

유압 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더 사이의 윤활해석 (제2보 : 피스톤의 왕복운동에 의한 영향)

박 태 조[†]

경상대학교 수송기계공학과, 항공기부품기술연구센터

A Lubrication Analysis between the Piston and Cylinder in Hydraulic Piston Pumps Part II : The Effect of Piston Reciprocating Motion

Tae-Jo Park[†]

School of Transport Vehicle Eng. and ReCAPT, Gyeongsang National University

Abstract – A numerical analysis between the piston and cylinder in hydraulic piston pumps under reciprocating motion is presented. A finite difference method and the Newton-Raphson method are used simultaneously to solve the Reynolds equation in the clearance and the equation of motion for the piston. The tapered piston showed stable behaviors regardless of their initial eccentric positions in the clearance, and the reciprocating speed affect highly on the piston end trajectories. Therefore, the numerical methods and results of present study can be used in the lubrication study of other piston-cylinder type fluid machineries.

Keywords –hydraulic piston pump, piston, cylinder, reciprocating motion, lubrication analysis, piston-cyl-inder mechanism.

1. 서 론

용적식(displacement type)인 유압 피스톤 펌프(hydraulic piston pump)에서는 실린더내를 왕복(reciprocating)운동하는 피스톤의 압축작용에 의하여 고압의 유압원이 생성된다. 이때, 펌프의 토출압력을 높이기 위해서는 피스톤과 실린더 사이를 비롯한 주요 상대운동부의 간극 크기를 최소화하여 내부누설을 억제해야 되지만 트라이볼로지(tribology) 분야에 관련된 많은 문제의 추가발생이 고압화에 장애요인으로 작용하고 있다. 특히, 피스톤과 실린더 사이 간극에서의 윤활특성은 피스톤 펌프의 신뢰성과 체적효율(volumetric efficiency)에 아주 큰 영향을 미치므로 이에 대한 정확한 이해가 요구되고 있다. 하지만 지금까지 이에 대한 이론적인 연구결과는 상당히 미흡하여 실제의 설계에서는 실험에

기초한 경험적인 방법에 거의 의존하고 있는 실정이다 [1-2].

Park과 Lee[3], 박태조와 전병수[4]는 운전상태, 피스톤의 형상, 원주방향 그루브(groove) 등이 윤활특성에 미치는 영향을 이론적으로 조사하였지만 피스톤이 고정된 편심상태에서 일정한 속도로 직선운동하는 경우에 한정된 결과였다. Ezato와 Ikeya[5]는 피스톤·펌프 모터의 기동 및 저속운전 상태에서의 마찰특성을 실험적으로 조사한 결과, 피스톤이 왕복운동함에 따라서 양단부의 편심상태는 아주 크게 변화함을 밝혔다. 따라서, 제반 설계변수에 의한 윤활특성을 정확하게 평가하기 위해서는 피스톤이 왕복운동하는 경우에 대한 연구의 필요성이 제기되었다. 박태조와 구칠효[6]는 사판식(Swash plate type) 유압 피스톤 펌프에서 피스톤이 왕복운동하는 경우에 대한 윤활특성을 조사하기 위하여 레이놀즈 방정식과 피스톤에 대한 운동방정식을 동시에 수치해석하였다. 이 결과, 선단부가 부분적으로 테이퍼

[†]주저자·책임저자 : tjpark@nongae.gsnu.ac.kr

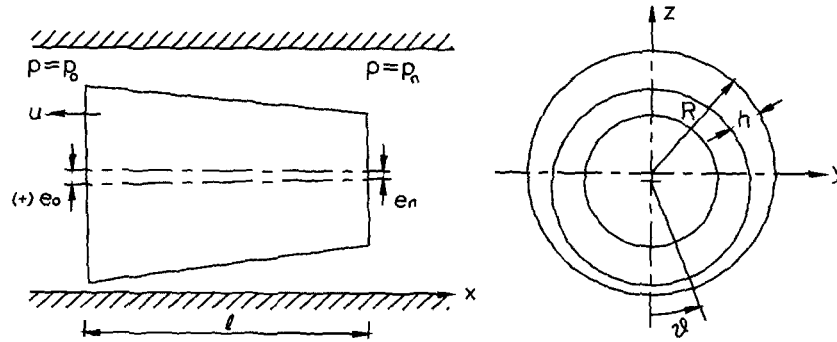


Fig. 1. Piston shape and coordinate system.

진 피스톤 형상이 피스톤 펌프의 성능향상에 크게 기여할 수 있음을 보였다. 한편, 유압 피스톤 펌프와 동일하게 피스톤-실린더 기구를 채용하는 내연기관[7-9], 왕복동형 압축기(reciprocating compressor)[10]가 왕복 운동하는 경우에 대한 유효해석 결과를 피스톤 펌프에 그대로 적용하기에는 많은 한계가 있다.

본 논문에서는 참고문헌[6]의 연구결과에 추가하여 피스톤의 초기편심 상태와 왕복속도변화가 간극에서의 유효특성에 미치는 영향을 상세하게 조사하고자 한다. 이를 위하여 참고문헌[6]과 동일하게 레이놀즈 방정식과 피스톤에 대한 운동방정식을 동시에 수치해석하고 결과를 제시하였다.

2. 기본방정식

2-1. 레이놀즈 방정식과 경계조건

Fig. 1은 본 논문에서 유효해석을 위하여 채용한 피스톤의 형상과 좌표계를 나타낸 것으로 피스톤의 양단은 실린더의 축심에 대하여 각각 e_0, e_n 만큼 편심되어 있다. 간극에서의 압력 p 는 다음 식으로 표현되는 레이놀즈 방정식을 만족한다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\eta \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (1)$$

이때, 피스톤의 양단부에 작용하는 압력조건은 다음의 식(2)과 같으며, 유체압력이 대기압 보다 낮은 영역에는 식(3)으로 표현되는 레이놀즈의 경계조건(Reynolds' boundary condition)을 만족한다.

$$x=0, p=p_0 : x=l, p=p_n \quad (2)$$

$$p = \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad (3)$$

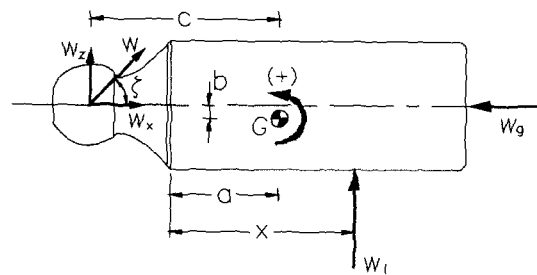


Fig. 2. Free body diagram for piston.

2-2. 유막두께식

피스톤의 형상과 실린더내에서의 편심상태가 Fig. 1과 같은 경우, 유막두께 h 는 다음 식과 같이 표현된다.

$$h = c_0 + (c_n - c_0) \frac{x}{l} - \left(e_0 + (e_n - e_0) \frac{x}{l} \right) \cos \theta \quad (4)$$

2-3. 운동방정식

Fig. 2에 나타낸 것과 같은 힘이 피스톤에 작용할 경우, 유막두께방향으로의 힘과 질량중심 G에 대한 모멘트의 평형방정식은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$-m\ddot{e}_a = w_1 + w_2 \quad (5)$$

$$I^* \alpha^* = t_a + (w_y - w_x)b - w_z c \quad (6)$$

여기서, w 와 w_g 는 각각 피스톤-슈(shoe)와 압력에 의한 힘이며, 축력 w_1 과 이에 의한 모멘트 t_a 는 각각 다음 식에서 구할 수 있다.

$$w_1 = R \int_0^l \int_0^{2\pi} p \cos \theta d\theta dx \quad (7)$$

$$t_a = R \int_0^l \int_0^{2\pi} p(x-a) \cos \theta d\theta dx \quad (8)$$

2-4. 마찰력 및 누설유량

피스톤에 작용하는 마찰력과 간극을 통하는 누설유량은 각각 다음 식에서 구할 수 있다.

$$f = R \int_0^\pi \int_0^\pi \left(\frac{h}{2} \frac{\partial p}{\partial x} - \eta \frac{u}{h} \right) d\theta dx \quad (9)$$

$$q = -R \int_0^\pi \int_0^\pi \left(\frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} - \eta \frac{h}{2} \right) d\theta \quad (10)$$

3. 수치해석

수치해석과 결과처리를 효율적으로 하기 위하여 다음과 같은 무차원변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} X &= xl/l, A = al/l, L = ll/R, H = h/c_o, \tau = \omega t, k_n = c_n/c_o, \\ \epsilon_o &= e/c_o, \epsilon_n = e_n/c_n, P = p/p_d, \lambda = 6\eta ul/p_d c_o^2, \\ \Psi &= 12\eta \omega l^2/p_d c_o^3, W_i = w_i/\pi R^2 p_d, T_i = t_i/\pi R^2 l p_d, \\ F &= f c_d/\pi R^3 p_d, Q = 6\eta q l/\pi R p_d c_o^3, M = c_o \omega^2 m/\pi R^2 p_d, \\ I &= c_o \omega^2 I^*/\pi R^2 l^2 p_d \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, $p_d = |p_n - p_o|$ 이다.

식(1)~식(3)의 무차원화된 형태는 순서대로 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} \right) + L^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) = \lambda \frac{\partial H}{\partial X} + \Psi \frac{\partial H}{\partial \tau} \quad (12)$$

$$X = 0, P = P_o : X = 1, P = P_n \quad (13)$$

$$P = \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (14)$$

식(4)의 무차원식과 이의 무차원 시간변화율은 각각 다음과 같다.

$$H = 1 + (k_n - 1)X - \{ \epsilon_o + (k_n \epsilon_n - \epsilon_o)X \} \cos \theta \quad (15)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = -\{ \dot{\epsilon}_o + (k_n \dot{\epsilon}_n - \dot{\epsilon}_o)X \} \cos \theta \quad (16)$$

한편, 식(5)와 식(6)을 무차원화한 후 이를 피스톤 양단부에서의 편심가속도에 대한 식으로 나타내면 다음의 식(17), 식(18)과 같다.

$$\ddot{\epsilon}_o = \frac{AT_i}{I} - \frac{W_i}{M} \quad (17)$$

$$\ddot{\epsilon}_n = \frac{1}{k_n} \left\{ \frac{(A-1)T_i}{I} - \frac{W_i}{M} \right\} \quad (18)$$

식(9)와 식(10)의 무차원화된 형태는 각각 다음과 같

이 나타내어진다.

$$F = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\pi \left(H \frac{\partial P}{\partial X} - \frac{\lambda}{3H} \right) d\theta dX \quad (19)$$

$$Q = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial X} - \lambda H \right) d\theta \quad (20)$$

수치해석을 위하여 균일한 격자계를 사용한 경우에 대한 식(12)의 유한차분형태는 다음 식과 같다[6].

$$\begin{aligned} &H_{i+1/2,j}^3 (P_{i+1,j} - P_{i,j}) - H_{i-1/2,j}^3 (P_{i,j} - P_{i-1,j}) \\ &+ L^2 \frac{\Delta X^2}{\Delta \theta} \{ H_{i,j+1/2}^3 (P_{i,j+1} - P_{i,j}) - H_{i,j-1/2}^3 (P_{i,j} - P_{i,j-1}) \} \\ &= \lambda \Delta X (H_{i+1/2,j} - H_{i-1/2,j}) + \Psi \Delta X^2 \frac{\partial H}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서, $\Delta X, \Delta \theta$ 는 각각 X, θ 방향으로의 격자간격이다.

식(21)의 수치해석시에 $P_{i,j}$ 가 음(-)인 영역에는 식(14)의 레이놀즈 경계조건을 적용하여 반복계산하며, 식(17)과 식(18)의 뉴우턴-랩슨법(Newton-Rapson method)을 적용한다. Fig. 3는 수치해석을 위한 순서

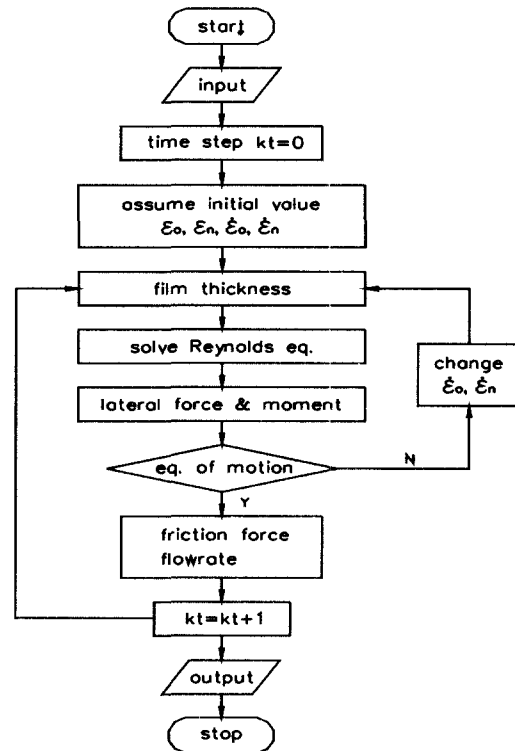


Fig. 3. Flow chart for numerical analysis.

도이며, 보다 상세한 해석과정은 참고문헌[6]에 나타내었다.

4. 결과 및 고찰

본 논문에서는 유압 피스톤펌프에서 피스톤의 초기 편심 상태와 왕복속도변화에 따른 피스톤 양단부의 편심궤적, 피스톤에 작용하는 마찰력 및 간극을 통하는 누설유량의 변화를 조사하였다. 수치해석결과는 편심 방향의 초기속도가 $\dot{\epsilon}_o(0) = \dot{\epsilon}_n(0) = 0.0$ 이고 $k_n=2$ 의 테이퍼진 형상에 대하여 나타내었다.

Fig. 4~Fig. 6에는 양단부의 초기편심상태가 서로 다른 피스톤이 왕복운동을 시작한 이후의 10주기 동안에 대한 양단부 편심궤적을 나타내었다. 초기편심상태의 큰 차이에도 불구하고 10번 정도의 왕복운동을 한 이후에는 편심궤적이 아주 비슷하게 되었다. 즉, 이러한 결과는 피스톤이 고압측으로 테이퍼진 형상이므로 간극에서 발생하는 유체압력은 피스톤을 실린더

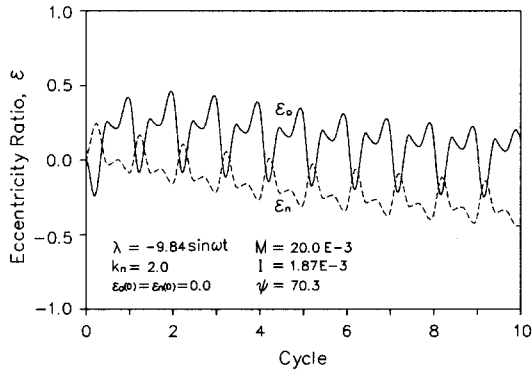


Fig. 4. Transient piston ends trajectories. $\epsilon_o(0) = \epsilon_n(0) = 0.0$.

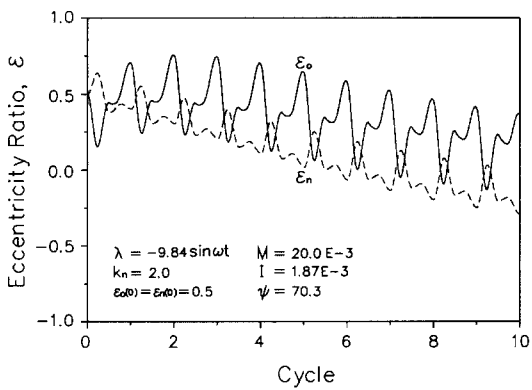


Fig. 5. Transient piston ends trajectories. $\epsilon_o(0) = \epsilon_n(0) = 0.5$.

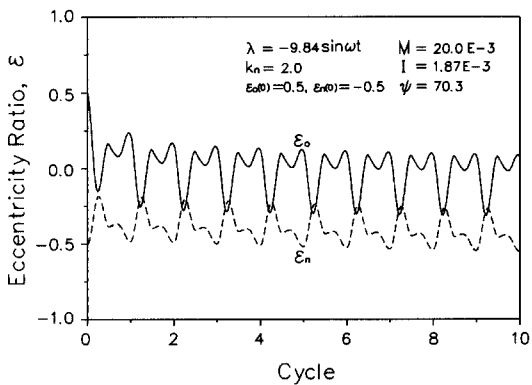


Fig. 6. Transient piston ends trajectories. $\epsilon_o(0) = 0.5, \epsilon_n(0) = -0.5$.

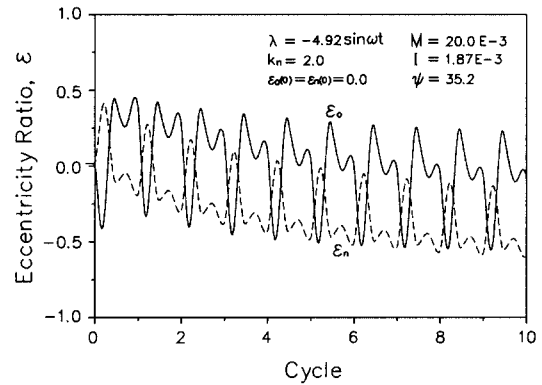


Fig. 7. Transient piston ends trajectories. $\epsilon_o(0) = \epsilon_n(0) = 0.0$.

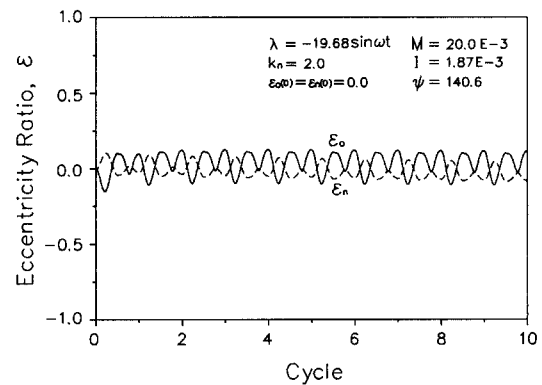


Fig. 8. Transient piston ends trajectories. $\epsilon_o(0) = \epsilon_n(0) = 0.0$.

중앙부로 보내게 하는 Centering force로 작용함을 의미한다. 참고로, 단순한 원통형 피스톤일 경우에는 피스톤의 선단부가 실린더 내벽쪽으로 급격하게 편심된다[6]. 따라서, 고압측으로 테이퍼진 형상으로 피스톤을 설계하는 것이 윤활성능상으로 크게 유리함을 알 수 있다.

Fig. 7과 Fig. 8에는 Fig. 4와 초기편심상태는 동일하지만 왕복속도가 이의 절반과 2배인 경우에 대한 편심계적을 각각 나타낸 그림으로 왕복속도는 피스톤의 궤적에 아주 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 즉, 저속에서는 반경(편심)방향의 요동(oscillation)이 크게 나타나는 것은 피스톤이 실린더 내벽과 접촉할 가능성이 상대적으로 높다는 것을 의미한다. 이러한 결과는 유압유의 윤활작용에 의하여 간극에서 발생하는 유체압력이 낮기 때문에 피스톤-슈로부터 피스톤 선단부에서

작용하는 힘이 피스톤의 편심방향 거동에 보다 큰 역할을 하기 때문인 것으로 생각된다. 이와 반대로 고속 운전에서는 간극에서 발생하는 높은 압력이 Centering force로 작용하기 때문에 피스톤의 요동은 작아진다. 따라서, 피스톤 펌프의 사양이 동일할지라도 저속운전일 경우의 윤활조건이 보다 가혹할 것으로 쉽게 추정할 수 있다.

Fig. 9와 Fig. 10에는 왕복속도에 따른 정상상태 2주기 동안의 피스톤에 작용하는 마찰력과 간극을 통하는 누설유량의 변화를 각각 나타낸 결과로 피스톤이 고속으로 운전할수록 유압유의 점성저항과 전단속도는 커지기 때문에 마찰력과 누설유량은 증가한다.

이상의 결과에서 나타낸 것과 같이 피스톤의 왕복속도는 유압 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더 사이의 윤활특성에 큰 영향을 미치므로 최적의 설계조건을 확립하기 위해서는 다양한 조건에 대한 추가연구가 요구된다.

5. 결 론

본 논문에서는 유압 피스톤 펌프에서 피스톤의 초기 편심상태와 왕복속도변화에 따른 피스톤과 실린더 사이 간극에서의 윤활특성을 조사하기 위하여 레이놀즈 방정식과 피스톤에 대한 운동방정식을 확립하고 유한 차분법과 뉴우턴-랩슨 방법을 사용하여 이를 수치해석하였다. 이 결과, 고압측으로 테이퍼진 형상의 피스톤은 초기편심상태에 관계없이 정상상태에서 안정된 평형상태를 유지하므로 윤활특성이 우수할 것으로 예측되었다. 또한, 왕복속도의 크기는 피스톤의 편심계적에 큰 영향을 미치며, 특히 저속으로 운전될수록 반경방향으로의 요동이 크게 되므로 윤활상태는 보다 가혹할 것으로 추정되었다. 따라서, 본 논문에서 제시한 해석 방법과 결과는 유압 피스톤 펌프뿐만 아니라 피스톤-실린더 기구를 채용하고 있는 다양한 형태의 유체기계의 윤활해석과 성능향상에 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 논문은 2001년도 두뇌한국21사업과 과학기술부·한국과학재단 지정 항공기부품기술연구센터의 지원에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

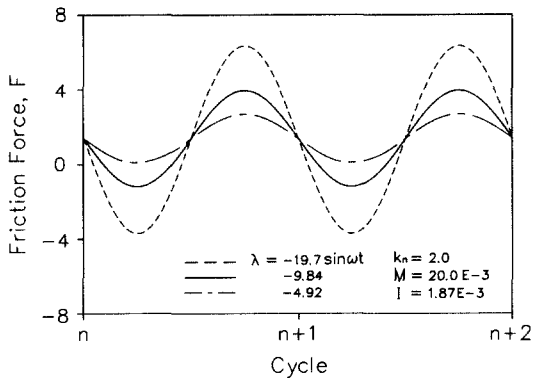


Fig. 9. Steady state friction force acting on the piston. $\epsilon_s(0) = \epsilon_n(0) = 0.0$.

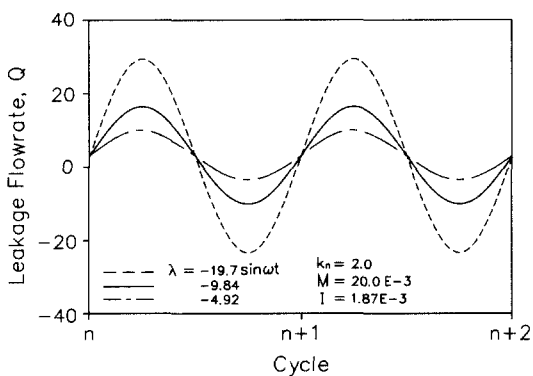


Fig. 10. Steady state leakage flow rate. $\epsilon_s(0) = \epsilon_n(0) = 0.0$.

참고문헌

1. Backé, W., Grundlagen der Ölhydraulik, IHP, RWTH Aachen, 1988.
2. Backé, W. and Rinck, S., Analysis der Schadenmechanismen an einer Radialkolbenpumpe und Berechnung der durch Konstruktive Verbesserungen erzielbaren Kolbenkräfte verringering, Research Report, IHP, RWTH Aachen, 1990.
3. Park, T.J. and Lee, C.O., 1993, Hydrodynamic Lateral Force on a Tapered Piston Subjected to a Large Pressure Gradient, *Proc. of 3rd ICFP*, pp.44~48.
4. 박태조, 전병수, 1998, 유압 피스톤 펌프의 피스톤과 실린더 사이의 윤활해석, 제1보 : 피스톤 형상에 의한 영향, 한국윤활학회지, Vol.14, No.1, pp.64~69.
5. Ezato, M. and Ikeya, M., 1986, Sliding Friction Characteristics between a Piston and a Cylinder for Starting and Low-Speed Conditions in the Swash-plate Type Axial Piston Motor, *Proc. of 7th Int. Fluid Power Sympo.*, pp.29~37.
6. 박태조, 구철효, 1999, 사판식 유압 피스톤 펌프에서의 윤활해석, 대한기계학회 추계학술대회논문집, pp.962-967.
7. Li, D.F., Rohde, S.M. and Ezzat, H.A., 1982, An Automotive Piston Lubrication Model, *ASLE Trans.*, Vol.26, No.2, pp.151~160.
8. Zhu, D., Cheng, H.S., Arai, T. and Hamai, K., 1992, A Numerical Analysis for Piston Skirts in Mixed Lubrication - Part I : Basic Modeling, *J. of Tribology*, Vol.114, pp.553~562.
9. Gommed, K. and Etsion, I., 1993, Dynamic Analysis of Gas Lubricating Ringless Pistons - Basic Modeling, *J. of Tribology*, Vol.115, pp.207~213.
10. Prata, A. T., Fernandes, J. R. S. and Fagotti, F., 1998, Numerical Simulation of the Piston Secondary Motion in Reciprocating Compressor, *Proc. of the Perdue Compressor Tech. Conf.*, pp.165~170.

기호설명

a	: $x = 0$ 에서 피스톤 질량중심까지의 거리 (Fig. 2 참조)
c	: 피스톤-슈에서 질량중심까지의 거리 (Fig. 2 참조)
c_n	: 동심상태에서의 실린더와 피스톤 사이의 최대간극
c_o	: 동심상태에서의 실린더와 피스톤 사이의 최소간극
e_o	: 피스톤 질량중심에서의 편심량
e_n	: $x = l$ 에서의 편심량
e_o	: $x = 0$ 에서의 편심량
I^*	: 피스톤의 질량관성모멘트
l	: 피스톤부의 길이
m	: 피스톤 질량
R	: 피스톤의 반경
t	: 시간
t_i	: 피스톤에 작용하는 모멘트의 합 (식(6)의 우변합)
u	: 피스톤의 축방향 속도
w_i	: 피스톤에 작용하는 합력 (식(5)의 우변합)
w	: 피스톤 슈에서 피스톤에 작용하는 힘
x	: 피스톤의 길이방향 좌표계
α^*	: 피스톤의 틸팅 각기속도
\ddot{e}_o	: $X = 0$ 에서의 편심가속도, $\ddot{e}_o/c_o\omega_r^2$
\ddot{e}_n	: $X = l$ 에서의 편심가속도, $\ddot{e}_n/c_o\omega_r^2$
η	: 유압유의 절대점도
θ	: 원주방향 좌표계
ω	: 동력전달축의 원주방향 각속도