大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 11 卷 第 1 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XI, No.1, 223-238. July 2001

소수 개념 지도에 관한 연구*

김 용 태**·임 해 경**·안 병 곤**·신 봉 숙***

Ⅰ. 서론

소수 개념은 여러 가지 측면을 갖고 있어 명확히 파악하기가 용이하지 않으며, 따라서 그 학습-지도에 어려움이 제기되고 있다. 더욱이, 자연수와 분수를 다룬 다음에 소수를 지도하기 때문에 선수학습에 따른 여러 가지 장애가 발생하게 된다.

본 논문에서는 소수 학습의 문제점에 대한 해결책으로 우선 Resnick이 제기한 학습 장애의 세 가지 규칙의 발생 원인에 대한 인지론적 규명과 대책에 관하여 논하고자 한다. 그리고 Drexel과 Brousseau의 연구내용 중의 공통점인 소수의 본질 중 하나인 십진분수의 동치류 측면에서 소수를 도입해야하는 타당성에 대하여 논의한다. 또한 Brousseau가 의식한 소수의 본질인 작용소와 선형성에 의한 소수 지도 방법을 논한다. 그리고 Hiebert가 제안한 표기의 지식, 조작규칙의 지식, 양의 지식을 논한다. 그 다음에 소수의 본질에 충실한 소수 지도 방안을 제안하고 이를 바탕으로 학교 현장에서의 소수 개념 지도 과정을 구성하려고 한다.

Ⅱ. 소수 개념의 분석

수학적 개념을 이해하기 위해서는 개념이 형성되어 온 역사적 발전 과정과 개념의 본질을 찾아 구체화하는 것이 중요하다.

소수는 고대 중국에서 양을 보다 정확하게 표현하고자 하는 관념에서 사용되기 시작하였으며, Al-Khowarizmi와 Al-Kashi를 거치면서 비의 개념으로 인식되었고 Stevin에 이르러 소수의 수학적 정체성이 확립되었다. 그러한 과정에서 소수는 측정활동을 통한 단위의 변환으로 적당한 수에 단위가 결합되는 수로 구성되는가 하면, 방정식의 근이 항상 존재하도록 자연수를 확장한 결과로도 구성되었다. 또한 정수의 순서쌍의 동치류, Dedekind에 의한 유리수 절단을 이용한 유리수의 확장, Cantor에 의한 유리수의 Cauchy 수열의 동치류를 이용하여 실수를 정의하기도 하였다. 또한 소수는 비, 작용소와 선형성의 개념으로도 해석된다.

본 연구에서 아동에게 지도하기 위한 소수의 몇 가지 개념을 살펴보겠다.

1. 비

소수는 처음에 보다 정확한 계산을 위하여 고안되었고 그 다음 단계로 소수에 비의 개념을 도입하여 여러 장애를 극복하려 한다. 즉, $1/m$(m은 자연수)의 형태에서 n/m(m, n은

---

* 본고는 광주교육대학교 2000학년도 학술연구비 지원에 의해 수행된 연구논문임

** 광주교육대학교
*** 금구초등학교

자연수)로 옮겨가면서 비의 개념을 구성하였으나, 실생활에 사용은 되었지만 원시 수학적 개념 수준에 머물러있었다.

비는 $(\mathbb{R}\times\mathbb{R}, \sim)$, 즉, 두 수의 순서쌍으로 된 집합에 주어진 아래의 동치관계이다.

$$(a, b)\sim(c, d) \Leftrightarrow ad = bc$$

이것을 기호로 $a : b = c : d$로 나타낸다.

이 때 단위를 e로 택하고 (a, b)의 동치류를 $[a, b]$라 하면 $[a, b]$는 하나의 수 u로 표시된다. 즉, $a : b = u : e$ 비의 인식은 두 단계로 일어난다. 처음 단계는 두 크기나 양의 값을 비교하는 정적인 이미지를 인식하는 단계이다. 그 다음 단계인 '내면화된 비'는 정적인 이미지로부터 비교의 의미뿐만 아니라 그것을 통하여 외적인 상황과 두 양의 값은 계속 변하지만 본질적으로는 동일한 관계가 그 안에 있음을 인식하는 단계이다. 따라서 내면화된 비가 바로 소수 개념의 본질로서 아동들에게 경험되어야할 양적인, 구체적인 동치관계이다.

2. 작용소(배개념)

자연수×소수, 소수×소수에서 소수의 역할은 작용소로 볼 수 있다.

n이 임의의 소수이면 $x\times n$에서 $\times n$을 소수배 즉, 작용소로 본다. 이 때

① n배는 $\mathbb{R}$에서 $\mathbb{R}$로의 1-1사상.

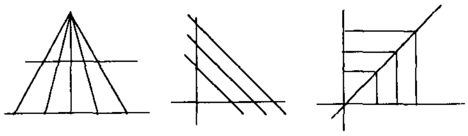
② $(k\text{배})\cdot(m\text{배}) = km\text{배}$

③ 결합법칙, 교환법칙 성립

④ n배의 역은 '~의 $1/n$'

⑤ $(n\text{배})\cdot(\sim\text{의 } 1/n) = 1$

즉, $\mathbb{R}$에서 $\mathbb{R}$로의 작용소의 집합은 Abel 군이다. 또한 기하학적으로는 작용소를 다음 세 종류의 아핀(affine)사상으로 볼 수 있다 (Freudenthal, 1983).



램프사영　　햇빛사영　　평행사영의 합성

3. 선형성

F가 체일 때 F의 원소로 이루어진 $n\times m$ 행렬은 F^m에서 F^n으로의 선형사상이다.

지금 1×1 실계수 행렬의 집합

$$(\mathbb{R})\text{쁘}\{\,(x)\mid x\in\mathbb{R}\,\}$$

에 행렬의 덧셈+ 과 내적 · 을 이항연산으로 주면 $((\mathbb{R}), +, \cdot)$은 체가 된다.

이 때 사상

$$\begin{aligned}\sigma: \mathbb{R}&\rightarrow(\mathbb{R})\\ x&\mapsto(x)\end{aligned}$$

은 전단사인 환준동형사상이다. 즉

$$\sigma(x+y) = \sigma(x) + \sigma(y),$$

$$\sigma(x\times y) = \sigma(x)\cdot\sigma(y)$$

이고, $Ker\ \sigma = 0$이므로

$$(\mathbb{R}, +, \times)\cong((\mathbb{R}), +, \cdot).$$

따라서 실수 x는 행렬 (x)과 같다.

따라서 소수(곱)는 선형사상이 된다. 또한 $\mathbb{R}$위의 임의의 0아닌 선형사상 $\phi: \mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$의 핵의 차원이 0이므로 ϕ는 비를 보존한다. 즉 $\phi(a) : \phi(b) = l : m$이면

$m\phi(a) = l\phi(b)$, $\phi(ma - lb) = 0$, $ma = lb$

즉,

$$a : b = l : m = \phi(a) : \phi(b)$$

따라서 배분법칙의 성립을 유도한다.

Ⅲ. 소수 지도에 관한 제연구

이 장에서는 소수 지도에 관한 Resnick,

Drexel, Brousseau과 Hiebert 등의 선행연구 내용을 분석하여 우리 나라에서의 소수지도를 효과적으로 하는데 참고하도록 한다.

1. Resnick의 연구

Resnick 등(1989)은 새로운 개념을 도입할 때 선수 지식이 장애가 되는 점을 확인하고자 미국, 프랑스, 이스라엘 세 나라의 아동을 대상으로 연구를 한다. 미국과 이스라엘은 분수를 먼저 배우고 소수를 배우는데 프랑스는 그와 반대인 점을 먼저 밝혀둔다.

(1) 소수 개념의 장애

Resnick 등은 아동이 소수의 대소를 비교할 때에 범하는 부적절한 오류를 세 가지로 나누어 설명하고 있다.

첫째, 아동이 소수 부분의 자리수가 많은 수가 큰 수인 것으로 인식하는 오류이다.

둘째, 첫 번째와 반대로 소수 부분이 짧은 소수가 크다고 판단하는 것으로 7.2가 7.354보다 큰 수로 인식하는 오류이다.

셋째, 소수점 바로 다음에 0이 오는 수가 작다고 보는 오류인데 0은 매우 작고 소수점 바로 다음에 0이 오기 때문에 소수 전체가 작다고 보는 것이다.

이러한 오류 규칙의 저변에 깔린 인식론적인 근원을 실험에서 얻은 결과를 토대로 살펴보기로 하자. 아동의 분수 지식이 부족한 상태에서 소수에 0과 자연수 지식을 적용하려 한데서 0과 자연수 규칙이 발생한다는 가설을 세웠는데 면담 결과 이 가설이 참으로 확인된다. 다음은 이스라엘 아동의 예이다.

① 0.5<0.25이다. (25가 크기 때문)

② 4.7<4.08이다. (0은 상관없고, 8이 7보다 크기 때문)

③ 4.8<4.63이다. (63이 8보다 크기 때문)

2.35와 2.305 그리고 2.035를 비교할 때 아동은 소수 부분을 0과 자연수와 같이 간주한다. 즉, 3백 5 또는 3백 5십은 35보다 크다고 여긴다. 그리고 자릿값을 잘못 이해하여 오류가 야기된다는 가설을 설정하였는데 면담 결과 가설에 확신을 갖게 된다. 다음은 이스라엘 아동의 반응 예이다.

① 4.5>4.68 (0.01이 8이고 0.1이 5이다)

② 4.347>4.4502 (0.001이 347이고 0.0001이 4502이다. 0.001이 0.0001보다 크기 때문).

(2) 장애 발생 요인 분석

0과 자연수 및 분수의 선수지식이 이러한 장애가 발생하는 원인이 된다. 따라서 그러한 선수지식이 소수 지식의 구성에 미치는 영향을 <표 1>과 <표 2>에서 열거한 0과 자연수와 소수, 분수와 소수의 개념과 구조 분석을 통하여 알아보기로 한다.

0과 자연수의 자릿값 체계와 소수체계의 유사성이 소수체계는 0과 자연수 체계와 동일하다는 암시를 주어 아동이 두 체계의 차이점을 무시해버리게 된다. 더욱이 교사가 소수개념의 이해를 증진시키기 위해서 0과 자연수의 선수지식의 이해를 증진시키려는 시도가 아동의 오류를 더욱 악화시키게 된다.

<표 1>에 있는 성질이 소수체계 지도에서 강조되는 개념인데 아동이 소수 비교에 0과 자연수의 지식을 이용하려는 시도가 0과 자연수 규칙을 발생하게 한다. <표 2>는 분수와 소수를 비교하여 각 체계에 의해서 표현되는 값은 유사하지만 두 표기체계에는 중요한 차이점이 있음을 보여준다.

Resnick은 소수 지도에서 선수학습인 0과 자연수와 분수 지식이 오류를 발생케 하지만 표기체계의 유사점과 차이점을 잘 분석하여 지도

<표 1> 소수와 0과 자연수 지식의 비교 (Resnick 등, 1989)

소수 지식의 요소	0과 자연수 지식의 대응요소	유사점(+)과 다른점(-)
A. 자릿값	A. 자릿값	
1. 자릿값은 왼쪽에서 오른쪽으로 가면서 감소	1. 자릿값이 왼쪽에서 오른쪽으로 가면서 감소	+
2. 각 자릿값은 오른쪽 자릿값의 10배	2. 각 자릿값은 오른쪽의 10배	+
3. 0은 자리매김	3. 0은 자리 매김	+
4. 0은 맨오른쪽 자리에 덧붙이면 전체값은 변치 않는다.	4. 0을 맨왼쪽에 덧붙이면 전체값은 변치 않는다.	-
5. 소수점에서 멀어질수록 값이 작아진다.	5. 소수점에서 멀어질수록 값이 커진다.	-
B. 자리 이름	B. 자리 이름	
1. 0.1로 시작	1. 단위로 시작	-
2. 명명 순서(0.1, 0.01,…)은 왼쪽에서 오른쪽으로 이동	2. 명명순서(십, 백, …)는 오른쪽에서 왼쪽으로	-
3. 읽는 순서는 0.1, 0.01, 0.001,…	3. 읽는 순서는 천, 백, 십, 일	-
C. 읽는 규칙	C. 읽는 규칙	
1. 단위는 명시적으로 밝혀지고 변한다.	1. 일이 암묵적으로 모든 경우의 단위로 쓰인다.	-

<표 2> 소수와 분수 지식의 비교(Resnick, et. al. 1989)

소수 지식의 요소	대응하는 분수 지식의 요소	유사점(+)과 다른점(-)
A. 소수값	A. 분수값	
1. 0과 1 사이의 값을 표현	1. 0과 1 사이의 값을 표현	+
2. 전체를 많은 부분으로 나눌수록 부분은 작아진다.	2. 전체를 많은 부분으로 나눌수록 부분은 작아진다.	+
3. 0과 1사이에는 무수히 많은 소수가 있다.	3. 0과 1 사이에는 무수히 많은 분수가 있다.	+
B. 소수 표기	B. 분수 표기	
1. 단위를 나눈 부분의 개수는 암묵적으로 자리 위치에 주어진다.	1. 단위를 나눈 부분의 개수는 명시적으로 분모에 주어진다.	-
2. 나뉘어진 부분의 개수는 보이는 숫자이다.	2. 나뉘어진 부분의 개수는 분자이다.	-
3. 전체는 오직 10의 거듭제곱의 부분으로 나뉜다.	3. 전체는 임의의 수의 부분으로 나뉜다.	-
4. 소수 부분은 전형적으로 십진법이다.	4. 분수 부분은 임의의 수 분의 ( )이다.	-

하면 소수의 개념적 이해에 도움이 된다고 하면서, 필요하다면 교과과정을 바꾸는 것도 고려할 필요가 있다고 주장한다.

2. Drexel의 연구

Drexel은 0과 자연수, 분수, 소수의 세 가지 수체계가 얽혀서 미국의 아동이 소수에 관한 이해에 어려움을 느낀다고 하고, 이러한 점을 해결하기 위해서 소수를 분수와 연결지워 지도해야 함을 강조한다. 이를 위해 아동의 분수에 관한 이해 정도를 조사하였고 그 수준에 맞게 지도 계획을 아래의 6개 주제로 구성하여 모든 내용을 십진블럭을 이용하는 활동을 통하여 습득하도록 지도계획을 수립한다.

(1) 분수의 표현과 동일시

아동에게 종이와 연필을 주지 않고 십진블럭만을 제시하고 그것으로 말이나 글로 표현된 분수를 표현하게 한다. 그 다음 아동에게 분모가 10이거나 10의 약수인 분수를 표현하고 확인하도록 하고, 또한 분모가 100이거나 100의

약수인 분수 표현도 하도록 한 다음, 십진블럭을 이용하여 말이나 글로 주어진 분수를 표현하도록 한다.

(2) 분수의 동치와 순서

아동이 십진블럭을 이용하여 분수를 표현하고 확인하는 연습을 하도록 하여 분수의 동치관계를 이해시킨 다음 분수를 기호로 표현하여 적도록 한다.이는 분수의 약분과 통분의 개념을 습득하게 하는 과정이다. 주어진 분수와 동치인 기약분수를 찾는 과정을 지도하기 위하여 다음 세 단계를 거치게 한다.

① 구체물로써 십진블럭으로 분수를 표현하고 확인하게 한다.

② 기호로 분수의 동치관계를 표현하기 위해서 분수 기호를 이용한다.

③ 주어진 분수와 동치인 기약분수를 알게 한다.

(3) 분수의 덧셈, 뺄셈

먼저 아동에게 분수의 덧셈, 뺄셈의 개념적 요소를 형식적으로 소개하고 앞에서 배운 분수의 표기, 기약분수로 고치기, 동치분수 명명하기를 복습하게 한다. 다음에는 공통분모가 10 또는 10의 약수인 동치분수 찾기를 한다. 통분에 의한 덧셈, 뺄셈을 위하여 처음에 주어진 분수들을 동분모인 동치분수로 바꾸는 과정도 숙련시킨다.

(4) 분수와 소수의 연결

실생활에 쓰이는 화폐를 분수의 관점으로 다루는 활동을 하는데 그 분수 표기와 소수 표기의 연결을 하는데 있다. 또한 분수는 십진막대뿐 아니라 소수로도 표현됨을 알게 하고 소수와 분수를 십진막대로 표현하는 훈련과 토의를 시켜 다음을 알게 한다.

① 분수와 소수 두 체계는 같은 종류의 양을 표현한다.

② 수는 두 체계로 표기될 수 있다.

③ 두 체계의 수를 말로도 표현할 수 있다.

이런 과정을 거쳐 아동이 소수와 분수의 연결에 숙달되도록 한다.

(5) 소수의 동치관계

소수의 동치관계를 알아보기 위해서 아동은 십진블럭을 이용하여 두 소수를 동치인 분수로 바꾼 다음 공통분모를 찾아서 그 분수와 동치인 분수로 대치한다. 아동은 분수 표기로 시작하여 그 수를 소수 표기로 전환하고 거꾸로도 해 보면서 소수의 동치관계를 익힌다.

(6) 소수의 덧셈, 뺄셈

위에서 실시한 소수의 표기, 동치관계와 특수한 형태의 분수의 덧셈, 뺄셈을 복습을 한 후 소수의 덧셈, 뺄셈을 지도하여 다음의 결론을 얻었다.

첫째, 소수지도에 분수를 이용한 결과 소수와 분수 두 체계간에 강한 연결이 이루어졌다. 또한 모든 아동이 소수의 비교, 동치인 소수 찾기, 덧셈, 뺄셈에 분수를 이용하는 능력을 갖게 된다.

둘째, 소수의 계산은 동치인 분수로 바꾸어서 계산하게 된다. 이때 분수가 이분모이면 통분하여 계산하는 알고리즘을 습득한다.

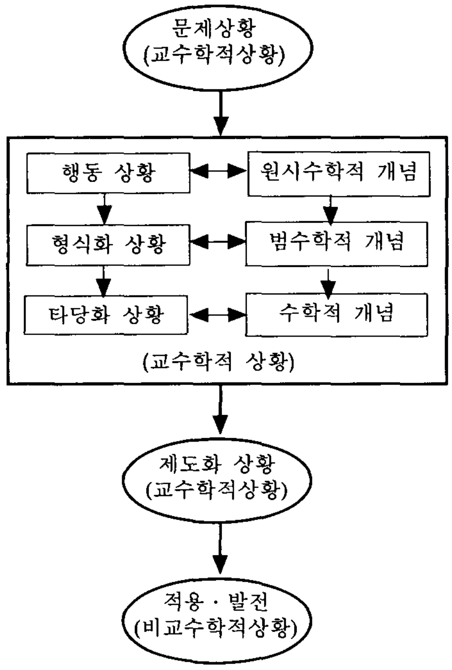
셋째, 소수 학습에 그와 동치인 분수를 이용하면 Hiebert와 Wearne 및 Resnick이 발견한 소수의 개념이나 비교, 계산 등에서 파생하는 몇가지 전형적인 오류를 피할 수 있었다. 그런데 분수의 곱셈과 나눗셈의 지식이 소수의 곱셈과 나눗셈에 전이되지는 못한다.

3. Brousseau의 연구

Brousseau는 소수 개념을 이해시키고 그것이 소수의 계산으로 자연스럽게 전이될 수 있도록 상황을 제시한다. 그는 소수의 본질을 알도록 하는 교수 과정을 설계하여 아동에게 적용하고 그 결과를 분석하면서 소수 개념의 본질을 지도하는 상황을 탐색하고자 한다. Brousseau는 다양한 소수의 수학적 본질을 중시한다. 제Ⅱ장에서 논한 소수의 본질 중 Brousseau는 구성적 측면에서 측도 함수를 통해 종이 한 장의 두께를 재는 측정 활동으로 시작한다. 또, 정수의 순서쌍의 동치류의 개념을 사용하여, 한 장의 종이 두께를 재기가 어려우므로 여러 장의 두께를 재면서 동치류가 되는 종이의 매수와 두께를 발견하는 활동을 한다. 비의 개념, 작용소 개념, 선형성 개념의 지도는 퍼즐 조각의 확대, 보트 그림과 사진의 배열, 축도기를 사용한 그림의 확대, 축소하는 활동을 통해 가능하게 한다.

인식론적인 연구는 소수 개념에 적절한 의미를 주는 상황을 조직하기 위해 발생 상태의 소수의 형태와 그에 관련된 인지 작용을 해명하는데 필요하다. 먼저 다양한 소수의 개념 발생 상황을 살펴보아 소수에 대한 관념이 어떻게 변화되었는지 알아보아야 한다. 원시 수학적 개념에서 범수학적 개념으로, 수학적 개념으로 확립되기까지 진화 과정을 통해, 비교수학적 상황를 고안하는데 아동들이 적응하게 될 행동 상황, 형식화 상황, 타당화 상황과 대응되도록 해야 한다. Brousseau는 수학적 개념을 행동 상황, 형식화 상황, 타당화 상황, 제도화 상황을 통해 학습자 스스로 구성하도록 안내하고자 한다.

행동 상황에서는 교수학적 의도와 압력 없이, 아동 혼자서 해를 발견하거나 떠올릴 수 있도록 교수학적 상황을 말하는데 이를 '원시 수학적(protomathematical)' 개념 상태라고 한다. 그 다음에는 용어가 획득되고 의미 있게 되기 위해, 용어의 사용을 정당화하고 그것을 통제하는 상황 속에서 정보를 표현하고 전달하는데 사용되는 언어의 획득을 허락하는 '형식화의 상황'이 뒤따른다. 이 단계에서 구성된 개념을 '범수학적(paramathematical)' 개념이라고 한다. 타당화 상황을 통해 아동들은 자신의 주장의 타당성을 확립하여 증명을 해 보임으로써 수학적 개념을 확립한다. Brousseau의 수학적 개념 발전과 상황과의 관계, 수업의 진행과정을 그림으로 나타내면 다음 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 수업의 진행과정과 수학적 개념의 발달 상태

Brousseau는 이러한 수학적, 인식론적, 교수학적 분석으로부터 얻은 결과를 바탕으로 소수 지도 과정을 구성하였다.

4. Hiebert의 연구

미국에서의 소수지도의 문제점을 Hiebert와

그의 동료들의 분석과 현장 경험을 중심으로 살펴보기로 한다.

소수 교육의 문제점을 Hiebert와 Behr(1988)는 다음과 같이 분석한다. 초등학교에서 0과 자연수, 분수와 소수가 분리되어서 다루어지고 있다. 또한 그 들이 각각 전혀 다른 문제 상황으로 주어지고 다른 규칙과 다른 기호 체계로 가르쳐지고 있어 거의 모든 아동이 세 종류의 체계를 연결하는 개념 고리를 형성하지 못하고 있다. 또한 분수와 소수를 다루는 아동의 능력이 떨어지는 이유는 개념을 거의 알지 못한 채로 여러 가지 기호 조작법을 기억하도록 강요받는데 있다. 그래서 절차적 기능이 개념적 능력을 제압하여 현실 세계에 0과 자연수, 분수, 소수를 의미 있게 적용하지 못하게 된다. Hiebert와 Carpenter(1992)는 강력한 지식은 연결이 잘된 지식이라고 하면서 소수 개념의 이해를 증대시키기 위해서는 이미 아동이 이해한 다른 관련된 지식과의 연결성이 관건이라고 한다. 이를 위해서는 Hiebert(1992)는 소수의 이해력 증진을 위한 다음의 세 가지를 제안한다.

첫째, 소수는 자리값이나 분수와 연결되어야 한다.

둘째, 절차와 알고리즘은 기호와 개념 및 원리에 연결되어야 한다.

셋째, 개념이나 연산을 실생활과 연결지어야 하며, 아동은 계산결과를 실생활에서 일어나는 문제에 대응시켜서 검증할 수 있어야 한다.

Hiebert(1992)는 이 세 가지 입장을 각각 표기 체계의 지식, 기호 규칙의 지식, 양의 지식이라 명명하고 0과 자연수, 분수, 소수 개념 사이에 연결이 이루어져야 한다고 한다. 그는 표기의 지식, 조작 규칙의 지식, 양의 지식으로 세 가지 체계를 비교하고 있다. 표기 체계에 있어서는 0과 자연수와 소수는 거의 동일하고 분수와 소수는 표기법에서 거의 유사성이 없어서 형태의 결정적인 차이 때문에 동일시 될 수 있는 유사성이 숨겨져 있게 된다. 0과 자연수,

<표 3> 세 수 체계의 표기체계 비교

0과 자연수	분수	소수	분수 관점에서 본 소수
1. 수의 형태 abc	1. 수의 형태 $\frac{a}{b}$	1. 수의 형태 ab.c	1. 수의 형태 ab.c
2. 자릿값은 10을 밑으로 단위 위치는 오른쪽 마지막자리	2. 분모는 단위의 등분갯수이고 단위는 암묵적이다	2. 자릿값은 10을 밑으로 단위 위치는 소수점 바로 왼쪽	2. 소수점 오른쪽자리 수는 단위가 등분된 개수에 대응된 값 0.1 등
3. 각수의 값은 자리수와 자릿값의 곱	3. 분자는 등분된 부분의 개수	3. 각수의 값은 자리수와 자릿값의 곱	3. 소수점 오른쪽 수는 등분된 소단위의 개수
4. 수의 값은 각수의 값의 합		4. 수의 값은 각수의 값의 합	4. 수의 값은 각수의 값의 합

<표 4> 세 체계의 기호 조작 비교

0과 자연수	분수	소수	분수 관점에서 본 소수
1. 같은 자릿값의 수끼리 덧셈, 뺄셈하고 이때 필요하면 받아올림과 받아 내림을 한다.	1. 통분하여 덧셈과 뺄셈을 한다. 즉 동치인 분수를 만들어 수를 묶는다.	1. 공통분모를 찾아서 수의 덧셈, 뺄셈을 한다. 동치분수로 대치하여 분자를 묶고 분모는 밝히지 않는다.	1. 공통분모를 찾아서 수의 덧셈, 뺄셈을 한다. 동치분수로 대치하여 분자를 묶고 분모는 밝히지 않는다.
2. 가장 큰 자릿값의 수부터 차례로 비교하면서 가장 큰 수에서 가장 작은수까지 순서를 준다.	2. 동치 분수를 찾아 통분한 뒤 분자를 0과 자연수처럼 비교하여 가장 큰 수에서 가장 작은 수까지 순서를 준다.	2. 가장 큰 자릿값의 수부터 차례로 비교하면서 가장 큰 수에서 가장 작은 수까지 순서를 준다.	2. 공통분모를 찾고 수를 비교하여 가장 큰 수부터 가장 작은 수까지 순서를 정한다. 분모는 밝히지 않는다.

분수, 소수간의 표면적인 유사점과 상이점, 내면적인 유사점과 상이점을 구체적으로 밝혀서 분수의 관점에서 본 소수의 표기체계를 분석하기로 한다.

소수 체계는 분수와 유사한 양을 표현하기 위해서 0과 자연수와 유사한 표기체계를 사용한다. 결국 소수의 이해를 위해서는 실제로는 분수량을 나타내면서 0과 자연수와 같이 보이는 기호 사이의 연결이 반드시 이루어져야 한다. <표 4>에서 본 바와 같이 분수와 소수의 기호 조작과정은 분명한 관계가 있다. 그런데 전통적인 교실 수업에서는 오히려 분수와 소수의 차이점을 부각시키려 한다는 문제점이 있다.

<표 5> 세 수 체계의 비교(Hiebert, 1992)

0과 자연수	분수	소수
1. 이산량; 단위의 가산집합	1. 이산량과 연속량; 임의의 정확도까지 측정 가능	1. 이산량과 연속량; 임의의 정확도까지 측정 가능

Ⅳ. 소수 지도의 문제점과 개선 방향

우리 나라 교육과정별 교과서를 분석하고 문제점을 도출하여 소수지도의 개선 방안을 탐색하고자 한다.

1. 교과서 분석

교수요목시대부터 제7차 교육과정에 이르기까지 교과서 소수 개념의 도입 부분을 중심으로 교육과정별을 여러 방법으로 고려할 수 있으나 박성택(1997)이 제시한 내용에 따라 크게 세 부분으로 나누어 교과서를 살펴보아 소수 지도의 문제점을 도출하고자 한다.

(1) 경험중심 교육과정

교수요목시대(1945～1954)의 교과서 '셈본'의 4학년 1학기에 소수가 등장하는데 소수 도입은 길이 단위의 변환으로 소수를 도입함으로써 혼소수가 다루어지면서도 제시된 정의는 순소수만을 정의함으로써 일관성이 부족하고, 소수의 읽기, 대소 비교, 수의 계열에 대한 설명이 없다. 그리고 이러한 측정 상황은 연산으로 이어지지 못하며, 단위의 변환을 하는 문제로만 도입이 끝난다.

제 1차 교육과정(1955～1962)은 3학년 1학기에 소수가 도입되기 전에 L와 dL의 들이를 도입하고 1L 5dL를 1.5L라 함으로써 두 단위사이의 관계를 설명한 후 단위의 변환 연습 문제가 제시된다. 소수의 도입은 들이 단위를 변환하는 혼소수의 상황의 제시로 소수의 개념이나 소수의 계열을 이해하기 위한 적절한 상황이 없고, 대소를 비교하는 어떤 상황도 없이 곧바로 계산을 지도하게 되어 있다. 더구나 덧셈과 뺄셈과 같은 연산에서 측정의 단위가 덧붙여짐으로써 소수의 일반적인 연산으로 일반화되지 못한다.

제 2차 교육과정(1963～1972)은 3학년 1학기 '5. 들이'라는 단원에 11dL를 1.1L라 함으로써 L와 dL의 단위가 도입되고, 두 단위 관계의 설명과 변환 연습이 제시되었다. 다른 시기의 소수 정의와 달리 2차 교육과정에서는 소수를 순소수와 혼소수의 예를 들어 정의하고, 소수 계열을 설명하였으며, 정수와도 비교할 수 있도록 하였다. 한편 3학년 2학기 '6. 분수' 단원에서 분수의 개념이 등분할에 의한 구성적 정의로 등장하고 "1/10L＝1dL" 라는 설명이 제시된다. 4학년 1학기에는 '3. 소수'라는 단원에서 30cm는 1m의 1/10이 3 모인 것이라는 설명과 함께 소수를 십진분수로 표현한다.

(2) 학문중심 교육과정

제 3차 교육과정에서는 소수가 3학년 2학기 '6. 분수와 소수' 단원에서 도입되는데 어떤 활동 상황을 제시하지 않고 소수를 십진분수로서 설명하고 대소 비교를 한다. 그리고 순소수는 3학년 1학기에 배우고, 혼소수는 4학년 1학기에 배워 혼소수를 소수의 정의에 넣지 않고 있다. 이는 소수가 1보다 작은 수라고 정의함으로써 혼소수는 소수가 아니라는 교수학적 기원을 갖는 인식론적 장애를 낳게 될 수도 있다.

제 4차 교육과정(1981~1986) 3학년 2학기에서 분수의 덧셈, 뺄셈, 대소비교, 수의 계열을 나타낸 수직선 문제 등이 단원 처음에 분수의 복습이 제시된 후소수가 도입된는데, 제 3차 교육과정과 교과서 편재나 내용은 거의 다르지 않다. 그렇지만 제 3차 교육과정에서는 분수 지도 후 소수가 지도되지만 십진분수에 대한 충분한 지도가 없이 소수의 개념 설명이 주어진다.

(3) 인본중심 교육과정

제 5차 교육과정(1987~1991)은 3학년 2학기 '6. 소수' 단원에서 L와 dL 사이의 관계로 소수가 도입되어, 소수의 읽고 쓰기, 들이 단위의 변환을 연습하도록하였다. 소수의 정의와 계열의 설명 방법은 4차 교육과정과 같다.

제 6차 교육과정(1992~1996)의 소수 지도는 제5차 교육과정의 전개와 거의 다를 바 없이 도입 상황과 소수의 정의와 개념 설명, 대소비교는 거의 같다.

제 7차 교육과정(1997~)의 실험용 교과서 3-나 단계 '6. 분수와 소수' 단원에서 분수의 지도와 함께 처음 소수가 도입된다. 제 7차 교육과정에서 소수의 개념 지도는 혼소수를 (자연수)+(소수) 부분으로 나누어 지도하지만 순소수만을 정의하고 혼소수의 지도는 소수의 정의 다음에 제시되어 교과서 편재상 순서에 일관성이 부족한 것 같다. 4-나 단계에서 혼소수를 분수와 관련지어 지도하지만 3-나 단계에서는 분수와 관련지어 지도하지 않는다. 또, 수를 분수로 표기하는 경우와 소수로 표기하는 경우의 차이점을 비교하여 그 표기 방식의 장단점을 비교하도록 하고 있다.

소수의 곱셈과 나눗셈은 교육과정별로 크게 변화가 없고, 자연수의 계산에 소수점을 적절히 표시하는 것으로 되어있으며, 분수의 계산으로 바꾸어 정당성을 찾도록 하고 있다. 또한 상황을 제시하여 학습되기보다는 십진분수로 전환하여 계산하고 이것이 자연수의 계산과 같이 한 다음 적절히 소수점을 찍게 하는 방법을 정당화하고 있다.

2. 소수 지도의 문제점

우리 나라 소수 개념지도는 다음과 같은 몇 가지 문제점을 가진다.

첫째, 소수 지도에 있어 수학사의 적절한 상황이 언급되지 않았다.

둘째, 소수가 지닌 정수 순서쌍의 동치류 개념, 작용소, 선형사상 측면에 대한 지도가 없다.

셋째, 십진분수를 다루는 상황이나 문제의 지도가 거의 없이 소수는 십진분수의 동치류로서 십진분수의 다른 표현으로 도입된다.

넷째, 소수의 개념을 정의할 때 순소수와 혼소수의 적절한 연계성이 부족하다.

다섯째, 소수 지도는 십진분수의 동치류, 자연수의 확장으로 도입되지만, 소수와 분수, 자연수와의 표기체계에 대한 유사점과 상이점을 인식시키는 설명이나 연습이 부족하다.

여섯째, 소수가 길이나 들이의 측정값에서 단위의 변환으로 인한 십진분수로 등장하지만

대소 비교, 소수의 계열, 계산의 의미 지도로 이어지지는 못한다.

일곱째, 동치소수에 대한 설명이나 언급이 없이 동치소수가 연산의 과정이나 결과 처리에 등장한다.

여덟째, 소수를 도입하기 위한 상황으로 단순히 측정값에서 단위를 변환하여 나타내는 문제가 사용되거나 십진분수의 동치류라는 본질을 사용한다. 그리하여 아동이 구체적인 조작활동을 통하여 개념을 이해하도록 교재가 구성되지는 않았다.

이상에서 문제점을 살펴본 바 우리 나라 소수 지도의 개선을 위해서는 다양한 소수의 본질을 다루고, 0과 자연수, 분수의 개념과 연계성을 갖도록 지도하고 그것이 소수의 계산으로 쉽게 전이될 수 있도록 적절한 상황을 통한 지도가 요구된다.

3. 소수 지도의 개선 방향

수학적 개념을 지도하는 데는 개념의 본질에 충실한 지도 방향을 택하여야 한다. 그리고, 개념의 역사 발생과 아동이 구성하고 있는 암묵적이고 발전 지향적인 개념의 표상을 고려하도록 지도해야 한다. 이상의 논의를 기초로 소수의 본질에 입각한 소수지도의 새로운 방향을 다음과 같이 제시한다.

첫째, 0과 자연수, 분수와 소수의 표기체계의 유사점과 차이점을 숙지시킨다. 소수는 본질이 자연수의 확장이고 비의 개념을 명확히 나타내는 분수의 동치류이기 때문에 소수개념이 불분명한 아동은 자연수와 분수에 관한 선수지식이 소수를 이해하는데 오히려 장애 요인이 되고 있다. 따라서 교사는 0과 자연수, 분수와 소수의 유사점과 차이점을 명확히 지도해야한다.

둘째, 소수를 십진분수의 동치류와 연결시켜서 지도한다. 소수는 구체적인 양의 표현에서 분수와 같이 이산량과 연속량을 모두 표현하고 분수의 동치류 곧 정수의 순서쌍의 동치류의 본질을 갖기 때문에 자연수보다는 분수와 연결하여 지도하여야 한다.

셋째, 맥락을 통하여 이미 이해한 관련된 지식과의 강력한 연결을 꾀한다. 자연수나 분수도 본질상 모두 소수이기 때문에 자연수, 분수, 소수를 맥락을 이용하여 하나의 문제상황에서 다루어야한다.

넷째, 소수는 작용소와 선형사상의 개념으로 지도한다. (소수) = 1 × (소수) 즉, 소수는 단위의 소수배이므로 배(작용소) 개념이며, 이는 도형의 닮음변환으로 지도될 수 있다. 또한, 소수끼리의 곱셈과 나눗셈은 도형의 반복적인 확대와 축소와 연결하여 지도한다. 이러한 방법은 초등학교에서 소수개념의 지도라는 점에서 중요하고 나아가 중·고등학교에서의 함수의 합성과 가역성 지도의 기초가 될 것이다.

Ⅴ. 소수 지도의 실제

Ⅳ장에서 논의한 개선 방향 중 소수의 본질인 정수의 순서쌍의 동치류, 비 개념, 작용소(배)개념과 그 선형성을 인식하도록 하는 지도 방안을 구성하고 그것을 학교 현장에 적용하여 얻은 결과에 대하여 논의하고자 한다.

1. 수업 설계

1차시에는 비의 개념 분수의 동치류 개념을 심어주기 위해 클립의 무게를 재는 활동을 시킨다. 2차시에는 선형사상으로서 소수개념을 이해시키기 위해 세 조각으로 이루어진 도형을 축소하여 닮은 도형을 그리는 활동을 다룬다.

<표 6> 1차시 수업안

단계	교수·학습 과정	지도상 유의점
도입	• 준비물을 3인 1조로 준비한다.(윗접시 저울, 클립, 학습지) • 책상 위에 놓인 자료들은 무엇을 하기 위해 놓인 것 같은가요?(클립 한 개의 무게재기) • 학습문제 제시 : 클립 한 개의 무게를 알아보자.	
전개	• 각 조에서 역할 분담하기 (눈금 읽기, 클립 올리며 세기, 기록하기) • 클립 무게 재는 순서를 알아보기 • 무게를 재기 위해 제일 먼저 무엇을 해야 할까요? (0점 조정) • 클립 1개의 무게를 어떻게 잴 수 있을까요? (다양한 방법 사고 유도) • 클립을 1개씩 올려가며 10g일 때 클립의 개수를 표에 써 봅시다. • 계속하여 다음 눈금에 올 때까지 클립을 올려놓으면서 표에 기록합시다. • 표를 보고 클립의 개수와 무게 사이의 관계를 조별로 이야기 해 봅시다. • 어떤 규칙성이 있습니까? • 그럼 클립 한 개의 무게를 여러 가지 방법으로 나타내어 봅시다.	클립의 개수와 무게간의 관계를 발견하는가를 점검한다.
정리	• 사과 3개의 무게는 30g이었다. 사과 한 개의 무게는 얼마인가? • 사과 2개를 3명이 나누어 먹으려면 한 명이 얼마나 먹을까요? • 클립 몇 개의 무게가 첫 눈금, 둘째 눈금, …에 이를 때의 클립 한 개의 무게를 분수로 나타내어 볼까요? • 결국 클립 한 개의 무게를 어떻게 나타낼 수 있는가요? (10/15 = 20/30 = 30/45) • 여기서 알 수 있는 점은 무엇인가요? (분수의 동치류)	동치분수의 개념을 측정값을 이용하여 알 수 있도록 지도한다.

<표 7> 2차시 수업안

단계	교수·학습 과정	지도상 유의점
도입	• 전체 테두리 모양은 무엇입니까? • 그림의 특징을 찾아 봅시다. • 학습문제 제시 : 주어진 도형을 똑같은 모양으로 그려 보자.	
전개	• 그릴 도형은 원래의 것과 공통점은 무엇일까? • 사회시간에 배웠던 지도를 생각해 보자. • 닮은 도형은 어떤 과정으로 그릴까? (직사각형→내부 선분) • 가로 5cm가 2cm로 줄었으면 10cm,15cm는 몇 cm가 될까요? • 우선 테두리만 그려볼까요? • 숫자들을 정리해 보고 이들 관계를 알아보자. (5cm - 2cm, 10cm - 4cm, 15cm - 6cm) • 나머지 그림을 그려볼까요? • 모눈종이 칸으로 생각을 해 자. (큰 칸 5칸은 몇 칸으로 축소될까?, 큰 칸은 작은 칸으로 몇 칸?, 작은칸 5칸은 작은칸 몇 칸으로 줄어듭니까?) • 자 그럼 나머지를 그려봅시다.	닮은 도형은 크기가 다를 뿐이지 모양은 변하지 않음을 상기시킨다.
정리	• 정리를 해 봅시다. 15개 -- 10g 5cm -- 2cm 1개 -- 10/15g 1cm -- 2/5cm, 10cm -- 4cm, 1cm -- 4/10cm • 2/5 = 4/10 이때 4/10을 0.4라고 한다. 분수를 소수로 나타낼 수 있다. • 2/5, 6/15는 소수로 나타내 보자. • 0.4라는 것에는 4/10 = 2/5 = 6/15 --등이 들어 있습니다. • 여러분 8cm는 작은도형에서 작은칸 2칸씩 몇 번 세어야 줄어든 길이가 될까요? • 그러면 세지 말고 7cm는 줄어든 길이가 2칸씩 몇 번 가면 될까요? • 15cm는 몇 번 갈까요?	하나의 소수를 여러 가지 분수로 나타낼 수 있음을 발견하게 한다.

(1) 1차시 : 클립 한 개의 무게

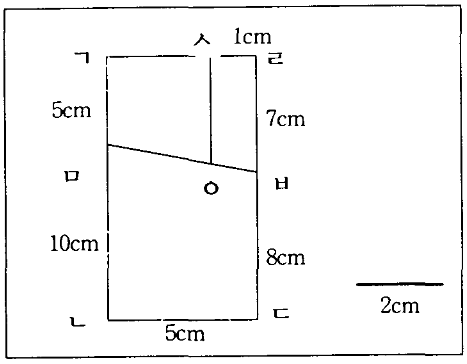
① 수업 목표 : 저울로 클립의 무게를 재는 활동을 통해 클립의 개수와 무게 사이의 관계를 말할 수 있다. (표 1 참조)

② 준비물 : 클립, 윗접시 저울, 백지 한 장

(2) 2차시 : 도형의 축소

① 수업 목표 : 주어진 도형을 알맞게 축소하여 닮은 도형으로 그릴 수 있다. (표 2 참조)

② 준비물 : 모눈종이, 자, 도형 (그림 2)



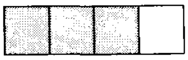
<그림 2> 닮은 도형 그리기

2. 연구 방법 및 절차

소수 개념 지도에 관한 수업은 전남 여수시 소재 J 초등학교 4학년 한 학급 28명을 대상으로 1, 2차시 수업이 이루어졌고, 수업 후 약 15분 동안에 설문지를 작성하도록 하였다. 한편, 수업의 진행상 어려움이나 문제점을 극복하기 위한 사전 수업을 동학교 동학년 다른 반에서 수업 전날 1회 실시하였다.

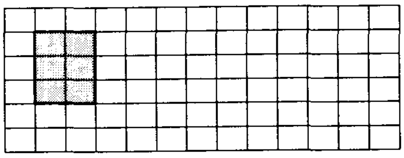
또한 광주광역시 소재 M 초등학교 3, 4, 5, 6학년 한 학급을 대상으로 분수와 소수 개념에 관한 평가를 하여 그 결과를 분석하였으며, 이를 통하여 소수 개념 지도와 연결된 근본적인 문제점을 찾아보고자 하였다. 평가 문항은 아래와 같고, 3학년에서는 3번까지, 4학년에서는 6번까지, 5학년에서는 8번까지, 6학년에서는 10번까지를 평가하였다.(<그림 3> 참조)

(1) 다음 색칠한 부분을 분수로 나타내시오.

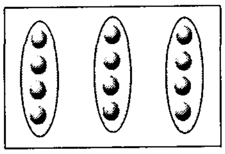


( )

(2) 다음 색칠한 부분이 전체의 1/3일 때 전체를 그리시오.



(3) 아래 그림을 나눗셈으로 나타내시오.( )
또, 이를 분수로도 나타내시오. ( )



(4) ¼m가 3개이면 ( )m가 됩니다.

(5) 2/10는 소수로 얼마입니까? ( )

(6) 다음을 큰 수부터 늘어 놓으시오 ( )

0.3, 7/10, 1, 0.6, 5/10, 0.9

(7) 35의 4/7는 ( )입니다.

(8) 28/100을 소수로 나타내어라 ( )

(9) 8/24와 크기가 같은 분수를 5개 쓰시오
( )

(10) 3/4를 분모가 100인 분수로 나타내시오
( )

<그림 3> 분수와 소수의 평가 문항

3. 결과 및 해석

아동의 수업에서의 활동 모습과 결과물을 분석한 결과 1차시 수업에서 각 조(전체 9 조)에서 분수의 동치류를 구하기 위해 클립의 개수와 무게 사이에 규칙성 있게 구한 조는 6개 조이며, 오류를 범한 3개 조는 클립의 개수를 잘못 세었거나 눈금을 일관성 있게 읽지는 못하였다. 한편, 클립 한 개의 무게를 분수로 나타내기 위해 분수의 개념을 몫의 의미로 질문했을 때 어려움이 있었다. 사과 3개의 무게가 30g일 때 하나의 무게가 얼마인지를 나눗셈으로는 구할 수 있으나, 분수로는 한 명도 나타내지 못했다. 이는 분수의 개념 지도에 있어 우리 나라 교육과정이 지닌 문제점을 보여준 것이라 하겠다.

제 6차 교육과정의 경우 분수의 도입은 2학년 1학기에 연속량인 하나의 전체를 등분할 한 후 전체에 대한 부분의 수를 구함으로써 부분-전체모델로 분수를 도입한다. 그리고 2학년 2학기에 곱셈 구구를 배우고 나눗셈을 배우나, 1보다 큰 이산량을 등분할하여 분수로 나타내는 것과는 연결하지 않는다. 3학년 1학기에 이산량의 부분의 크기를 구하도록 하고 있으며 (8의 1/4은 얼마인가?), 4학년 1학기에 가분수를 대분수로 고치는 과정에서 나눗셈을 분수로 표현하였다. 5학년 1학기에는 나누어 떨어지지 않는 (자연수)÷(자연수) 계산에서 몫을 분수로 나타내게 함으로써 마치 분수란 자연수로 나타낼 수 없는 것만을 표현하는 것으로 잘못 인식하도록 되어 있다. 이산량을 분할하여 분수로 나타내는 활동은 어디에도 나타나 있지 않다. 이를 유현주(1995)는 우리 나라 분수 지도는 주로 양적인 의미인 부분-전체의 비율로 다루어져 등분할, 단위, 동등한 부분 등에 관심이 집중되게 하여 분수 개념에 대한 강력한 심상을 갖게 해 주지만, 거기에 포함된 행위의 내적 질서인 '비례성'이라는 본질을 깨닫게 하는 측도, 몫, 비(비율), 작용소의 개념이 적절히 지도되지 않고 있다고 하였다. 이러한 방식의 개념 지도 후 분수의 사칙 연산에 대부분의 관심이 집중된다. 그 결과 분수의 개념이 자연수와 구별된 조작적 스키마로 형성되지 못해 분수의 계산을 자연수의 계산의 스키마에 따라하는 경향을 갖게 된다.

이러한 점을 확인하기 위하여 앞에서 제시한 평가지에 의한 조사 결과를 살펴보기로 한다.

1차시 수업에서 소수의 본질을 분수의 동치류에서 찾으려는 시도에서 측정활동은 대체로 잘 되었고, 클립의 개수와 무게 사이에 규칙성이 있음을 발견한다. 그러나, 분수의 개념이 부분-전체의 모델로서만 인식되었기 때문에 두 대상간의 상대적인 비 관계와 비의 동치관계를 제대로 파악하는데 어려움이 많았다. 2차시 수업에서 소수의 본질인 작용소와 선형성을 인식하도록 하는 도형을 축소하여 작도하는 과정은 더욱 어려움이 많았다. 먼저, 전체의 윤곽인 직사각형을 그리기 위해 가로의 길이 5cm가 2cm로 되었으며 그림이 축소되었음을 알려준 후 사각형을 그리도록 하였을 때 제대로 그린 아동은 4명이었다. 도형을 제대로 축소한 17명의 아동은 작용소와 그 선형성을 인식하였다고 볼

<표 8> 분수와 소수의 개념 연결에 관한 평가 결과>

문항 \ 학년		3학년(36명)	4학년(40명)	5학년(43명)	6학년(39명)	평균
1	분할에 의한 분수의 구성적 정의	36 (100%)	40 (100%)	43 (100%)	39 (100%)	100%
2	통약에 의한 분수의 정의	28 (78%)	29 (73%)	34 (79%)	24 (62%)	73%
3	이산량의 나눗셈	32 (89%)	22 (55%)	41 (95%)	31 (79%)	79%
	몫으로서의 분수 표현	0 (0%)	0 (0%)	1 (2%)	7 (20%)	5%
4	진분수의 자연수 배 개념		27 (68%)	38 (88%)	26 (67%)	75%
5	분수의 소수 표기		32 (80%)	42 (97%)	39 (100%)	92%
6	분수와 소수의 크기 비교		26 (65%)	37 (86%)	33 (85%)	79%
7	자연수의 진분수 배 개념			31 (72%)	31 (79%)	76%
8	분수의 소수 표기			34 (79%)	36 (92%)	85%
9	분수의 동치류 찾기				29 (74%)	74%
10	일반분수의 십진분수로 변환				31 (79%)	79%

수 있으며, 전 시간에 배운 분수의 동치류 개념은 더욱 강화되었다. 소수는 십진분수의 동치류와 강력하게 연결되어야 하는데 분수 개념과 표현 방법이 숙지되어 있지 않았기 때문에 수업에 어려움이 있었다. 이는 우리 나라 교육과정은 분수 개념을 도입한 후 분수의 다른 표현으로 소수 개념을 도입하는데 앞에서 논한 문제점 때문에 분수 개념이 제대로 형성되지 못한 상태로 소수가 도입되어 인식론적 장애를 야기시킨다고 볼 수 있다.

지금까지의 실험 결과를 기초로 한 바람직한 소수 지도 과정을 정리할 수 있다. 우선 선수학습으로 분수 개념 지도를 철저히 하여 비의 분수 표현과 모든 유형의 나눗셈의 몫의 분수 표현 등을 숙지시켜야 하겠다. 그리고 아동의 활동을 통해서 십진분수의 동치류 개념으로 소수 개념을 도입해야 할 것이다. 그리고 아동의 활동을 통해서 소수를 선형사상으로 인식하도록 지도해야 할 것이다.

Ⅵ. 결론

본 논문에서는 소수개념 습득과 관련된 문제점을 분석하고 소수개념의 본질에 충실한 소수개념의 지도방향을 찾아보고자 하였다. 제Ⅲ장에서는 소수지도에 관한 Resnick, Drexel, Brousseau와 Hiebert의 연구를 고찰하였다. 제Ⅳ장에서는 경험중심 교육과정(교수요목기-2차교육과정), 학문중심 교육과정(3, 4차 교육과정)과 인본중심 교육과정(5차-7차 교육과정)으로 나누어 교과서의 소수 도입부분을 중심으로 분석하였다. 제Ⅴ장에서는 소수개념을 지도하기 위하여 위의 제안 중에서 십진분수의 동치류, 작용소와 선형사상의 측면을 두 차시에 걸쳐서 아동에게 지도한 구체적인 실험 수업 결과를 서술하였다. 1차시에서 클립 한 개의 무게를 여러 가지 분수로 표현하게 하였는바, 전체의 40% 정도의 아동이 분수의 동치를 이해하였다. 2차시에서는 아동이 도형의 닮음은 배우지 않았지만 지도의 축도를 배운 후이었기 때문에 도형을 축소한다는 의미는 알았지만 실제로 축소된 도형을 완성하는데는 상당한 어려움을 느끼고 있었다. 이는 선형사상으로서의 소수 개념 지도에 어려움이 있음을 말해주는 것이다.

이상과 같은 논의를 종합하여 다음과 같은 소수지도에 관한 제안을 하고자한다. 소수 개념의 도입은 소수의 본질에 철저해야 하며, 초등학교에서는 자연수의 확장보다는 십진분수의 동치류의 다른 표현으로 지도되어야 할 것이다. 이를 위해서는 철저한 분수 개념 지도가 선행되어야하며 구체물의 조작활동, 실생활과 밀접한 문제상황을 통하여 자연수, 분수, 소수가 공존하는 지도가 요구된다. 또한 소수 개념의 도입은 적절한 소수의 역사를 고려해야 한다. 그리고 0과 자연수, 분수와 소수의 표기 체계의 유사점과 차이점을 숙지시키고, 이미 이해한 관련된 지식과 강력한 연결을 꾀하여야한다. 또한 비 개념이나 작용소, 선형사상의 측면을 소수 개념의 도입부분에서 고려하여 후에 소수의 계산 지도를 효과적으로 수행할 수 있도록 해야 할 것이다.

참고문헌

교육부 (1993). 국민학교 교육과정 해설(Ⅰ). 서울: 교육부.

교육부 (1998). 수학 3-2, 4-2, 5-2, 6-1, 6-2. 서울: 교육부.

교육부 (1998). 초등학교 교사용 지도서 수학 3-2, 4-2. 서울: 교육부.

교육부 (1999). 초등학교 교육과정 해설(Ⅰ), (Ⅳ), 서울: 교육부.

김용태, 황우형, 이중권, 안병곤 편저 (1998). 초등교사를 위한 진단과 처방수학. 서울: 경문사.

문교부 (1948). 초등셈본 산수 공부 4-1. 서울: 문교부.

문교부 (1961). 산수 3-1, 3-2. 서울: 문교부.

문교부 (1965). 산수 3-2, 4-1. 서울: 문교부.

문교부 (1974). 산수 3-2, 4-1. 서울: 문교부.

문교부 (1982). 산수 3-2. 서울: 문교부.

문교부 (1985). 국민학교 교사용 지도서 산수 3-2. 서울: 문교부.

문교부 (1989). 국민학교 교사용 지도서 산수 3-2. 서울: 문교부.

문교부 (1989). 국민학교 교육과정 해설. 서울: 교육과학사.

문교부 (1989). 산수 3-2. 서울: 문교부.

박성택 (1997). 한국 수학 변천의 교육학적 배경. 대한수학교육학회 추계 연구 발표 대회 논문집. 241-254.

서울대학교교육연구소편 (1998). 교육학 대백과사전. 서울: 하우동설.

우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교출판부.

유현주 (1995). 유리수 개념의 교수현상학적 분석과 학습-지도 방향에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

이영덕 외 (1982). 국민학교 교육과정 해설. 서울: 교육과학사.

Boyer C. B. (1968). *A history of mathematics.* John Wiley & Sons, Inc.

Brousseau G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics.* Kluwer Academic Publishers.

Bruner J. S. (1960). *The process of education.* New York : Vintage Books

Drexel R. E. (1997). *Connecting common fraction and decimal fraction concepts: A common fraction fraction perspective.* Ph.D. thesis, Univ. of Wisconsin-Madison.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht Holland: D. Reidel Publishing Company.

______(1983), *Didactical phenomenology of mathematics structures.* Dortrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.

Hiebert J. (1992). Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fractions. In G. Leinhardt, R. Putnam, R.S. Hattrup(Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching*(pp.283-322). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Hiebert J., & Behr M. (1988). Introduction: Capturing the major themes. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and oerations in the middle grades Vol. 2* (pp41-52). Reston, VA : Erlbaum.

Hiebert J., & Carpenter T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouwa(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*(pp.65-97). New York: Macmillan.

Irwin K. C. (1997). *Using context to enhance student's understanding of decimal fractions.* Ph.D. thesis, Univ. of Auckland.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for the School Mathematics.* Reston, VA: The Author.

______(2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: The

Author.

Resnick L. B., Nesher P., Leonard F., Magone M., Omanson S., Peled I. (1989). Conceptual bases of arithemetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, 20(1).*

Sarton G. (1935). *The first explanation of decimal fractions and measures*, Isis, 23.

Skemp R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics.* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Wearne D., & Hiebert J. (1986). *Learning decimal numbers: A study of knowledge acquisition. Final Report.* (Grant No. NIE-G-83-0054). Newark, DE: University of Delaware. (ERIC No. Ed 267973).

______(1988), Constructing and using M. Behr (Eds.). *Number concepts and operations in the middle grades Vol. 2* (pp.220-235). Reston, VA: Erlbaum.

On the Instructions of Concepts of Decimal Fractions

Yong-Tae, Kim, Hae-kyung, Rim, Byoung-gon, Ahn
(Kwangju National University of Education)
Bong-sook, Shin (Gumgoo Elementary School)

Decimal fractions are the practical system of notations representing real numbers. The set of decimal fractions with the definition of comparison of decimal fractions and the identification of their double representations is essentially the field of real numbers. Therefore, we have to clarify the concept of decimal fractions. However, there are problematics that the aquisition of the concept of decimal fractions is not easy. In this paper, we attempt to eradicate the problematics relevant to the acquisition of decimal fractions discussed above and find the desirable direction of instruction of meaning for mathematical symbols: The case of decimal fractions. In J. Hiebert & decimal fractions. First of all, we clarify the essence of them - ratio, operator and linearity. And we compare and analyse the theories about decimal fractions of Resnick, Drexel, Brousseau and Hiebert and the contents of texts about decimal fractions in Korea. Finally, we suggest the efficient instruction methods which are faithful to the essence of decimal fractions and choose some methods among them to plan the classroom instruction and implement the methods in the classroom.