

# 역산란을 이용한 다단 임피던스 트랜스포머의 새로운 설계 방법

## (A New Design Method for Multisection Impedance Transformer Based on the Inverse Scattering)

이 민수, 박 영태\*  
(Min-Soo LEE Young-Tae Park)

**요약** 마이크로파대 다단 임피던스 트랜스포머에 대한 새로운 설계법을 제안한다. 이 설계법은 설계하려는 임피던스 트랜스포머에 대한 주파수영역의 반사계수를 이용하는 역산란 이론에 근거를 둔다. 첫째로, 원하는 반사계수를 이용하여 가상 일차원 유전체의 유전율 분포를 추정한다. 둘째로, 반사특성의 관점에서 복원된 유전체와 등가 구조인 트랜스포머를 합성한다. 이론적으로 이 설계법은 Bode-Fano의 제한조건[1]을 만족하면서 임의의 통과대역 특성을 갖는 임피던스 매칭 트랜스포머의 설계에 이용할 수 있다. 두 가지의 설계 예를 통하여 제안한 방법의 타당성을 보인다.

**Abstract** A new design method of the microwave multisection impedance transformer is proposed. This method is based on the inverse scattering theory using the frequency domain reflection coefficient of the transformer to be designed. In the first step, the permittivity profile of a virtual one-dimensional dielectric medium is reconstructed using the desired reflection coefficient. In the second step, the transformer which is equivalent to the reconstructed dielectric medium in view of reflection characteristic is synthesized. Theoretically, this method can be used to design the impedance matching transformers with arbitrary passband characteristics within the limit of the Bode-Fano criteria[1]. Our approach is examined for two design examples to show that it is valid.

### 1. 서 론

여러 물리적 현상들을 표현하는 미분방정식과 관련하여 연구된 많은 해석적 또는 수치해석적 방법들은 주어진 조건들을 만족하는 방정식의 해를 구하는 것이 관심의 대상이었다. 즉, 물리적 변수의 특성이 알려진 특정한 공간의 내부에서 발생하는 현상을 해석하는 직문제(direct problem)가 주된 관심사였다. 반대로, 측정 가능한 여러 물리량에 포함된 정보로부터 물체 내부의 특성을 밝혀내는 것이 역문제(inverse problem)이다.

역산란(inverse scattering) 이론은 측정된 산란파나 반사계수로부터 미지 매질의 전기적 변수를 찾아내는 것으로

서, 의료영상(medical imaging), 자원탐사, 지질조사, 비파괴 검사, 전자파 감지시스템 등에 응용된다[2]. 마이크로파 디바이스의 경우에, 커리게이트 도파관 역파기(corrugated waveguide filter), Chebyshev 대역통과 역파기 등이 역산란 이론에 의하여 설계된 바 있다[3, 4]. R. P. Moreira 등은 역산란 TLM(Transmission-Line Matrix)법을 이용하여 Butterworth 저역통과 역파기와 Chebyshev 저역통과 역파기를 설계하였다[5]. Moreira의 방법은 성능이 비교적 우수하지만 큰 구조물에 대해선 시뮬레이션 시간이 너무 길며 시간영역의 반사계수를 사용함으로써 발생하는 필연적 오차를 갖게 된다.

이 논문에서는 역산란 이론에 근거를 둔 마이크로파대 임피던스 정합용 다단 임피던스 트랜스포머의 새로운 2단계 설계법을 제안한다. 첫 단계에서는 설계하려는 트랜스

\* 대전대학교 통신공학과 부교수

\*\* 대전대학교 통신공학과 조교수

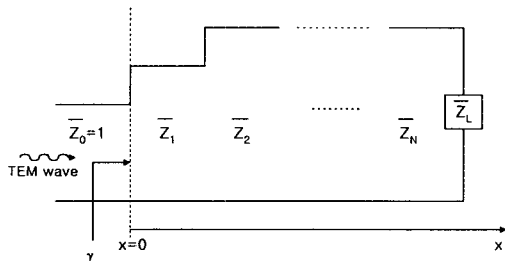
포머의 반사계수를 이용하여 가상 일차원 유전체의 유전을 분포를 추정한다. 두번째 단계에선 복원된 유전체와 동일한 반사특성을 갖는 임피던스 트랜스포머를 합성한다. 제안한 방법으로 2가지의 3단 임피던스 트랜스포머(binomial 트랜스포머, Chebyshev 트랜스포머)를 설계한 후 본 방법의 타당성을 검토한다.

## 2. 이 론

<그림 1>은 정규화 임피던스  $\bar{Z}_L$  를 갖는 부하를 특성 임피던스  $Z_0$  인 선로와 정합시키기 위한 다단 임피던스 트랜스포머를 나타낸다. 그림에서 파수(wave number)가  $k$ 인 TEM파가 입력점에 수직으로 입사한다. 이때 주파수 영역의 반사계수에 대한 비선형 Riccati 미분방정식은 다음과 같다[6].

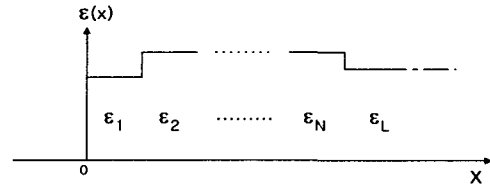
$$\frac{d\gamma}{dx} = j2\beta\gamma - \frac{1}{2} [1 - \gamma^2] \frac{d(\ln \bar{Z}(x))}{dx} \quad (1)$$

여기서  $\beta$ 는 전파상수(propagation constant),  $\gamma$ 는 반사계수,  $\bar{Z}(x)$ 는 위치  $x$ 의 정규화 국부 특성임피던스(normalized local characteristic impedance)를 나타낸다. 트랜스포머를 설계하기 위해서는 원하는 반사특성을 나타내는 특성임피던스 분포  $\bar{Z}(x)$ 를 알아야 한다. D. C. Alencar[7] 등은 여파기 설계시 변형된 소반사 이론(modified small reflections theory)을 적용하여 식 (1)로부터  $\bar{Z}$ 를 구하였는데 이 방법으로 구하면 여파기의 길이가 설계하고자 하는 여파기의 길이보다 길어진다. 따라서 신뢰성 있는 해석법에 의하여 여파기의 크기를 조정해야만 한다. Alencar의 이 방법을 임피던스 트랜스포머 설계에 적용할 경우도 동일한 문제가 발생하므로 트랜스포머의 길이를 조정해야 한다. 이 논문에서는 이러한 번거로움을 피하면서 효과적으로 트랜스포머를 설계하는 방법을 제안한다.



<그림 1> 다단 임피던스 트랜스포머

식 (1)로부터  $\bar{Z}$ 를 직접 구하는 대신 <그림 2>에서와 같이 여러 개의 균일 유전체 슬랩(homogeneous dielectric slab)으로 구성된 가상 일차원 유전체를 생각하자.



<그림 2> 여러 개의 균일 유전체 슬랩으로 구성된 가상 일차원 유전체

<그림 2>의 유전체가 <그림 1>의 임피던스 트랜스포머와 동일한 반사특성을 갖는다고 가정한다. 이때 식 (1)에서 각 단의 특성임피던스  $\bar{Z}(x)$ 는 매질의 고유임피던스(intrinsic impedance)  $\bar{Z}_{intr.}(x)$ 에 대응하며, TEM파에 대해서 다음 식이 성립한다.

$$\bar{Z}_{intr.}(x) = 1/\sqrt{\epsilon(x)} \quad (2)$$

$$\beta(x) = k\sqrt{\epsilon(x)} \quad (3)$$

식 (2)와 식 (3)을 이용하면 식 (1)은 다음과 같이 변환된다.

$$\frac{d\gamma(k, x)}{dx} = j2k\sqrt{\epsilon(x)}\gamma(k, x) + \frac{1}{4\epsilon(x)} [1 - \gamma^2(k, x)] \frac{d\epsilon(x)}{dx} \quad (4)$$

따라서 주어진 반사계수에 대하여 식 (1)에서  $\bar{Z}(x)$ 를 알아내는 문제는 식 (4)에서 유전율 분포  $\epsilon(x)$ 를 구하는 문제로 변환된다. 유전율 분포가 추정되면 식 (2)로부터 유전체의 고유임피던스 분포가 구해진다. 가상 유전체의 고유임피던스 분포가 설계하려는 트랜스포머의 특성임피던스 분포와 같다고 가정하여 트랜스포머를 합성한다. 즉, 합성된 트랜스포머는 가상 유전체와 동일한 반사특성을 갖는다.

최근에는 유전율 추정과 관련하여 일차원 불연속 매질에 대한 새로운 역산란법이 제안되었다[8]. 이 방법에서는  $\gamma^2(k, x)$ 를 무시하여 식 (4)의 Riccati 방정식을 선형근사화한 다음 분수식 선형변환(fractional linear transform)을 통하여 불연속 매질에 대하여도 적용이 가능한 유전율 분

포  $\epsilon(x)$ 의 근사식을 얻었다. 이 추정법은 선형화된 Riccati 방정식을 다루므로 그 해를 빠르고 쉽게 구할 수 있고, 위상보정상수의 도입에 의하여 비교적 정확하게 유전을 분포를 추정할 수 있는 장점을 가지고 있다. 이 추정법을 이용하여 설계하려는 다단 임피던스 트랜스포머에 대하여 주어진 반사계수로부터 유전을 분포  $\epsilon(x)$ 를 구하면 <그림 2>와 같은 유전체가 복원된다. 각각의 유전체 슬래프의 국소 고유임피던스는 식 (2)를 통하여 얻어진다. 이 고유임피던스를 트랜스포머 각단의 특성임피던스와 같다고 가정하여 트랜스포머를 합성한다. Wheeler 와 Hammerstadt의 관계식[1]을 사용하여 마이크로스트립으로 트랜스포머를 구현한다. 트랜스포머 각단의 기판은 균일한 유전율을 가지며 스트립 폭이 다른 구조로서 그 구현이 쉽다.

### 3. 설계 예

제안된 방법의 타당성을 확인하기 위하여 다음 두 가지의 다단 임피던스 트랜스포머를 설계한다. 그 중 하나는 3단 이항(binomial) 트랜스포머로서 입력 반사계수가 다음과 같이 주어진다[6].

$$\gamma = \rho_0 + \rho_1 e^{-j2\theta} + \rho_2 e^{-j4\theta} + \rho_3 e^{-j6\theta} \quad (5)$$

여기서

$$\rho_n = \frac{\bar{Z}_{n+1} - \bar{Z}_n}{\bar{Z}_{n+1} + \bar{Z}_n}, \quad n = 0, 1, 2 \quad (6)$$

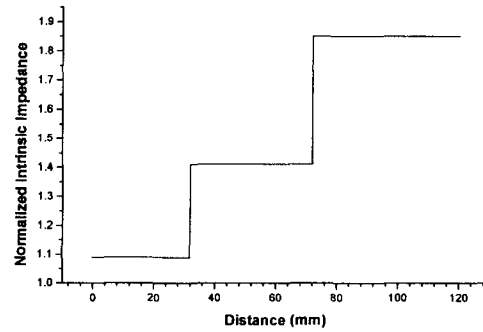
$$\rho_3 = \frac{\bar{Z}_L - \bar{Z}_3}{\bar{Z}_L + \bar{Z}_3} \quad (7)$$

$$\theta = \beta l \quad (8)$$

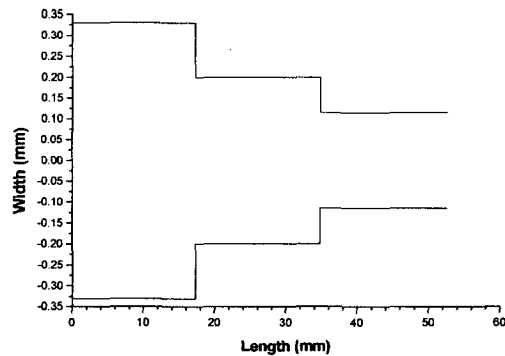
이다.  $100 \Omega$  ( $\bar{Z}_L = 2$ )의 부하를  $50 \Omega$  ( $\bar{Z}_0 = 1$ )의 선로에 정합시키는 트랜스포머를 설계한다. 반사계수가 0이 되는 정합 주파수는 2.4 GHz이다. 각 단은 동일한 전기적 길이를 가지며 정합 주파수에서  $\lambda/4$ 가 된다.

<그림 3>은 식 (5)로 주어진 반사계수를 이용하여 가상 유전체의 유전율 분포를 추정한 후 식(2)에 의하여 계산된 고유임피던스 분포를 나타낸다. 이 매질은 세 개의 균일

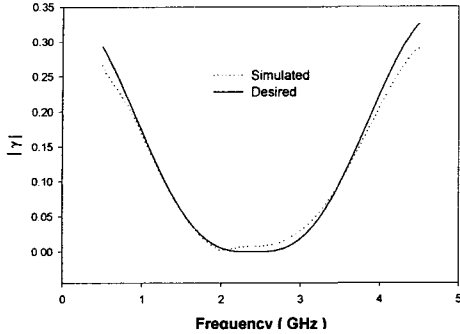
유전체 슬래프가 결합된 형태이며 각 유전체의 고유임피던스는  $\bar{Z}_{intr.1} = 1.09$ ,  $\bar{Z}_{intr.2} = 1.41$ ,  $\bar{Z}_{intr.3} = 1.85$ 이다. 이 값을 각 단의 특성임피던스로 하여 합성한 등가 트랜스포머의 마이크로스트립 패턴은 <그림 4>와 같다. 기판의 비유전율과 두께는 각각 4.4 와 0.4 mm이다. 각 단 스트립의 폭은 각각 0.6 mm, 0.40 mm, 0.23 mm이며, 각 단에 대하여 계산된 유효 비유전율은 각각  $\epsilon_1 = 3.29$ ,  $\epsilon_2 = 3.17$ ,  $\epsilon_3 = 3.06$ 이다. 각 단의 물리적 길이는 각각  $l_1 = 17.23$  mm,  $l_2 = 17.55$  mm,  $l_3 = 17.86$  mm이고, 정합 주파수  $f_0 = 2.4$  GHz에서 이들의 전기적 길이는 모두  $\lambda/4$ 이다. 설계된 트랜스포머의 반사특성은 Boulder Microwave Technologies 사의 Ensemble 5.0을 이용하여 시뮬레이션하였다.



<그림 3> 식 (5)의 반사계수를 발생시키는 가상 유전체의 복원된 고유임피던스 분포



<그림 4> <그림 3>의 복원된 가상 유전체와 동일한 반사 특성을 갖는 트랜스포머의 마이크로스트립 패턴



<그림 5> 설계된 이항 트랜스포머의 주파수 변화에 따른 반사계수의 크기 변화

<그림 5>는 설계된 트랜스포머의 주파수에 따른 반사계수의 크기변화를 나타낸다. 점선은 시뮬레이션값이고 실선은 식 (5)로 주어진 목표값을 나타낸다. 두 값이 잘 일치하므로 원하는 특성의 트랜스포머가 설계되었음을 확인할 수 있다.

두 번째 설계 예는 앞서 설계된 트랜스포머와 같은 목적을 갖는 3단 다단 임피던스 트랜스포머로서 반사계수는 다음 식으로 주어진다[6].

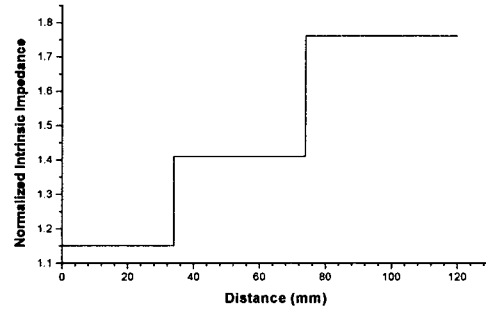
$$\gamma = \rho_m e^{-j3\theta} T_3(\sec \theta_m \cos \theta) \quad (9)$$

여기서  $T_3$ 은 3차 Chebyshev 다항식이며,  $\rho_m$ 은 통과대역 내에서 허용 가능한 최대 반사계수의 크기로 다음과 같다.

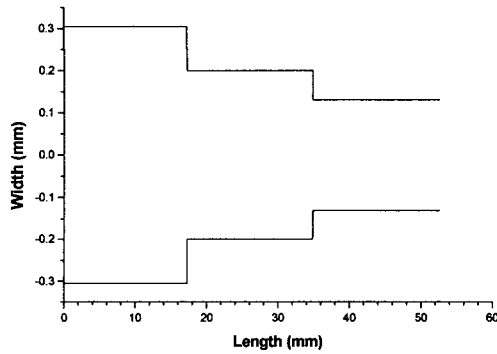
$$\rho_m = \frac{\ln(\bar{Z}_L / \bar{Z}_0)}{2T_3(\sec \theta_m)} \quad (10)$$

<그림 6>은 식 (9)의 반사계수를 발생시키는 가상 유전체의 추정된 고유임피던스 분포를 나타낸다. 각 유전체 슬랩의 정규화된 고유임피던스는  $\bar{Z}_{intr,1}=1.15$ ,  $\bar{Z}_{intr,2}=1.41$ ,  $\bar{Z}_{intr,3}=1.76$ 이다. 이 값들을 각 단의 특성임피던스로 하여 마이크로스트립으로 합성된 트랜스포머의 스트립 패턴은 <그림 7>과 같다. 기판의 비유전율과 두께는 각각 4.4 와 0.4mm이다. 각 단의 스트립 폭은 0.61mm, 0.40mm, 0.26mm이고 유효 비유전율은  $\epsilon_1 = 3.27$ ,  $\epsilon_2 = 3.17$ ,  $\epsilon_3 = 3.08$ 이다. 각 단의 길이는  $l_1 = 17.28$  mm,  $l_2 = 17.55$  mm,  $l_3 = 17.81$  mm이고, 정합 주파수  $f_0 = 2.4$  GHz에

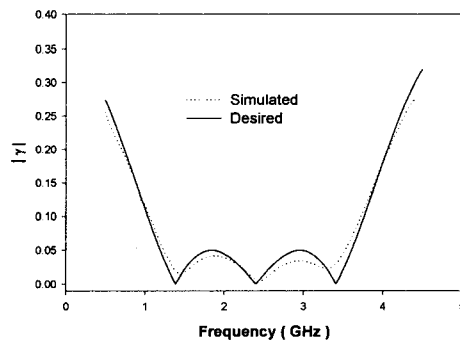
서 이들의 전기적 길이는 모두  $\lambda/4$ 이다. <그림 8>은 설계된 트랜스포머의 주파수 변화에 따른 반사계수의 크기변화를 나타낸다. 점선은 시뮬레이션값을 나타내고 실선은 목표값을 나타내는데 두 값이 잘 일치함을 알 수 있다.



<그림 6> 식 (9)의 반사계수를 발생시키는 가상 유전체의 복원된 고유임피던스 분포



<그림 7> <그림 6>의 복원된 가상 유전체와 동일한 반사 특성을 갖는 트랜스포머의 마이크로스트립 패턴



<그림 8> 설계된 Chebyshev 트랜스포머의 주파수 변화에 따른 반사계수의 크기 변화

일반적으로 잘 알려진 2가지 형태의 다단 임피던스 트랜스포머를 새로운 방법으로 설계하였다. 본 설계 예에서 주목할 점은 기존의 이항 트랜스포머나 Chebyshev 트랜스포머의 설계기법을 사용하지 않고 역산관법을 통하여 두 트랜스포머에 대한 반사계수 정보로부터 특성임피던스 분포를 알아낸 다음 트랜스포머를 합성한 점이다. 즉, 특성임피던스 분포를 알아내기 위한 등가회로 해석이 없이도 임의의 주파수 특성을 갖는 트랜스포머의 설계가 가능하다. 설계시 필요한 유일한 사전 정보는 설계하려는 트랜스포머의 주파수영역에서의 반사계수이다. 본 연구에서는 주파수영역 반사계수를 사용하였으므로, TLM에 근거한 설계법 등에서처럼 시간 영역 반사계수를 사용함으로써 발생하는 오차를 피할 수 있다.

#### 4. 결 론

일차원 매질의 유전율 추정에 관한 역산관을 이용하여 다단 임피던스 트랜스포머의 새로운 설계기법을 제안하였다. 이 방법은 설계하려는 트랜스포머의 반사계수로부터 가상 일차원 유전체의 유전율 분포를 추정하는 단계와 복원된 유전체와 반사특성이 등가인 트랜스포머를 합성하는 두 단계로 구분된다. 제안된 방법을 실제 적용하기 위한 예로 이미 잘 알려진 형태의 다단 트랜스포머를 설계하였다. 설계된 내용을 검토한 결과 반사계수 크기의 시뮬레이션 값과 목표값이 잘 일치함을 보임으로써 제안된 방법의 타당성을 검증하였다.

제안된 방법은 테이퍼 임피던스 정합선로(tapered impedance matching line)와 같이 특성임피던스가 연속적으로 변하는 전송선로의 설계에도 적용할 수 있다. 이것은 정합선로의 반사계수로부터 유전율이 연속적으로 변하는 가상 유전체의 유전율 분포를 추정한 다음, 이 유전체와 동일한 반사특성을 갖는 정합선로를 합성함으로써 가능하다.

#### 참 고 문 헌

[1] David M. Pozar, *Microwave engineering*, Addison Wesley, 1990.

[2] Ioannis T. Rekanos and Theodoros D. Tsiboukis, "An iterative numerical method for inverse scattering problems," *Radio Science* 34, pp. 1401-1412, 1999.

[3] G. H. Song and S. Y. Shin, "Design of corrugated waveguide filters by the Gel'fand-Levitan-Marchenko inverse scattering method," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 2, pp. 1905-1915, 1985.

[4] P. P. Roberts and G. E. Town, "Design of microwave filters by inverse scattering," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 43, no. 4, pp. 739-743, Apr. 1995.

[5] R. P. Moreira and Leonardo R. A. X. Menezes, "Direct synthesis of microwave filter using inverse scattering transmission-line matrix method," *IEEE Trans Microwave Theory Tech.* vol. 48, no. 12, pp. 2271-2276, Dec. 2000.

[6] R. E. Collin, *Foundations for microwave engineering*, McGraw-Hill, Inc., 1966.7.

[7] D. C. Alencar and Leonardo R. A. X. Menezes, "Direct synthesis of microwave filters using modified small reflections theory," *IEEE MTT-S IMOC '99 Proc.* pp. 183-186, 1999.

[8] C. Song and S. Lee, "Permittivity profile inversion of a one-dimensional medium using the fractional linear transformation and the phase compensation constant," *Microwave Opt Technol Lett*, vol. 31, no. 1, pp. 10-13, Oct. 2001.



**이 민 수 (Min-Soo Lee)**

1984년 2월 한양대학교 전자통신  
공학과(공학사)

1987년 2월 한양대학교 대학원 전자  
통신공학과(공학석사)

1994년 2월 한양대학교 대학원 전자  
통신공학과(공학박사)

1995년 3월~현재 대전대학교 통신공학과 부교수

관심분야 : RF회로설계, 이동통신 및 위성통신 시스템



**박 영 태 (Young-Tae Park)**

1983년 2월 한양대학교 전자통신  
공학과(공학사)

1986년 2월 한양대학교 대학원 전자  
통신공학과(공학석사)

1991년 8월 한양대학교 대학원  
전자통신공학과(공학박사)

1991년 9월~1998년 2월 동의대학교 전자공학과 부교수

1998년 3월~현재 대전대학교 통신공학과 조교수

관심분야 : EM I / EMC, 이동통신 안테나시스템,  
마이크로파 능동회로