大韓數學敎育學會誌 數學敎育學硏究 第 11 卷 第 2 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XI, No.2, 351-362. Dec 2001

Piaget의 발생적 인식론과 역사발생적 원리

민 세 영*

I. 서론

일반적으로 Piaget의 이론은 새 수학 운동의 인식론적, 심리학적 바탕이 되었던 이론으로서 역사발생적 원리와 반대되는 개념으로 받아들여진다(Bruner, 1960). 그러나 Piaget와 Garcia와의 공동연구인 'Psychogenesis and the history of science'(1989)는 Piaget가 역사발생적 원리를 옹호하는 것으로 해석되어 이와 관련된 여러 연구에 영향을 주었다. 이에 따라 Piaget의 발생적 수학인식론이 역사발생적 원리를 지지하지 않는 것으로 보는 해석에 대한 논란이 제기된다. Piaget 이론에 대한 해석이 현대수학을 조기에 가르치고자 하는 새 수학 운동의 이론적 기반이 되었다고 본다면, Piaget의 발생적 인식론이 역사발생적 원리를 옹호한다는 해석은 최근의 역사발생적 원리에 기초한 수학교육론의 인식론적 기반으로 작용할 수 있다. 이와 같이 같은 이론에 대한 두 가지 해석은 서로 반대되는 교육 실제를 가져올 수 있다. 이에 본 연구에서는 Piaget의 발생적 인식론과 그 해석의 문제 및 역사발생적 원리에의 시사점에 대해 고찰한다.

II. Piaget의 발생적 인식론

(1) Piaget 이론의 연구 방향

전통적인 인식론은 철학의 한 분과로서 지식의 본질과 지식을 획득하는 방식에 관하여 연구하며 기존의 지식이나 그 지식의 분석에 관심이 있었다. 이에 비하여 Piaget는 인식의 문제를 철학적 관점에서 보지 않고, 생물학적 관점과 심리학적 관점에서 인식의 문제를 연구하였다. 전통적인 인식론과 Piaget의 발생적 인식론의 차이는 지식의 발달을 고려하느냐 하지 않느냐에 있으며(박재문, 1998, p.120), 이러한 차이는 Haeckel의 재현의 법칙이 전성기를 누리고 있을 때 생물학자로서 교육받았던 Piaget의 개인적인 배경에서 연유한다고 볼 수 있다. 생물학을 연구하면서 Piaget는 유기체가 환경에 보다 잘 적응하기 위하여 그 구조가 여러 세대를 걸쳐 점진적인 발달을 해왔다는 것에 주목하였고, 사고의 구조인 인지구조도 점진적인 발달을 한다고 생각하였고 이러한 생각을 기초로 독창적인 발생적 인식론을 연구하였다.

Piaget는 발생적 인식론의 연구방법으로 개인의 지적 발달을 이해하기 위하여 임상적 관찰과 질문으로 이루어진 실험 연구에 기초한 심리발생적 방법(psychogenetic method)과 집단 지식의 발전을 연구하기 위하여 발견의 연속을 기술하는 것이 아니라 지식의 일부를 역사적으로 재구성하는 역사비평적 방법(historical-critical

* 서울대 대학원

method)을 사용하였다(Gallardo, 2001, p. 121).

Piaget의 연구는 일반적으로 아동에 관한 연구로 알려져 있다. 그는 '인간이 사고하고 추론하는 것을 어떻게 학습하는가?'라는 문제에 대해 접근할 수 있는 길을 아동에 관한 연구를 통하여 얻을 수 있다고 믿었고 아동에게서의 개념의 개체발생에 관하여 연구하였다. 다음의 글은 그의 그러한 생각을 보여준다.

> 발생적 인식론은 지식의 형성과 의미를 둘 다 다룬다. 우리는 다음과 같은 용어로 우리의 문제를 형식화할 수 있다: 인간의 마음은 어떻게 보다 높은 지식의 상태로 나아가는가? ..심리학과 발생적 인식론의 관점에서 우리의 문제는 보다 낮은 수준의 지식에서 보다 높은 수준의 지식으로의 이행은 어떻게 이루어지는가? 이러한 이행의 본질은 사실에 입각한 문제이다. 이 행은 역사적이거나 심리학적인 것이거나 혹은 생물학적인 것이다. 발생적 인식론의 근본 가정은 지식의 논리적, 합리적인 조직에서 이루어지는 진보와 그에 대응되는 형성적인 심리적 과정 사이에는 평행성이 있다는 것이다. 그것이 우리의 가정이라면 어떤 분야를 연구해야 하는가? 물론 가장 성과가 있고 분명한 연구 영역은 인간의 역사-선사시대 인간의 사고의 역사를 재구성하는 것이다. 불행히도 우리는 원시인들에 관하여 알고 있는 것이 없다. 생물발생의 이런 영역을 이용할 수 없기 때문에 우리는 생물학자들이 하듯이 개체발생을 다룰 것이다. 이러한 관념의 개체발생보다 더 접근가능한 것은 없다. 우리 주위에는 아동이 있다. 우리는 아동을 연구함으로써 논리적 지식, 수학적 지식, 물리적 지식의 발달을 연구하는 좋은 기회를 갖는다. 이 것이 내가 이 책에서 이후에 다룰 내용이다. (Piaget, 1970, pp. 12-13)

Hamlyn(1990, p. 94)은 다음과 같이 Piaget의 이론의 근거를 생물학적인 것과 철학적인 것에서 찾고 있다.

> Piaget의 이론의 근거는 하나는 생물학적인 것이며 다른 하나는 철학적인 것이다. 생물학적 접근은 지적 성장을 생물학적 발달의 도식에 맞추어 설명함으로써 유기체의 성장방향이 배원질에 따라 결정된다는 전성설과 지적 성장이 전적으로 경험에 좌우된다고 보는 견해 사이의 제3의 가능성을 모색하려고 한다. Piaget는 종의 진화라는 수준에서 이 문제를 논의하면서 신다위주의와 라마르크주의 사이의 중간노선을 찾으려고 한다. Piaget는 어느 경우에나 이 제 3의 가능성을 주장한 사람으로 Waddington을 들고 있다. 한편, 철학적 접근은 지적 성장을 인식론의 문제로 보고 경험론과 합리론 사이의 제 3의 가능성을 모색하려고 한다. 인식론적인 면에서 제3의 가능성은 Kant의 철학에 의하여 대표된다. 이러한 관점에서 보면 인지발달 단계의 필연성은 인간의 이해에 관한 Kant의 설명에서 범주가 가지는 필연성과 유사한 것이다.

Hamlyn의 말에서도 볼 수 있는 것처럼 기본적으로 Piaget의 연구는 생물학적인 관점에서 이루어졌으며 그가 사용하고 있는 여러 용어는 생물학에서 사용하는 용어이다.

Piaget는 'Biology and Knowledge'(1971)에서 '지적 기능은 유기체적 조절작용의 연장이며, 외부세계와의 상호작용을 조절하기 위하여 별도로 분화된 기관을 이루고 있다'고 가정하며 유기체적 조절작용과 인지적 과정, 지식의 과정 사이의 유사성을 통하여 인지적 구조와 지식의 구조가 유기체의 구조에서 연유된다는 것을 보이고자 하였다. 결국 Piaget는 지적 성장의 원리를 생물학적 발달의 원리와 동일한 것으로 보고 있는 것이다. 실제로 "발생적 인식론의 목표는 지식의 자발적인 발달은 생물학적 유기체에 그 근원을 갖고 있고 논리적-수학적 구조의 구성을 향해 간다는 것을 보여주는 데 있다는 것을 상기시키기 원한다"(Piaget, 1989, p. 274)는 말에서 Piaget의 기본적인 생각을 알 수 있다. 예를 들면, 논리는 행동의 일반적인 조정에서 연유되며 행동의 일반적인 조정은 신

경계의 조정에 기초한다고 본다. 즉, 논리·수학적 개념은 생물학적 유기체의 구조를 출발점으로 하여, 감각·운동적 schèmes을 거쳐, 행동과 조작의 일반적 조정으로부터 '반영적 추상화'에 의해 구성된 조작이라고 본다.

(2) Piaget의 인지구조

Piaget의 이론에서 schèmes은 중요한 역할을 한다. schèmes은 행동과 조작을 반복 가능하게 하고 일반화할 수 있게 하는 인지구조를 말하는 것으로, 적응과 조직이라는 불변하는 기능을 갖고 있고 적응은 다시 동화와 조절로 이루어지며 이러한 기능은 유전적으로 타고나는 것이다. schèmes은 적응상황에서 일반화되거나 분화되고 다른 schèmes가 조정되면서 보다 일반적인 구조로 재구성되어 간다.

동화와 조절은 기능적 언어로서 동화는 구조의 존재를 보여준다. 외부세계로부터의 자극은 이전의 구조와 통합되는 정도까지만 행동에 작용하거나 수정할 수 있다. 동화는 주로 생물학적인 개념이다. 예를 들면, 음식을 소화함으로써 유기체는 환경을 동화시킨다. 이것은 환경이 내적인 구조에 종속하지만 그 역은 아니라는 것을 의미한다. 예를 들면, 토끼는 양배추를 먹지만 양배추가 되지는 않는다. 이것은 심리학적인 수준에서도 마찬가지이다. 자극이 무엇이든지 그것은 내적인 구조에 통합된다. 그러나 조절이 없이는 동화가 이루어질 수 없다. 왜냐하면 동화 schèmes은 일반적이고 그것이 어떤 특별한 상황에 적용되자마자 상황의 특별한 환경에 따라 수정되어야 한다. 조절은 특별한 상황에 대한 schèmes의 적응이다. 조절은 대상에 의하여 결정되며 반면에 동화는 주체에 의하여 결정된다. 그때, 하나의 schèmes나 다른 schèmes에 동화되는 것에 대한 조절이 항상 있기 때문에 동화 없이 조절이 이루어질 수 없는 것처럼, 유사한 schèmes은 일반적이고 특별한 상황에서 항상 조절되어야 하기 때문에 조절 없이는 동화가 이루어질 수 없다. 지적인 행동에서 동화와 조절은 서로를 손상시키지 않고 오히려 서로를 지원하기 때문에 균형이 존재한다. Piaget는 동화와 조절 사이의 균형을 적응이라고 부른다. 균형을 안정적인 것이며, 균형화는 움직이지 않는 천칭과 같은 정적인 균형이 아니라 역동적인 과정이다.

이러한 schèmes의 기능은 어린 아동에게서뿐만 아니라 학자나 과학자에게 있어서도 마찬가지이다. 학자나 과학자는 이론을 가지고 그 이론을 매우 다양한 상황에 적응시킨다. 예를 들면, 역학에서 운동의 보존이라는 동일한 법칙이 매우 다른 상황에서 이용된다. 이러한 모든 상황에 대한 동화 schèmes의 적응이 조절이다.

Piaget에 의하면, 조작이란 내면화된 가역적인 행동이다. 비가역적인 행동은 구조화되면서 가역적이고 조작적인 행동이 되어 조작의 구성과 더불어 조작적 구조가 존재하게 된다. 또한 안다는 것은 조작하는 것이며, 지능은 행동의 조정으로부터 나타나는 점진적인 균형화의 산물인 조작체계이며, 모든 수학도 조작체계이다. 조작을 내면화된 행동이라고 볼 때, 조작기 이전에도 행동의 구조는 이미 있으며, 감각운동기 단계에서 매우 발달된 구조인 이동군(group of displacement)을 볼 수 있다. Piaget(1970, p. 44)는 아동에게서 볼 수 있는 이동군에 대하여 다음과 같이 설명한다.

> 7세가 된 아동은 기하학자들이 이동군이라고 부르는 것을 포함하여 공간에 대한 실제적인 관념을 갖게 된다. 즉, 어느 한 방향으로의 움직임은 다른 방향으로의 움직임에 의하여 상쇄될 수 있고 공간에서의 어떤 위치는 다양한 경로는 통해서 도달할 수 있다는 것을 이해하게

된다. 이것은 실제적인 지능이며, 사고의 수준에서 되는 것도, 아동의 표상에서 되는 것도 아니며 아동은 이러한 지능을 갖고 공간 속에서 행동할 수 있다. 더욱이 이런 종류의 조직화는 표현하기 위하여 언어를 사용하기 전인 몇 개월된 유아에서도 볼 수 있다.

Piaget는 구조가 이미 형성되거나 결정되어 있다고 가정하는 일반적인 구조주의자와 자신이 기본적으로 다르다고 말한다. 그는 모든 구조는 구성된다고 생각한다.

> 지식은 주체와 객체의 상호작용이다....나는 주체가 그의 지식을 구성하고 그의 구조를 구성한다고 생각한다.... 나는 발달의 한 단계에서 다른 단계로 가는 지식에서 새로운 것이 무엇인지 설명하는 데 관심이 있다.
>
> (Bringuier, 1980, p.19, 재인용)

Piaget는 구조는 인간의 마음이나 우리가 인지하고 조작하는 외부의 세계에서 미리 주어지는 것이 아니라고 본다. 구조는 개인의 활동과 대상의 반응 사이의 상호작용에 의하여 구성된다. 구조는 발생에 있어서, 곧 주체가 새로운 환경을 만날 때마다 요구되는 균형화의 단계이며 다른 구조를 구성하는 기능을 한다. 내적인 무질서, 혼란, 모순이 없는 내적인 일관성과 조직에 대한 필요성 때문에 구조가 요구된다. 주체는 무언가를 구성해야 하고 문제를 극복해야 한다. Piaget에 의하면 지능은 새로운 환경에의 적응이며 따라서 구조는 계속적으로 구성되고, 각 단계와 각 수준에 대하여 그에 대응하는 구조가 있다. 예를 들면, 전조작기의 직관적 사고는 카테고리를 이루고 있으며, 구체적 조작은 군성체를, 형식적 조작은 군과 속의 구조를 이루고 있다고 본다.

Piaget는 유기체적 구조가 발달할 때 앞 단계는 다음 단계를 위해 반드시 필요하다는 의미에서 계열적이며 어떤 단계도 건너뛸 수 없으며, 이것은 지능의 인지적 기능의 발달단계에서도 마찬가지라고 생각한다. 또, 생물의 발생이 모두 예정된 것이 아니라 환경과 상호작용을 한다는 Waddington의 후성설(epigenesis)을 언급하며 개인차는 종류가 다른 것이 아니라 정도의 차이라고 설명한다(Bringuier, 1980, p. 38). Waddington은 유기체가 그 기능을 발휘하려면 반드시 거쳐야 하는 발달의 경로를 'chreods'라는 용어로 나타내었는데, Piaget는 개인이 그 지적 발달의 과정에서 거쳐야 하는 단계들이 이 chreods와 유사한 것이며 발달의 과정에서 필연적으로 거쳐야 하는 단계라고 본다.

결국 Piaget는 지능의 발달의 과정에서 어느 한 단계에서 형성된 구조들이 그 이전에 형성된 구조나 관계를 논리적으로 가정하기 때문에 즉, 복잡한 것은 단순한 것을, 추상적인 것은 구체적인 것을 논리적으로 가정하기 때문에 반드시 일정한 순서대로 이루어진다고 주장하는 것이다.

(3) 반영적 추상화와 개념 발달의 메카니즘

Piaget는 지식의 발달 과정의 한 수준에서 다른 수준으로 재조직하는 과정에서, 경험적인 추상화(empirical abstraction)와 반영적 추상화(reflective abstraction)를 구별한다. 경험적인 추상화는 대상 자체로부터 단지 그 공통성질을 이끌어 내는 것이고, 반영적 추상화는 주체의 활동과 조작으로부터 생긴다. 이러한 반영적 추상화는 더 낮은 수준(예를 들면, 행동 체계)으로부터 더 높은 수준(예를 들면, 표상)으로 옮기는 투사(projection)와 투사에 의해 옮겨진 것을 더 넓은 체계 내에서 재구성하고 재조직

하는 반성(reflection)으로 이루어진다. 경험적 내용을 단순히 관찰하는 수준에서 일부에서 모두로, 또는 특수에서 일반적인 것으로의 확장적 일반화와 달리, 반영적 추상화는 새롭게 종합하는 것으로, 충분한 의식 없이 어떤 조작이 수단적 역할을 하는 단계로부터 이러한 동일한 조작이 주제화되어 새로운 이론의 발달에 이르게 하는 이후의 단계로의 변화를 이룬다. 이러한 반영적 추상화는 구조가 계속 변환되어 간다는 것을 보여준다. 재구성되어가는 내용은 이전의 구조 속으로 동화될 수 없기에 부분적으로 새로운 구조로 통합되어야 한다. 반영적 추상화에 의한 이러한 구성 양식은 계속되는 각 수준에서 무한히 반복되며, 인식의 발달은 구조의 새로운 조직의 창조와 새로운 내용의 첨가를 번갈아 함으로 끊임없이 새로워지고 확장되는 메카니즘의 결과이다.

Piaget의 관심은 개념의 내용이 아니라 그 구성의 공통된 수단과 메카니즘에 있다. 가장 일반적인 유형의 메카니즘은 추론의 본질과 관련된다. 과학사와 심리발생의 모든 수준에서 추론은 경험적 추상화뿐만 아니라 반영적 추상화에 관계된다. 역사적 순서와 심리발생의 순서 사이의 대응을 설정하려는 것이 아니라 역사상의 한 시기에서 다음 시기로의 변환을 중재하는 메카니즘이 심리발생의 한 단계에서 다음 단계로의 변이를 중재하는 메카니즘에 유사하다는 것을 보이는 것이 Piaget의 관심이며 그는 이러한 메카니즘의 특징을 intra-object, inter-object, trans-object의 수준으로 보고 있다. 이러한 특징이 개념의 심리발생과 역사적 발달의 모든 수준에서 발견된다는 그의 연구의 결론이다. 이러한 메카니즘의 일반성과 발달의 전체적인 순서 내에서뿐만 아니라 모든 하위수준에서도 발생한다.

Piaget와 Garcia(1989)에 의하면 intra-object 단계는 서로 다른 개별적인 형태로 표현될 수 있는 내조작적(intraoperational) 관계를 그 특징으로 하며 대상의 내적인 요소에 관련되고, 이 내적인 요소들은 서로 결합될 수 없으며, 불변성을 전제로 하는 어떤 변환도 포함하지 않는다. inter-object 단계는 intra-object 수준에서의 관계들 중에서의 대응과 변환, 그리고 그러한 변환이 필요로 하는 불변성을 특징으로 한다. trans-object 단계는 구조로 특징지을 수 있다. 즉, 간조작적(interoperational) 변환 사이의 관계의 구조를 다룬다. 또한 이러한 메카니즘의 각 단계는 하위수준을 포함하며 그 하위수준은 똑같은 계열을 따른다. 예를 들면, 초조작적 단계는 trans-intra, trans-inter, trans-trans라는 하위수준을 가질 수 있다.

Piaget는 'Psychogenesis and the history of science'(1989)에서 intra-object, inter-object, trans-object의 개념발달의 메카니즘에 따라 기하학과 물리, 대수의 역사발생과 아동에게서의 심리발생을 분석하였다. 대수에 관한 내용은 졸고(1998)에서 살펴보았기에 본 논문에서는 기하학에 관한 Piaget의 분석을 간략하게 살펴보고자 한다.

기하학에서의 역사발생과 심리발생의 공통된 메카니즘의 처음 단계는 intrafigural 단계로 도형의 내적인 요소에 관심을 갖는다. 도형 사이에는 공간이 없다. 역사적으로 보면 Euclid는 공간에 대한 일반적인 이론을 만들지 않았고 단지 도형에 대한 이론을 만들었다. 이와 마찬가지로 아동은 공간에 관심이 없고 단지 도형 자체에만 관심을 가지며, 열린 도형과 닫힌 도형, 곡선도형과 직선도형, 직각을 가진 도형과 직각이 없는 도형, 변의 개수가 다른 도형들을 구별한다. 이 단계에서 아동은 두 직선이 서로 만나면서 서로 수직인 경우에는 쉽게 한 도형으로 그리지만, 두 직선 외의 다른 참조물을

이용하여 그려야 할 때는 수평인 직선과 수직인 직선을 정확히 그리지 못한다. 예를 들면, 아동은 경사진 지붕 위에 굴뚝을 그릴 때 수직인 직선을 그리는 것이 아니라 지붕에 수직이 되도록 경사진 직선을 그린다.

두 번째 단계는 interfigural로 특징지을 수 있는데 이것은 좌표축과 관련된다. 역사적으로 이 단계는 해석기하, 사영기하와 관련된다. 한 점은 두 좌표축의 함수이며 한 평면에서 한 점의 위치를 결정하기 위하여 두 가지를 측정해야 한다. 아동이 7세 내지 8세가 되면 interfigural한 단계를 보여준다. 아동은 한 점의 위치를 결정하고 싶을 때 예를 들면, 다른 종이의 같은 위치에 점을 찍고 싶을 때, 적어도 두 가지를 측정하게 되며 이것은 단지 행동에서 나타난다. 즉, 아동은 이론을 갖고 있지 않으며 아동의 행동에서 이것을 볼 수 있을 뿐이다.

세 번째 단계는 transfigural 단계로 기하학적 관계가 체계를 형성하기 시작한다. 역사적으로는 Klein의 Erlangen 프로그램에서 시작된 기하의 대수화의 단계이다. 이때 모든 기하는 이동군 또는 변환군으로 환원된다. 아동에게서 이동군 또는 변환군을 이루는 행동을 볼 수 있다.

요약하자면, intrafigural 단계는 각각의 요소들에 관심이 있고, interfigural 단계는 다른 것과의 관계 속에서 보는 것이 시작되는 단계이며, transfigural 단계는 구조를 발견하는 대수화가 이루어진다. 즉, 요소에서 시작해서 구조로 가는 것이 심리발생과 역사발생에서의 자연스러운 순서이다.

III. 평행성과 역평행성에 관한 해석

지금까지 Piaget 이론의 연구 방향과 인지구조, 개념발생의 메카니즘에 관하여 살펴보았다. 그의 연구에 따르면 개념발생의 메카니즘은 개인이 이전 지식을 기초로 하여 새로운 것을 동화하고 통합하는 것을 설명하는 일반적인 과정이며 심리발생과 역사발생에 있어서 동일한 메카니즘이 존재한다. 그러나 일반적으로 Piaget의 이론은 수학의 역사발생과 개인에 있어서의 수학의 심리발생 사이의 역평행성을 보여주는 것으로 이해된다. 그렇다면 이런 해석상의 문제가 왜 발생하였는지 그리고 Piaget의 발생적 인식론은 역사발생적 원리의 인식론적 근거가 될 수 있는지를 살펴보자.

먼저 역평행성에 관한 논의를 살펴보자. 실제로 Piaget의 여러 실험은 수학의 역사발생과 개인에 있어서의 수학의 심리발생의 순서가 서로 반대라는 것을 보여주는 것으로 이해될 수 있다.

예를 들어, 변환군 아래에서의 도형의 불변성으로서, 곡선의 개폐성, 내부, 외부, 경계점, 순서, 연결성, 길이 등을 생각해 볼 때, 이들은 차례로 위상변환군, 사영변환군, 아핀변환군, 닮음변환군, 합동변환군 아래에서의 불변성으로 포개어져 들어간다. 그런데, Piaget의 실험결과에 따르면 아동의 도형 인식은 위에서 제시한 순서로 발달되며 이는 기하의 역사적 발달의 역순이 되는 것으로 이해되었다. 또한 함수 개념의 역사적 발생은 비례관계, 변수, 특수한 대응관계의 순서로 이루어져 왔는데, 아동의 함수 개념의 발달에 관한 Piaget의 연구는 함수 개념의 심리적 발생은 대응에서 시작하여 역사적 발생의 역순으로 이루어진다고 주장하는 것으로 이해되었다. 인지구조에 관한 설명에서 그는 언어 이전의 감각운동기 단계에서 매우 발달된 구조인 이동군을 볼 수 있으며 현대 수학의 모구조는 아동의 행동과 조작의 schèmes 가운데 잠재적인 형태로 존재한다고 주장한다.

Piaget는 Cantor가 일대일대응 조작을 바탕으로 집합론을 건설한 것을 행동과 조작의 schèmes으로부터 반영적 추상화에 의한 수학의 구성의 두드러진 예로 들고 있다. 그런데, 일대일대응 조작은 구체적 조작 단계에서 구성되는 기본적 조작이며, 조작에 주목하여 수학적 의미를 부여함으로써 현대수학의 발달에 결정적 계기를 마련한 것은 19세기말에 이르러서였다. 따라서 이와 같은 논의만을 본다면 그가 역사발생과 심리발생에서의 개념발달의 메카니즘의 평행성을 보이고자 한 것은 모순처럼 보인다.

또한 Bruner의 '교육의 과정'에 인용되어 있는 Inhelder의 보고서는 Piaget의 발생적 인식론이 역사발생과 역평행하다는 해석을 뒷받침한다.

> 특별히 수학 교육과정의 선후관계에 관련된 문제가 있다. 흔히 한 교과에 관한 아동의 지적 발달의 계열은 그 교과에 나오는 개념의 역사적 발달 순서보다는 그 교과 자체 내의 논리적 순서에 더 가깝다. 예컨대, 한 도형이 다른 도형에 접해 있다든가, 떨어져 있다든가, 안에 들어 있다든가 하는 위상적 개념은 유클리드 기하나 사영기하의 개념보다 수학사상으로는 나중에 발달한 개념이지만 아동의 발달 과정상으로 보면 먼저 형성된다. 사실, 한 교과의 구조를 가르칠 때, 그 자체의 올바른 논리적 순서를 따라 가르칠 것인가, 아니면 역사적 발달의 순서를 따라 가르칠 것인가를 결정하는 데 있어서 만약 전자를 택할 이유가 있다고 하면 바로 이것이 그 이유이다. (Bruner, 1996, p. 108)

그러나 Bringuier가 기록한 다음과 같은 Piaget의 입장은 이러한 해석과 다름을 볼 수 있다(Bringuier, 1980, p. 93).

> 지식의 시초를 볼 때 아동에게서 볼 수 있는 과정과 매우 유사한 과정을 볼 수 있다.... 과학의 초기에는 -즉 물리학이 막 형성되고 있던 시기- 역사는 아동에게서 관찰했던 단계들과 놀라운 정도로 일치한다는 것을 보여준다.

실제로 앞에서 살펴본 것처럼 Piaget는 기하학의 발달에 있어서 역사발생과 심리발생의 공통된 메카니즘이 존재한다고 주장하며 다음과 같이 말한다.

> 기학학적 구조화의 시작은 intrafigural하고 역사적 순서에 합치하는 것이 사실이지만, 우리는 역사상의 진화와 달리 이론적 순서와 일치하여 아동이 고려하는 최초의 공간적인 형태는 본질적으로 위상적이고 그 후에 Euclid적인 도형과 사영적인 도형을 다룰 줄 안다는 것에 주목하였다. 그러나 intrafigural 수준에서 역사적 계열의 전도(inversion)가 있지만, 우리는 최초의 위상적 직관이 발견되는 행동의 수준과 도형에 관한 추론을 주제화하는 수준 사이의 차이점을 구별해야 한다. 도형에 관한 추론을 주제화하는 수준에서는 주변과 위상적 공간에 관한 morphism들의 상호작용이 원시적인 것과는 거리가 멀다. (Piaget & Garcia, 1989, p. 113)

즉, 도형 자체에 주목하여 도형의 개폐성 등과 관련된 위상적인 것, 군과 관련된 것이 아동의 발달 초기에 나타나기에 역사적 순서와 반대라고 해석할 수 있지만 그 메카니즘에 주목하여 생각하면 그것이 주제화되어 구체적으로 다루어지는 것은 역사발생의 순서에서와 같다는 것이다.

평행성과 역평행성에 관한 해석에 있어서 주의해야 할 점은 '의식화'라고 볼 수 있다. 앞에서 살펴본 역평행성에 관한 해석과 관련된 Piaget의 주장들은 무의식적 차원 곧 의식화가 되지 않은 상태에서의 발달을 보여주는 것이라고 생각할 수 있다. 즉, 무의식적인 면에서 보자면 역사와 개인의 발달 사이에 역평행성이 있다고 볼 수 있다. schèmes은 무의식 속에 있어서 당연한 것으로 여겨지기에 의식적으로 수

학적 사고로 반영되는 오랜 시간이 걸리기에 Piaget의 인식론은 반영적 추상화에 의한 수학의 발달상, 행동과 조작의 곧 심적 고고학으로서의 수학의 발달상을 제시한다는 해석(우정호, 2000, p. 236)은 타당하다.

개인의 행동의 대부분은 자신의 인지적 활동에서 문제에 대한 답을 얻는 과정에서 행동이 지속되는 동안 무의식적인 상태로 남아있다. 의식하게 되는 것은 행동 이후에 되며, 의식화에 대한 필요가 없으면 일어나지 않는다. Piaget(Bringuier, 1980, pp. 89-96)에 의하면 의식하게 되는 것은 행동에 대한 개념적인 재구성이 이루어지는 것이며, 행동에 대한 해석과 설명이 가능해지는 것이다. 이에 대해 Piaget는 행동의 국면과 개념화의 국면을 구별해야 한다고 말한다. 아동에게 있어서 행동은 아동 앞에 놓인 실제 문제와 관련된 것이며 아동은 그 이상은 생각하지 않는다. 개념화 곧 이론화는 행동에 의하여 발견되는 것을 개념과 학설로 번역하여 발견된 것을 이해하게 한다. 행동이 처음에 이루어지고 분류와 개념화는 이후에 이루어진다. 마찬가지로 과학이 이론으로 발전하기 전에는 단지 하나의 테크닉으로서 존재할 뿐이다.

수학의 역사적 발달은 결국 무의식적으로 존재하던 것을 이론화한 역사라고 볼 수 있으며 의식화의 측면에서 볼 때 개인에게 있어서도 무의식적으로 존재하던 것이 의식화되는 과정은 역사적 과정과 일치하게 된다. 즉, Piaget가 역사와 개인에게 있어서의 개념발달의 메카니즘이 평행하다고 보는 주장은 의식화의 차원에서 생각하고 있는 것이며 다음과 같은 Piaget의 말에서 이것을 확인할 수 있다.

> 인류의 진보와 개인의 발달 사이의 이러한 유사성에서 행동과 의식화되는 이론 사이에 존재하는 관계를 발견하게 된다. 그것이 바로 두 메카니즘 사이의 가장 놀라운 평행성 중의 하나이다. 수학사의 모든 시기에서 수학자들은 그가 의식하고 있지 못하고 있는 도구를 사용한다. Euclid는 변환군을 계속 사용하였지만 군의 아이디어는 Galois에 이르러서야 나타났다. Euclid에게 있어서 군은 의식되지 않고 행동에서만 존재하였다. (Bringuier, 1980, pp. 96-97)

박교식(1992)은 함수 개념의 발생에 관한 Piaget의 주장에 대한 해석과 관련하여 수학적 개념의 발명 과정은 심리적 발생과 그 후의 반성적 분석이라는 두 과정으로 이루어지며, 심리적 발생은 아동이 단지 행동과 조작으로 보여주는 사고 곧 자각되지 않는 무의식적인 사고에 관련되며, 반성적 분석은 사고의 의식적인 자각에 관련된다고 본다. 그의 해석에 따르면, 지식을 논리적이고 이성적으로 조직하는 연역적 전개 과정과 지식의 심리발생 과정 사이에는 평행성이 있지만, 지식을 연역적으로 전개하기 위해 보다 더 근원적이고 일반적인 것을 찾아가는 반성적 분석의 과정은 지식의 연역적 전개 과정과 역평행하므로, 지식의 심리발생 과정과도 역평행하며 역사발생의 과정과는 평행하다. 즉, 심리적으로 최초에 발생된 것이 반성적 분석에서는 최후에 나타나므로, 원초적이고 자동적인 행동 양식일수록, 그것을 의식적으로 깨닫는 것은 더욱 늦게 이루어진다. 따라서 그는 아동에 의한 함수 개념의 이해도 심리적 발생과 그 후의 반성적 분석이라는 두 과정을 순차적으로 거쳐야 한다고 보며 Piaget의 이론이 대응에 기초한 함수교육을 지지하는 것이 아니라는 점을 지적한다.

또한 Piaget의 관심은 개념의 내용이 아니라 그 구성의 공통된 수단과 메카니즘에 있다는 점을 생각해야 한다. Piaget는 다음과 같이 주장한다.

> 어떤 한 시기에서 다음 시기로의 과학적 사고의 역사 과정에서 이루어지는 진보는 드문 경우를 제외하고는 무작위한 방식을 따르는 것이 아니라 심리발생에서처럼 계열적인 단계의 형식으로 연속적으로 배열될 수 있다... 어떤 역사적 시기에서 다음 시기로의 전이를 중개하는 메카니즘은 어떤 심리발생의 한 단계에서 다음 단계로의 전이를 중개하는 메카니즘과 유사하다. (Piaget & Garcia, 1989, pp. 27-28)

평행성과 역평행성에 과한 해석에 있어서 한 가지 언급해야 할 사실은 Piaget 자신이 Bringuier와의 1969년의 인터뷰에서는 역사와 개인의 발달 사이의 평행성을 과장해서는 안된다고 말하였지만, 그의 이러한 입장은 바뀌어서 1975년에는 평행성에 대한 연구에 전념하였다는 점이다(Bringuier, 1980, p. 48). 이것은 그 동안의 연구에 의하여 평행성에 대한 Piaget의 확신이 더 커졌다는 의미일 수도 있지만, 그 전의 Piaget의 연구에서는 평행성에 대한 그의 주장을 명확하게 하지 않고 있었다는 의미도 된다. 또한 구조주의가 모든 학문을 주류를 형성하고 있던 시기에 Piaget의 이론은 구조라는 이름으로 아동의 행동을 설명하였기에 역사발생과 반대되는 구조라는 관점에서 그의 이론을 해석하게 되었다고 볼 수 있다.

이상에서 Piaget의 발생적 인식론과 역사발생과의 관계에 있어서 평행성과 역평행성의 해석의 차이와 그 차이가 어디에서 연유하는지 살펴보았다. Piaget는 의식화의 측면에서 심리발생과 역사발생에서의 개념발달의 메카니즘이 유사하다 곧 평행하다는 것을 주장하고 있음을 알 수 있다. 행동과 조작의 논리는 무의식적인 것이며 일반적인 것에서 특수한 것으로 진행된다. 그러나 의식적 사고는 특수한 것에서 일반적인 것으로 진행된다. 무의식적 사고 양식을 교육적인 관점에서 논의할 때 일반에서 특수로 나아가야 할 것을 주장하는 것 같지만 의식적 사고는 특수에서 일반으로 나아갈 것을 주장하고 있다. 따라서 Piaget의 발생적 인식론은 교육에서 역사발생과 반대로 해야 한다는 것을 주장하는 것이 아니며 오히려 역사발생을 지지하고 있다고 볼 수 있다.

여기서 한 가지 지적할 것은 Piaget는 개체발생과 종족발생 사이의 평행성의 존재는 믿지만, 그러한 평행성의 메카니즘으로서 Haeckel의 재현은 부인한다는 사실이다. 일반적으로 개체발생은 종족발생을 재현한다는 Haeckel의 재현의 법칙을 역사발생적 원리와 동일한 것으로 해석한다. 물론 역사발생적 원리와 Haeckel의 재현의 법칙을 동일한 것을 보는 관점은 논의의 여지가 있지만 이 점에 관해서는 본 논문에서 다루지는 않겠다. 개체발생과 종족발생 사이의 평행성에 관하여 Piaget는 평행성은 사실이지만 종족발생은 개체발생의 원인이 되지 않으며 두 독립적인 발달의 계열은 인간의 마음의 구조 자체에 의해서 유사한 경로를 밟는다고 본다. Piaget는 이러한 유사한 경로를 chreods라는 개념으로 생각하고 있는 것이며 역사발생과 심리발생의 평행성을 가정하고 있다.

그러나 Piaget의 이러한 주장과 달리, 일찍이 발생적 인식론은 어떤 수학 개념의 심리적 발달의 순서는, 그 개념의 역사적 발달의 순서보다는 그 개념 자체의 논리적 전개의 순서에 더 가깝다는 것을 주장하고 있는 것으로 이해되었고, 수학교육자들 특히 새수학에 참여하였던 수학교육자들은 Piaget의 이론이 바로 수학 개념을 논리적 순서로 교육하는 것의 심리학적 근거가 될 수 있다고 이해하였다.

새수학이라는 수학교육개혁운동이 목표로 한 교육과정은 학문중심 교육과정이라 불리며, 학문중심 교육과정은 Bruner가 '교육의 과정'에서 소개한 지식의 구조라는 개념을 그 이론적 배

경으로 하고 있다. 지식의 구조는 일반적으로 각 학문의 일반적인 개념과 원리 또는 학문 고유의 사고 방식이나 탐구 방법을 가리키는 것으로 이해된다.

학문중심 교육과정을 특징짓는 대표적인 아이디어는 지식의 구조와 발견학습이지만 실제 수학교육 개혁 운동에서 개혁의 핵심은 현대수학이었다. 그 당시 수학교육 개혁 운동을 주도하고 있었던 사람들은 자신의 전공 분야에서 첨단을 걷는 이름난 수학자들이었으며, 이들은 교육이론이나 심리학적 지식이 아닌 자신의 학문 분야 곧 수학의 가장 새로운 지식을 토대로 하여 초중등학교의 교육과정을 다시 구성하는 것에 관심이 있었고 새로운 현대적인 내용을 많이 교육과정에 넣고자 하였으며 현대수학의 특징을 교재 구성에 반영하여 교재를 논리적으로 전개하고 전문 용어나 기호를 사용하고 엄밀함과 정확함을 강조하고자 하였다.

이런 관점에서 볼 때 인지구조를 Bourbaki의 모구조를 사용하여 설명하고 아동에게서 일대일대응 조작을 볼 수 있다고 하는 Piaget의 연구는 새수학의 주도하던 사람들의 관점과 맞는 것이었고 Piaget의 연구를 역사발생적 과정과 역평행인 것으로 해석하여 현대수학을 앞세우게 되었고 이에 따라, 집합론이 초등수학에 조기에 도입되고 교재의 내용이 집합론을 사용하여 전개되었으며 함수는 순서쌍의 집합이라는 대응 개념으로 도입되었다. 앞에서 인용하였던 Inhelder의 보고서에서 Inhelder는 '학문의 역사적 발달이 문화적인 또는 교육학적인 관점에서 중요시되어야 할 경우가 전연 없다는 뜻은 아니다'(Bruner, 1996, p. 108)라고 덧붙이고 있기는 하지만 주장하는 바는 학문의 논리적 순서대로 가르쳐야 한다는 것이다.

새수학의 여러 문제점이 나타나면서, Kline과 Polya 등 75명의 수학자들은 연명으로 수학교육 현대화 운동에 대한 비판을 게재하였는데, 그들의 비판의 요점은 수학자가 교육방법을 희생하고 수학 내용을 중시하고 있으며 능력이 있는 학생만을 중시하고 대다수의 학생을 희생시키고, 고전적인 수학과 발견의 정신을 소홀히 하고, 추상적 개념의 도입을 너무 서두르고 있다고 비판하며 그 대안으로 역사발생적 방법을 제시하였다(Kline, et al., 1962).

따라서 이러한 과정을 통하여 Piaget의 발생적 인식론은 새수학과 연관된 것으로, 역사발생적 원리와 반대되는 개념으로 인식되게 되었다. 그러나 앞에서 살펴본 것처럼 Piaget의 이론은 역사발생적 원리와 반대되는 것이 아니라 오히려 역사발생적 원리의 인식론적 기초가 될 수 있다. 실제로 Piaget의 이론은 수학사를 수학교육에 적용하고자 하는 많은 연구들을 자극하였다. 예를 들면, Sfard(1995)는 심리학적 발달과 역사적 발달 사이의 관계를 다룰 때 Piaget의 이론을 참조로 한다. Kaput(1994)는 미적분 지도와 관련된 구상에서 Piaget의 메카니즘을 근거로 한다.

IV. 결론

새수학 운동의 기본 전제가 되었고 일반적으로 역사발생적 원리와 반대되는 개념으로 받아들여졌던 Piaget의 발생적 인식론은, Psychogenesis and the history of science(1989)를 계기로 역사발생적 원리를 옹호하는 것으로 해석되어 이와 관련된 여러 연구에 영향을 주었다. 이에 따라 Piaget의 발생적 인식론과 역사발생적 원리와의 관계에 대한 질문 곧 평행성이냐 역평행성이냐라는 질문이 제기된다. 본 논문에서는 그러한 해석의 차이와 그 차이가 어디에서 연유하는지 살펴보았다.

Piaget는 의식화의 측면에서 심리발생과 역사발생에서의 개념발달의 메카니즘이 유사하다곧 평행하다는 것을 주장하고 있다라고 볼 수 있으며, 역사발생적 원리와 반대된다는 즉 역평행하다는 해석은 무의식적인 측면을 강조한 것이며 새수학과 연관된 해석임을 알 수 있다. 오히려 Piaget의 발생적 인식론은 역사발생적 원리를 옹호하고 있다고 해석할 수 있으며 이러한 해석은 역사발생적 원리에 기초한 수학교육의 이론적 기반으로 작용할 수 있다는 점과 이에 기초한 연구들이 있다는 것을 알 수 있었다.

역사발생적 원리의 인식론적 배경으로 Piaget를 생각할 때, 일반적으로 Piaget의 이론이 교육에 있어서 무엇을 함의하는가라는 문제, 곧 교육이 어디에 개입될 것인가 하는 문제에 대하여 어느 정도 답할 수 있다. Piaget에 따르면 개인이 구성할 수 있고 그것이 내재적으로 갖고 있다는 것은 하나의 가능성을, 곧 교육을 위한 가능성을 주는 것이라 할 수 있으며 개인의 개념발생 과정과 유사한 역사발생 과정을 참조로 하여 학습을 위한 처방을 할 수 있다는 것이 가능해진다. 그러나 구체적인 실천을 위해서는 여러 개념에 발달과정에 대한 역사적 분석이 선행되어야 할 것이다.

참고문헌

민세영 (1998). Piaget의 개념발달의 메커니즘과 대수의 역사. 대한수학교육학회논문집, 8 (2), 485-494.

박교식 (1992). 함수 개념 지도의 교수현상학적 접근. 박사학위 논문. 서울대학교 대학원.

박재문 (1998). 지식의 구조와 구조주의. 서울: 교육과학사.

우정호 (2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울: 서울대학교 출판부.

Bringuier, J. C. (1980). *Conversations with Jean Piaget.* Chicago: University of Chicago Press.

Bruner, J. S. (1960). *The Process of Education.* 이홍우 (역)(1996). 교육의 과정. 서울: 배영사.

Gallardo, A. (2001). Historical-epistemological analysis in mathematics education: Two works in didactics of algebra. In R. Sutherland, T. Rojano & A. Bell(Eds.), *Perspectives on School Algebra* (pp. 121-139). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Hamlyn, D. W. (1978). *Experience and the growth of understanding.* 이홍우 외(공역)(1990). 경험과 이해의 성장. 교육과학사.

Kaput, J. J. (1994). Democratizing acsess to calculus: New routes to old roots. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 77-156). Hillsdale, N.J. : L. Erlbaum Associates.

Kline, M., et al.(1962). On the mathematics curriculum of the high School. *American Mathematical Monthly, 69,* 189-193.

Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology.* New York: Columbia university press.

Piaget, J. (1971). *Biology and knowledge : An essay on the relations between organic regulations and cognitive processes.* Edinburgh: Edinburgh University Press

Piaget, J., & Garcia, R. (1989). *Psychogenesis and the history of science.* New York: Columbia University Press.

Sfard, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. *Journal of Mathematical Behavior,* 14, 15-39.

Piaget's genetic epistemology and the historico-genetic principle

Se-Young Min (Graduate School, Seoul National University)

Piaget's genetic epistemology has been known as the basis of the 'New Math' and as the opposite point of view to the historico-genetic principle. But these days Piaget's theory is considered to support the historico-genetic principle so that it influences many studies. This study shows the reason of the difference of interpretations of Piaget's theory.