고쳐 쓸 수 있다. 여기서, $R_+(z)$ 는 0번째 층에서 얻어지는 충격 응답 (시간의 함수)을 의미한다:

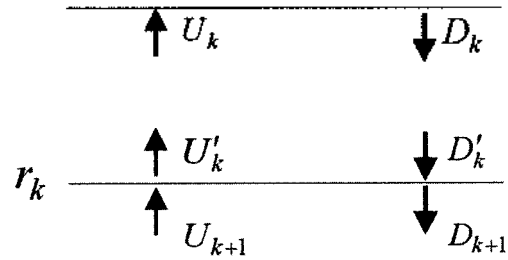


그림 2. k 번째와 $(k+1)$ 번째 층
Fig. 2. The k th and $(k+1)$ th layers.

$$\begin{bmatrix} R_+ \\ 1 \end{bmatrix}_0 = \frac{1}{z^{\frac{k+1}{2}} \prod_{i=0}^k t_i} \begin{bmatrix} z^{k+1} F(k, \frac{1}{z}) & z^{k+1} G(k, \frac{1}{z}) \\ G(k, z) & F(k, z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ T \end{bmatrix}_{k+1}, \quad (11a)$$

$$R_+(z) = R_0 z + R_1 z^2 + \dots + R_k z^{k+1} + \dots. \quad (11b)$$

식 (11a)에 식 (11b)를 대입하고 양변에서 z^k 의 계수를 비교하면, 아래 식과 같이 k 번째 층의 반사계수 r'_k 가 얻어진다.

$$r'_k = \frac{R_k + F_1(k-1)R_{k-1} + \dots + F_{k-1}(k-1)R_1}{\prod_{i=0}^{k-1} (1 - (r'_i)^2)} \quad (k=1, \dots, n+1). \quad (12)$$

k 번째 층과 $(k+1)$ 번째 층 사이에 존재하는 음파간의 힘의 평형식과 에너지 보존식을 적용하면 아래의 관계식이 유도된다:

$$r'_k = -r_k = \frac{Y_k - Y_{k+1}}{Y_k + Y_{k+1}} = \frac{(\rho c)_{k+1} - (\rho c)_k}{(\rho c)_{k+1} + (\rho c)_k}, \quad (13)$$

$$\frac{(\rho c)_{k+1}}{(\rho c)_k} = \frac{1 + r'_k}{1 - r'_k}. \quad (14)$$

식 (14)에 k 를 0에서부터 $(n+1)$ 까지 변화시켜서 이에 따른 반사계수를 순차적으로 모두 곱하면, 0번째 층의 특성 임피던스와 $(n+1)$ 번째 층의 특성 임피던스 사이의 관계식이 얻어진다.

$$\frac{(\rho c)_{n+1}}{(\rho c)_0} = \prod_{i=0}^n \frac{1 + r'_i}{1 - r'_i}. \quad (15)$$

덕트 내 면적을 A , 특성 음향 임피던스를 ρc 라고 하면, 덕트 내 음향 임피던스는 $\rho c/A$ 가 된다. Sidell과 Fredberg[1]가 언급한 바와 같이, 덕트 모델에서 음향 임피던스 구하는 것과 탄성 반공간에서 특성 임피던스 구하

는 것의 유사성을 이용하여, 식 (15)의 특성 임피던스를 음향 임피던스로 바꾸면 식 (16)과 같이 0번째 층의 면적과 (k+1)층의 면적 사이의 관계식이 얻어진다. 그러므로, 덕트 입구 면적과 충격응답을 알면, 깊이 방향으로의 각 층의 면적을 다음과 같이 구할 수 있게 된다:

$$\frac{A_{k+1}}{A_0} = \left(\prod_{i=0}^k \frac{1+r'_i}{1-r'_i} \right)^{-1}. \quad (16)$$

2.3. 오차해석

광대역 가진에 의하여 덕트 내 단면적을 구하는 과정은 그림 3의 흐름도와 같다. 이 절에서는 2개의 마이크로폰을 사용하여 입력 반사계수를 측정할 때 입력되는 불규칙 잡음이 덕트 내 단면적 재구성 오차에 어떠한 영향을 미치는지 살펴보고, 덕트 단면적 재구성 오차 원인들을 파악하였다.

2개의 마이크로폰을 사용할 경우, 덕트 입구에서의 반사계수는 다음식과 같이 구해진다:

$$R(f) = \frac{P_-}{P_+} = \frac{-e^{ikd} + H_{12}}{e^{ikd} - H_{12}}. \quad (17)$$

여기서, d는 마이크로폰 사이의 간격을 의미하고, H_{12} 는 두 번째 마이크로폰의 첫 번째 마이크로폰에 대한 주파수 응답함수를 나타낸다. 식 (17)을 1차항까지 고려하는 테일러 급수로 전개하여 식 (17)의 분산식을 구하면 아래와 같다[11]:

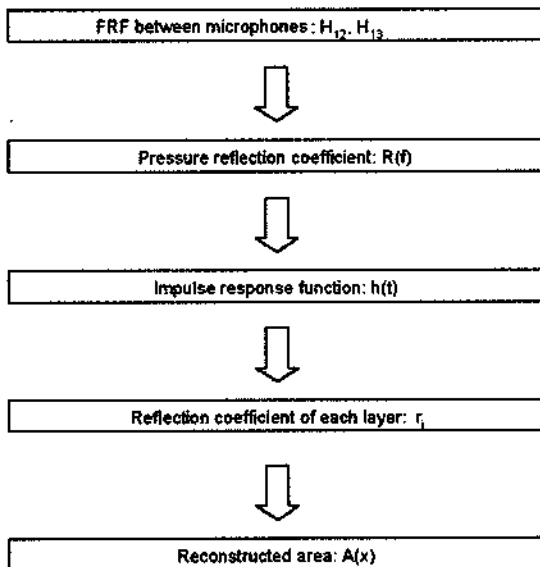


그림 3. 광대역 가진에 의한 덕트 단면적 재구성 흐름도
Fig. 3. Flow chart for the duct area reconstruction by random excitation.

$$\text{var}(|R(f)|) \cong \left| \frac{e^{ikd} - e^{-ikd}}{(H_{12} - e^{ikd})^2} \right|^2 |H_{12}|^2 (1/2n_d) \cdot [(1/r_{12}^2) - 1]. \quad (18)$$

식 (18)을 역 푸리에 변환하여 충격응답의 분산을 구하면 다음과 같다:

$$E[|\Delta h_k|^2] = E \left[\sum_{k=0}^{N-1} |\Delta R_k|^2 \right]. \quad (19)$$

식 (12)에서 2차항 이상의 고차항을 무시하고, 1차항까지의 테일러 급수를 전개하면 다음 식이 얻어진다:

$$\Delta r'_k \cong \frac{\Delta h_k + F_1(k-1)\Delta h_{k-1} + \dots + F_{k-1}(k-1)\Delta h_1}{\prod_{i=0}^{k-1} (1-r'_i)^2}. \quad (20)$$

식 (20)의 양변에 제곱을 하고 기대값을 취하면, 덕트 내 k번째 층의 반사계수 r'_k 의 분산의 범위가 아래와 같이 구해진다:

$$\begin{aligned} E[(\Delta r'_k)^2] &\leq \frac{E[(\Delta h_k)^2] F_1(k-1)E[(\Delta h_{k-1})^2] + \dots + F_{k-1}(k-1)E[(\Delta h_1)^2]}{\left(\prod_{i=0}^{k-1} (1-r'_i)^2 \right)^2} \\ &+ \frac{2}{\left(\prod_{i=0}^{k-1} (1-r'_i)^2 \right)} \left[\sum_{m=0}^{k-2} \sum_{n=0}^{k-1-m} |F_m(k-1)| \cdot F_{m+1}(k-1) \cdot E[\Delta h_{k-m}\Delta h_{k-m-n}] \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

식 (16)을 점화식 형태로 표현하면

$$A_1 = A_0 \frac{1-r'_0}{1+r'_0}, \quad A_{k+1} = A_k \frac{1-r'_k}{1+r'_k}. \quad (22a,b)$$

식 (22)를 1차항의 테일러 급수로 전개하여 분산식을 구하면,

$$E[(\Delta A_1)^2] = \frac{4 A_0^2}{(1+r'_0)^4} E[(\Delta r'_0)^2], \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} E[(\Delta A_{k+1})^2] &= E[(\Delta A_k)^2] \\ &\cdot \left(\frac{1-r'_k}{1+r'_k} \right)^2 + \frac{4 A_k^2}{(1+r'_k)^4} E[(\Delta r'_k)^2]. \end{aligned} \quad (23b)$$

식 (23b)를 보면 재구성 되는 면적에 미치는 여러 오차 원인들을 살펴 볼 수 있다. 첫 번째 오차원인은 식 (23b)의 첫번째 항에 $E[(\Delta A_k)^2]$ 이 포함되어 있듯이, 이전 층의 오차가 그 다음 층의 오차에 영향을 미치는 것이다. 이로 인하여 길이가 긴 덕트 단면적 재구성의 경우, 깊이가 깊어질수록 오차가 커진다. 두 번째 오차원인은 식

(23b)의 두 번째 항에 있는 중간 반사계수의 오차이다. 세 번째는 식 (23b)의 두 번째 항에 A_k 가 곱해진 것에서 볼 수 있듯이 면적이 큰 덕트의 면적 재구성의 경우, 그렇지 않은 경우보다 오차가 더 커지는 것이다. 네 번째 오차 원인은 덕트 내 면적이 급속하게 증가하는 경우이다. 면적이 급속히 증가하는 경우에는 식 (22b)에서 볼 수 있듯이 $(1-r_k)/(1+r_k)$ 이 커지게 된다. 이 경우, (23b)의 첫 번째 항에 포함된 $((1-r_k)/(1+r_k))^2$ 이 커져 면적 재구성 오차가 증폭된다.

III. 실험

제안된 방법의 유용성을 검토하기 위하여 두 가지 종류의 실험을 수행하였다. 첫 번째는 충격 가진과 광대역 가진에 의하여 면적 재구성된 결과들을 비교하여 어느 방법이 우수한지를 검토하는 실험이다. 두 번째 실험은 오차 해석을 통하여, 재구성된 면적 오차 분산과 실험을 통하여 얻어진 면적의 분산을 비교하여 오차해석의 타당성을 입증하는 실험이다.

3.1. 가진 방법에 따른 면적 재구성 결과 비교

3.1.1. 충격 가진을 하는 경우

충격 가진을 통하여 덕트 내 단면적을 구하는 실험 장치는 그림 4와 같다. 음원으로는 가용주파수가 150 Hz에서 5 kHz인 혼 드라이버를 사용하였고, 혼 드라이버에 입력되는 신호는 신호해석기 (HP 3563)의 임펄스 신호를 파워 앰프 (B&K 2706)를 통과시켜서 증폭된 것을 사용하였다. 그림 5와 같이 두께가 10 mm인 투명 아크릴로 제작된 원형 단순 확장관에 대해서 실험을 수행하였는데, 이는 급격한 면적의 증가가 수반되는 대표적 대상이라고 할 수 있다. 모형의 치수는 반경과 길이가 각각 $R_1=0.020$ m, $R_2=0.045$ m, $L_1=0.374$ m, $L_2=0.388$ m, $L_3=0.314$ m이다.

실험을 수행할 때, 두 개의 마이크로폰과 세 개의 마이크로폰을 각각 사용하여 충격응답을 구하였다. 면적 재구성 알고리즘 사용에 있어서 덕트 내에는 평면파만 전파된다고 가정하였으므로, 따라서 덕트의 첫번째 고차모드의 차단주파수 이상의 주파수 성분들을 여과시켜 충격응답에 포함되지 않도록 하였다. 그림 6은 충격 가진에 의해 재구성된 덕트 면적을 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이 세 개의 마이크로폰을 사용하는 경우에는 두 개의 경우보다, 훨씬 좋은 면적 재구성을 할 수 있게 된다.

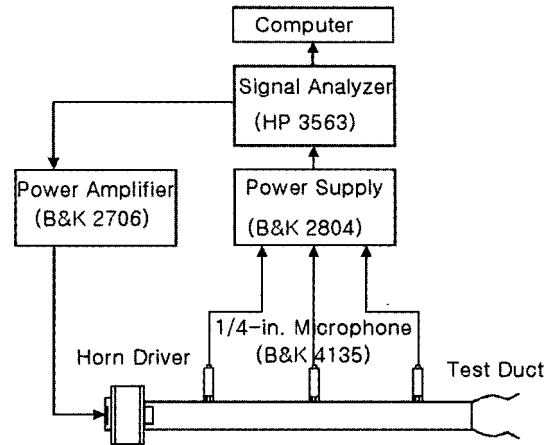


그림 4. 덕트 단면적을 측정하기 위한 실험 장치
Fig. 4. Experimental setup to measure the duct area.

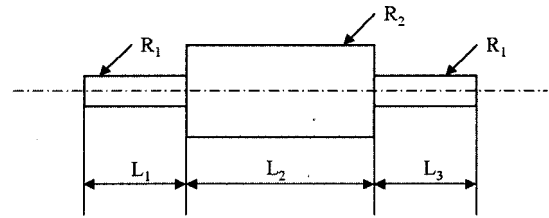


그림 5. 원형 단순 확장관
Fig. 5. Circular simple expansion chamber.

3.1.2. 광대역 가진을 하는 경우

광대역 가진을 하여 덕트 내 단면적을 재구성 할때에도 실험 장치는 충격 가진 실험을 할 때와 동일하다. 다만 스피커에 입력되는 신호가 임펄스가 아닌 광대역 신호가 들어가는 것이 차이이다. 충격 가진 실험할 때와 같은 실험모형을 선택하였고, 두 개의 마이크로폰과 세 개의 마이크로폰을 각각 사용하여 덕트 단면적의 재구성을 하였다. 그림 7은 실험 결과를 보여 준다.

그림 6과 그림 7을 비교해 보면, 광대역 가진에 의한 결과가 충격 가진에 의한 결과보다 더 정확함을 볼 수 있다. 또한 일반적으로 세 개의 마이크로폰을 사용할 경우, 저주파수 및 한계 주파수 영역에서 보다 정확한 값을 얻을 수 있어서, 단면적 재구성 결과가 두 개의 마이크로폰을 사용하는 경우보다 정확하다. 재구성된 결과를 보면 재구성된 면적이 구불구불한 형상을 가진 것을 볼 수 있다. 이는 측정된 충격응답이 덕트의 차단 주파수 이하만을 포함하기 때문이다. 즉, 역 푸리에 변환에서 생기는 나이퀴스트 폴딩 (Nyquist folding) 현상을 고려한다면, 면적이 급속히 변하는 부분의 길이가 덕트의 첫번째 고차모드 파장의 1/4 이상이 되어야 덕트 재구성이 가능함을 추론할 수 있다. 아래 식에서 알 수 있듯이, 충격응답에 포함되는 평면파의 최소파장의 길이가 원형덕트의 지름

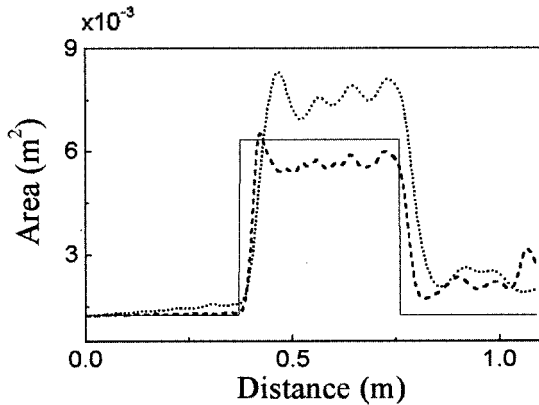


그림 6. 기존의 충격 가진법에 의한 원형 단순 확장관의 단면적 재구성 결과

——, 실제 덕트 면적; - - - -, 2-마이크로폰에 의한 재구성;, 3-마이크로폰에 의한 재구성

Fig. 6. Reconstructed duct area of a circular simple expansion chamber by the previous impulse excitation technique.

——, Actual duct area; - - - -, restored by two-microphone;, restored by three-microphone.

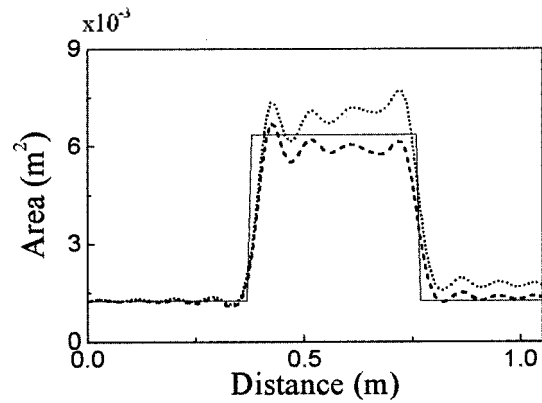


그림 7. 제안된 광대역 가진법에 의한 원형 단순 확장관의 단면적 재구성 결과

——, 실제 덕트 면적; - - - -, 2-마이크로폰에 의한 재구성;, 3-마이크로폰에 의한 재구성

Fig. 7. Reconstructed duct area of a circular simple expansion chamber by the present random excitation technique.

——, Actual duct area; - - - -, restored by two-microphone;, restored by three-microphone.

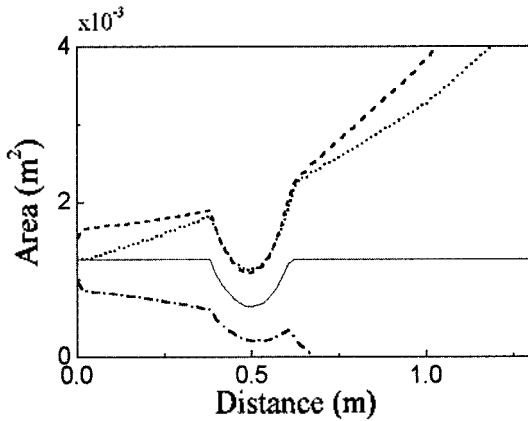


그림 8. 면적이 부드럽게 변하는 덕트 (1)의 오차해석 결과

——, 실제 덕트 면적; - - - -, 재구성 덕트 면적;, 상계 범위;, 하계 범위

Fig. 8. Error analysis of a duct with smoothly varying area (1).

——, Actual area; - - - -, restored area;, upper bound;, lower bound.

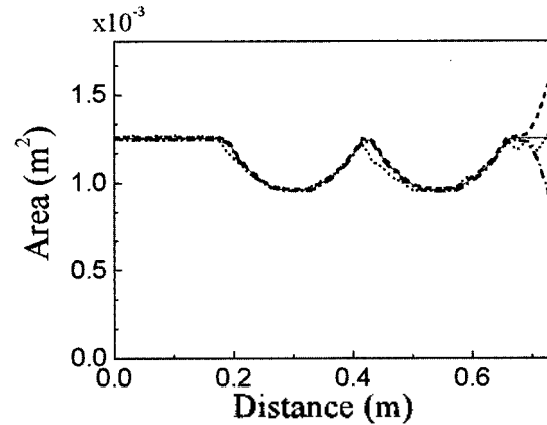


그림 9. 면적이 부드럽게 변하는 덕트 (2)의 오차해석 결과

——, 실제 덕트 면적; - - - -, 재구성 덕트 면적;, 상계 범위;, 하계 범위

Fig. 9. Error analysis of a duct with smoothly varying area (2).

——, Actual area; - - - -, restored area;, upper bound;, lower bound.

(D)보다 크므로, 본 연구에 쓰인 재구성 방법은 단면적의 형상에 대해 영향을 받지 않는 것을 알 수 있다:

$$\lambda_{\min} = \frac{\pi \cdot D}{1.84} \cong 1.71D > D. \quad (24)$$

또한 면적 재구성 결과는 깊이가 깊어질수록 중심에서 벗어나는 것을 볼 수 있는데, 이는 음원이 저주파수 영역을 충분히 가진하지 못해서, 오프셋(offset) 오차가 생기기 때문이다. 또한 식 (23)에서 볼 수 있듯이, 면적 재구성 알고리즘 자체가 오차를 증폭시키는 성질을 가지고 있기

때문이기도 하다.

3.2. 오차해석을 통한 면적 재구성 오차 범위 검토

식 (17)–(23)을 이용하여 임의의 덕트 내 단면적 재구성 결과의 오차범위를 구하였다. 덕트 내 단면적이 비교적 부드럽게 변하는 두 가지 형태의 덕트 모형에 대해서 실험을 수행하였다. 그림 8과 그림 9는 각각 부드럽게 변하는 두 덕트 내 단면적 재구성 결과를 나타낸다.

그림 8을 보면, 재구성된 면적과 실제면적 사이에 많은 차이가 있다. 이는 그림 8의 면적 재구성시 측정신호에

많은 잡음 성분이 들어갔기 때문에 추측된다. 그러나 면적 재구성된 결과가 면적 재구성 분산식인 식 (23)에 의해 결정되는 오차의 상위 및 하위 한계 안에 들어가는 것을 볼 수 있다. 이는 본 연구에서 제시한 오차해석식이 타당한 재구성 오차 범위를 정할 수 있음을 나타낸다. 그러나 그림9의 경우, 면적 재구성된 결과가 오차의 상위 및 하위 한계사이에서 약간씩 벗어나 있다. 이런 차이의 첫 번째 원인은 불규칙 오차 이외의 다른 오차가 면적 재구성 알고리즘에 영향을 미쳤기 때문이고, 두 번째 원인은 오차해석을 수행할 때 2차항 이상의 오차는 모두 무시하고 선형화하였기 때문이다.

IV. 결론

본 논문에서는 광대역 가진을 통하여 덕트 내 충격응답을 구하는 방법을 새로 제안하였고, 이를 통해 구해진 충격응답을 면적 재구성 알고리즘에 대입하여 덕트 내 길이 방향으로의 면적을 구하였다. 또한 오차해석을 통하여 불규칙 잡음에 의한 덕트 내 단면적 재구성 오차를 분석하고, 이를 실험으로 검증하였다.

충격 가진과 시간영역의 역합성곱을 수행하여 덕트 내 충격응답을 구하는 방법은 이전부터 많이 사용되어왔으나, 실험이 어렵고 계산 과정에 시간이 많이 걸리는 단점이 있었다. 본 연구에서 제안된 광대역 가진 방법은 기존 방법의 문제점을 해결하여 보다 정확한 덕트 내 단면적을 쉽게 구할 수 있게 한다. 이를 실험적으로 비교하기 위해서 원형 단순 확장관에 대해서 두 가지 종류의 가진 방법을 사용하여 면적 재구성을 수행하였고, 그 결과를 비교하여 제안된 방법이 기존의 방법보다 우수함을 보였다. 면적 재구성에 미치는 여러 오차 원인과 덕트 입구의 압력 반사계수에 생기는 불규칙 오차로 인한 덕트 단면적 재구성오차를 구하기 위해 오차해석을 수행하였다. 비교적 부드럽게 변적이 변화하는 두 가지 종류의 덕트에 대해서 오차해석 이론을 적용하였고, 이들을 실험 결과와 비교하여 타당한 결과를 얻었다.

본 연구에 쓰인 덕트 내 단면적을 구하는 방법은 이전에 수행되었던 다른 방법에 비해 실험이 간단하고 쉬워서, 여러 덕트 내부 비파괴 검사와 수면 중 무호흡증 (apnea) 과 같이 사람의 가도와 관련된 질병의 진단 및 시술에도 쓰일 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

본 과제는 BK21 프로젝트와 NRL (국가지정 연구실)에서 일부 보조 받았습니다.

참고 문헌

1. R. S. Sidell and J. J. Fredberg, "Noninvasive inference of airway network geometry from broadband lung reflection data," *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.* **100**, 131-138, 1978.
2. M. M. Sondhi and B. Gopinath, "Determination of vocal-tract shape from impulse response at the lips," *J. Acoust. Soc. Am.* **49**, 1867-1873, 1973.
3. B. Louis, G. Glass, B. Kresen, and J. Fredberg, "Airway area by acoustic reflection: The two-microphone method," *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.* **115**, 278-285, 1993.
4. M. H. F. De Salis and D. J. Oldham, "Determination of the blockage area function of a finite duct from a single pressure response," *J. Sound. Vib.* **221**, 180-186, 1999.
5. M. R. Schroeder, "Determination of the geometry of the human vocal tract by acoustic measurements," *J. Acoust. Soc. Am.* **41**, 1002-1010, 1966.
6. P. L. Goupillard, "An approach to inverse filtering of near-surface layer effects from seismic records," *Geophysics*, **26**, 54-760, 1961.
7. J. J. Fredberg, M. E. B. Wohl, G. M. Glass, and H. L. Dorkin, "Airway area by acoustic reflection measured at the mouth," *J. Appl. Physiol.: Respirat. Environ. Exercise Physiol.* **48**, 749-758, 1980.
8. M. M. Sondhi and J. R. Resnick, "The inverse problem for the vocal tract: Numerical methods, acoustical experiments, and speech synthesis," *J. Acoust. Soc. Am.* **73**, 985-1002, 1983.
9. K. L. Poort and J. J. Fredberg, "Airway area by acoustic reflection: A corrected derivation for the two-microphone method," *Trans. ASME, J. Biomech. Eng.* **121**, 663-665, 1999.
10. S.-H. Jang and J.-G. Ih, "On the multiple microphone method for measuring in-duct acoustic properties in the presence of mean flow," *J. Acoust. Soc. Am.* **103**, 1520-1526, 1998.
11. A. F. Seybert and B. Soenarko, "Error analysis of spectral estimates with application to the measurements of acoustic parameters using random sound fields inducts," *J. Acoust. Soc. Am.* **69**, 1190-1199, 1981.

저자 약력

● 김 희 전 (Hoi-Jeon Kim)



1976년 3월 12일생
 1998년 2월: 한국과학기술원 기계공학과 학사
 2000년 8월: 한국과학기술원 기계공학과 석사
 2000년 9월~ 현재: 한국과학기술원 기계공학과 박사 과정
 ※ 주관심분야: 덕트 음향학

● 이 정 권 (Jeong-Guon Ih)

한국음향학회지 제19권 제7호 참조