

공기윤활 포일 베어링의 특성해석

김종수[†] · 이준형* · 최상규**

한국해양대학교 기계·정보공학부

*한국해양대학교 대학원 기계공학과

**한국기계연구원 회전체연구실

An Analysis of Characteristics of Air-Lubricated Foil Journal Bearings

Jong-Soo Kim[†], Jun-Hyung Lee* and Sang-Gyu Choi**

Division of Mechanical Systems Engineering, Korea Maritime University

**Graduate School, Korea Maritime University*

***Rotordynamic Laboratory, KIMM*

Abstract – This paper describes the development of performance analysis technique for a leaf-type gas lubricated foil bearing. Stiffness coefficient and frictional damping due to the slip between all contacts of leaves are evaluated for various leaf structures. The fluid film thickness and pressure distribution are computed but it is not considered the elastic deformation by film pressure. The analysis results include the effects that the curvature radius and the length of leaf and the friction coefficient have on the static and dynamic characteristics of the foil bearings.

Key words – foil bearing, leaf, contact force, friction coefficient, stiffness, damping, influence coefficient.

1. 서 론

공기윤활 포일(foil) 저어널베어링은 공기사이클 기계, 보조 동력기기 및 냉동 터보압축기 등 우주선에서 고속의 회전기에 광범위하게 적용되어 왔다. 포일베어링은 초정밀 가공을 요구하지 않아서 취급이 용이하고 조립이 쉽다. 그러면서도 일반적인 공기 윤활베어링에서 발생하는 oil whip이 발생하지 않거나 사용속도 한계내에서는 발생하지 않도록 하는 설계가 가능하여 오늘날에 있어서 다시 각광을 받고 있는 베어링 시스템 중의 하나이다. 특히 향후의 모든 산업기계의 설계 경향이 고효율화를 지향하면서 고온, 고속에서 안정적인 베어링 시스템의 도입이 절실하며 이것에 대한 해결책으로 기름(oil)을 사용하지 않는 동압 공기베어링(hydrodynamic gas bearing)이 될 것이다. 그러나 단순한 동

압 공기베어링은 고속에서의 불안정 진동(oil whip)에 자유로울 수 없기 때문에 베어링지지부를 탄성체로 하든지 또는 탄성과 감쇠를 동시에 줄 수 있는 베어링 구조가 개발되고 있으며 대표적인 것이 포일베어링이라 할 수 있다.

포일베어링에도 여러 가지의 형상이 개발되어 특허로 보호되고 있으며 대표적인 것으로는 bump-type 포일베어링(일명 Hydresil bearing)이 있으며[1-8], leaf-type 포일베어링[9,11]과 leaf-type 포일베어링에 스프링받침(backing spring)을 추가하여 성능을 향상시키고 있는 것도 있다[10]. 이와 같은 포일베어링 볼베어링이나 기존의 평면 공기윤활베어링(plane gas bearings)에 비하여 상당한 장점을 가지고 있다. 포일베어링에서는 베어링의 내경의 크기가 고정되어 있지 않아서 축정렬의 불일치(misalignment)를 쉽게 수용할 뿐만 아니라 축의 진동 및 충격하중에도 쉽게 견딜 수 있다. 또한 고속에서 원심력에 의한 축의 팽창이나 열변형에도 항

[†]주저자 · 책임저자 : jongsoo@hanara.kmaritime.ac.kr

상 최적의 베어링 틈새를 유지할 수 있기 때문이다. 이와 같은 이유들로 인하여 포일베어링은 항공산업에서 주로 도입되었으나 쉽게 타 분야로 적용이 되지 못하고 있는 실정이다. 이는 포일베어링에 대한 기본해석과 설계이론이 아직 확립되지 못한 것과 감쇠능이 좋지 못한 것 때문인 것으로 사료된다. 그러므로 몇몇의 회사에서만 경험적인 결과를 바탕으로 개발되어 왔으며, 따라서 사용속도를 얼마나 높일 수 있는가에 대한 실험적인 결과만이 주로 발표되어 있다. 그러므로 포일베어링에 대한 기본해석과 설계이론을 개발하기 위한 보다 체계적인 연구 수행할 필요가 있다.

본 연구에서는 leaf-type 포일베어링의 정특성과 동특성을 해석하는 기본이론을 확립하여 포일베어링의 설계를 위한 기초자료를 제공하고자 한다. 특히, 본 연구를 통하여 포일베어링의 정특성과 동특성에 미치는 다양한 설계인자의 역할을 규명할 수 있을 것이다. 판(leaf)사이의 마찰에 의한 감쇠계수를 유도하였으며 판(leaf)의 설치각도 등에 따른 강성계수의 변화 등을 고찰한다. 저어널과 판(leaf)사이의 윤활막의 해석을 위하여는 유막압력에 의한 판의 탄성변형량과 기하학적인 유막두께를 동시에 고려하여야 하지만 본 연구에서는 탄성변형을 무시한 경우에 대한 해석만 수행하였다. 향후 윤활막에서의 판(leaf)의 탄성변형량도 고려한 해석을 수행할 예정이며 이를 통하여 보다 정밀한 설계이론을 얻을 수 있을 것으로 사료된다.

2. 포일베어링의 기하학적 특성이론

2-1. 기하학적 형상 모델링

Fig. 1은 판(leaf)이 원주방향으로 겹쳐져 있는 포일 베어링의 개략적 형상 및 좌표계를 나타내고 있다. 점 O는 베어링중심을 나타내고, t 는 판(leaf)의 두께이고 판(leaf)이 윤활막을 형성하는 시작과 끝을 각각 θ_i , θ_{i+1} 이다. 여기서 하첨자 i 는 i -번째 판(leaf)을 의미한다. 삼각형 $\triangle AOS$ 로부터 아래와 같은 관계식이 성립하며

$$r - R_g \cos \beta = \sqrt{R_i^2 - (R_g \sin \beta)^2} \quad (1)$$

위 식을 정리하면 임의의 원주각(θ)에서 판(leaf)에 의하여 형성되는 반경(r)은 다음과 같다.

$$r = R_g \left[\cos \beta + \sqrt{\left(\frac{R_i}{R_g}\right)^2 - \sin^2 \beta} \right] \quad (2)$$

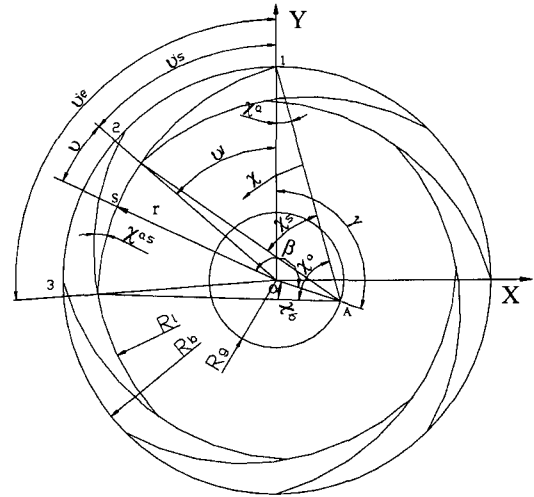


Fig. 1. Schematic diagram and coordinate system of leaf-type foil bearing.

여기서,

$$\beta = \theta + \gamma + \left[\theta_i - (i-1) \frac{2\pi}{n} \right], \quad 0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{n} \quad (3)$$

n 은 판(leaf)의 개수이고, θ 은 Fig. 1에서와 같이 판(leaf)이 서로 겹치는 각도를 나타낸다. 최소반경 r_{\min} 은 $\beta = \pi$ 일 때 다음과 같다.

$$r_{\min} = R_i - R_g \quad (3)$$

그러므로 저어널의 직경이 $2r_{\min}$ 보다 크면 예압(preload)이 가해지게 되며, 예압량은 다음과 같다.

$$\delta_{pre} = R_j - r_{\min} = R_j - (R_i - R_g) \quad (4)$$

그리고 판(leaf)의 설치각(ϕ_a)에 의하여 형성되는 반경(R_g)과 각(γ)은 다음과 같이 된다.

$$R_g = \sqrt{R_i^2 + R_o^2 - 2R_i R_o \cos \phi_a} \quad (5)$$

$$\gamma = \cos^{-1} \left[\frac{R_o^2 + R_g^2 - R_i^2}{2R_o R_g} \right] \quad (6)$$

판(leaf)의 탄성변형을 계산하는데 필요한 각 접촉점까지의 각은 다음과 같다.

$$\phi_b = \phi_a - \cos^{-1} \left[\frac{R_i^2 + R_g^2 - R_o^2}{2R_i R_g} \right] \quad (7)$$

$$\phi_s = \phi_o - \phi_b - \cos^{-1} \left[\frac{R_l^2 + R_g^2 - r_s^2}{2R_l R_g} \right] \quad (8)$$

그리고 판(leaf)이 서로 겹치는 각(θ)은 다음과 같다.

$$\theta_l = 2\pi - \gamma - \cos^{-1} \left[\frac{R_g - R_l \cos \phi_b}{r_s} \right] \quad (9)$$

위 식(8),(9)에서 유막의 시작점의 반경 r_s 는 아래와 같이 된다.

$$r_s = R_g [\cos \beta_s + \sqrt{(R_l/R_g)^2 - \sin^2 \beta_s}] \quad (10)$$

여기서,

$$\beta_s = \gamma + \theta$$

유회환막의 시작점(θ_{is})과 끝점(θ_{ie})은 포일의 설치방법에 따라 다음과 같이 주어진다.

$$\theta_{is} = (i-1) \frac{2\pi}{n}, \quad \theta_{ie} = i \frac{2\pi}{n} \quad \text{for } LBP \quad (11)$$

$$\theta_{is} = \left(i - \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi}{n}, \quad \theta_{ie} = \left(i + \frac{1}{2}\right) \frac{2\pi}{n} \quad \text{for } LOP$$

위 식에서 *LBP*는 load between pads 조건이고 *LOP*는 load on pad 조건이다. 위 식들에서 사용된 R_b, R_s, R_l 은 각각 베어링 하우징 반경, 저어널의 반경 및 판(leaf)의 변형전의 곡률반경을 나타낸다. 포일 베어링에서 저어널이 운동 가능한 베어링 틈새 c 는 다음과 같다.

$$c = R_b - 2t_f - R_j \quad (12)$$

2-2. 판(leaf)의 접촉 반력

Fig. 2는 판(leaf) 간의 접촉 모형을 나타내고 있다. 여기서 접촉점 a 및 l 은 판(leaf) 간의 접촉점이고, 접촉점 c 는 저어널과 판(leaf) 간의 접촉점을 나타내고 있다. 접촉점 l 에서 항상 접촉하고 있다는 조건으로부터 저어널과 판(leaf)과의 접촉력(F_l)와 판(leaf) 간의 접촉력(N_l)와의 상관관계를 구할 수 있다. 즉, 접촉점에서 수직방향으로 변위가 서로 같아야 한다는 조건으로 다음과 같다.

$$\delta(l) = \delta_{i+1}(a) \quad (13)$$

위식에서 δ_i 는 i -번째 판(leaf)의 반경방향의 변위이

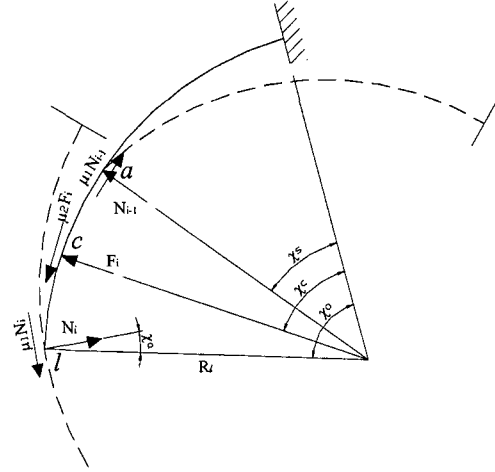


Fig. 2. Model of contact between foil leaves and journal.

다. 각각 접촉점 l 과 a 에서의 동일방향으로의 변위는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \delta_i(l) &= \Delta_i \cos \phi'_a - \Delta_i \sin \phi'_a \\ &= N_l \{ [\xi^i u^i(l, l) + \eta^i v^i(l, l)] \cos \phi'_a \\ &\quad - [\xi^i v^i(l, l) + \eta^i w^i(l, l)] \sin \phi'_a \} \\ &\quad - N_{l-1} \{ [\xi^i u^i(l, l) + \eta^i v^i(l, l)] \cos \phi'_a \\ &\quad - [v^i(a, l) - \mu_2^i w^i(a, l)] \sin \phi'_a \} \\ &\quad - N_{i-1} \{ [u^i(a, l) + \mu_1^{i-1} v^i(a, l)] \cos \phi'_a \\ &\quad - [v^i(a, l) + \mu_1^{i-1} w^i(a, l)] \sin \phi'_a \} \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \xi^i &= \cos \phi'_a + \mu_1^i \sin \phi'_a \\ \eta^i &= -\sin \phi'_a + \mu_1^i \cos \phi'_a \end{aligned} \quad (15)$$

그리고 $u(a, l), v(a, l), \bar{v}(a, l), w(a, l)$ 은 단위 하중에 의한 변위량을 나타내는 영향계수로 부록A에 나타내었다. 여기서 괄호안에서 a 는 힘이 작용하는 위치이고, l 은 변위가 일어나는 위치를 나타낸다. μ_1 은 판(leaf)과 판(leaf) 사이의 마찰계수이고 μ_2 는 저어널과 판(leaf) 사이의 접촉 마찰계수이다. 판(leaf) 간의 접촉각(ϕ_a)는 변형전의 형상이 저어널이 삽입되고 편심됨으로써 변하며 다음과 같이 변화는 것으로 가정한다.

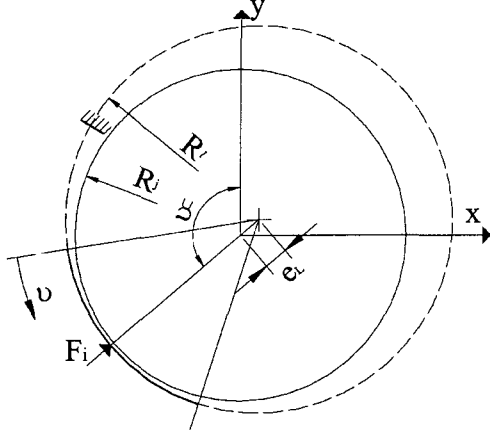


Fig. 3. Film thickness model for a leaf and journal.

$$\phi_a^i = \phi_{as} \left(1 - \frac{\Delta^i}{c + \delta_{pre}} \right) \quad (16)$$

ϕ_{as} 은 저어널이 삽입되기 전에 형성된 포일베어링에서의 판(leaf) 간의 접촉각이다. 저어널과 포일과의 접촉점에서의 변형량(Δ^i)은 아래와 같다.

$$\Delta^i = \delta_{pre} - e \cos(\theta_c^i - \phi_i) \quad (17)$$

여기서 e 는 편심량이고, θ_c^i 는 Fig. 3에서 보는 주는 것과 같이 저어널과 판(leaf)이 접하는 지점까지의 각이며, ϕ_i 는 다음과 같다.

$$\phi_i = \phi_0 + (i-1) \frac{2\pi}{n} \quad (18)$$

여기서 ϕ_0 는 전체 좌표계에서의 저어널의 위상각이다.

식 (13)과 (14)로부터 아래와 같은 관계식을 유도할 수 있다.

$$a_{ij} N_j = b_{ij} F_j \quad ij = 1 \dots n \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a_{i,j} &= [\xi^i u^i(l, l) + \eta^i v^i(l, l)] \cos \phi_a^i \\ &\quad - [\xi^i \bar{v}^i(l, l) + \eta^i w^i(l, l)] \sin \phi_a^i \\ &\quad + u^{i+1}(a, a) + \mu_1^i v^{i+1}(a, a) \quad \text{if } i=j \\ &= [u^i(a, l) + \mu_1^i v^i(a, l)] \cos \phi_a^i \\ &\quad - [\bar{v}^i(a, l) + \mu_1^i w^i(a, l)] \sin \phi_a^i \quad \text{if } i+1=j \\ &= \xi^{i+1} u^{i+1}(l, a) + \eta^{i+1} v^{i+1}(l, a) \quad \text{if } i=j+1 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &= [u^i(a, l) + \mu_1^i v^i(a, l)] \cos \phi_a^i \\ &\quad - [\bar{v}^i(a, l) + \mu_1^i w^i(a, l)] \sin \phi_a^i \quad \text{if } i=1, j=n \\ &= \xi^1 u^1(l, a) + \eta^1 v^1(l, a) \quad \text{if } i=n, j=1 \\ &= 0 \quad \text{if other } ij=1, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{i,j} &= [u^i(c, l) - \mu_2^i v^i(c, l)] \cos \phi_a^i \\ &\quad - [\bar{v}^i(c, l) - \mu_2^i w^i(c, l)] \sin \phi_a^i \quad \text{if } i=j \\ &= u^{i+1}(c, a) - \mu_2^{i+1} v^{i+1}(c, a) \quad \text{if } i=j+1 \\ &= u^1(c, a) - \mu_2^1 v^1(c, a) \quad \text{if } i=n, j=1 \\ &= 0 \quad \text{if other } ij=1, n \end{aligned}$$

저어널과 판(leaf) 사이의 접촉점에서의 변위(Δ^i)와 반력들과의 관계는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Delta^i &= N_{i-1} [u^i(a, c) + \mu_1^i v^i(a, c)] \\ &\quad - N_i [\xi^i u^i(l, c) + \eta^i v^i(l, c)] \\ &\quad + F_i [u^i(c, c) - \mu_2^i v^i(c, c)] \end{aligned} \quad (22)$$

또는

$$c_{ij} N_j + d_{ij} F_j = \Delta^i \quad ij = 1 \dots n \quad (23)$$

여기서,

$$\begin{aligned} c_{i,j} &= -[\xi^i u^i(l, c) + \eta^i v^i(l, c)] \quad \text{if } i=j \\ &= u^i(a, c) + \mu_1^i v^i(a, c) \quad \text{if } i=j+1 \\ &= u^1(a, c) + \mu_1^1 v^1(a, c) \quad \text{if } i=1, j=n \\ &= 0 \quad \text{if other } ij=1 \dots n \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} d_{i,j} &= u^i(c, c) - \mu_2^i v^i(c, c) \quad \text{if } i=j \\ &= 0 \quad \text{if other } ij=1 \dots n \end{aligned} \quad (25)$$

식 (19)와 (23)를 정리하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\{[C][A]^{-1}[B] + [D]\} \{F\} = \{\Delta\} \quad (26)$$

즉, 예압량과 저어널의 변위에 의한 변위(Δ)가 주어지면 저어널과 판(leaf) 사이의 접촉점에서의 반력 $\{F\}$ 을 구할 수 있고 식(19)를 이용하여 판(leaf)과 판(leaf) 사이의 접촉점에서의 반력 $\{N\}$ 도 구할 수 있다.

2.3. 포일베어링의 성능특성 해석

식 (26)으로 부터 접촉점에서의 모든 반력이 구해지면 제어널에 작용하는 수평(F_x) 및 수직 방향 성분(F_y), 포일베어링의 하중지지능력(W) 및 위상각(ϕ , 수직선상의 우측이 +이다)은 다음과 같이 구해진다.

$$F_x = \sum_{i=0}^n F_i \sin \theta_i^i \tag{27}$$

$$F_y = \sum_{i=0}^n F_i \cos \theta_i^i$$

$$W = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{F_x}{-F_y}$$

한편, 강성계수를 구하기 위하여 미소변위를 Δx , Δy 만큼 가했을 때 제어널의 반력의 수평성분과 수직성분을 구하면 아래와 같이 강성계수를 구할 수 있다. 일반적으로 포일베어링에서의 판(leaf)의 강성보다 공기유탄에서의 강성이 매우 높아서 상대적으로 유막은 강체운동(rigid motion)을 하고 있다고 가정할 수 있다 [8].

$$\begin{aligned} k_{xx} &= \frac{\Delta F_x}{\Delta x}, & k_{xy} &= \frac{\Delta F_x}{\Delta y} \\ k_{yx} &= \frac{\Delta F_y}{\Delta x}, & k_{yy} &= \frac{\Delta F_y}{\Delta y} \end{aligned} \tag{28}$$

감쇠계수는 판(leaf)과 판(leaf) 사이의 접촉마찰에 의하여 감쇠효과가 나타날 것이다. 이미 Jei등[12,13]에 의하여 유도된 바 있지만 마찰력은 운동속도와 무관하고 운동방향에만 영향을 받는다. 그러므로 감쇠계수를 구하기 위하여 미소변위 Δx , Δy 를 가했을 때 마찰이 없다고 가정하였을 때의 반력과 마찰이 존재함으로써 나타나는 반력의 차이($\Delta F_x'$, $\Delta F_y'$)가 곧 마찰 감쇠효과에 기여한다고 볼 수 있다. 그러므로 상당점성감쇠로 표현하면 아래와 같은 식으로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} c_{xx} &= \frac{4\Delta F_x'}{\pi\omega\Delta x}, & c_{xy} &= \frac{4\Delta F_x'}{\pi\omega\Delta y} \\ c_{yx} &= \frac{4\Delta F_y'}{\pi\omega\Delta x}, & c_{yy} &= \frac{4\Delta F_y'}{\pi\omega\Delta y} \end{aligned} \tag{29}$$

접촉마찰감쇠는 속도에 역비례하기 때문에 저속에서는 감쇠효과가 뛰어나지만 고속에서는 감쇠효과를 기대하기가 어렵다.

3. 포일베어링의 공기유탄 해석이론

3-1. 유막두께식

일반적인 포일베어링의 유막두께에 관한 식은 아래와 같이 편심량에 의한 기하학적인 형상과 유막압력에 의한 판(leaf)의 탄성변형량을 포함하는 형식이 될 것이다.

$$h(\theta, z) = g(\theta) + w(\theta, z) \tag{30}$$

여기서 $g(\theta)$ 는 초기 포일베어링의 유막두께이고, $w(\theta, z)$ 는 유막압력에 의한 판(leaf) 및 베어링 지지시스템의 총 탄성변형 성분을 나타낸다. Fig. 3과 같은 하나의 판(leaf)과 제어널과의 관계를 고려하면 다음과 같이 표현된다.

$$g(\theta) = c_L - e_L \cos(\theta + \theta_s - \theta_c) - t_s \left[1 - \frac{(\theta_c - \theta)}{(\theta_c - \theta_s)} \right]^\gamma \tag{31}$$

여기서 γ 는 2이상이며 판(leaf)의 곡률정도를 나타낸다[11]. 그러나 판(leaf)의 두께를 무시한다면 식(31)의 우변 끝항은 사라져서 다음과 같이 될 것이다.

$$g(\theta) = c_L - e_L \cos(\theta + \theta_s - \theta_c) \tag{32}$$

여기서 c_L 은 판(leaf)의 반경(R)과 제어널의 반경(R_c)과의 차이이다. 공기 유탄에서 발생하는 공기막 압력에 의하여 판(leaf)의 변형을 고려하기 위하여 치짐(w) 방정식을 나타내면 다음과 같다[17].

$$\frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} = \frac{p(\theta, z)}{D} \tag{33}$$

여기서,

$$D = \frac{Et_s^3}{12(1-\nu^2)} \tag{34}$$

E 는 판(leaf)의 탄성계수이고, ν 는 프와송 비이다. 위 식(33)에서 판의 곡률효과는 무시하였다. 그런데 유막압력에 의한 판(leaf)의 변형이 굽힘에 비하여 폭방향으로의 변형을 무시할 수 있다면 식(33)는 다음과 같이 간단히 된다.

$$\frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 w(\theta)}{\partial \theta^4} = \frac{P(\theta)}{D} \tag{35}$$

여기서 $P(\theta)$ 는 유막압력에 의하여 판(leaf)에 작용하는 단위 폭 당 하중으로서 폭방향으로 적분하여 얻는

다. 본 연구에서는 판(leaf)자체의 탄성변형량은 초기에 압에 의한 변형량에 비하여 상당히 작다고 가정하여 무시하였다[9]. 일반적으로 포일베어링의 동특성은 판(leaf) 자체의 구조에 의하여 결정되고 실제 운전시에는 유막이 형성되기만 하면 된다. 즉, 공기 윤활막은 상대적으로 강제운동을 하기 때문에 포일베어링의 동특성과 유막에서의 윤활특성과는 거의 관계가 없다. 본 연구에서는 계산상 복잡함으로 인하여 많은 시간과 노력을 요구하는 판(leaf) 자체의 탄성변형효과를 고려한 해석은 포함되어 있지 않으며 차후에 진행할 계획이다. 탄성변형을 고려하면 탄성변형을 고려하지 않은 것에 비하여 최소유막두께가 보다 커질게 될 것이다. 즉, 탄성변형을 고려하지 않고 해석하면 최소유막두께를 실제 보다 작게 해석하게 되어 보다 안전한 설계 기준을 적용하는 것이 될 것이다.

3-2. 압력 지배방정식

포일베어링에서 축이 회전하면 공기의 점성력에 의하여 유막에서 압력이 발생하게 되어 축에 작용하는 하중을 지지하게 된다. 공기는 온도에 따른 점도 변화가 윤활유처럼 크지 않으므로 유막두께 방향으로의 점도변화를 무시한 경우에 있어서 유막압력의 크기를 나타내는 레이놀즈 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \right\} = \frac{\omega}{2} \frac{\partial(\rho h)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \quad (36)$$

위 식에서 μ 는 윤활제(공기)의 점도를 나타내고, z 는 축방향 좌표를 나타내며 중앙단면을 기준으로 한다. 윤활제인 공기가 이상기체이고 등온과정이라면 식(36)에서 밀도 ρ 는 압력으로 치환될 수 있으며, 식(36)을 무차원화 하면 아래와 같다.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right\} + \left(\frac{D}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left\{ PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right\} = \Lambda \frac{\partial(PH)}{\partial \theta} + 2\Lambda \frac{\partial(PH)}{\partial \tau} \quad (37)$$

여기서 무차원 변수들은 아래와 같다.

$$\zeta = z/(L/2), \quad P = p/p_o, \quad H = h/c_L$$

그리고 압축성계수(bearing compressibility number), Λ 는 다음과 같다.

$$\Lambda = \frac{6\mu\omega(R_f)^2}{P_o(c_L)}$$

그리고 식 (32)으로 부터 무차원 유막두께식은

$$H = 1 - \epsilon_L \cos(\theta + \theta_s - \theta_c) \quad 0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{n} \quad (38)$$

식 (37)로 부터 유막압력을 구하기 위하여 해석영역에 대한 압력에 대한 경계조건이 요구된다. 본 연구에서 사용된 압력경계조건은 윤활유막에 대해 아래와 같다.

$$\begin{aligned} P &= 1 & \text{at } \theta &= \theta_s, \theta_c \\ \frac{\partial P}{\partial \theta} &= 0 & \text{at } \theta &= \theta_2 \\ P &= 1 & \text{at } \zeta &= \pm 1 \end{aligned} \quad (39)$$

여기서 θ_s 는 Reynolds 경계조건을 만족하는 위치이다. 이와 같은 경계조건을 사용하는 것은 판(leaf)은 매우 얇기 때문에 유막내에 음압이 발생하면 자연스럽게 빨려 들어가 유막압력이 거의 0이 될 정도로 축과 평행을 이루게 될 것으로 가정하기 때문이다[1,2,11].

3-3. 수치해석

수치해석을 위한 제어체적에 대한 유량의 연속을 만족하는 식을 구하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} - \Lambda PH \right)_{i+1/2,j} (\Delta \zeta) \right\} \\ & + \left\{ \left(-PH^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} - \Lambda PH \right)_{i+1/2,j} (\Delta \zeta) \right\} \\ & + \left\{ \left(\frac{D}{L} \right)^2 \left(PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right)_{ij+1/2} \left(\frac{\Delta \theta_i + \Delta \theta_{i-1}}{2} \right) \right\} \\ & + \left\{ \left(\frac{D}{L} \right)^2 \left(-PH^3 \frac{\partial P}{\partial \zeta} \right)_{ij-1/2} \left(\frac{\Delta \theta_i + \Delta \theta_{i-1}}{2} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

위 식에서 원주방향으로 등간격으로 분할한다고 가정하고 중앙차분식을 적용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} f_{ij} &= \frac{H_{i-1/2,j}^3}{2\Delta\theta_i^2} (P_{i-1,j}^2 - P_{i,j}^2) + \frac{\Lambda H_{i-1/2,j}}{2\Delta\theta_i} (P_{i-1,j} - P_{i,j}) \\ & + \frac{H_{i-1/2,j}^3}{2\Delta\theta_i^2} (P_{i-1,j}^2 - P_{i,j}^2) + \frac{\Lambda H_{i-1/2,j}}{2\Delta\theta_i} (P_{i-1,j} - P_{i,j}) \end{aligned}$$

$$+ \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{H_{i,j}^3}{2\Delta\zeta^2} (P_{i,j+1}^2 - P_{i,j}^2) + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{H_{i,j}^3}{2\Delta\zeta^2} ((P_{i,j-1}^2 - P_{i,j}^2)) = 0 \quad (41)$$

위 식은 비선형 방정식이므로 Newton-Raphson 방법을 적용하여 압력을 구한다.

$$f_{i,j}^{(n)} + \frac{\partial f_{i,j}^{(n)}}{\partial P_{i-1,j}} \Delta P_{i-1,j} + \frac{\partial f_{i,j}^{(n)}}{\partial P_{i,j}} \Delta P_{i,j} + \frac{\partial f_{i,j}^{(n)}}{\partial P_{i+1,j}} \Delta P_{i+1,j} + \frac{\partial f_{i,j}^{(n)}}{\partial P_{i,j+1}} \Delta P_{i,j+1} + \frac{\partial f_{i,j}^{(n)}}{\partial P_{i,j-1}} \Delta P_{i,j-1} = 0 \quad (42)$$

그러므로 압력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{i,j}^{(n+1)} = P_{i,j}^{(n)} + \Delta P_{i,j}^{(n)} \quad (43)$$

여기서 상첨자 n 은 앞 단계를 의미하고 $n+1$ 은 현재 단계를 나타내고 있다. 또한 전체 해석영역을 취급하면 복잡해짐으로 ADI 방법을 사용하여 각 단계마다 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson)법으로 구한다. 그러면 전체 열에 대하여 다음과 같이 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$[A_j] \{\Delta P_j\} = \{b_j\} \\ P_j^{(n+1)} = P_j^{(n)} + \Delta P_j \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (44)$$

여기서,

$$\{\Delta P_j\} = \{\Delta P_{1,j}, \Delta P_{2,j}, \Delta P_{3,j}, \dots, \Delta P_{M-1,j}, \Delta P_{M,j}\}^T \\ \{b_j\} = -\{f_{1,j}^{(n)}, f_{2,j}^{(n)}, f_{3,j}^{(n)}, \dots, f_{M-1,j}^{(n)}, f_{M,j}^{(n)}\}^T \\ [A_j] = \begin{bmatrix} d_1 & c_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ a_2 & d_2 & c_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_3 & d_3 & c_3 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & a_{M-1} & d_{M-1} & c_{M-1} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & a_M & d_M \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$d_i = \frac{\partial f_{i,j}}{\partial P_{i,j}} = -\left(\frac{H_{i-1/2,j}^3}{\Delta\theta^2} + \frac{H_{i+1/2,j}^3}{\Delta\theta^2} + \left(\frac{D}{L}\right)^2 \frac{2H_{i,j}^3}{\Delta\zeta^2}\right) P_{i,j}^{(n)} - \frac{\Lambda}{2\Delta\theta} (H_{i+1/2,j} - H_{i-1/2,j}) \\ a_i = \frac{\partial f_{i,j}}{\partial P_{i-1,j}} = \left(\frac{H_{i-1/2,j}^3}{\Delta\theta^2}\right) P_{i-1,j}^{(n)} + \frac{\Lambda H_{i-1/2,j}}{2\Delta\theta} \\ c_i = \frac{\partial f_{i,j}}{\partial P_{i+1,j}} = \left(\frac{H_{i+1/2,j}^3}{\Delta\theta^2}\right) P_{i+1,j}^{(n)} - \frac{\Lambda H_{i+1/2,j}}{2\Delta\theta} \quad (45)$$

유막에서의 압력이 구해지면 압력에 의한 모멘트와 접촉력에 의한 모멘트가 서로 같게 되는 유막두께를 찾으면 주어진 운전조건하에서 최소유막두께를 구할 수 있다. 압력에 의한 모멘트 및 접촉력에 의한 모멘트는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$M_p = \int_{\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{\theta_c}^{\theta_s} (p - p_a) R_i \sin \phi R_i d\phi d\zeta \\ M_F = F_i R_i \sin \phi_c \quad (46)$$

즉, $|M_o - M_F|$ 가 0이 되도록 유막두께식 (38)에서 편심율을 조절하며 이 과정을 Newton-Raphson 방법으로 하였다. 여기서 ϕ 와 θ 의 관계식은 아래와 같다.

$$\phi = \left(\frac{\phi_o - \phi_s}{\theta_c - \theta_s}\right) \theta \quad (47)$$

4. 포일베어링의 성능특성

본 연구에서 사용한 판(leaf)은 두께가 0.17 mm이고, 폭이 73 mm이며, 저어널의 직경과 하우징의 내경은 각각 39.8 mm와 41.11 mm이다. 그리고 원주방향으로 감싸고 있는 판(leaf)의 수는 8개로 하였다. Fig. 4와 5은 판(leaf)의 반경이 작은 $R = 23.24$ mm에 대한 기하학적인 형상을 설치각(ϕ_o)이 각각 20°와 7°인 경우에 대하여 나타내고 있다. 동일한 판(leaf)의 수에 대하여 설치각이 클수록 leaf의 외각(ϕ_s)이 커지고 또한 초기 예압량(δ_{me})이 많아진다. 외각이 클수록 판(leaf) 하나의 강성이 낮아져서 저어널과의 접촉점에서의 접촉력이 낮아진다. 그러나 초기 예압량이 클수록 접촉력이 커지기 때문에 이 둘의 효과가 중첩되어 나타나게 된다.

Fig. 6과 7은 판(leaf)의 곡률반경이 보다 큰 경우 ($R = 39.1$ mm)에 대한 결과를 보여주고 있다. 최소 설치각은 판(leaf)의 곡률반경과 판(leaf)의 수에 의하여 결정되는데 곡률반경이 클수록 최소 설치각은 커지며 판(leaf)의 외각은 작아진다. 즉, Fig. 6과 같은 곡률반경에서는 설치각을 7°로 할 수 없다. 그러므로 곡률반경을 크게 할수록 저어널과의 접촉점의 접촉력은 커지게 되고 베어링의 전체적인 강성은 크게 할 수 있으나 최소 유막두께는 감소함을 예측할 수 있다.

Fig. 8과 9는 편심율에 따른 베어링의 하중지지능력을 보여주고 있다. 먼저 판(leaf) 사이의 마찰력의 존재 유무에 따라 약간의 차이가 존재하는데 모든 판(leaf)들이 전체적으로 밀려나가는 경우(마찰계수가 양의 값

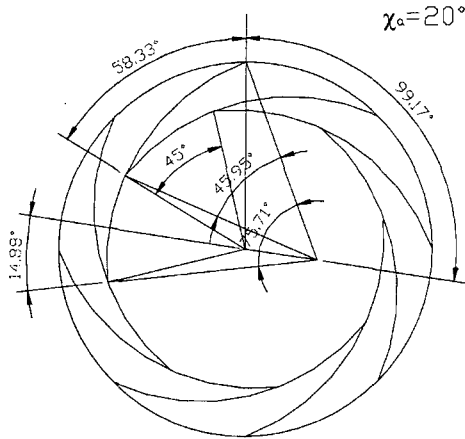


Fig. 4. Free form configuration of foil leaves ($\phi=20^\circ$, $R_i=23.24$ mm).

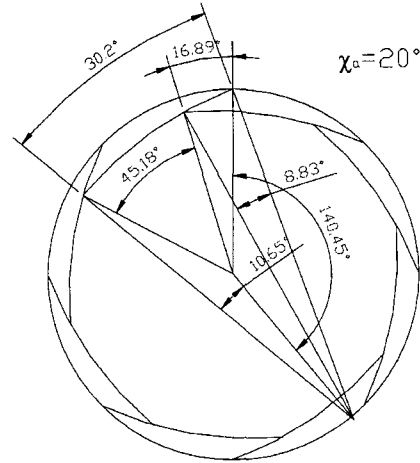


Fig. 6. Free form configuration of foil leaves ($\phi=20^\circ$, $R_i=39.1$ mm).

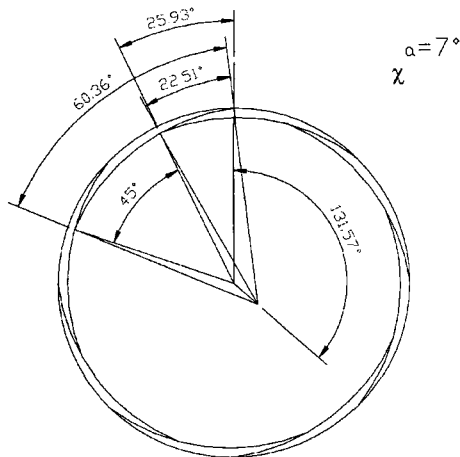


Fig. 5. Free form configuration of foil leaves ($\phi=7^\circ$, $R_i=23.24$ mm).

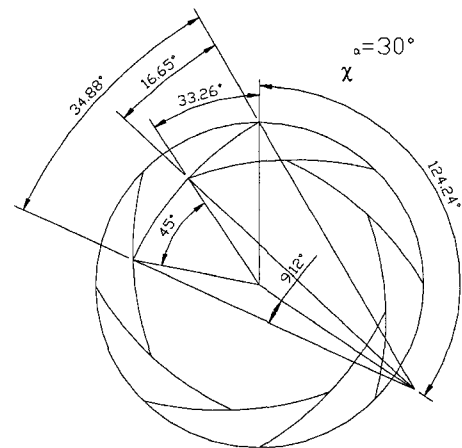


Fig. 7. Free form configuration of foil leaves ($\phi=30^\circ$, $R_i=39.1$ mm).

을 갖는 경우) 즉, $\mu_1=0.2$ 인 경우가 가장 높은 것을 알 수 있다. 그리고 그와 반대로 전체적으로 축소되는 경우(마찰계수가 음의 부호를 갖게 되는 경우)에는 가장 낮음을 보여주고 있다. 그리고 편심율에 따라서 하중지지능력이 직선적으로 변하고 있음을 보여주고 있다. 이는 강성계수가 편심율에 무관하게 거의 일정함을 의미한다. 또한 설치각이 작을수록 더 큰 하중지지능력을 갖게 됨을 알 수 있는데 이는 앞서 설명한 것처럼 초기 예압은 작지만 판(leaf)의 외각이 작아서 판(leaf) 하나의 강성이 크기 때문이다.

Fig. 10와 11은 베어링의 강성계수를 나타내고 있는데 수평방향과 수직방향의 강성계수가 같음을 보여주

고 있다. 그리고 앞의 하중지지능력에서 예측할 수 있었던 것과 같이 편심율에 관계없이 거의 일정한 강성계수를 보이고 있다. 연성항 성분의 강성계수(cross couple stiffness)는 좌표계에 따라 부호가 바뀌는 것으로 본질적으로 같은 크기를 갖는 것이다. 직교성분(direct terms)의 크기는 연성성분에 비하여 매우 크음을 알 수 있는데 이는 위상각(ϕ)이 매우 적기 때문이다. 즉, 연성항에서 크기가 곧 위상각의 크기와 비례하고 있다. 전체적으로 판(leaf)이 팽창하면서 마찰을 일으키는 경우가 저항이 더 커서 베어링의 강성계수를 높이고 있음을 알 수 있다. 또한 설치각이 작을수록 앞에서

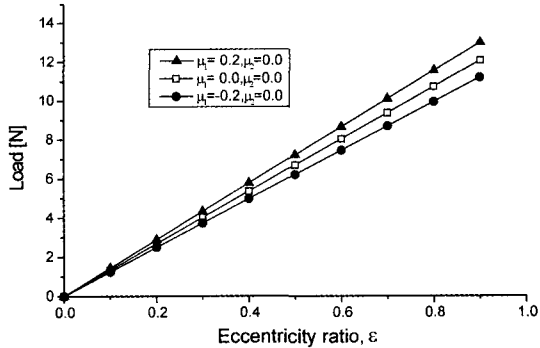


Fig. 8. Load capacity of foil bearing ($\phi = 20^\circ$, $R_f = 23.24$ mm).

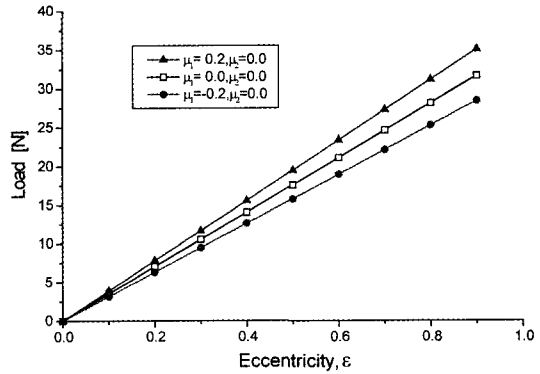


Fig. 9. Load capacity of foil bearing ($\phi = 7^\circ$, $R_f = 23.24$ mm).

예측한 바와 같이 판(leaf)의 외각이 작아서(즉, 모멘트 팔의 길이가 작아서) 강성이 증가함을 알 수 있다.

포일베어링의 상당 점성감쇠계수는 Figs 12,13에서 보여주고 있는데 매우 낮은 값을 갖고 있음을 알 수 있다. 이는 마찰력에 의한 감쇠계수가 회전속도에 역 비례하기 때문에 회전수가 50,000 rpm에서는 마찰감쇠 효과를 기대하기는 어렵다. 강성계수에서와 마찬가지로 직교성분은 서로 그 크기가 같고 연성성분은 크기가 같고 서로 부호만 반대이다. 설치각이 클수록 접촉력들이 증가하여 마찰력도 증가하고 따라서 마찰감쇠 효과도 증대함을 보여주고 있다. 강성계수와 마찬가지로 편심율에 따라 변화가 거의 없이 일정한 값을 나타내고 있다.

Fig. 14와 15는 유막에서의 유막압력분포와 유막두께 형상을 보여주고 있다. 유막두께는 탄성변형을 고려하지 않았기 때문에 전형적인 모양을 나타내고 있다. 유막압력은 최소유막 근처에 집중되어 있음을 나

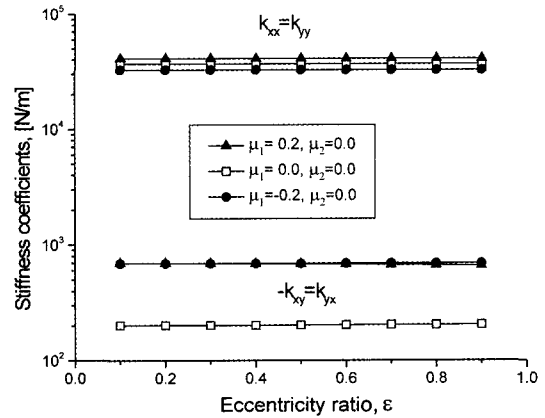


Fig. 10. Stiffness coefficient of foil bearing ($\phi = 20^\circ$, $R_f = 23.24$ mm).

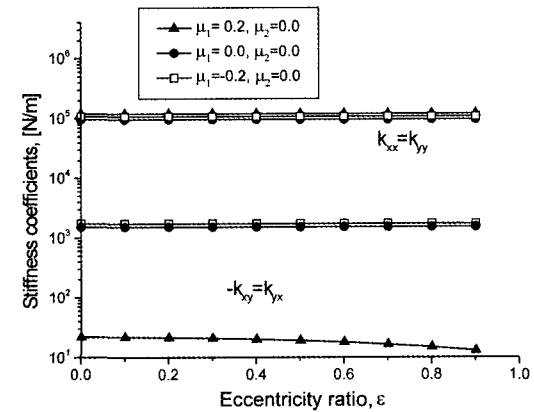


Fig. 11. Stiffness coefficient of foil bearing ($\phi = 7^\circ$, $R_f = 23.24$ mm).

타내고 있는데 이는 판(leaf)과 저어널간의 편심율이 매우 크기 때문이다. 한편 위쪽에 위치한 판(leaf)에서의 유막압력이 아래쪽에 위치한 판(leaf)에서의 압력에 비하여 낮는데 이는 곧 접촉력의 차이에 기인하는 것이다. 그리고 설치각이 작은 경우에는 유막두께가 보다 커진 것을 알 수 있고 따라서 유막압력도 전체적으로 퍼진 모양을 하고 있으며 위쪽 판(leaf)과 아래쪽 판(leaf)과의 압력차가 상당히 크게 나고 있다. 이는 곧 위와 아래 판(leaf)에서의 접촉력의 차이를 나타내는 것으로 곧바로 하중지지능력 및 강성계수가 보다 커지게 됨을 의미한다. Fig. 5에서 보여주고 있듯이 편심율이 커지면 위쪽은 거의 초기 상태에 접근하고 있기 때문이다. 아래쪽에 위치한 판(leaf)들에서만 하중을 담당하게 된다. 반면에 Fig. 4와 같이 설치각이 커서 예압이

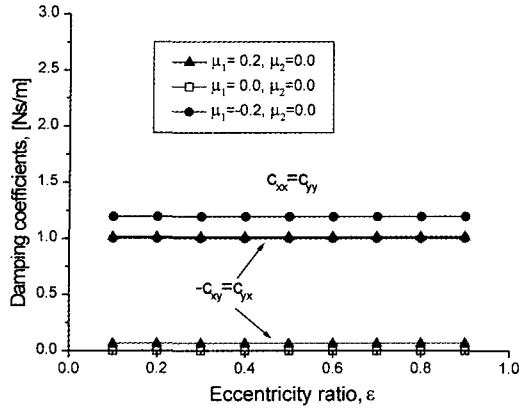


Fig. 12. Equivalent viscous damping coefficient due to friction ($\phi = 20^\circ$, $R_t = 23.24$ mm, 50,000 rpm).

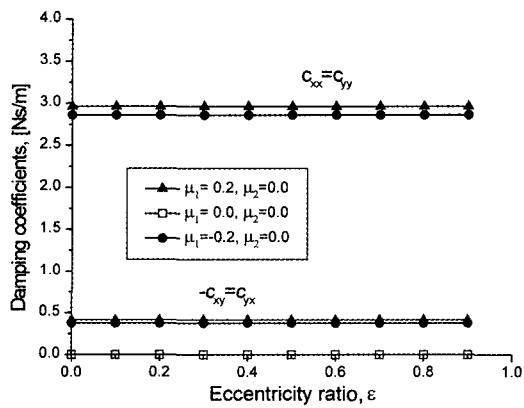


Fig. 13. Equivalent viscous damping coefficient due to friction ($\phi = 7^\circ$, $R_t = 23.24$ mm, 50,000 rpm).

크면 편심율이 증가하여도 여전히 모든 판(leaf)이 저어널을 누르게 되기 때문에 강성 및 하중지지능력, 최소유막두께 확보에 불리함을 알 수 있다.

최소유막두께는 Fig. 16과 17에 나타내고 있다. 편심율이 증가할수록 최소유막두께는 감소하며 마찰력에 의하여 접촉력이 증가하는 즉, 모든 판(leaf)이 팽창하는 경우에는 최소유막두께가 가장 작게 된다. 그리고 설치각이 클수록 하중지지능력, 강성계수 및 감쇠계수가 작을 뿐만아니라 최소유막두께도 더 작다. 이는 안정한 윤활유막의 확보라는 측면에서 볼 때 가능한 설치각을 줄이는 것이 보다 효과적임을 알 수 있다. 최소유막두께를 통하여 저어널의 부상(lift-off)회전수를 예측하는데 이용할 수 있다. 즉, 회전수를 바꾸어 가면서 최소유막두께가 저어널의 부상(lift-off)을 위한 유막

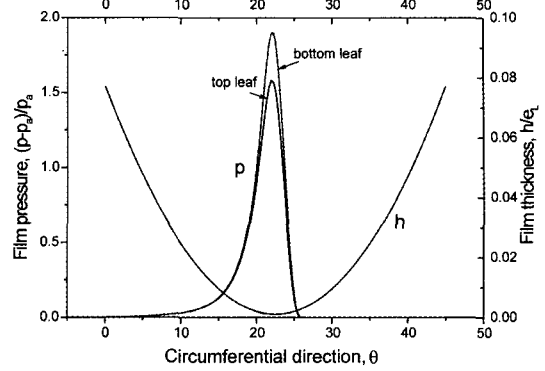


Fig. 14. Film thickness and pressure distribution in mid plane ($\phi = 20^\circ$, $R_t = 23.24$ mm, $\epsilon = 0.5$, 50,000 rpm).

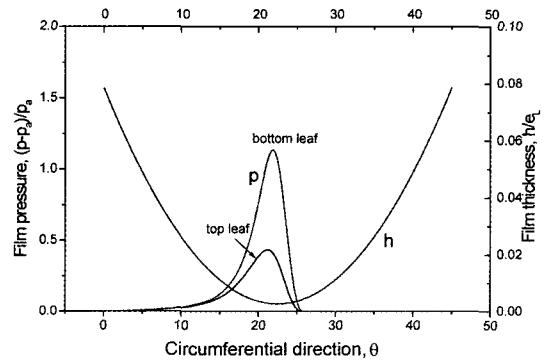


Fig. 15. Film thickness and pressure distribution in mid plane ($\phi = 7^\circ$, $R_t = 23.24$ mm, $\epsilon = 0.5$, 50,000 rpm).

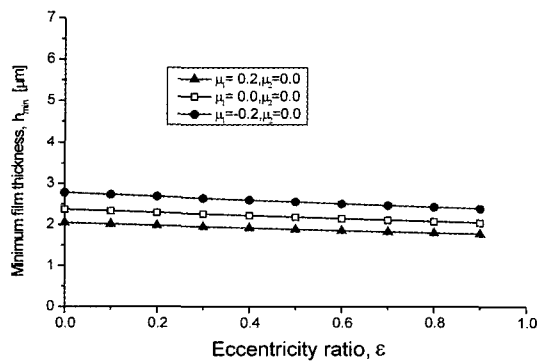


Fig. 16. Minimum film thickness ($\phi = 20^\circ$, $R_t = 23.24$ mm, 50,000 rpm).

두께와 같이지는 회전수를 찾으려 될 것이다. 실제 사용에 있어서 저어널의 부상(lift-off)회전수를 낮추기 위하여는 판(leaf) 혹은 저어널의 표면에 윤활유를 약간

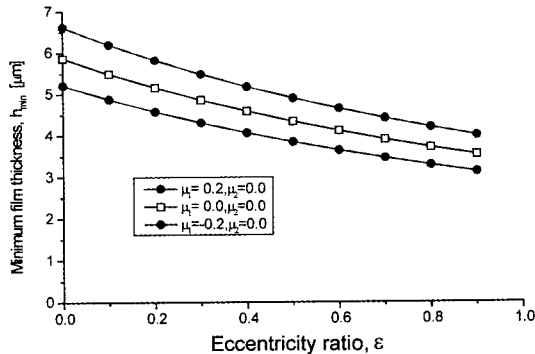


Fig. 17. Minimum film thickness ($\phi = 7^\circ$, $R_f = 23.24$ mm, 50,000 rpm).

발리주면 액체에 의한 유체윤활효과로 인하여 상대적으로 낮은 속도에서도 저어닐의 부상(lift-off)이 발생하게 될 것이다.

5. 결 론

본 연구서는 leaf-type 포일베어링의 정적 구조 해석과 동적 특성계수 및 윤활해석 이론을 개발하고 결과에 대하여 토의하였다. 본 연구를 통하여 중요한 설계변수를 찾을 수 있었으며 최소유막두께를 예측할 수 있다. 최소유막두께 예측을 통하여 또한 저어닐 부상 시작(lift-off)회전수를 예측할 수 있다. 중요한 설계변수로는 판(leaf)의 두께, 곡률반경, 외각(혹은 leaf의 수) 및 설치각임을 알 수 있었다.

하중지지능력 및 강성을 높이려면 판(leaf)의 곡률반경을 크게 하고 설치각을 낮춘다. 그러나 가장 효과적인 것은 판(leaf)의 두께를 키우는 것일 것이다. 또한 포일베어링은 윤활유막의 틈새가 매우 작아서 상대적으로 강제운동을 하고 모든 변위가 판(leaf)에 전가될 것이기 때문에 강성 및 감쇠는 판(leaf) 자체의 구조에 의하여 결정된다고 볼 수 있다. 이는 포일베어링의 특성은 거의 전적으로 판(leaf)의 구조에 의하여 지배를 받고 판(leaf)과 저어닐 사이의 윤활유막에서의 특성은 무시될 수 있으며, 단지 최소유막두께가 충분히 확보되어 고체접촉 없이 안정적으로 윤활이 되기만 하면 될 것이다.

향후 계속하여 진행되어야 할 부분은 유막압력에 의한 판(leaf) 자체의 탄성변형을 고려하는 것과 저어닐 삽입 후의 예압으로 인한 판(leaf)의 곡률변형효과를 고려하여 해석함으로써 보다 엄밀한 결과를 얻을 수 있

을 것이다. 또한 판(leaf)의 두께에 의한 기하학적인 형상변화를 포함하는 윤활해석을 도입할 필요가 있을 것이다.

후 기

본 연구는 98년도 과학기술부 대형기계설비 핵심요소 기술개발 사업비에 의하여 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

부 록

Fig. 2와 같은 휘어진 외팔보(curved cantilever)에 대하여 가상일 정리(virtual work theorem)를 이용하면 영향계수들을 쉽게 구할 수 있으며 그 결과들은 다음과 같다.

- 반경방향 힘에 의한 반경방향의 변위 영향계수

$$\begin{aligned}
 u(l, a) &= \frac{R_f^3}{2EI} \{ \cos(\phi_o - \phi_s)\phi_s - \cos\phi_o \sin\phi_s \} \\
 u(l, l) &= \frac{R_f^3}{2EI} \{ \phi_o - \cos\phi_o \sin\phi_o \} \\
 u(a, a) &= \frac{R_f^3}{2EI} \{ \phi_s - \cos\phi_s \sin\phi_s \} \quad (A.1) \\
 u(l, c) &= \frac{R_f^3}{2EI} \{ \cos(\phi_o - \phi_c)\phi_c - \cos\phi_o \sin\phi_c \} \\
 u(a, c) &= \frac{R_f^3}{2EI} \{ \cos(\phi_s - \phi_c)\phi_c - \cos\phi_s \sin\phi_c \}
 \end{aligned}$$

- 접선방향 힘에 의한 반경방향의 변위 영향계수

$$\begin{aligned}
 v(l, a) &= \frac{R_f^3}{EI} \left\{ 1 - \cos\phi_o + \frac{1}{2} [\sin(\phi_o - \phi_s)\phi_s - \sin\phi_o \sin\phi_s] \right\} \\
 v(l, l) &= \frac{R_f^3}{EI} \left\{ 1 - \cos\phi_o - \frac{1}{2} \sin^2\phi_o \right\} \\
 v(a, a) &= \frac{R_f^3}{EI} \left\{ 1 - \cos\phi_s - \frac{1}{2} \sin^2\phi_s \right\} \quad (A.2) \\
 v(l, c) &= \frac{R_f^3}{EI} \left\{ 1 - \cos\phi_c + \frac{1}{2} [\sin(\phi_o - \phi_c)\phi_c - \sin\phi_o \sin\phi_c] \right\} \\
 v(a, c) &= \frac{R_f^3}{EI} \left\{ 1 - \cos\phi_c + \frac{1}{2} [\sin(\phi_s - \phi_c)\phi_c - \sin\phi_s \sin\phi_c] \right\}
 \end{aligned}$$

- 반경방향의 힘에 의한 접선방향의 변위 영향계수

$$\bar{v}(l, a) = \frac{R_l^3}{EI} \left\{ 1 - \cos \phi_o + \frac{1}{2} [\sin(\phi_o - \phi_s) \phi_o - \sin \phi_o \sin \phi_s] \right\}$$

$$\bar{v}(l, c) = \frac{R_l^3}{EI} \left\{ 1 - \cos \phi_o + \frac{1}{2} [\sin(\phi_o - \phi_s) \phi_o - \sin \phi_o \sin \phi_s] \right\}$$

$$\bar{v}(a, c) = \frac{R_l^3}{EI} \left\{ 1 - \cos \phi_s + \frac{1}{2} [\sin(\phi_o - \phi_s) \phi_s - \sin \phi_s \sin \phi_o] \right\}$$

(A.3)

- 접선방향의 힘에 의한 접선방향의 변위 영향계수

$$w(l, a) = \frac{R_l^3}{2EI} \{ 2[\phi_o - \sin \phi_o - \sin \phi_s - \sin(\phi_o - \phi_s)]$$

$$+ \cos(\phi_o - \phi_s) \phi_o + \sin \phi_o \cos \phi_s \}$$

$$w(l, l) = \frac{R_l^3}{2EI} \{ 3\phi_o - 4\sin \phi_o + \sin \phi_o \cos \phi_o \} \quad (A.4)$$

$$w(a, a) = \frac{R_l^3}{2EI} \{ 3\phi_s - 4\sin \phi_s + \sin \phi_s \cos \phi_s \}$$

그리고 각 영향계수들은 아래와 같은 상관관계를 가지고 있다.

$$\begin{aligned} u(l, a) &= u(a, l) \\ v(l, a) &= \bar{v}(a, l) \\ \bar{v}(l, a) &= v(a, l) \\ w(l, a) &= w(a, l) \end{aligned} \quad (A.5)$$

참고문헌

- Heshmat, H., Shapiro, W., and Gray, S., "Development of Foil Journal Bearings for High Load Capacity and High Speed Whirl Stability," ASME Trans., J. of Lub. Tech., Vol.104, pp.149-156, 1982.
- Heshmat, H., Walowitz, J.A., and Pinkus, O., "Analysis of Gas-Lubricated Foil Journal Bearings," ASME Trans., J. of Lub. Tech., Vol.105, pp.647-655, 1983.
- Peng, J.-P., and Carpino, M., "Calculation of Stiffness and Damping Coefficients for Elastically Supported Gas Foil Bearings," ASME Trans., J. of Tribology, Vol.115, pp.20-27, 1993.
- Roger Ku, C.-P., and Heshmat, H., "Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis-Part I: Theoretical Model - Including Strip and Variable Bump Foil Geometry," ASME Trans., J. of Tribology, Vol.114, pp.394-400, 1992.
- Roger Ku, C.-P., and Heshmat, H., "Compliant Foil Bearing Structural Stiffness Analysis-Part II: Experimental Investigation," ASME Trans., J. of Tribology, Vol.115, pp.364-369, 1993.
- Carpino, M., Peng, J.-P., and Medvetz, L., "Misalignment in a Complete Shell Gas Foil Journal Bearing," Tribol. Trans. of STLE, Vol.37, pp.829-835, 1994.
- Dellacorte, C., "The Evaluation of a Modified Chrome Oxide Based High Temperature Solid Lubricant Coating for Foil Gas Bearings," STLE presentation, preprint No. 99-Am-4, 1999.
- Howard, S.A., "Preliminary Development of Characterization Methods for Compliant Air Bearings," STLE presentation, preprint No. 99-Am-13, 1999.
- Oh, K.P., and Rohde, S.M., "A Theoretical Investigation of the Multileaf Journal Bearing," ASME Trans., J. of Applied Mech., Vol.98, pp.237-242, 1976.
- Trippett, R.J., Oh, K.P., and Rohde, S.M., "Theoretical and Experimental Load-Deflection Studies of a Multileaf Journal Bearing," *Topics in Fluid Film Bearing and Rotor Bearing System Design and Optimization*, ASME, pp.130-156, 1978.
- Heshmat, C.A., and Heshmat H., "An Analysis of Gas-Lubricated Multileaf Foil Journal Bearings with Backing Springs," ASME Trans., J. of Tribology, Vol.117, pp.437-443, 1995.
- Jei, Y.-G., Kim, J.-S., Hong, S.-W., and Jung, S.-Y., "A New Lateral Vibration Damper Using Leaf Springs," ASME Trans., J. of Vib. and Acoustics, Vol.121, pp.343-350, 1999.
- 제양규, 김종수, 정시영, 홍성욱, "겹판스프링을 이용한 횡방향 진동절연댐퍼," 대한기계학회 논문집 B, Vol.22, pp.843-858, 1997.
- 강경필, 임윤철, "공기윤활 빗살무늬 동압 제어널베어링의 부하특성에 관한 연구," 한국윤활학회지, Vol.10, No.1, pp.27-34, 1994.
- 황평, 권성인, "고속 터어보기계용 공기포일베어링에 대한 동특성 해석과 실험적 연구," 한국윤활학회지, Vol.14, No.4, pp.64-71, 1998.
- Dellacorte, C., "A New Foil Air Bearing Test Rig for Use to 700°C and 70,000 rpm," Tribol. Trans. of STLE, Vol.41, pp.335-340, 1998.
- 황평, 양승한, 윤성진, "패드의 탄성변형을 고려한 공기윤활 틸팅패드 제어널 베어링의 윤활해석에 관한 연구," 한국윤활학회지, Vol.12, No.1, pp.29-35, 1996.