

사회수학적 규범과 수학교실문화

방정숙*

I. 들어가는 말

최근의 수학 교수·학습에 관한 연구에서 '사회적(social)' 이라는 용어는 그것이 구체적으로 무엇을 뜻하든지 간에 빈번히 인용되는 경향이 있다. 수학 학습이 궁극적으로 개개 학생이 가지고 있는 지식 체계의 재구조화를 통한 산물이나 또는 사회·문화적 참여를 전제로 한 산물이나 하는 것에 대해서는 수학교육자들 사이에 빈번한 논의가 있어 왔고, 이와 비슷한 맥락에서 사회적 상호작용의 역할 역시 개별 학습자의 인지적 갈등을 일으키기 위한 촉매제로 이해하거나 또는 학습자가 공동체내에서 수학을 배우고 의사소통하고 활용하는 것 등을 배우기 위한 핵심요소로 다루기도 한다(Cobb, 1994; Confrey, 1991; Sfard, 1998). 어느 관점에 기초하건, 교실의 다양한 사회문화적 양상이 학생들의 학습 기회를 구조화하며, 결과적으로 그들의 수학적 이해 정도에 영향을 끼친다는 것은 수학교육자들 사이에 일반적으로 받아들여진다.

학교수학을 위한 비전과 방향을 제시하는 표준집(Standards) 역시 수학 교수·학습 과정에서 사회적 양상의 중요성을 반영하고 있는데, 이는 학생들이 경험하는 수학은 기본적으로 어떻게 배웠느냐와 밀접하게 연관된다는 가정에 기

초한 것이다(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1991, 2000). 부연하면, 수학적으로 사고하고 수학적 성향을 개발하는 것 뿐만 아니라 수학적 개념과 절차에 대해서 학생들이 배우는 것 역시 학생들이 참여한 수학 활동 및 사회적 상호작용에 의존한다는 것이다. 특히, 수학적으로 생각하고 판단하고 의사소통하고 증명하고 가치를 부여하는 것 등의 독특한 수학적 사고 양식은 실제 그와 같은 활동이 강조되고 환영받는 교실 상황에 처하지 않고서는 제대로 학습될 수 없는 것이므로, 규준집에서는 전통적으로 학교 수학을 통해 강조되던 내용영역 뿐만 아니라, 문제해결, 추론과 증명, 의사소통, 표상, 연결 등의 수학적 과정 영역이 강조되어 왔던 것이다(NCTM, 1989, 2000). 이는 결국 비정형적인 문제를 해결하는 능력, 논리적으로 탐구하고 추측하고 추론하는 능력, 수학에 대해 그리고 수학을 통해 의사소통하는 능력, 수학의 여러 영역간에 또는 다른 지적활동간에 아이디어를 연결하는 능력, 자신감과 수학적 성향의 개발 등을 포함하는 수학적 힘(mathematical power)의 개발이라는 학교수학의 목적 달성과도 일맥상통한다고 볼 수 있다(NCTM, 1991, 2000).

이와 같은 관점에서, 수학 교실 역시 물리적 공간이나 또는 단순히 개개 학생들의 집합체라기보다는 여러 가지 방법으로 수학적 아이디어

* 한국교육학술정보원

를 논의하는 수학 공동체로서 여겨지고, 무엇이 정당인가에 대해서도 교사의 일방적인 판단이나 교과서의 전통적인 권위보다는 수학에서 타당하다고 여겨지는 논리와 증거에 기초하여야 함이 강조된다(NCTM, 1991, 2000). 또한 주어진 수학 문제를 해결하기 위한 일련의 절차를 획득하기보다는 수학적 아이디어를 바탕으로 다양한 방법으로 접근하는 방법을 배우는 것으로 수업의 초점이 옮겨간다. 결국 수학 교수·학습 과정과 관련하여 수학교실문화 자체가 새로운 연구 초점으로써 부각되는 것이다.

사회수학적 규범(sociomathematical norms)은 “학생들의 수학 활동에 독특한, 전체수업 토론의 규범적인 양상”(Cobb & Yackel, 1996, p. 178)으로써, 수학 교실 문화를 이해하고 분석하는데 매우 중요한 개념이다. 사회수학적 개념은 일종의 사회적 규범(social norms)이지만, 후자는 교실 활동의 일반적인 패턴, 교사나 학생의 기대, 의무, 역할 등과 같이 교실의 참여 구조를 구성하는 특색으로, 어느 교과에나 적용 가능한 일반적인 개념인데 반해, 전자는 해당 교실 상황에서 특별히 수학적인 설명과 정당화에 관련된 규범으로(Cobb & Bauersfeld, 1995; Yackel & Cobb, 1996), 특히 수학교육자에게 흥미를 부여하는 개념이다.

수학 교수법의 변화가 어떻게 해당 교실에서 학생들이 경험하게 되는 학습기회로의 변화로 전환될 수 있는지 그 정도를 알아보기 위해서 수학교실문화를 분석할 때, 해당 교실에서 형성되는 일반적인 사회적 규범이 아니라 사회수학적 규범이 바로 수학 교수·학습의 질을 반영해 준다는 점에서 사회수학적 규범은 중요한 역할을 한다(Pang, 2000). 본 논문에서는 사회수학적 규범에 대한 기저를 자세히 분석하고, 이를 바탕으로 이론의 현 상태를 규명하고, 그 유용성 정도를 탐색한다. 마지막으로 수학교실

문화와 관련하여 사회수학적 규범의 재개념화를 제안한다.

II. 사회수학적 규범의 기저

본 장에서는 사회수학적 규범이라는 개념을 소개한 Cobb과 그의 동료들의 연구를 바탕으로 사회수학적 규범의 기저에 관해서 집중적으로 검토한다. 또한 기존의 연구에서 수학교육 개혁의 기본 취지를 반영하는 수학 교수 방법과 관련하여 사회수학적 규범이 어떻게 활용되었는지도 분석한다.

사회수학적 규범에 관한 문헌 분석을 통해 드러난, 가장 흥미로운 특징 중의 하나는 이론적 관점을 개발하는 것과 해당 연구 교실에서의 교수실험 사이에 상호의존성이 있다는 것이다. Cobb과 그의 동료들은 탐구 중심의 초등학교 수학 교실을 배경으로 연구·개발 프로젝트를 수행하면서, 동시에 연구 교실에서 자신들이 경험하는 것과 관찰하는 것을 이론화하려고 노력했다(Cobb & Bauersfeld, 1995).

O'Connor(1998)에 따르면, “[Cobb과 그의 동료들은] 자신들의 비전을 어떤 기존의 이론적 범주아래 포함되는 것으로 전환하지 않는다; 그 대신에, [연구 프로젝트와 관련된] 개개 교실의 독특성과 그것에 관한 자신들의 이해를 보존시키는 방향으로 이론을 고집스럽게 만들어간다”(p. 58). Yackel과 Cobb(1996) 자신은 이 과정을 다음과 같이 기술한다.

이론적 관점을 개발하는 것과 [교실에서의] 특정한 사건 및 상황을 이해하는 것 사이에는 반사적(reflexive) 관계가 있다. 특정한 것에 관한 분석을 통해서 무엇이 설명되어야 할 필요가 있는지 재고하게 되고 설명력 있는 개념을 고안하게 된다. 역으로, 고려해야 할 특정한 것을

선정하는 것은 연구자의 이론적 관심 방향을 반영해 주는 것이기도 하다. (p. 459)

따라서, 사회수학적 규범이라는 개념의 기저를 검토하기 위해서는 이론적 근간과 해당 연구 교실에서의 수학 교수·학습 상황 둘 다를 분석할 필요가 있겠다. 본 논문에서는 우선 이론적 관점을 먼저 분석하고, 어떻게 이 관점이 특정한 수학 교실 실제와 관련되는지, 그리고 이러한 교실 실재를 통해서 어떻게 사회적 또는 사회수학적 규범이 설명되는지를 살펴본다.

1. 이론적 기저

수학교육에서 Cobb의 일차적인 관심은 구성주의의 틀 안에서 개별 학생들이 특정한 수학적 내용을 개념적으로 어떻게 이해하는지 분석하는 것이었다(Cobb & Steffe, 1983). 하지만, 사회적 상황에서 학생들의 수학 학습을 분석하기 위해서 교실 수업에 기초한 프로젝트를 수행하게 되면서, 초기의 이론적 관점만으로는 분석이 불충분함을 알게 되었다(Cobb, Wood, & Yackel, 1993). Cobb은 상징적 상호작용론(symbolic interactionism)과 민속방법론(ethnomethodology)을 참조하면서, 자신의 심리학적 구성주의 관점을 확장하기에 이르렀는데, 이는 이미 상징적 상호작용 이론을 수학 교육에 받아들여 학습 공동체로서의 교실에서 일어나는 수학 학습의 상호작용적 또는 사회적 본질을 강조해 온 독일 학자들과 공동 연구를 하게 되면서 일어난 일이다(예, Bauersfeld, 1995; Voigt, 1995, 1998; Bauersfeld, Krummheuer, & Voigt,

1988).

Cobb과 그의 동료들에 의하면, 수학 교수·학습에 관한 구성주의적 관점과 사회학적 관점은 학생들의 학습 과정을 설명하는데 있어서 상호보완성을 가진다는 측면에서 서로 조정된다(Cobb, 1994; Cobb & Bauersfeld, 1995; Cobb & Bowers, 1999). 구성주의적 관점은 학습이 가지는 사회적 양상의 본질을 완전하게 설명하지 못하고, 역으로, 사회학적 관점은 개별 학생의 수학적 이해를 완전하게 기술하지 못한다. 결국, Cobb과 그의 동료들은 개별 학생의 수학적 개념에 관한 분석은 그 학생이 사회적 상호작용과 학습에 관련된 대화를 통한 교실문화 속에 참여한 양상에 관한 분석과 병행되어야 한다고 역설한다. 여기서 강조할 것은 수학 학습에 관한 개별적인 양상들이 사회적 (또는 집단적) 양상들에 종속되는 것도 아니요, 또는 반대로 사회적 양상들이 개별적 양상들에 종속되는 것도 아니라는 점이다(O'Connor, 1998).

이렇듯 구성주의 관점과 사회적 (또는 상호작용적) 관점을 조정한 이론¹⁾은 수학 학습을 개인의 능동적인 구성의 과정과 수학적 관행으로의 문화화(enculturation)과정으로 간주한다. 서로 다른 두 가지 이론들을 어떻게 조정할 수 있는지는 교실 수준에서 어떻게 개인적인 활동과 집단적인 활동을 연계하여 분석할 수 있는지에 관한 이론적 체계에서 보다 정교하게 설명된다. 사회적인 관점으로부터, Cobb과 그의 동료들은 교실문화의 세 가지 중요 개념으로서 (a) 교실의 사회적 규범, (b) 사회수학적 규범, (c) 교실의 수학 관행²⁾(classroom mathematical

1) Cobb과 그의 동료들은 자신들의 이론을 *Emergent Perspective*로 명명하는데, 이는 큰 범주에서 보면 사회적 구성주의의 한 형태로 간주되기도 한다.

2) Practice는 관행 또는 실제로 변역되는데, 본 논문에서 Cobb의 이론과 관련해서는 어떤 것을 하는 데 있어서 습관적인(habitual) 양식 또는 반복되는(repeated) 행동이라는 본연의 의미를 강조하여 관행(慣行)으로 번역한다. 다만, 관행이라는 용어가 언의의 의미로 종종 부정적인 사례와 함께 쓰이는 데, 여기서의 교실의 수학 관행은 이와 같은 부정적인 의미를 내포하고 있지 않음을 밝힌다.

practices)을 제안한다. 심리적인 (개인적인) 관점으로부터, 이와 대응되게 (a) 자신의 역할, 다른 사람의 역할, 학교 수학 활동의 전반적인 본질에 관한 신념, (b) 수학적 신념이나 가치, (c) 수학적 개념과 활동을 제안한다. 조정된 관점 내에서, Cobb과 그의 동료들은 수학적 의미는 사회적 상호작용을 통해서 사회적 규범(사회수학적 규범을 포함하여)을 협상하는 과정 속에서 나타나는 것으로 강조한다. 즉, “교실에서 형성되는 수학적 의미와 관행은 교사에 의해서 미리 불변하게 결정되는 것이 아니라, 그 대신에 의사소통하고자 하는 순수한 헌신으로 특징지을 수 있는 대화과정 중에 나타난다”(Cobb, Wood, & Yackel, 1993, p. 93)는 것이다.

다음은 인지의 사회적 본질에 관한 관점으로 Cobb의 심리학적(인지적) 구성주의를 보충해주는 것으로 활용된 상징적 상호작용론과 민속방법론에 관해서 기술한다. 두 이론에 관해서 상세하게 기술하는 것은 본 논문의 범위를 뛰어 넘으며, 무엇보다 사회수학적 규범의 기저와 유용성을 분석하고자 의도한 본 논문의 취지와도 맞지 않는다. 따라서, 사회수학적 규범이라는 개념이 그 뿌리를 두고 있는, Cobb과 그의 동료들의 이론적 배경을 이해하는데 도움이 되는 핵심 내용을 중심으로 검토한다. Cobb과 그의 동료들은 상징적 상호작용론으로부터는 수학적 의미가 상호작용적으로 구성된다는 데에 초점을 맞추고, 민속방법론으로부터는 개인적인 양상과 집단적인 양상³⁾간의 반사적 관계에 초점을 맞춘다.

(1) 상징적 상호작용론

Cobb과 그의 동료들은 학생들이 교실의 수학활동에 참여하는 동안 배우게 되는 것과 그

배우는 과정을 이해하려고 했는데, 여기서 상징적 상호작용론이라는 이론을 사용하여 개개 학생들의 학습에 관한 분석과 그 학습이 일어나는 과정⁴⁾을 연결하려 하였다.

사회심리학으로서의 상징적 상호작용론은 인간의 사회적 상호작용의 본질에 일차적인 관심을 두는 것으로써 (Herman & Reynolds, 1994; Meltzer, Petras & Reynolds, 1975), 다음과 같은 세 가지 기본 가정에 근거하고 있다.

첫 번째 전제는 사람은 어떤 대상이 가지는 의미에 바탕을 두고, 그 대상에 대해서 행동을 취한다는 것이다. ... 두 번째 전제는 그 어떤 대상이 가지는 의미는 사회적 상호작용으로부터 비롯된다는 것이다. 세 번째 전제는 이와 같은 의미는 개인이 만나게 되는 그 어떤 대상을 다루는 데 있어서 그 개인이 사용하는 해석 과정 속에서 취급되고 그 과정을 통해서 수정된다는 것이다. (Blumer, 1969, p. 2)

따라서, 상징적 상호작용론은 개인이 의미를 만드는 과정과 사회적 과정에 관여한다. 특히, 의미를 협상하는 과정은 개인의 인지와 그 인지가 내재되어 있는 사회나 문화를 중재하는 것으로 여겨진다.

상징적 상호작용론은 사람들의 상호작용적인 활동 속에서 그리고 그 활동을 통해서 의미가 형성된다는 점에서 의미를 사회적 산물로 간주한다(Herman & Reynolds, 1994; Meltzer et. al, 1975; Voigt, 1994). 이와 같이 사회적으로 형성되고 사회적으로 공유되는 의미는 개개인의 행동을 방향짓는 역할을 한다. 모든 활동에 참여하는 개인들은 다른 참여자들, 특히 자신보다 좀 더 많은 지식을 소유하고 있는 사람들이 그 주어진 상황에서 대상과 어떻게 상호작용하는 지에 관심을 갖는 경향이 있다. 이렇듯 다른

3) 교실에서의 상호작용, 교실에서의 학습과 관련된 대화 양식, 교실문화 등을 포함한다.

4) 교육과정과 이에 수반되는 교실 문화는 이 과정에 의해서 구성되는 것으로 이해된다.

사람과의 상호작용을 통해 개인은 그 사회, 문화, 또는 주어진 활동과 관련하여 당연하게 받아들여지는 지식을 학습하게 된다. 상호작용의 과정에서 본인 고유의 해석을 가할 때, 개개인 은 이와 같은 공유된 의미를 참조하게 되는 것이다. 이 관점에서 보면, 규범이라든가 또는 그 규범에 관한 해석은 집단적인 사용을 통해서 형성되고 점차 강화되는 반면에, 개개인의 활동을 통해서 끊임없이 확증될 필요가 있게 된다.

Cobb과 그의 동료들은 개인과 상황간의 상호작용은 사회적 관행에 뿌리를 둔 의미에 의해서 항상 중재된다는 상징적 상호작용론에 기초하여, 교사와 학생들이 해당 교실에 특정한 규칙성 (예를 들어, 사회적 규범과 사회 수학적 규범)을 정립하고 계속되는 상호작용을 통해서 체험상하는 과정을 분석하는 데에 연구 초점을 둔다(Cobb & Bauersfeld, 1995; McClain & Cobb, 1997; Yackel & Cobb, 1996). 이와 같은 분석은 교실에서의 상호작용이 수학적으로 사고하고 의사소통하고 감상하는 양식으로의 사회화에 보다 직접적으로 어떻게 영향을 미치는가에 관해서 심리학적 구성주의보다 보다 잘 설명해 준다.

상징적 상호작용론에 근거를 두고, Cobb과 그의 동료들은 학습을 교실 공동체내에서의 상호작용적인 의미형성으로써 간주하며, 이와 비슷한 맥락에서 개인이 초기에 가지고 있던 해석을 수정해 감으로써 끊임없이 의미를 협상해 가는 상호 적응의 과정으로써 사회적 상호작용을 설명한다. 결국, 개개 학생들의 수학적 사고와 사회적 상호작용, 학습과 관련된 대화, 그리고 교실문화 등은 서로 상대를 전제하지 않고는 적절하게 이해되지 못하는 관계에 있게 된다(Voigt, 1994).

(2) 민속방법론

민속방법론은 기본적으로 특정한 집단의 구성원들이 어떻게 자신의 날마다의 삶을 형성해 나가고 이해하는가에 특별한 관심을 둔다(Leiter, 1980; Mehan & Wood, 1975; Meltzer et al., 1975). 여기서의 초점은 활동 그 자체가 아니라 개개 구성원이 사회적 구조를 이해하기 위해서 사용하는 과정이나 방법에 있다. 따라서, 민속방법론은 의미를 포함하여 사회적 관례는 그 구성원의 해석 또는 설명과 함께만 존재한다고 주장하고(Meltzer et al., 1975), 개개 구성원의 해석 과정과 관련하여 기초적이고 일상적인 근거를 기술하기 위해서 평범한 대화나 행동을 상세하게 분석하는 것과 같은 미시적 내용을 주로 다룬다(Leiter, 1980).

기본적으로 Cobb과 그의 동료들은 개개 학생이 어떻게 수학적 의미를 구성해 나가는지에 관해서 관심을 가졌다는 것을 고려해보면, 그들의 이론적 체계는 개개 구성원의 이해와 해석에 특별한 관심을 표명하는 민속방법론과 잘 들어맞는다는 것을 알 수 있다. 앞서 언급했듯이, 교수 프로젝트는 연구자들로 하여금 그들이 초기에 가졌던 구성주의 고유의 전체를 뛰어넘어 학습의 사회적 본질을 설명하는 사회학적 관점에 관심을 갖도록 만들었다. 하지만, 이와 같은 이론적 변화를 인정하면서도, Cobb과 그의 동료들은 교실의 수학 관행을 형성해 나가는 데 있어서 개개 학생들의 상호의존적인 역할을 강조하는 경향이 있다. 즉, “탐구 수학과 같은 관행은 교실에서 상호작용적으로 구성되며, 그 구성과정에 참여하는 개인의 활동과 별개로 존재하지는 않는다”(Cobb, Wood, & Yackel, 1993, p. 100)고 주장하는 것이다. 이와 같은 이론적 ‘고집’은 개개 공동체에 의한 순간 순간의 해석 과정을 중시하는 민속방법론의

접근 방법에 학문적 관심을 갖도록 만든 것 같다.

Cobb과 그의 동료들은 개인적인 양상과 집단적인 양상간의 관계를 설명하기 위해서 민속 방법론으로부터 반사성(reflexivity)의 개념을 활용하는데, 이는 사회적 관계의 한 속성으로써, 상황에 대한 설명과 그 상황 자체가 서로 상대를 정의하거나 정교화하는 것을 일컫는 용어이다(Leiter, 1980). 두 가지 속성이 반사적으로 관계되어 있다는 말은 곧 한 가지 속성에 관한 존재 여부가 다른 나머지 속성에 달려있다는 말이다. 결국 수학교육에 반사성의 개념을 도입하면, 개개 학생의 수학적 활동과 교실의 미시적 문화는 둘 다를 고려하지 않고서는 어느 하나로써 적절하게 기술될 수 없다는 것을 시사해 준다.

초등학교 2학년 학생들에 관한 Cobb의 사례 연구(1995)는 학생들의 수학 학습과 그들이 형성하는 사회적 관계 사이의 반사적 관계에 관해서 자세하게 설명해 준다. 우선 학생들의 인지 능력은 그들이 형성할 수 있는 가능한 상호작용 패턴을 다소 결정짓는 역할을 했다. 다른 한편으로, 학생들이 형성한 사회적 관계들은 그들이 어떻게 수학적 앎의 방식을 구성하는지에 영향을 끼침으로써 일종의 학습 기회를 결정하는 역할을 했다. 이와 유사하게, Cobb과 그의 동료들은 사회수학적 규범의 질과 그러한 규범이 개발되게 되는 사회적 상황간의 반사적 관계(McClain & Cobb, 1997), 수학적 주제와 개인의 공헌간의 반사적 관계(Voigt, 1995), 개별 학생이 학습 및 논쟁에 참여하는 정도와 그 논쟁 양식간의 반사적 관계(Krummheuer, 1995) 등을 주장했다. 이와 같은 반사적 관계는 학생들의 수학 지식 획득과 그것이 일어나는 사회적 상호작용간, 그리고 좀더 일반적으로 말해

심리학적인 (개인적인) 관점과 사회적인 (집단적인) 관점간의 상호의존성을 제안하는 것이다.

2. 실제적 기저

사회적 규범과 사회수학적 규범에 관한 이론 발달은 수년간에 걸친 교실의 교수 실험에 기초를 두고 있기 때문에 여기서는 그 실제적 기저에 대해서 분석한다. 다만, Cobb과 그의 동료들은 사회적 규범이나 사회수학적 규범을 하나의 목적이나 대상 그 자체로써 분석하지는 않았음을 강조할 필요가 있다. 그 대신에 주요 연구 관심은 특정한 교실 프로젝트라는 사회적 상황 속에서 학생들의 수학적 발달을 설명하는 것이었다.

(1) 사회적 규범

Cobb과 그의 동료들은 한 초등학교 2학년 교사와 협력하면서 1986-1987 학년도에 교실의 교수 실험을 시작했는데⁵⁾, 우선 구성주의 관점이 시사하는 것과 일맥상통하는 교수 환경을 개발하려고 노력하였다. 하지만, 채 며칠의 관찰이 끝나기도 전에, 예상치 못한 문제에 부딪치게 되었다. Cobb과 그의 제자들로 구성된 연구팀에 의해서 지원 받았던 그 현직교사는 학생들에게 그들이 찾아낸 해결 방법을 발표하도록 격려했으나, 학생들은 실제 자신들의 사고 방법을 발표하지 않는 것처럼 보였다. 그 대신에 1학년 때의 전형적인 수학교실에서 익힌 바와 같이 교사가 아마도 기대하고 있을 것이라고 생각하는 답안과 해결 과정을 추측하여 발표하는 경향이 있었다. 교사와 학생들 사이에 이와 같이 서로에 대한 기대 측면에서 생겨난 갈등으로 인해, 교사는 교실의 사회적 규범을 협상하는 과정을 이끌어 가기 시작했는데,

5) 이에 관련된 자세한 설명은 Cobb & Bauersfeld(1995)를 참조바람.

여기서 사회적 규범이란 후에 수업 참여와 관련된 의무와 기대로써 정의되었다.

Cobb과 그의 동료들은 연구대상 교실을 ‘탐구 수학 교실’로 설명하였는데, 이는 교사와 학생들이 수학적 설명과 정당성 여부를 판가름하는 참여자로서 중요한 역할을 수행함을 의미한다. 탐구 수학 교실을 형성하기 위해서 교사는 우선 학생들이 다른 사람과 협력하는 방법 또는 오답에 반응하는 방법 등에 관한 약속을 포함하여 교실내의 새로운 종류의 사회적 규범을 조성하는 역할을 수행해야 했다. 연구대상 교실로부터 기술된 사회적 규범의 예제로써는 “해결 방법을 설명하고 정당화하는 것, 다른 사람이 제시한 설명을 이해하려고 시도하는 것, 동의하는지 그렇지 않은지를 표현하는 것, 해석이나 문제 해결 방법과 관련하여 갈등이 있는 상황에서 대안 방법을 탐색해 보는 것”(Cobb & Yackel, 1996, p. 178) 등이 있다. 이러한 규범들이 주어진 교실 상황에서 어떻게 재협상되는지에 관해서 상세한 설명을 하면서 (Cobb, Yackel, & Wood, 1989; Cobb et al., 1993), 연구자들은 교사와 학생들이 사회적 규범을 함께 만들어 가는 것이라는 점을 강조했다.

사회적 규범은 개인적인 요소와 집단적인 요소간의 긴장에 기반한 교실의 현실성으로부터 비롯된다. 상호작용적인 학습이 성공하기 위해서는 교사가 특별히 공동 활동을 위한 기대와 의무를 다루는 사회적 규범에 주의를 기울여야 할 필요가 있다(Cobb, Gravemeijer, Yackel, McClain, & Whitenack, 1997). Cobb과 그의 동료들의 이론적 체계에 따르면, 상호작용적인 과정은 학습의 본질적인 양상이기 때문에, 사회적 상황은 학생들의 학습에 단순하게 영향을 끼치는 것 이상의 역할을 하는 것으로 이해된다. 동시에 개인의 참여와 공헌은 자기 자신과

다른 사람의 역할에 대한 신념뿐만 아니라, 수학 활동에 관한 전반적인 본질에 관한 신념의 발달에 매우 중요하다. 이러한 관점에서, Cobb과 Yackel(1996)은 교실의 일반적인 사회적 규범과 관련하여 개개인의 신념을 심리학적으로 상관관계에 있는 것으로 간주하였다. 즉, “학생들이 자신들의 신념을 재조직화함에 따라 교실의 사회적 규범이 형성되는 것으로 이해된다. 역으로, 이와 같이 형성되는 사회적 규범은 그러한 신념의 재조직화를 가능하게도 하고 제한을 가하기도 한다”(p. 178).

(2) 사회수학적 규범

Cobb과 그의 동료들은 상호작용적인 과정을 분석하는데 초점을 두었고, 그러한 과정을 통해 교사와 학생들은 수업과 관련하여 설명이나 정당성과 관련된 일반적인 사회적 규범을 설정하고 재협상하는 것으로 설명하였다. 연구자들은 학생들이 어떻게 수학을 배우는지 이해하고, 특정한 수학 주제(예를 들어 자리값) 학습을 위한 교수 계열을 개발하고자 프로젝트를 시작했기 때문에, 교사와 학생이 함께 ‘수학적’ 의미를 협상하는 방법에 점차 관심을 가지게 되었다. 이와 같은 관심은 일반적인 사회적 규범에 관한 이전의 연구 경향을 뛰어 넘어, 사회수학적 규범으로까지 확장되게 했다(Cobb & Yackel, 1996).

사회적 규범과 마찬가지로, 사회수학적 규범 역시 교실의 현실적인 문제로부터 생겨났다. 초기에 연구대상 학교의 교사는 교실에서 수학적 권위자로서 군림하는 것을 피하기 위한 노력의 일부로 모든 학생들의 공헌을 똑같이 동일하게 받아들였다. 하지만, 교사가 주어진 한 수학문제에 대해서 여러 가지 다른 해결 방법을 물어보고 있음에도 불구하고, 학생들은 종종 다른 학생들이 이미 발표한 내용을 표현만

바꾸어 반복하는 경우가 종종 있었다. 즉, 무엇이 하나의 해결 방법을 다른 해결 방법과 견주어서 수학적으로 다른 것으로 해석될 수 있는지에 관해 학생들과 그 담임교사의 생각 사이에 차이가 있었고, 이것은 결과적으로 수학 수업 시간의 토론을 비생산적으로 만들었다. 결국, 그 담임교사는 연구팀과 함께 이와 같은 문제점을 가지고 토론을 한 끝에, ‘다른 것에 관련된 사회수학적 규범 (the sociomathematical norm of difference)’에 관해서 수업을 통해서 협상하기 시작했다.

수학 교실에서 탐구에 기초한 접근 방법의 개발을 안내하기 위한 과정의 일부분으로써, 그 담임교사는 학생들이 주어진 과제를 다른 방법으로 해결했는지에 대해서 주기적으로 질문했고, 그런 다음 다른 방법으로 인정해 주거나 또는 다른 학생들에 의해서 이전에 발표된 해결 방법과 수학적으로 다르지 않다는 점에서 학생들의 공헌을 합법적인 것으로 인정하지 않기도 했다. 이러한 종류의 교실 상호작용을 분석하는 동안 바로 사회수학적 규범이 처음으로 우리에게 명백하게 관심의 대상이 되었다.

(Cobb & Yackel, 1996, pp. 178-179)

다만, 여기서 그 담임교사가 학생들의 공헌을 평가하려고 의도하지 않았다는 것을 분명히 할 필요가 있다. 그 대신에 교사는 개개 학생들이 학습과 관련된 대화에 참여하고 서로의 아이디어에 대해서 토론하도록 격려하려고 시도했던 것이다. 하지만, Voigt(1995)가 지적하듯이, 학생들의 공헌에 대해서 교사가 다르게 반응을 보임으로써 일종의 간접 평가를 하게 됨으로 인해서 교실에서 사회수학적 규범이 논의되기 시작한 것이다. 같은 맥락에서, McClain과 Cobb(1997)은 수업 에피소드를 바탕으로 무엇이 수학적으로 세련된 방법인가, 쉬운 방법인가, 간단한 방법인가, 명백한 방법인가 등에 관

한 사회수학적 규범의 예를 들고 그 규범의 발달 과정을 안내하는데 있어서 교사의 능동적인 역할을 강조한다. 여러 가지 사회수학적 관점 중에서, 수학적으로 차이가 있는가, 세련된 방법인가, 효과가 있는가 등에 관한 규범은 다양한 해결 방법을 서로 비교하고 대조하는 것을 전제로 하기 때문에 상대적인 수학적 가치와 관련된 반면에, 수학적으로 받아들여질 만한가 또는 정당화할 수 있는가에 관한 규범은 토론의 실제적인 과정과 관련된 것으로 기술된다.

교실 프로젝트의 예에서 암시되었듯이, 사회수학적 규범은 주어진 교실 환경에서 교사와 학생들 사이의 간접적인 협상 과정을 통해 형성된다. 예를 들어, 무엇이 수학적으로 유의미한 차이를 만드는데 관해서 교사가 미리 준비하여 수업시간에 제시해 주는 것도 아니요, 학생들이 수업에 참여함으로써 인해 자동적으로 성취하는 것도 아니다. 대신에, 교사와 학생들이 교실 수학 활동 및 토론에 적극적으로 참여하는 과정 속에서 수학적 차이에 관한 자신들의 이해 정도를 명료화하게 되고 결과적으로 서로 다른 관점을 협상하거나 재정의하는 과정을 통해 형성되는 것이다.

수학적 가치나 신념에 관한 개개인의 이해는 사회수학적 규범을 형성하는 과정에 공헌한다. 역으로, 이러한 과정에 참여하는 것을 통해 개개인은 무엇이 수학적으로 받아들여질만한 것인지, 수학적으로 정당화될 수 있는 것인지, 수학적으로 다른 것인지, 그리고 수학적으로 세련된 것인지 등등의 공헌이 되는지에 관한 개인적인 판단 정도를 재조직할 수 있게 된다. 이 점에서 Cobb과 Yackel(1996)은 개개인의 수학적 신념과 가치를 사회수학적 규범의 심리적 대응요소로써 설명한다.

반복하여 강조하건대, 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범이라는 개념들은 교사와 학

생들이 수학의 실재를 반영하는 공동체를 형성 하면서 그러한 규범들을 협상해 나가는데, 탐구 중심의 초등학교 수학 교실을 만들기 위한 실질적인 노력으로부터 비롯되었다. 즉, 사회적 규범이나 사회수학적 규범과 관련하여 어떤 사전에 존재하는 범주가 있었던 것이 아니다 (O'Connor, 1998).

III. 사회수학적 규범에 관한 비평적 고찰

1. 사회수학적 규범과 수학적 성향

사회수학적 규범은 수학적 가치나 신념에 관한 개인의 이해 또는 좀더 광범위하게 수학적 성향과 반사적으로 관련된 것으로 강조되어 왔다. 특별히, Yackel과 Cobb(1996)은 학생들이 교실 활동에 참여하면서 어떻게 수학에서 지적 자율성을 발달시키는지 설명하는데 있어서 사회수학적 규범을 중요한 개념으로 부각시켰다. 연구자들의 이론적 동향에서 암시되었듯이, 처음에는 순전히 심리학적 관점에서 자율성을 정의하여 상황과 무관한 개개 학생의 활동에 관한 양상으로써 자율성을 정의하였다. 하지만, 사회수학적 규범에 관한 분석으로 인해서 자율성을 “학생들의 교실 공동체 관행으로의 참여”와 관련하여 재정의하기에 이르렀다(Yackel & Cobb, 1996, p. 473).

프로젝트 연구대상 학교에서 학생들은 사회수학적 규범을 협상하는 과정에 공헌하게 됨에 따라 점차적으로 자율적인 학생이 되어 갔다. 이 점에서, 교사가 교실의 사회적 규범과 사회수학적 규범에 분명한 관심을 됨으로써 학생들의 지적 자율성 발달에 도움을 주게 된다 (Rasmussen & Yackel, 1999).

사회수학적 규범과 학생들의 지적 자율성 발달간의 관계에 기초하여 Rasmussen과 King (1998)은 탐구학습 중심의 미적분 수업을 수강한 학생들과 전형적인 미적분 수업을 수강한 학생들의 수행능력과 자율성을 비교하였다. 기말고사를 통해 드러난 학생들의 수행능력 측면에서는 두 집단간에 유의미한 차이가 없었으나, 학생들의 자율성 측면에서는 놀랄만한 차이가 있는 것으로 보고되었다.

탐구학습 중심의 수업을 수강한 학생들은 자신들의 문제 해결 방법에 대해서 논의하고 정당화하기 위해서 여러 가지 수학적 방법을 활용하는 반면에, 전형적인 수업을 수강한 학생들은 주로 자신들의 계산 과정만을 점검했고, 면담자가 확인해 줄 것을 기다리곤 했다. 이 연구자들은 이러한 차이의 원인이 각각의 교실에서 무엇이 수학적으로 받아들여질만한 정당한 방법으로 간주되느냐, 그리고 무엇이 수학적으로 다른 해결 전략으로 간주되느냐와 관련된 사회(수학)적 규범간의 차이에서 비롯되었다고 주장한다.

사회수학적 규범에 관한 개념이 초등학교 수학 교실을 대상으로 한 연구·개발 프로젝트로부터 비롯된 반면에, 후속 연구들은 이러한 개념을 수학적 내용 수준과 학년 수준을 뛰어 넘어 확대하여 적용했다(Bowers et al., 1999; Cobb, 1999; Cobb et al., 1997; King, 1999; Rasmussen & King, 1998; Rasmussen & Yackel, 1999; Stephan, 1998). 수학적 주제들은 수와 연산, 대수, 측정, 자료 분석, 미적분, 미분 방정식 등의 다양한 내용들을 포함했고, 학년 수준 역시 초·중등학교 및 대학 수학 수업까지 다양했다. 이러한 연구 경향의 확대는 바로 사회수학적 규범이라는 개념이 수학의 교수·학습, 특히 탐구 중심의 수업이나 수학교육개혁에 기초한 교실 수업을 분석하는데 유용하다는 것을

시사해 준다.

교사는 일반적으로 설명하고 학생들은 그대로 따라하는, 전형적인 수학교실문화를 고려해 볼 때, 이전 연구들은 교사가 사회수학적 규범에 분명하게 관심을 기울임으로써, 수학 교실 문화를 변화시켜 나가는데 역동적인 역할을 할 수 있음을 시사해 준다. 전형적인 수학 교실에서의 학생들의 발달 정도와 견주어 볼 때, 학생들의 수학적 성향, 자율성, 그리고 점차적으로 세련된 수학적 지식 획득이 가능함을 보여주는 이전의 연구(예, Cobb et al., 1997; Rasmussen & King, 1998)가 증명해 주듯이, 이와 같은 시사점은 실현가능성이 높은 것 같다.

2. 사회수학적 규범과 교실의 수학적 관행

사회수학적 규범은 분명히 집단적인 성취이면서 동시에 개개 학생들의 수학적 앎의 방식 및 의사소통 양식과 상호의존적인 관계를 포함하고 있다는 점에서 특별히 중요하다고 하겠다. 그럼에도 불구하고, 사회수학적 규범에 관한 사전 연구들을 살펴보면, 이 개념에 대한 활용 측면에서 다소 제한점이 있다는 것이 드러난다.

사회수학적 규범은 일반적인 사회적 규범과 함께 학생들의 수학적 발달 정도를 분석하기 위한 일종의 무대 또는 배경으로써 비교적 간단하게 기술되는 경향이 있다. 물론 이것은 사회적 규범이나 사회수학적 규범이 교실 공동체의 '사회적'인 양상에 관련된 반면에, 교실의 수학적 관행은 '수학적'인 양상과 관련됨을 뜻하는 것은 아니다(Bowers et al., 1999). 사회적 규범, 사회수학적 규범, 교실의 수학적 관행 모두는 교실문화의 서로 다른 양상을 반영해 주는 것이며 따라서 분명히 사회적인 양상들이다. 다만, 여기서 강조하고자 하는 것은, 이전 연구의 주요 경향은 사회수학적 규범은 주로

기초 정보로 간주하고 좀더 중요한 관심은 수학적 관행에 둔 것이라는 점이다.

사회수학적 규범에 관한 기원을 이론적으로 그리고 실제적으로 검토해 보면서, 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범간의 차이가 검토되었다. 용어에서도 암시되듯이, 사회적 규범은 어느 교과에나 적용 가능한 반면에, 사회수학적 규범과 교실의 수학적 관행은 특별하게 수학과 관련된 것이다. 사회수학적 규범이라는 개념의 현 상태와 그 활용도를 보다 잘 이해하기 위해서는 무엇이 교실의 수학적 관행으로 간주되는지 그리고 어떻게 이것이 사회수학적 규범과 다른 것인지 분석하는 것이 필요하다.

사회수학적 규범은 무엇이 수학적으로 받아들여질만한 · 정당화할만한 · 다른 · 분명한 · 효율적인 · 쉬운 · 세련된 설명인지 등에 관한 판단을 위한 일반적인 기준과 관련된다. Cobb (1999)이 설명하듯이, 사회수학적 규범은 수학적 내용 또는 주제에 제한받지 않는다. 예를 들어, 무엇이 수학적으로 명료한 설명인가에 관한 기준은 초등학교 수준의 단순한 계산 문제에도 적용될 수 있고, 상대적으로 복잡한 수학적 아이디어에 대해서 토의할 때에도 적용될 수 있겠다. 이와 대조적으로, 교실의 수학적 관행은 학생들의 발달을 위한 즉각적이고 직접적인 상황을 구성해 주는 것으로써 토론 및 활동과 관련하여 특정한 수학적 내용을 포함한다(Bowers et al., 1999; Cobb, 1999; Stephan, 1998). 따라서, 교실의 수학적 관행은 교실 공동체에서 형성된 특정한 수학적 아이디어에 관한 집단적인 학습(collective learning)을 기술하는데 활용된다.

사회수학적 규범은 수학적 활동과 학습에 관련된 대화 양상을 위한 기준과 관련되기 때문에 어떤 특별한 수학적 아이디어에 구체적이지 않다. ... 이와 대조적으로, 교실의 수학적 관행은

특정한 수학적 아이디어를 토론하는 과정에서 형성되는, 공유된 것으로 여겨지는(taken-as-shared) 추론하는 방법, 토론하는 방법, 기호화하는 방법에 초점을 둔다. 결과적으로, 사회수학적 규범이 수학적 활동에 구체적인 것이라면, 수학적 관행은 특정한 수학적 아이디어에 구체적인 것이다. (Cobb, 1999, pp. 9-10)

Cobb과 그의 동료들은 상당한 기간에 걸쳐 교실 공동체내에서의 학생들의 집단적인 수학 학습을 상세하게 분석하였다. 예를 들어, Bowers et al(1999)은 3학년 교실에서 수학적 관행이 발달해 나가는 과정과 개개 학생들이 그러한 관행에 참여하면서 자리잡은 개념을 이해하는 정도를 기술하였다. 이와 유사하게, Cobb et al(1997)은 수 개념과 연산에 관해서 1학년 학생들이 수학적·기호화하는 과정을 기술했고, Stephan(1998)은 또 다른 1학년 학생들을 대상으로 측정의 개념이 어떻게 발달되어 가는지를 기술했다. Cobb(1999) 또한 중학생들이 특정한 교실의 수학적 활동에 참여하면서 통계 자료를 바탕으로 수학적 추론 능력을 발달시켜 나가는 과정을 분석했다.

교실의 수학적 관행이라는 개념은 실용적으로, 그리고 이론적으로 모두 Cobb과 그의 동료들에게 중요했다. 첫째, 교실 수업에 기초를 둔 연구 프로젝트는 특정한 수학 주제에 관해서 학생들이 학습을 보다 제대로 할 수 있도록 교수 계열을 디자인하기 위한 연구였다. 즉, “교실문화의 세 번째 양상인 교실의 수학적 관행을 구별해 낸 동기는 교수 설계자로서의 우리 [연구자]의 관심에서 직접적으로 기인된 것이다”(Cobb, 1999, p. 9). 교수 계열을 디자인하기 위해서 개발한 추측된 학습 궤도를 실제 학습이 일어난 궤도와 비교하고, 결과적으로 후속 교수 설계를 위한 방향을 정하기 위해서는 학생들의 집단적인 수학적 발달에 관한 분석이

꼭 필요했던 것이다(Bowers et al., 1999; Cobb et al., 1997).

둘째, 교실 수업에 기초한 연구를 수행하는데 있어서 가장 핵심적인 동기는 사회적 상황에서 학생들의 수학 학습을 해석하는 방법을 탐구하는 것이었다. 앞서 소개된 이론적 체계에 의하면, 사회수학적 규범은 수학적 성향과 반사적으로 관련된 반면에 교실의 수학적 관행은 개개 학생들이 특정한 수학적 개념과 활동을 해석하고 이해하는 방법과 반사적으로 관련된다(Cobb & Yackel, 1996). 사회수학적 규범보다는 수학적 관행에 관한 더 많은 관심은 전형적으로 수학적 성향보다는 수학적 내용에 초점을 두는 수학교육 연구방향과 일맥상통하는 것이다. 게다가, Cobb의 이론적 체계를 오랫동안 근본적으로 지지하고 있는 구성주의 관점은 ‘사고에 기초한 것(thought-oriented)’이라기보다는 ‘내용에 기초한(content-oriented)’ 것이었다(Cobb & Steffe, 1983, p. 87). 사회적 구성주의자로서 Cobb과 그의 동료들의 근본적인 관심은 특별히 수학적인 사고양식이나 의사소통 자체보다는 학생들이 배우게 될 특정한 수학적 개념이나 아이디어였는지도 모른다.

요약하자면, 사회수학적 규범은 Cobb과 그의 동료들이 특정한 수학적 내용을 가르치기 위한 교수 설계 및 학습 매개물을 만들고, 그것을 사용하여 현직 교사가 학생들의 수학 학습을 증진시키도록 지원하는 교실 교수 실험 연구를 하는 중에 만들어진 개념이다. 연구자들은 특히 탐구 중심의 수학교실이라는 사회적 환경속에 내재되어 있는 학생들의 개념적 이해를 설명하려고 노력하였고, 교수 설계자로서 교실 공동체의 집단적인 수학 학습을 분석하는데 주요 관심을 두었다. 결과적으로 이전 연구 경향은 수학 토론을 위한 기준으로서의 사회수학적 규범은 학생들의 집단적인 학습 과정을 상세하

게 분석하기 위한 전제 조건으로써 비교적 간단하게 기술되었다. 이와 같은 분석을 고려해 볼 때, 사회수학적 규범에 관한 기존의 다소 제한된 활용은 그 개념이 실제 개발되는 발달 과정으로부터 기인된 것임을 알 수 있다.

IV. 사회수학적 규범의 재개념화

사회수학적 규범이라는 개념이 Cobb과 그의 동료들이 연구대상으로 삼은 교실에서 발생한 특정한 교수·학습 상황의 역동성과 관련된 것이고, 좀 더 일반적으로 사회수학적 규범의 근간이 되는 이론적 체계 역시 일종의 브리콜라쥬(bricolage)⁶⁾으로써 형성된 점을 고려해 본다면, 이 개념의 유용성을 보다 합리적으로 확장하거나 일반화하여 더 광범위한 수학 교실 상황에 적용되게 할 수 있는 가능성이 있다(Pang, 2001). 이에 따라 저자는 각 교실에서 형성되는 독특한 수학 문화와 관련하여 학생들의 전반적인 수학적 참여의 질을 반영하고 그들의 개념적 학습 기회를 예시해줄 수 있는 핵심 요소로써 사회수학적 규범의 유용성을 생각해 볼 수 있는지에 관해서 탐구해 보았다.

사회수학적 규범을 재 개념화하려는 노력은 수학교육개혁의 현실과 관련하여 수학 교실 문화를 분석하고자 하는 저자의 연구 관심에서 비롯되었다. 개혁의 기본 아이디어를 교실 현장에 적용하는 것과 관련하여 보고되는 주요 문제점은 교사들이 빈번히 교실의 사회적 구조만을 바꾸는데 관심을 기울이는 반면에 그러한 사회적 틀 안에서 어떻게 학생들의 수학적 발달의 정도를 감독하고 촉진할 수 있는지에 관해서는 그 연계성을 제대로 찾지 못한다는데 있다. 사회수학적 규범은 수학 교실 공동체 내

에서 아는 것과 참여하는 것과 관련하여 특별히 수학적 방법을 개발하는 것과 관련된 사회적 양상을 담는 것이기 때문에, 교사가 교실의 사회적 구조를 활용하여 학생들에게 바람직한 수학적 신념이나 가치를 개발하도록 북돋워 주고, 수학적 개념에 대한 이해를 증진시키는 지 그렇지 못한지를 이해하는데 매우 중요한 매체가 될 수 있는 것이다.

Cobb의 연구에서처럼 현장 교사가 연구팀에 의해서 다각적으로 지원 받게 되는 경우, 그 교실에서의 교수법 개혁은 상대적으로 성공적일 가능성이 높다. 사실, 사회수학적 규범에 관한 거의 모든 기존의 연구에서는 해당교실에서 학생들이 충분한 수학 학습 기회를 가질 수 있었고, 그 결과로 사회수학적 개념은 학생들의 수학적 성향, 자율성, 세련된 지식 발달 등과 같이 주로 긍정적인 사례와 함께 설명되어 왔다(Cobb et al., 1997; Rasmussen & King, 1998; Yackel & Cobb, 1996). 하지만, 합리적인 수학 토론의 장은 마련됐으며, 절차 중심의 교수방법이 창의성이나 이해보다 우선하여 정확성, 알고리즘, 그리고 자동성 등을 강화하는 수학 교실문화가 있음을 고려해 볼 때(Pang, 2001), 기존의 사회수학적 개념에 관한 다소 좁은 의미의 정의만을 적용한다면 어떻게 이런 교실이 사회수학적 규범을 증진하는 것으로 분석될 수 있는지 분명치 않게 된다.

또한, Cobb의 연구에서 보면, 프로젝트의 해당 교사는 연구팀의 도움을 받아서 특정한 수학 토론 양상을 전개시켜 나가는데 주력했다. 여기서 특정한 수학 토론 양상이라는 것은 교사와 학생이 함께 수학 공동체를 구성하고, 수학적 주장에 관해서 정당한 근거를 제기하도록 요구하고, 다른 사람의 설명과 문제 해결 방법에 도전을 제기하는 것 등을 통해서 수학적 의

6) 이용할 만한 것이면 무슨 재료이든지 간에 합하여 만드는 것

미를 협상해나가는 것이다. 여기서 교사의 역할은 그러한 토론이나 대화가 점차적으로 좀더 세련된 수학적 양상을 닮아갈 수 있도록 주의 깊게 중재하는 것으로 매우 강조된다.

이와 같은 발달 역사의 결과는 어떻게 사회수학적 규범이 토론 관행의 수학적 특성과 관련된 것으로 이론화되었는가에서 분명하게 드러난다. 지금까지 보고된 사회수학적 규범은 교사와 학생들이 토론 시간에, 예를 들어, 무엇이 수학적으로 다른 것인가와 관련된, 분명하게 특정한 수학적 양상을 숙달한 정도를 나타낸다. 이와 같은 의미의 사회수학적 규범은 Cobb과 그의 연구자들이 대상으로 삼은 탐구 중심의 수학 교실에서 학생들의 수학적 참여를 분석하는 데는 매우 적합한 것으로 드러났다. 하지만, 동일한 개념이 더 광범위한 교실 상황, 연구팀의 전반적인 감독이나 지지 없이 형성되는 교실상황으로까지 확장될 수 있을지는 의문이다.

예를 들어, Healy의 ‘책 만들기(Build-A-Book)’ 기하 과목과 관련된 수업은 Cobb의 연구에서 강조되는 탐구 교실 모델에 따르는 않지만 기하학적 사고와 수학적 논리성이 강조되는 수학 공동체를 형성한다(Healy, 1993). 하지만, 여기서 교사는 학생들의 수학 토론의 내용을 중재하는 대신에, 그 교실에서 바람직한 수학 학습 공동체가 만들어질 수 있도록 학생들의 참여 양상, 질, 그리고 강도에 초점을 두었다. 결국 기존의 사회수학적 규범에 관한 좁은 의미로는 Healy 교실에서의 주요한 수학적 양상들을 분석하는데 제한이 뒤따르게 된다.

사실 Cobb(1999) 자신도 사회수학적 규범이라는 개념이 현재 가지고 있는 제한점을 다소 인식하고 있는 듯하다. 예를 들어, 그는 사회수학적 규범을 “수학적 활동과 학습에 관련된 대화에 관한 기준”(p. 9)으로 재정의함으로써 다

소 넓게 그 개념을 확대했다. 하지만, 이와 같은 정의 수준에서의 변화에도 불구하고, 여전히 그 개념에 관한 구체적인 예는 원래의 이론적 체계 속에 바탕을 두고 협의의 의미로써 활용되고 있는 실정이다(예, Bowers et al., 1999; Cobb, 1999).

앞서 기술되었듯이, 사회수학적 규범에 관한 현재의 해석은 이론적 깊이 측면이나 실제적 유용성 측면에서 다소 제한된 측면이 있다. 수학교육개혁과 관련된 수학교실문화에 관한 비교연구를 수행하면서 저자는 수학 토론에 관한 교사의 특정한 중재 전략의 결과로 성취되는 수학적 문화화로서만 사회수학적 규범을 국한할 것이 아니라, 특별히 수학적인 참여 양상을 반영하고 지지하는 교실 문화의 모든 것을 포함하는 요소로써 사회수학적 규범을 재개념화할 수 있음을 제안한다(Pang, 2001). 여기서의 문화화는 교실 공동체내에서의 사람, 문제 또는 과제, 도구, 자기 자신과의 참여를 포함하는 방법으로 광범위하게 정의될 필요가 있으며(Kirshner, 2000), 이와 같은 재개념화는 수학 토론에 관한 교사의 중재를 포함하기는 하지만, 거기에 국한되지는 않는다.

사회수학적 규범에 관한 확대된 개념은 교사가 교실의 사회적인 과정과 특별히 수학적인 참여양상 간의 조화에 주의를 기울이는 정도에 따라 교사가 사회수학적 규범을 증진시키는 것으로 분석하는 것을 가능케 한다. 이와 같이 확대된 개념은 또한 도입될 수 있는 영역의 범위도 넓히게 된다. 이전의 개념으로는 사회적 규범은 개인의 수학적 신념이나 가치, 지적 자율성과 반사적으로 관련되는 것으로 이해되었다. 하지만, 확대된 개념으로서의 사회수학적 규범은 수학적 신념이나 가치뿐만 아니라 느낌, 사고와 논의 패턴, 메타인지, 논리적 추론, 문제해결을 위한 발견술 사용 등과 같이 보다

광범위하게 연결지을 수 있다(Kirshner, 2000).

새로운 연구 초점이 되고 있는 수학교실문화와 관련하여 사회수학적 규범이라는 개념 및 이와 관련한 이론 체계는 상대적으로 최근에 논의되고 있는 상태이며, 이러한 개념을 실제 수학 교수·학습 상황과 관련하여 어떻게 활용할 수 있는지에 관해서는 더 많은 후속 연구를 통해서 검증될 필요가 있다. 또한 저자의 실험 연구에서와 같이, 특정한 수학적 개념이나 아이디어에 국한하지 않고, 어느 수학교실에서도 교수법 개혁을 추진하는 과정에서 일어나는 문제점과 쟁점들을 탐구하는데 주요 목적을 두는 경우라면 사회수학적 개념과 학생들의 수학적 발달(수학적 성향은 물론이고 개념적 이해까지 포함) 간의 관계 역시 보다 직접적으로 분석될 필요가 있다고 생각한다.

참고문헌

- Bauersfeld, H. (1995). The structuring of the structures: Development and function of mathematizing as a social practice. In L. P. Steffe & J. Gale (Eds.), *Constructivism in education* (pp. 137-158). Hillsdale, NJ: Erlbaum
- Bauersfeld, H., Krummheuer, G., & Voigt, J. (1988). Interactional theory of learning and teaching mathematics and related micro-ethnographical studies. In H. G. Steiner & A. Vermandel (Eds.), *Foundations and methodology of the discipline of mathematics education* (pp. 174-188). Antwerp: Proceedings of the Theory of Mathematics Education Conference.
- Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Bowers, J., Cobb, P., & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction, 17* (1), 25-64.
- Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher, 23*(7), 13-20.
- Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning, 1*(1), 5-43.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (Eds.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., & Bowers, J. (1999). Cognitive and situated learning perspectives in theory and practice. *Educational Researcher, 28* (2), 4-15.
- Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner & J. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives* (pp. 151-233). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(2), 83-94.
- Cobb, P., Wood, T., & Yackel, E. (1993). Discourse, mathematical thinking, and

- classroom practice. In E. A. Forman, N. Minick, & C. A. Stone (Eds.), *Contexts for learning* (pp. 91-119). New York: Oxford University Press.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist, 31*(3/4), 175-190.
- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1989). Young children's emotional acts while doing mathematical problem solving. In D. B. McLeod & V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective* (pp. 117-148). New York: Springer-Verlag.
- Confrey, J. (1991). Steering a course between Vygotsky and Piaget. *Educational Researcher, 20*(8), 28-32.
- Healy, C. C. (1993). *Build-A-Book Geometry: A story of student discovery*. Berkeley, CA: Key Curriculum Press.
- Herman, N. J., & Reynolds, L. T. (Eds.). (1994). *Symbolic interaction: An introduction to social psychology*. Dix Hills, NY: General Hall.
- King, K. D. (1999). The influence of technology on sociomathematical norms in a differential equations course. In H. Fernando & S. Manual (Eds.), *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 219-224). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Kirshner, D. (2000). Exercises, probes, puzzles: A crossdisciplinary typology of school mathematics problems. *Journal of Curriculum Theorizing, 16*(2), 9-36.
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning* (pp. 229-269). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Leiter, K. (1980). *A primer on ethnomethodology*. New York: Oxford University Press.
- McClain, K., & Cobb, P. (1997). An analysis of the teacher's role in guiding the evolution of sociomathematical norms. Unpublished paper.
- Mehan, H., & Wood, H. (1975). *The reality of ethnomethodology*. New York: John Wiley.
- Meltzer, B. N., Petras, J. W., & Reynolds, L. T. (1975). *Symbolic interactionism: Genesis, varieties and criticism*. Boston, MA: Routledge & Kegan Paul.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards*. Reston, VA: The Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- O'Connor, M. C. (1998). Can we trace the efficacy of social constructivism? In P. D. Pearson & A. Iran-Nejad (Eds.), *Review*

- of *Research in Education*, 23 (pp. 25-71). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Pang, J.S. (2000, April). *Challenges in implementing reform ideals: Insights from South Korean and the U.S. elementary mathematics classrooms*. Paper presented at the Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics. Chicago, IL.
- Pang, J.S. (2001, April). *Challenges of reform: Utility of sociomathematical norms*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. Seattle, WA.
- Rasmussen, C. L., & King, K. D. (1998). Sociomathematical norms and student autonomy in calculus II honors students. In Berenson, S. B., Dawkins, K. R., Blanton, M., Coulombe, W. N., Kolb, J., & Norwood, K., & Stiff, L. (Eds.), *Proceedings of the Twentieth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 131-135). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Rasmussen, C. L., & Yackel, E. (1999). Normative understandings regarding explanation: A study of one differential equations classroom community. In H. Fernando & S. Manual (Eds.), *Proceedings of the Twenty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 239-244). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education
- Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 275-298.
- Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. In P. Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning* (pp. 163-201). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Voigt, J. (1998). The culture of the mathematics classroom: Negotiating the mathematical meaning of empirical phenomena. In F. Seeger, J. Voigt, & U. Waschescio (Eds.), *The culture of the mathematics classroom* (pp. 191-220). New York: Cambridge University Press.
- Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27(2), 4-13.
- Stephan, M. (1998). *Supporting the development of one first-grade classroom's conceptions of measurement: Analyzing students' learning in social context*. Unpublished doctoral dissertation, Vanderbilt University, Nashville, TN.
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.

Sociomathematical Norms and the Culture of the Mathematics Classroom

JeongSuk Pang (Korea Education and Research Information Service)

Given that the culture of the mathematics classroom has been perceived as an important topic in mathematics education research, this paper deals with the construct of sociomathematical norms which can be used as an analytical tool in understanding classroom mathematical culture. This paper first reviews the theoretical foundations of the construct such as symbolic interactionism and ethnomethodology, and describes the actual classroom contexts in which social and sociomathematical norms were originally identified.

This paper then provides a critical analysis of the previous studies with regard to sociomathematical norms. Whereas such studies analyze how sociomathematical norms become constituted and stabilized in the specific classroom contexts, they tend to briefly document sociomathematical norms mainly as a precursor to the detailed analysis of classroom mathematical practice. This paper reveals that the trend stems from the following two facts. First, the construct of sociomathematical norms evolved out of a classroom teaching experiment in which Cobb and his colleagues attempted to account for students' conceptual learning as it occurred in the social context of an

inquiry mathematics classroom. Second, the researchers' main role was to design instructional devices and sequences of specific mathematical content and to support the classroom teacher to foster students' mathematical learning using those sequences.

Given the limitations in terms of the utility of sociomathematical norms, this paper suggests the possibility of positioning the sociomathematical norms construct as more centrally reflecting the quality of students' mathematical engagement in collective classroom processes and predicting their conceptual learning opportunities. This notion reflects the fact that the construct of sociomathematical norms is intended to capture the essence of the mathematical microculture established in a classroom community rather than its general social structure. The notion also allows us to see a teacher as promoting sociomathematical norms to the extent that she or he attends to concordance between the social processes of the classroom, and the characteristically mathematical ways of engaging. In this way, the construct of sociomathematical norms include, but in no ways needs to be limited to, teacher's mediation of mathematics discussions.