大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 11 卷 第 1 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XI, No.1, 11-35. July 2001

교실문화 비교를 통한 수학교육개혁에 관한 소고

방 정 숙*

I. 시작하는 말

사회의 새로운 변화, 학생들의 수학 학습에 관한 지속적인 연구, 교수·학습결과의 평가 등은 수학교육개혁을 촉진시켜 온 중요한 요소들이다. 특히, 기존의 수학 교육이 본래 의도된 대로 학생들의 수학적 계발을 적절하게 향상시키지 못한다는 실험적 연구 보고서는 개혁에 박차를 가하는 요소 중 빼놓을 수 없는 것이다. 예를 들면, 미국에서 1980년 이래로 문제해결력 향상은 수학교육의 중요한 목표로써 특별히 강조되어 왔음에도 불구하고, 학생들은 기초적인 수학적 개념과 절차마저 피상적인 수준에서 학습한 것으로 드러났고, 그들의 문제해결력은 예상과는 다르게 전반적으로 낮게 평가되었다(National Assessment of Educational Progress, 1992). 현재의 수학교육 개혁을 촉진시킨 경험적 근거는 이외에도 수학 개념에 대한 깊이 있는 이해의 부족(Hiebert, et al., 1997), 학년이 올라갈수록 부정적인 수학적 성향 만연(Renga & Dalla, 1993), 창의적인 수학적 사고력의 부족 (Lappan & Schram, 1989) 등을 들 수 있다.

이와 같은 수학 교육의 문제점은 교육에 관한 전반적인 사회문화적 분위기, 교육과정의 편제와 운영, 교수·학습 방법 등 여러 가지로부터 그 원인을 유추해 볼 수 있는데, 여기서 상당 부분의 원인은 그 사회의 문화 및 가치와 밀접하게 관련되어 있어서 즉각적인 개혁으로의 변화를 불러일으키기가 어렵다. 하지만 교수·학습 방법은 수학교육개혁과 보다 직접적인 관련을 가진 요소라고 볼 수 있으며, 실제로 위에서 언급된 수학 교육의 문제점은 수업의 전형적인 모형으로 인식되는 교사 중심의 수업 방식에서 비롯된 것이라 해도 과언은 아닐 것이다(Mullis, et al., 1997; Third International Mathematics and Science Study [TIMSS], 1996). 여기서 교사중심(teacher-centered)이라는 말은 교사의 설명과 아이디어가 수학 수업의 초점을 이루는 것을 뜻한다. 교사의 주요 역할은 주어진 수학 문제에 대해서 특별한 해결 방법을 명백하게 제시해 준 다음, 학생들에게 연습할 기회를 제공하여 요구되는 문제해결기법을 충분히 숙달하도록 도와주며, 필요할 때마다 단계별로 차근차근 반복하여 설명하는 것이라 할 수 있다.

이와 같은 전형적인 교수법에 반하여, 수학교육자들은 교사 중심의 수학 수업을 학생 중심의 수업으로 개혁하려고 부단히 노력해 오고 있다(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 1989, 1991, 1995, 2000). 여기서 학생중심(student-centered)이라는 말은 학생들의 참여와 토론이 수업의 초점을 이루는 것을 말

* 한국교육학술정보원

한다. 새 교육 과정을 적용하는 교사는 학생들의 일상 생활과 관련된 수학적 과제를 선택하거나 개발하고, 수학적인 논리 및 증거에 기초하여 학생들이 문제를 풀고 그 해결 방법에 대해서 토론할 수 있는 학습 공동체를 만들어 나가도록 권장 받고 있다.

수학교육개혁운동은 그 동안 교수법혁신을 위한 대규모의 재정지원을 얻었으며, 많은 수학교사들이 그와 관련된 모임에 참여하고 협력해 왔다는 점에서 비교적 성공적이라고 평가받고 있다(Knapp, 1997). 실제 미국의 46개 주는 각각 NCTM의 규준(Standards)과 방향을 같이하는 수학교육규준을 만들었고(Council of Chief State School Officers, 1997), 많은 교과서와 프로그램이 '규준에 근거한(Standards-based)' 방법을 사용하고 있다고 광고한다. 현재의 수학교육 개혁 방향에 대해서 많은 교사들 역시 익숙히 알고 있다고 보고하고 있다. 예를 들어서, TIMSS에 참여한 8학년 미국 교사들의 95%가 수학 교수법과 관련하여 현재의 개혁 운동이 무엇을 추구하는지 안다고 보고했다(National Center for Education Statistics [NCES], 1996). 또한 그 교사들의 70%가 비디오로 녹화된 자신들의 실제 수업을 평가하면서 그 수업은 현재의 개혁 방향과 상당히 일치한다고 주장하였다(Stigler & Hiebert, 1998).

교사들 자신의 이와 같은 인식과 평가에도 불구하고, 그들의 실제 수학 수업은 일반적으로 그 개혁에 대해서 깊이 있게 이해하지 못하고 있음이 드러났다(Cohen, 1990; Hiebert, et al., 1996; Research Advisory Committee, 1997). 예를 들면, 교사들은 새로운 교수법적 기술들을 쉽게 배우지만, 어떻게 가르치는 전략의 변화가 실제로 학생들의 개념적 이해나 수학적 성향을 개발할 수 있는지에 대해서는 잘 이해하지 못하는 형편이다(Burrill, 1997; Stigler & Hiebert, 1998). 우리를 더욱 낙담시키는 것은, 이와 같은 실정이 수학교육개혁방향에 동의하여 실제 자신의 수업을 바꾸어 보려고 부단히 노력하는, 헌신된 교사들에게조차 비슷한 양상으로 나타난다는 것이다(Peterson, 1994; Stein, Grover, & Henningsen, 1996).

이와 같은 수학교육 개혁과 관련된 난제들을 고려해 볼 때, 실제 교실수준에서 수학교육 개혁을 이루어 나가는 교사들의 교수법과 그러한 교수법에 기초하여 형성되는 수학교실 문화를 상세하게 분석하는 것은 필수적인 연구라 할 수 있으며, 추후의 개혁 방향의 설정과 실행에 실질적인 시사점을 줄 수 있을 것이다. 좀 더 구체적으로, 교사가 개혁의 목표들을 취사 선택하여 피상적으로 교실 수업에 적용하는 경우와 그 목표들을 개혁의 취지에 걸맞게 보다 효과적으로 적용하는 경우를 비교해 봄으로써, 수학교육 개혁의 와해 지점을 찾는 것은 시기적절한 연구라 할 수 있겠다. 특히, 기존의 연구 경향이 개혁을 추진하는 하나의 수학 교실만을 집중적으로 분석하는 것임을 고려해 볼 때, 이와 같은 비교연구는 추상적일 수 있는 개혁의 아이디어를 실제 학교 현장에 적용하는 것과 관련하여 매우 미묘하면서도 중요한 쟁점들을 반영할 수 있는, 독특한 기회를 제공해 줄 수 있는 것으로 기대되어졌다.

한국과 미국은 교육문화, 교육과정, 수업의 구조와 조직 등에서 많은 차이가 있으며 (Grow-Maienza, Hahn, & Joo, 1999; Sorensen, 1994), 그러한 차이들은 왜 TIMSS에서 한국 학생들이 미국 학생들보다 수학성취도면에서 유의미하게 높은 것으로 나타나는지를 설명해 주는 요인이 될 수 있다(Mullis, et al., 2000; NCES, 1996, 1997). 수학성취도에서의 그와 같은 차이에도 불구하고, 위에서 제기된 수학 교육의 문제점들은 비단 미국에서뿐만 아니라 한

국의 수학교육과 관련해서도 빈번히 지적되는 문제이기도 하다(e.g., Noh, 1998). 또한 한국의 전형적인 수학 수업은 미국 수업과 비교해 볼 때, 더 적은 개별 학습 시간을 가지며, 상대적으로 전체 학생들을 대상으로 설명하는 데 더 많은 시간을 들이고 있음에도 불구하고, 여전히 교사중심의 수업으로 분석되었다(김진규 외, 1996). 이런 실정에서 새로운 교육 과정은 학생중심의 수업을 강조하고 있다(교육부, 1997; 백석윤, 2001). 이점에서 실제 학교 수학수업을 통해 드러나는 미국의 수학교육개혁을 자세히 살펴보는 것은 한국의 수학교육개혁에 적절한 시사점을 부여해 줄 수 있을 것이다[1].

II. 이론적 배경

학습 기회를 구조화하는, 교실의 사회적 문화가 학생들의 수학 학습에 많은 영향을 미친다는 것은 수학교육자들 사이에서 일반적으로 받아들여진다. 하지만, 학습이 개개 학생들이 가지고 있는 지식 체계의 재 구조화를 통한 산물이냐 사회적 참여에 기초한 관행의 산물이냐 하는 것에 대해서는 빈번한 논란이 있어 왔다 (e. g., Cobb, 1994; Confrey, 1991; Sfard, 1998). 이에 Cobb과 그의 동료들은 수년간의 교실실험 프로젝트를 기반으로 하여 실용적인 관점을 소개하였는데(Cobb & Bauersfeld, 1995), 이는 현재의 수학교육 개혁 동향과도 조화를 이룬다. 이 관점에서 보면, 수학적 의미는 사회적인 상호 작용을 통한 계속적인 협상과정 속에서 나타나는 것으로 이해된다. 상징적 상호작용론(symbolic interactionism)을 수학 교육에 적용해서 학생들의 수학적 사고와 사회적 상호작용, 학습과 관련된 대화, 그리고 교실 문화 등은 서로 상대를 전제하지 않고는 적절하게 이해되지 못하는 관계에 있다고 주장된다(Voigt, 1994).

학생들의 수학 학습을 분석하면서, Cobb과 그의 동료들은 사회적 규범(social norms)이라는 개념을 소개하였다. 간단히 말해서, 사회적 규범이란 교실의 참여 구조를 구성하는 특색으로써, 교실 활동의 일반적인 패턴이나 교사나 학생의 기대, 의무, 역할 등을 그 예로 들 수 있겠다. Cobb과 그의 동료들은 또한 사회 수학적 규범(sociomathematical norms)이라는 개념을 설명하고 있는데, 이것은 "학생들의 수학 활동에 독특한, 전체수업 토론의 규범적인 양상(the normative aspects of whole-class discussions that are specific to students' mathematical activity)"으로 정의되었다(Cobb & Yackel, 1996, p. 178). 사회적 규범은 어느 교과에나 적용 가능한 일반적인 개념인데 반해, 사회수학적 규범은 그 교실 상황에서 특별히 수학적인 설명과 정당화에 관련된 규범이라 볼 수 있다(Cobb & Bauersfeld, 1995; Yackel & Cobb, 1996).

학생중심 수업에서 형성될 수 있는 일반적인 사회적 규범들 중의 하나는 학생들은 자기 자신의 문제해결 방법을 창안하여 발표하고 정당화하며, 교사는 학생들의 발표를 주의하여 듣고, 전체 학생들을 위해 부연 설명한다라는 것이다. 좀 더 특수한 상황을 예로 들자면, 전체

1) 한국과 미국의 수학교육과 관련된 문제점과 개혁방향의 유사성에 기초하여 한국의 수학교실 문화에 관한 상세 연구가 진행되었는데 (자세한 내용은 다음 문헌을 참조하기 바람: Kirshner, D., Jeon, P. K., Pang, J.S., & Park, S. S. (1998). Sociomathematical norms of elementary school classrooms: Crossnational perspectives on challenges of reform in mathematics teaching. Final report to the Research Foundation of the Korea National University of Education). 이것은 본 연구의 방향과 방법론을 다지는데 예비실험연구의 역할을 하였음을 밝힌다.

토론에 참여하는 학생들은 이전에 발표된 해결 방법과는 다른 아이디어를 제시할 것이라는 기대도 일반적인 수학적 규범에 들어간다. 하지만, 무엇이 하나의 해결 방법을 다른 해결 방법과 비교하여 볼 때, 수학적으로 다른 해결 방법을 만드는 지를 이해하는 것은 사회수학적 규범과 관련된다(Pang, 1998).

유사하게, 무엇이 한 교실 공동체내에서 수학적으로 받아 들여질만한 설명인지에 대한 이해, 또는 수학적으로 정당화할 수 있는, 쉬운, 분명한, 효과적인, 또는 세련된 설명인지에 대한 이해는 사회수학적 규범의 예이다(Bowers, Cobb, & McClain, 1999; Cobb, et al., 1997; Yackel & Cobb, 1996). 이러한 사회수학적 규범은 교사가 준비하여 수업 시간에 일방적으로 제시해 주는 것도 아니요, 학생들의 수업 참여로 인해 자동적으로 성취되는 것도 아니다. 대신, 교사와 학생들이 교실 수학 활동 및 토론에 적극적으로 참여하는 과정 속에서 계속적으로 협상하고 재정의하는 사회적 과정을 통해 형성되는 것으로 분석되었다.

교사는 한 교실에서 수학 공동체의 대리인으로서, 사회수학적 규범을 형성하도록 토론을 진행시키는데 중요한 역할을 한다(McClain, 1995). 현재의 수학교육 개혁 운동은 교사들이 실제적으로 무엇을 해야하는지 보다는 무엇을 하지 말아야 하는 지를 좀 더 명확하게 제시해 준다는 점을 고려해볼 때(Smith, 1996), 학생들과 같이 사회수학적 규범을 만들어 나가는데 있어서의 교사들의 능동적인 역할은 자세하게 연구될 필요가 있으며, 이러한 연구는 또한 수학 교수법을 바꾸려고 노력하는 교사들이 어떻게 학생들의 참여와 공헌에 기초하여 자신들의 수업 목표를 추구하는지와 관련되어져야 할 것이다.

일반적인 사회적 규범으로부터 사회수학적 규범을 구분하는 것은 특히 수학교육자에게 중요한데, 이는 교실의 사회적 구조 안에 내재된 수학적 양상을 탐구하는 데 초점을 둘 수 있기 때문이다. 하지만, 기존의 사회적 규범 또는 사회수학적 규범에 관한 연구는 주로 교실 공동체내에서 학생들의 개념 학습을 자세하게 분석하기 위한 전제조건으로써 간단하게 기술하는데 그쳤다(e.g., Bowers, Cobb, & McClain, 1999; Stephan, 1998). 이와 같은 연구 경향은 사회수학적 규범 자체의 제한이라기 보다는 Cobb과 그의 동료들이 수행한 프로젝트의 특수성, 곧 학생들에게 수학 개념을 가르치기 위한, 특정한 학습 계열과 프로그램을 개발하는 데에 목적을 두고, 그러한 학습환경에서 학생들의 수학 학습을 설명하는데 초점을 둔 목적에서 비롯된 것이라고 볼 수 있다(Pang, 2001).

본 연구에서는 수학교육개혁과 관련하여 사회수학적 규범을 학생들의 수학적 참여의 질을 반영하는 주요 요소로써 재정립할 수 있는지에 대한 가능성을 탐구해 보았다. 앞에서 언급된 수학교육개혁의 현실을 고려해 볼 때, 사회수학적 규범은 실제 교육개혁을 추구하는 교사가 교실의 사회적 구조를 활용하여 학생들에게 바람직한 수학적 신념이나 가치를 개발하도록 북돋워주고, 수학적 개념에 대한 이해를 증진시키는지 그렇지 못한지를 이해하는데 매우 중요한 매체가 될 수 있다.

학생들의 학습 기회는 교실 수업의 성공을 판가름 짓는 중요한 기준중의 하나이다(Cobb & Whitenack, 1996). 특히, 수학교육 개혁에 있어서의 근본적인 관심사는 교수 방법의 변화와 그것을 통해 학생들이 겪게 되는 학습 기회의 변화를 관련짓는 것이기 때문에 본 연구는 사회적 규범, 사회수학적 규범뿐만 아니라 해당 교실에서의 학생들의 학습기회 또한 분석하였다. 사회적 관점과 심리학적 관점을 서로 연계

하는 관점을 취하면서 Cobb과 그의 동료들은 사회수학적 규범을 교사나 학생의 수학적 신념과 가치에 관련지었다(Cobb & Yackel, 1996). 하지만, 기존 연구에서는 사회수학적 관점과 학생들의 개념 학습간의 관계가 직접적으로 논의되지 않아 왔다. 이와 같은 연구 경향은 역시 Cobb과 그의 동료들이 수행한 프로젝트의 특성과 밀접하게 연관된 것으로 분석되는데, 그것은 한 연구 학교를 선정하여 특정한 수학 개념 형성 과정에 관하여 장기간에 걸쳐 교실에서의 수학적 관행(mathematical practices)을 분석하는데 초점을 두었다는 데에 있다. 본 연구에서는 특정한 수학적 개념이나 아이디어에 국한되지 않고, 어느 내용 영역을 가르치는 수학 교실에서든지 교수법 개혁을 추진하는 과정에서 일어나는 문제점과 쟁점들을 탐구하는데 주요 목적을 두었기 때문에, 사회수학적 규범과 학생들의 개념 학습 기회도 연관지어 논의하려 했다.

III. 연구 프로젝트

1. 연구목적 및 방법

앞서 언급된 수학교육개혁과 관련된 난제들을 고려하면서, 본 연구는 실제 수학교육 개혁에서 강조되고 있는 학생 중심의 교수법이 적용되는 수학 교실을 찾아 사회적 규범을 비교 및 대조함으로써 해당 교실 문화를 상세하게 분석하여, 수학교육개혁에서 강조되는 아이디어가 수학수업에 어떻게 적용되는지를 알아보고, 개혁에 관한 시사점을 탐색해 보는 것을 목적으로 두었다. 여기서 강조될 것은 본 연구의 특성상 연구대상으로 선정된 두 학교가 수학교육 개혁의 아이디어를 실제 학교 현장에 적용하는 측면에서 그 성공도가 다르기 때문에 선택되었다는 점이다.

구체적으로, 연구 문제는 (a) 미국의 초등학교에서 더 성공적인 학생중심 수학 교수법과 덜 성공적인 학생중심 교수법을 형성하는 과정은 어떠한가, (b) 특별히 사회적 규범 및 사회수학적 규범과 관련하여 더 성공적인 수학 교실과 그렇지 못한 교실사이에 유사점과 차이점은 무엇인가, 그리고 (c) 수학 교수의 문화를 변화시키는 데 있어서 겪게 되는 도전과 그에 따른 시사점은 무엇인가였다.

이 연구는 일정한 비교 분석(constant comparative analysis)에 기초하여 근거 있는 이론을 찾는 방법론(grounded theory methodology)을 이용한(Glaser & Strauss, 1967; Strauss & Corbin, 1998), 탐구적, 질적, 비교 사례 연구(case study)이다(Yin, 1994). 이 연구 방법론은 사례 분석을 시작하면서 찾아낸, 분석 초기단계의 추측을 전체 자료와 견주어 계속적으로 비교하고 대조하는 것을 핵심으로 한다. 이렇게 비교하고 대조하는 과정을 통해 예비적인 추측이 견고하게 되기도 하고, 설명력이 강한 요소로 부각되기도 하는 것이다.

사례 연구는 관찰하려고 하는 현상(phenomenon)과 그 현상이 내재된 상황(context)간의 경계가 분명하지 않을 때 특히 유용한 탐구방법이다(Yin, 1994). 수학교수법과 관련하여 학생중심 또는 교사중심이라는 말은 일반적으로 그 개념이 정의될 수 있는 반면에 그 구체적인 의미는 해당 교실이라는 독특한 상황 속에서 찾을 수 있다는 점에서, 사례 연구는 본 연구에 적합한 연구 방법론이었다.

사례 연구는 또한 연구자가 결과보다는 과정에 관심을 두고 있을 때 적합한 연구방법이다(Merriam, 1998). 연구문제에서 나타나듯이 본 연구는 학생과의 상호작용을 통해서, 교사가

어떻게 수학교육 개혁에서 요구되는 교수법을 적용하는지, 그리고 그런 교실문화에서 학생들은 어떠한 학습기회를 갖는지에 대한 관심으로부터 시작되었다. 이에 따라 교실 상황의 복잡성을 줄이려고 노력하는 대신에, 연구대상 교실에서 수학을 가르치고 배우는 과정에 대해서 '두꺼운 설명(thick description)'[2]을 제공하고, 그에 대한 깊이 있는 분석을 하고자 노력하였다(Geertz, 1973).

사례 연구는 또한 해당 연구가 많지 않은 교육분야에 있어서 기초적인 정보를 찾아내는데 적절하다(Merriam, 1998). 수학교육개혁과 관련된 교수 관행(teaching practices)에 관한 연구는 그 동안 많이 연구되어 오고 있다. 하지만, 기존의 연구는 수학교육자(researcher)가 직접 현장 교사의 역할을 하면서 개혁과 관련된 아이디어를 적용해 보는 방법(e. g, Ball, 1993), 교사개발 전문 프로그램에 참여한 후의 교사 변화(teacher change)를 분석하기 위해서 일종의 후속 연구로써 수학 수업을 관찰하는 경향(e. g., Fennema & Nelson, 1997), 또는 현장 교사와 긴밀한 관계를 유지하면서 그 교사가 수학 교수법을 변화시켜 나갈 수 있도록 수업 준비단계에서부터 평가단계에 이르기까지 연구자가 자세한 도움을 주는 경향(e. g., Cobb & Bauersfeld, 1995) 등으로 분석된다.

본 연구는 각각의 교실 단계에서 현장 교사가 직접 수학교육개혁의 근본 아이디어를 적용하는 과정에 초점을 두었기 때문에, 기존 연구에서의 특정한 교사개발 전문프로그램이나 외부 연구자의 직접적인 영향이 없는 상태에서, 교사가 자신의 고유한 교수 경력을 통해 형성한 수학적 가치와 아이디어를 근간으로 하는 수업을 관찰하고 분석하였다. 이와 같은 연구는 교실 문화를 탐색하는 데 있어서 새로운 연구 방향이라 할 수 있으며, 따라서 수학교육개혁과 관련하여 기초 정보를 제공해 줄 수 있다.

탐구적 사례 연구는 질문에 명백한 대답을 찾기보다는 새로운 문제점을 찾아내는 데 그 주요 목적을 둔다(Yin, 1993, 1994). 상대적으로 적은 수의 교실 선정과 그 각각의 교실에서의 짧은 기간 동안의 관찰들은 그 연구 결과를 일반화하는데 어려움이 많다. 그러나 이 방법론은 광범위한 후속 연구를 촉진할 수 있도록, 이론적인 통찰과 경험적인 논점을 만들어 내기에 적절한 방법론으로 잘 인식되고 있다(Yin 1994). 특별히, 탐구적·질적 사례 연구는 조사 과정을 통해 핵심 쟁점들을 찾아내고, 논쟁하고, 합의점을 찾아가는 기회를 거치는, 대단위 규모의 후속 국제 비교 연구에 매우 유용한 것으로 알려져 있다(Schmidt, et al., 1996).

2. 자료수집

미국 루이지애나 주의 수도 베턴루지에서 학생중심 교수 방법을 적용하는 것으로 추천되는 17개의 2학년 수학 수업을 1999년 2월과 3월에 걸쳐서, 필요한 경우, 한 교실을 세 번까지 관찰하였고 해당 교사의 교수 방법과 신념에 초점을 두고 간단한 면담을 실시하였다. 이 예비 관찰을 통해서 어떻게 학생들의 아이디어가 추려지고, 전체 토론과 활동에서 사용되어지는지를 비교 분석하여 최종적으로 두 개의 교실이 선정되었다. 한 교실에서는 학생들의 특정한 아이디어보다는 그들의 참여가 더 중요하게 여겨졌고, 다른 교실에서는 교사가 학생들의

2) '두꺼운 설명 (Thick Description)'은 '얇은 설명 (Thin Description)'과 대조되는 용어로써, 후자는 상황에 기초한 의미를 고려하지 않고, 있는 현상 그대로를 기술하는 방법을 일컫는 말인데 반해, 전자는 그 해당 상황속에서 특정한 행동양식이 어떠한 의미를 가지는지에 대해서 아주 상세하게 기술하는 방법을 일컫는다 (Geertz, 1973).

수학적 사고를 토론의 주요 주제로 삼았다.

연구대상 교실 각각에서 한 번의 예비 녹화 후에, 전체 14개의 수학 수업이 교실 상황에 따라서 교사중심, 학생전체, 또는 모둠별 활동 중심으로 두 개 또는 세 개의 카메라를 통해서 같은 해 4월에 비디오와 오디오로 녹화되었다. 관찰된 모든 수업과 관련된 학생들의 학습지나 저널이 수집되었다. 교사와의 면담 역시 집중적인 관찰기간동안의 비구조적 면담 외에, 관찰된 수업의 상세 분석을 위해서 그리고 해당 교사가 그동안의 교수 경험을 통해서 개발해 온 교수 방법과 그 영향을 분석하기 위해서 같은 해 5월에 반구조적 면담이 네 번에 걸쳐서 심층적으로 이루어졌다. 교실수업자료와 면담자료 전체에 걸친 트랜스크립트가 추후에 만들어졌고, 분석의 기초자료가 되었다.

3. 자료분석

본 연구의 자료는 각 교실에 대한 개별 분석과 두 교실에 대한 비교 분석으로, 크게 두 단계를 거쳐서 분석되었다. 사례 연구는 성급하게 쟁점이나 이론을 개발하기보다는 사례 자체에 대한 충실한 이해에 초점을 두어야 하기 때문에(Stake, 1998), 교수 관행에 관한 각 교실의 개별 분석은 수업 에피소드를 중심으로 주의 깊게 분석되었다. 이 개별 분석 자료는 그 다음에 더 성공적인 수학교실과 덜 성공적인 수학교실을 비교 및 대조하는데 이용되었다.

개별 분석을 위해서 처음에는 Cobb과 Whitenack(1996)이 이용한 네 가지 요소–학생들의 사회적 관계, 수학적 의미, 학습기회, 수학 학습–를 고려했지만, 예비분석 과정 중 본 연구는 이전 연구의 모둠내의 수학 활동과 학생들간의 사회적 관계 형성 과정보다는 전체 수학교실 문화와 그 안에서의 교수 · 학습 방법에 초점을 두고 있었기 때문에, 수업의 흐름(Classroom Flow), 교사의 접근방법(Teacher's Approach), 학생들의 접근방법(Students' Approaches), 학생들의 학습기회(Students' Learning Opportunities)로 수정하였다 (<표 1> 참조).

<표 1> 교실 개별 분석을 위한 해석의 틀

구성요소	주요 분석과제
수업의 흐름	교실활동, 일반적인 상호작용 유형, 교사나 학생들이 감지하고 있는 역할이나 기대 등을 포함하여 수학교실에서의 교수 관행과 관련한 전반적인 흐름은 어떠한가?
교사의 접근방법	수업구조 및 교사의 수업을 통해 드러나는 교수 의도는 무엇인가? 교사가 수학 및 수학 교수 · 학습과 관련하여 가지고 있는 신념이 실제 교실 수업을 통해서 어떻게 드러나는가?
학생들의 접근방법	수학활동에 참여하는 유형에서 나타난 학생들의 학습 의도는 무엇인가?
학생들의 학습기회	앞서 분석된 교사와 학생들의 접근 방법을 고려했을 때, 개념(concepts), 연결(connections), 도구(tools)와 관련하여 어떠한 종류의 수학적 학습 기회가 학생들에게 일어날 것 같은가?

이 네 가지 구성 요소는 <그림 1>에서 보는 바와 같이 서로 밀접하게 연계되어 있다. 수업흐름은 수업의 주요 에피소드를 포함하여 상세하게 기술된다. 교사의 접근방법과 학생들의 접근방법은 각각의 접근방법이 수업흐름 속에서 유추되고 결과적으로 교실활동 속에 일관되게 기초를 두고 있다. 다시 말해, 교사와 학생들의 접근 방법은 수업의 전반적인 흐름을 통해 보고된 관찰로부터 가장 신뢰받을 만한 것으로 추려진다는 것이다. 역으로, 수업흐름은 교사와 학생들의 접근 방법에 의해서 일관되게 설명될 수 있다. 마지막으로 학생들의 학습 기회는 교사와 학생들의 접근방법으로부터 형성된다.

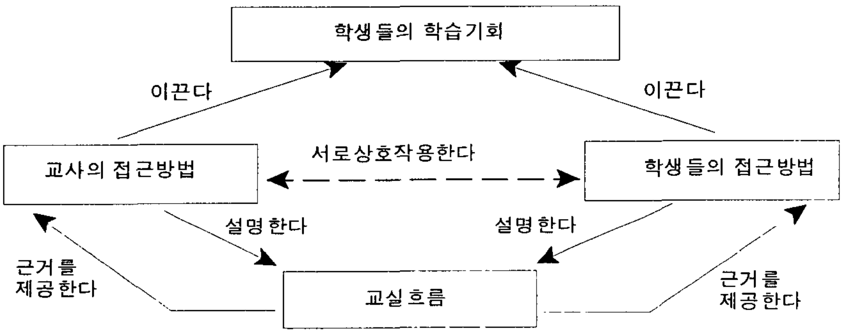
두 교실간의 비교 분석은 두 부분으로 나뉘었다. 먼저 개별분석 자료를 기초로 하여 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범을 바탕으로 두 교실을 비교 및 대조하였고, 그 다음 면담자료 분석을 통하여 각 교사의 교수 목표에 영향을 미치는 기초적인 요인들을 비교하였다. 이는 교사들의 성공과 어려움을 분석하여, 수학교육 개혁의 아이디어를 교실 현장에 적용하는 것과 관련된 쟁점과 걸림돌을 고려해 보기 위함이었다.

IV. 연구 결과

연구 결과를 기술함에 있어서, 본 글에서는 지면관계상 각각의 교실 문화에 대한 상세 분석보다는 일반적인 사회적 규범과 사회수학적 규범에 의한 비교 분석을 주로 다루면서, 두 교실 문화 속에서 형성된 학생들의 학습 기회를 살펴보고 이를 통해서 학생 중심의 수학 수업을 만들어 가는데 있어서의 유의점을 탐구하도록 했다. 특히, 연구대상 교실 모두 일종의 학생 중심의 교수법을 반영하고 있었고, 본 연구는 교실에서의 수학교육개혁과 관련한 쟁점들을 분석하는데 그 목적이 있었기 때문에, 일반적인 사회적 규범보다는 수학교실 문화에 독특한 사회수학적 규범에 의한 비교 분석에 더 많은 초점을 두었다. 연구대상 교사는 각각 교사 E와 교사 M으로 표현되었고, 사회수학적 규범에 의한 두 교실 문화의 미묘한 차이를 보다 효과적으로 기술하기 위해서 일부 수업의 에피소드를 제시하고 이에 관한 구체적인 분석을 덧붙였다.

1. 일반적인 사회적 규범에 의한 비교분석

두 교실의 참여구조를 구성하는 특색은 <표 2>에서 보는 바와 같이 일반적으로 매우 비슷했다[3]. 다시 말해, 두 교사 모두 수학교육 개혁에서 강조되고 있는 학생중심 수업 방법과 일



<그림 1> 해석의 틀에 있는 네 구성 요소간의 관계

3) 교사의 접근 방법이나 학생들의 접근 방법들을 각각 자세하게 분석하면 비슷함의 정도면에서 차이가 나는 점도 있었으나 (이 분석 결과에 대해서는 다음 문헌을 참고 바람: Pang, J.S. (1999). When changes don't make changes: Challenges in implementing reform ideals in elementary mathematics classrooms. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 436 408), 거시적으로 비교하면 사회적 규범면에서는 비슷함의 정도가 매우 많다라고 분석되었다.

관된 사회적 규범을 만들어 가는데 성공적이었다.

학생들은 교사의 질문에 능동적으로 응답했고, 학생들간에 서로 의견을 주고 받았는다는 점에서 두 교실의 분위기는 개방적이면서 역동적이었다. 두 교사 모두 학생들에게 발표할 기회를 공정하게 주려고 노력했고, 특히 학생이 발표 도중에 실수했거나 제대로 응답하지 못해서 다른 학생들이 부정적인 반응을 보이는 경우, 두 교사는 그 발표 학생이 자신의 발표를 끝낼 수 있도록 도와주었다. 두 교사 모두 주어진 수학 문제에 대해서 정답을 구하는 것보다는 사고 또는 학습과정이 더 중요하다는 것을 강조했으며, 주어진 문제에 대해서 여러 가지 해결 방법을 찾도록 격려하였다. 또한 교사 또는 소집단별로 문제를 해결하고 그것을 전체 토론 시간을 통해 발표할 기회를 주었고, 기발한 아이디어에 대해서는 칭찬을 아끼지 않았으며, 학생 자신들이 직접 문제를 만들어 볼 수 있는 기회를 제공하였다. 차이가 있었다면, 교사 E는 학생들의 답변 내지 설명에 대해서 자신이 직접적으로 평가했던 반면에 교사 M은 발표된 아이디어에 다른 학생들이 동의하는지 그렇지 않은지를 물어보고 그 이유를 부가하여 설명하도록 격려하였다. 두 교사의 이와 같은 일련의 접근 방법은 학생들이 수학 수업과 관련된 여러 가지 활동과 토론에 적극적으로 참여하도록 하기 위한 것이었다. 이러한 수학 교실 문화 속에서 학생들 역시 다양한 교실 활동에 대해서 빈번하게 흥미를 보였고, 소집단 내에서나 전체 토론을 통해 적극적으로 수업에 참여했다.

<표 2> 비교: 일반적인 사회적 규범

<table>
<tr><th>비슷함의 정도*</th><th>사회적 규범</th><th>교사 E의 교실</th><th>교사 M의 교실</th></tr>
<tr><td rowspan="3">매우 많다</td><td>전반적인 교실 흐름</td><td colspan="2">· 개방적, 허용적, 역동적인 교실 분위기
· 모둠별 활동 후 전체 토론시간을 갖음
· 학생들의 참여를 유도하는 다양한 활동 방법을 적용함</td></tr>
<tr><td>교사의 기대 및 역할</td><td colspan="2">· 학생 개개인의 문제 해결과 발표를 강조함
· 칭찬과 격려로 학생들에 대한 긍정적인 기대를 표현함
· 학생들의 설명을 필요에 따라 반복하거나 보충 설명함
· 학생들의 아이디어에 대해서 흥미를 보임
· 주어진 문제에 대해서 여러 가지 해결 방법을 유도함
· 필요할 때마다 구체적 조작물을 활용하고 연계함
· 정답보다는 학습 과정을 강조함
· 학생들에게 문제 만들기 기회를 제공함</td></tr>
<tr><td>학생의 참여 및 역할</td><td colspan="2">· 흥미진진함과 적극적인 참여
· 동료학생의 설명을 주의하여 들음
· 교사의 지시에 순응함
· 모둠별 활동을 위한 협동
· 학습과 관련된 다른 사람의 실수를 찾아냄</td></tr>
</table>

2. 사회수학적 규범에 의한 비교분석

1) 교사 E 교실에서의 사회수학적 규범과 학습기회

교사 E 교실에서는 학생 중심의 수업을 이끌어 나가는데 모범이 될 수 있는 일반적인 사회적 규범에도 불구하고, 실제 교수 방법의 질과 그 내용은 주로 수학의 절차적인 지식에 치중되었다. 물론 관찰된 수업 중에 교사 E가 학생들의 개념적 이해에 관심을 보인 적도 있었지만, 그러한 경우는 전체 수업 자료를 두고 볼 때, 다소 예외적인 경우였다.

교사 E는 학생들에게 주어진 수학 문제에 대해서 여러 가지 해결 방법을 찾아보도록 격려했고, 그들의 아이디어를 타당한 것으로 받아들였다. 하지만, 대개는 주어진 문제에 대해

서 표준화된 알고리즘을 사용하거나 자신이 미리 생각하고 있었던, 특정한 방법을 사용하도록 하기 위해 수학 활동이나 토론의 방향을 다소 조절하는 경향이 짙었다. 이러한 수업 경향은 여러 가지 다른 종류의 수학 활동을 하는 중에 일관되게 반복되었다. 예를 들어, 이 교실에서 매일 이용되었던 어림(estimation)활동을 통해 교사 E가 강조하는 것은 학생들의 직관적인 사고나 양감보다는 받아내림이 있는 뺄셈 알고리즘을 연습하는 것이었다. 에피소드 1은 교사 E가 어떻게 어림 활동을 뺄셈 알고리즘을 연습하는 형태로 수업을 이끌어 나갔는지를 보여주는 대표적인 예이다. 어림 활동을 위해서 학기초에 학생들은 100개의 물체가 든 봉지하나씩을 교사에게 제출했었다. 교사는 수업 시작 전 그 봉지들 중 하나를 선택하여 손으로 한 웅큼 정도 빼낸 다음 나머지를 유리병 안에 넣어 두었다. 수업이 시작되면, 교사는 그 유리병을 학생들에게 보여주면서 그 안에 몇 개나 있을지 어림하여 공책에 적어놓도록 하였다.

<에피소드 1> 어림활동에서 형식적인 알고리즘 이용하기

교사 E: 자, 처음에 100개 물체를 [다양한 크기의 조약돌을] 가지고 있었지, 그런데 선생님이 한 주먹 가득하게 빼내었어. 그래서 지금 여기에 있는 것(유리병을 보여주며)이 너희들이 추측하고 있는 거지. 처음에 100개의 물체(100을 칠판에 쓰면서), 그런 다음 내가 얼마를, 한 주먹 가득히, 빼내고(숫자 100 아래의 빈 공간을 가리키며), 그러니까 이것이 너희들이 추측하고 있는 답이지(100－[blank] = [blank]를 세로셈 형식으로 쓰면서). 자, 이 식을 쓰자 (식을 가리키며). 이제, 저기에 가서 내가 빼낸 것을 가져오려 하는데, 누가 말해볼까? 그것을 어떻게 이용하면 실제 세어보지 않고, 유리병 안에 무엇이 있는지 알아볼 수 있을까 누구 설명해 볼 수 있겠니?

찰스: 그 봉지 안에 몇 개나 있는지 세어보고, 음, 선생님께서 얼마나 빼셨는지 알아봅니다.

교사 E: 얼마나 많이 내가 빼 냈는지, 음, 맞아. 그런 다음 내가 무엇을 해야 하지? 아테리언?

아테리언: 그 유리병에서 [조약돌들을] 꺼내고 얼마나 있는지 세어봅니다.

교사 E: 하지만, 난 이것들 [조약돌] 모두를 세고 싶은 생각이 들지 않는 구나. [그 방법은] 원하지 않아. 나는 지름길(좀 빠른 방법)을 원해. 무엇을 해야 할까?

브리트니: 그 유리병에서 선생님께서 얼마나 꺼내셨는지 알아내고, 100에서 그것을 빼야합니다.

교사 E: 아주 좋아! 자, 그럼 선생님이 저기로 가서(교실의 한 구석으로 이동한다). 이번에는, 음, 선생님이 사과해야 할 것 같다. 정말 너희들을 속인 거나 다름없거든. (본인이 꺼낸 돌을 가지고 온다.) 한주먹 가득이지, 하지만 여기를 봐라(자신이 꺼낸 아주 큰 두 개의 돌을 보여주며).

학생들: 아아!

교사 E: 자, 그럼 뺄셈을 하자, 준비되었니? 이것은 무슨 자리가 될까? 일의 자리, 십의 자리, 아니면 백의 자리? 수잔나? (들고 있던 돌을 다시 보여주며)

수잔나: 일의 자리.

교사 E: 일의 자리에. (숫자 100의 일의 자리 0 아래에 2를 쓴다.) 좋아. 너희들 스스로 어디 뺄셈을 할 수 있는지 한번 보자. (학생들은 각자의 공책에 뺄셈을 한다. 교사는 교실을 순회하지만 개별적으로 학생들과 말하지는 않는다.) 연필을 사용해라. (교사는 칠판 앞으로 돌아온다.) 이전 날 켈시가 이 앞에 나와서 어떻게 했는지 기억하니? 켈시가 어떻게 해야하는지를 우리가 말로 설명해 줌으로써

도와줬었지? 오늘은 내가 그렇게 해 보려고 해. 선생님이 어떻게 해야 하는지 누가 설명을 해줬으면 좋겠구나. 내가 무엇을 처음에 해야 하는지 누가 말할 수 있니? 내가 해야 할 첫 번째 일이 무엇이지? 모간, 내가 무엇을 해야만 하는지 얘기해봐. 무엇을 해야 하는지 나에게 제발 알려주렴.

모간: 선생님께서 처음에 해야 할 일은 빼는 거예요. 0에서 2를 빼세요.

교사 E: 0에서 2를 빼라. 좋아, 모간. 앞으로 나와봐. 여기서(두 손을 붙여 앞으로 내밀며) 2를 빼 봐. (모간은 선생님의 손에서 무엇인가를 빼내는 시늉을 한다.) 제발 2를 빼 봐. (모간은 다시 빼내는 시늉을 한다.) 넌 지금 하고 있지 않아.

모간: 할 수 없어요.

교사 E: 왜 안 되지?

모간: 왜냐면 아무 것도 거기에 없기 때문이죠.

교사 E: 아무 것도 없다! 자 그럼 누가 이 문제를 풀 수 있을까? 누가 우리를 위해 이 문제를 해결해 줄 수 있지? 존, 이 문제를 풀 수 있겠니? 풀 수 없어? (존은 머리를 살짝 젓는다.) 빌리 조, 너는 어때?

빌리 조: 10을 빌려요.

교사 E: 10을 빌린다! 빌리 조, 여기서(칠판에 써 놓았던 100이라는 숫자에서 십의 자리 0을 가리키며) 10을 가져올 수 있니?

에피소드 1에서 학생들이 자신의 어림치를 발표한 후에 교사는 100－( )=( )을 세로셈 형식으로 칠판에 썼다. 얼마나 많은 돌이 유리병 안에 남아있는지 알아내기 위해 어떻게 이 식을 사용할 수 있는지 교사 E는 학생들에게 질문했다. 찰스는 교사가 빼낸 돌을 세어볼 것을 제안하고, 교사는 그 다음 단계를 물어보았다. 칠판에 제시한 식을 사용하리라는 교사의 기대와는 다르게 아테리언은 직접적인 전략 - 유리병에 남아있는 돌을 세는 것 - 을 제안했다. 교사는 이에 "나는 지름길(좀 빠른 방법)을 원해(I wanna take a short cut)" 라고 말하는데, 이는 학생들이 "100－( )＝( )"을 사용할 것을 간접적으로 권장하는 말이며, 실제 결과(유리병 안에 남아 있는 돌의 개수)는 같지만 그 결과를 찾기 위해 이용하는 방법들(예: 뺄셈을 하는 방법과 유리병 안에 남아있는 돌을 세는 방법) 중에 좀더 효과적인 방법이 있음을 암시하고 있는 것이다. 빼야 한다는 브리트니의 방법은 교사의 기대에 부합했고, 교사가 의도한 토론의 방향을 지속시킬 기회를 부여했다. 교사 E는 학생들에게 자신이 빼낸 돌 2개를 보여주고, 그 결과를 100－2＝( )으로 나타내었다. 그런 다음 교사 E는 학생들이 스스로 이 문제를 해결하도록 시간을 준 후, 뺄셈을 어떻게 해야 하는지 발표하도록 격려했다. 이때 학생은 교사의 역할을 하여 어떻게 뺄셈을 하는지를 교사 E에게 제시하고, 교사 E는 학생의 역할을 했다.

하지만, "내가 무엇을 처음에 해야 하는지 누가 말할 수 있니?(Who can tell me what I need first?) 내가 해야 할 첫 번째 일이 무엇이지?(What's the first thing I do?)" 라는 문장에서 나타나듯이, 교사는 뺄셈 전략에 대한 토론의 방향을 제한하고 있었다. 다시 말해, 학생들이 자신들의 고유한 방법을 창안하기보다는 표준 알고리즘을 사용하여 100에서 2를 빼는 방법을 발표하기를 기대하고 있었던 것이다. 100－2＝( )라는 식을 해결하기 위해 학생들의 답변을 이끌어 내면서 교사 E는 단계적으로 형식적인 알고리즘을 가르쳤다. 이 교실에서의 어림 활동은 항상 100개의 대상을 가지고 시작했기 때문에, 학생들은 항상 100에서 얼마를 빼내는, 받아내림이 있는 뺄셈을 연습하게 되었다.

에피소드 2는 문제해결 활동에서도 교사 E가 종종 자신의 해결 전략이나 아이디어를 권

장하는 사례이다. 특히, 이 에피소드는 학생들이 수학적으로 근거 있는 해결 방법을 찾아낸 후에도, 교사가 특정한 방정식이나 알고리즘을 사용하도록 강화하는 경향을 간접적으로 드러낸 대표적인 예이다. 이 에피소드에서 학생들은 소집단내에서 다음의 조개껍질 문제를 풀고 있었다: "로이와 레바는 조개껍질을 사서 보석을 만들려고 한다. 이 프로젝트를 수행하기 위해 전부 60개의 조개껍질이 필요하다. 로이는 12개, 레바는 18개의 조개껍질을 각각 샀다. 얼마나 더 많은 조개껍질이 필요한가?(How many more shells do they need?)" 교사 E는 학생들이 모둠별로 이 문제를 어떻게 풀 것인가에 대해서 토의한 후, 결정된 문제 해결 방법을 학습지에 기록하라고 말했다. 에피소드 2에서 보는 바와 같이 교사 E는 전체 토론 시간을 통해, 각 모둠에서 결정된 문제해결방법을 발표할 기회를 부여했다.

<에피소드 2> 학생들의 다양한 아이디어와 방정식 이용에 관한 교사의 관심

교사 E: '계획'에 "어떻게 문제를 풀 수 있습니까?" [문제해결의 한 단계로써 학습지에 쓰여진 단어와 질문] 너희들이 토의하여 어떻게 하기로 결정했는지 각 모둠에서 한 명씩 자원하여 발표하는 게 어때? 음, 메리, 자 들어보자.

메리: 더해서 문제를 풉니다.

교사 E: 메리는 더해서 문제를 풀 거래. (메리에게) 네가 학습지에 기록한 모든 것이니?

메리: 네.

교사 E: 좋아. 자, 그림 여기서는 누가 읽어볼래? 알렉스? (교실 전체 학생들에게) 너희들 지금 듣고 있니? 잠깐! 알렉스가 뭔가 다른 생각을 가지고 있을 수 있으니까 잘 들어야 해. 친구로부터 배울 필요가 있는 거지.

알렉스: 어떻게 문제를 풀 수 있습니까? [학습지에 있는 질문을 읽는다.] 12에 18을 더한다. 그러면 정답을 찾을 수 있다.

교사 E: (켈시 모둠에게) 너희들은 어떻게 할 거지?

켈시: 우리는요. 어떻게 문제를 풀 수 있습니까? [학습지에 있는 질문을 읽는다.] 그들은 [로이와 레바] 가게에 가서 더 많은 조개껍질을 사거나 해변가로 나가면 됩니다.

교사 E: 좋아, 너희들은 어떻게 할래? 빌리 조.

빌리 조: 음, 18에 12를 더한다. 그런 다음 60을 만들기 위해서 얼마나 많이 필요한지 알아낸다.

교사 E: 좋아. 이 모둠에서는 누가 발표할래?

케이라: 그들은 30개 조개껍질을 더 사야합니다.

교사 E: 너희는 지금 정답을 발표하고 있구나. 어떻게 그 답을 알아낼 수 있는지를 지금 찾고 있는 거야. 좋아, 애들아, 이 문제를 풀기 위해서 너희들이 시도해 본, 많은 다른 방법들이 있구나. 너희들이 지금 찾고자 하는 것은, 로이와 레바가 무엇을 해야 하는가이지. 더 많은 조개껍질을 사야 한다, 사실이지. 하지만, 수학적 문제 해결을 원해. 너희들 중 몇 명이 발표했지. 로이와 레바는 12와 18을 더해야 한다고, 그리고 그 결과가 무엇인지 알아냈다. 너희들이 그 수를 더한 거지. 그렇다면, 그것이 이제 무엇을 말해주니? 그래, 터렌스.

터렌스: 보석을 만들려면 30개 더 조개껍질을 사야합니다.

교사 E: 어디서, 30을 더 더한다는 것을 알아냈지?

터렌스: 어떻게 문제를 풀 수 있습니까? [학습지에 있는 질문을 읽는다.]

교사 E: 숫자 30이 어디서 나왔냐구?

터렌스: 왜냐하면, 나는 알아요, 15 플러스 15는 30. 18 플러스 12는 30. 그러니까 30 더 많으

면 60(30 more is 60).

교사 E: 매우 좋은 생각이야! 15 더하기 15는 30. 18 더하기 12는 30. 음, 하지만 전부 합해 60개가 필요한 거야. 지금 30개를 가지고 있는 거지. 바로 거기서 그 수를 찾아내기 위해서 우리가 만들어야 할 방정식이 있단다. 어떤 종류의 방정식을 우리가 만들어야 하는지 아는 사람 손 들어봐. 얘들아. 너희들은 지금까지 12 플러스 18은 30이라고 말했었지(칠판에 12 + 18 = 30을 세로셈 형식으로 쓰면서). 터렌스가 발표하기를 15 플러스 15는 30이라 했는데(칠판에 15 + 15 = 30이라고 쓰면서), 정말 훌륭한 생각이고, 사실이지. 하지만 전부 합하여서 60이 되어야 해. 우리가 꼭 만들어야 할 방정식이 있는데. 무엇이 필요한지 누가 얘기해 보렴. 그러니까 학습지에 너희들의 계획을 쓸 때, 너희들이 해야만 하는 것은, 음, 너희들이 지금까지 발표하지 않은 방정식 하나가 더 있어. 계획에서 너희들이 꼭 해야만 하는 것, 그것이 무엇인지 찾아낼 수 있도록 옆 사람과 토의해봐.

(학생들은 모둠별로 의견을 나누고 교사는 교실 주위를 돌아다닌다. 간단하게 메리네 모둠에 들렀다가 켈시네 모둠으로 이동한다.)

교사 E: (켈시에게) 로이와 레바가 무엇을 해야 한다고 생각하니?

켈시: 가게에 가서 더 사야된다고요. 30개 더.

교사 E: 맞아, 그러나 그 수를 알아내기 위해서 어떤 수학을 해야 하느냐 말이지? 가게에 가야지, 하지만 얼마나 많이 사야되는 거야? 어떻게 그것을 알아낼 수 있지? 네 계획이 무엇이니? 얼마나 많이 필요하지, 방정식?

켈시: 30개를 더 더해서 찾아낼 수 있어요.

교사 E: 친구와 더 얘기해봐라.

모간: 30 플러스 30은 60.

(교사 E는 잠시 학생들 주위를 돌아다니다가 전체 토론을 이끈다.)

교사 E: 자, 로이와 레바가 [조개껍질을] 몇 개나 가지고 있는지 찾아야 해. 문제에서 로이는 12개, 레바는 18개 조개껍질을 산다고 했지? 너희들이 지금까지 발표한 것 누가 얘기할 수 있니? 너희들이 그랬지, 12 플러스 18을 하면, 30이라고. 이것은 지금 로이와 레바가 얼마나 가지고 있는지를 나타내는 것이지 (칠판에 "12 + 18 = 30 have" 라고 쓰면서). 하지만, 그 다음 얼마나 많이, 얘들아? 그들은 이것을(숫자 30을 가리키며) 가지고 있어. 얼마나 더 사야할 필요가 있는지를 찾아내려 하는 거야. 너희들은 계속해서 답을 나한테 말하고 있어. 하지만 그 답을 얻기 위한 방정식은 말하지 않고선 말이지. 너희들은 직관적인 사고를 이용하고 있어, 좋긴 하지만. 얼마나 더 사야하는지 알아내기 위해서 내가 지금 써야할 방정식은 무엇이지? 라라?

라라: 선생님께서는 30 플러스, 30 플러스 (자신의 모둠에 속한 친구들을 쳐다보며)... 라고 써야 해요.

교사 E: 지금 얼마나 많이 우리가 가지고 있지? 라라, 여기를 봐. 얼마나 가지고 있지?

라라: 60개의 조개껍질.

교사 E: 60. 우리는 지금, 아니지, 60개의 조개껍질을 가져야하는 거지. 내가 실수했네. 지금 30개를 가지고 있지. 얼마나 많이 더 필요하지?

라라: 30개 더 필요합니다.

교사 E: 옳아. 하지만 그 답을 어떻게 알아냈지?

라라: 왜냐하면요. 3 + 3 = 6이라는 것을 전 알거든요. 쉬워요. 3 + 3 = 6이니까 30 + 30 = 60이죠.

교사 E: 그러니까, 네가 생각한 것은, 60이 되기 위해서 얼마를 더해야 할까 생각했단 말이니?

라라: 네.

교사 E: [답을 찾는데는] 여러 가지 방법이 있지. 60 마이너스 30은 얼마라고 말할 수도

있지?

학생: 30.

교사 E: 30개 더 사야하지.

교사 E가 처음 토론을 시작했을 때, 학생들 대부분은 다소 모호하게 자신들의 아이디어를 제시했다. 교사 E는 학생들의 대답을 받아들였지만, 특정한 두 개의 방정식($12+18=30$과 $60-30=30$)에 관심을 가지고 있었던 것 같다. 몇 학생은 답이 30이라고 발표했으나, 그 답을 알아내기 위해서 교사가 염두에 두고 있었던 두 번째 방정식을 이용하지 않았다. 어떻게 정답을 알아냈는지 교사 E가 묻자, 학생 터렌스는 "나는 알아요, 15 플러스 15는 30. 18 플러스 12는 30. 그러니까 30 더 많으면 60."이라고 설명한다. "30 더 많으면 60(Then 30 more is 60)"이라고 말한 점을 고려해 보면, 터렌스는 12에다가 18을 더한 다음, $30+X=60$이라는 방정식을 사용했었을 수도 있다. 주어진 문제가 "얼마나 더 많은 조개껍질이 필요한가? (How many more shells do they need?)" 라는 것을 고려해 보면, 방정식 $30+X=60$을 이용하는 것은 다소 자연스러우면서도 직관적인 것처럼 보인다.

교사 E가 계속하여 어디서 답 30이 나왔는지 묻자, 터렌스는 30 더 많으면 60이라는 합리적인 설명과 함께 다소 그 생각의 근거가 불분명한 $15+15=30$이라는 방정식을 제시한다. 교사 E는 이 아이디어 자체에 대해서 칭찬하지만, 이 시점에서 $15+15=30$이라는 방정식이 답 30을 알아내는데 타당한 근거로는 인정하지 않는다. 자신이 기대하고 있었던 두 번째 방정식 ($60-30=30$)을 학생들이 발표하지 않자, 교사는 다소 불만족스럽게 "너희들이 지금까지 발표하지 않은 방정식 하나가 더 있어"라고 반복하여 말하면서 학생들이 꼭 찾아야 하는 식이 있음을 강조했다(e.g., There is an equation we must make). 이 시점에서 학생들이 $30+30=60$이라는 방정식을 사용했었을 수도 있다고 교사 E가 유추했는지는 분명치 않다.

교사 E는 학생들이 뺄셈을 이용한 방정식을 찾아내기를 바라면서 추가적으로 토의할 시간을 주었다. 학생들이 모둠별로 토론에 잘 참여하는지 알아보기 위해 교실을 순회하던 중 교사 E는 켈시네 모둠에서 대화를 나눈다. 학생 켈시는 "30을 더 더해서(We can add 30 more to get...)"라고 모호한 설명을 한 반면에, 학생 모간은 "30 플러스 30은 60 (30 plus 30 is 60)"이라고 타당한 설명을 했다. 하지만 이 시점에서 교사 E는 아무런 피드백도 제공하지 않았다. 조금 후, 전체 토론을 다시 이끌면서, 교사 E는 학생들의 이와 같은 공헌을 '직관적(intuitive)'이라고 평가했고, 그 생각에 대해서 칭찬했다. 하지만 "너희들은 그 답을 얻기 위한 방정식은 말하지 않고선 말이지(You haven't talked about the equation to get it)"라고 교사 E가 말했을 때, 이것은 학생들이 적절한 방정식을 사용하지 않았다는 것을 암시하는 것이었다. 다시 말해, 주어진 문제에 대한 정답 30을 알아내는데, $30+30=60$이라는 방정식을 수학적으로 타당한 식으로 인정하지 않았다는 말이다.

교사가 계속하여 (또 다른) 방정식을 사용하라고 말하자, 학생 라라는 정답을 알아내기 위해 $30+30=60$이라는 방정식을 사용한 근거를 다음과 같이 제시했다: "$3+3=6$이니까 $30+30=60$이죠(I know that $3+3=6$. So, I know that $30+30=60$)." 교사 E는 라라가 무엇을 더하면 60이 되는지를 생각했는지 확인하고 난 다음 그 아이디어를 받아들였다. 정답 30을 알아내기 위해 여러 가지 문제해결 방법이 있음을 인정하면서 교사 E는 마지막으로 $60-30=$

30이라는 방정식을 사용하는 것에 대한 자신의 관심을 드러내었다.

왜 교사 E가 60 − 30 = 30이라는 방정식을 강조했는지에 대해서 크게 두 가지 해석이 있을 수 있다. 하나는 뺄셈이 일어날 수 있는 상황 중 전체 얼마에서 얼마를 빼는 경우에 대해 개념적으로 학생들이 이해하도록 도와주려고 의도했었을 수 있다. 하지만 실제 그런 기회가 있었음에도 불구하고 교사 E는 30 + X = 60과 X = 60 − 30간의 개념적 관계를 연결하지 않았다. 예를 들어 터렌스에게 "30을 더 더한다는 것을 어디에서 알아냈니?(Where did you get the..., adding 30 more?)"라고 질문했을 때, 교사 E는 터렌스가 30 + X = 60이라는 방정식을 이용하고 있을 가능성이 있다는 것을 추측할 수도 있었다. 또한 모간의 분명한 설명을 통해 학생들이 이 방정식을 사용하고 있음을 알아차릴 수도 있었을 것이다. 전체 토론에서 라라 역시 30 + X = 60이라는 방정식을 사용한 근거를 분명하게 제시했다. 하지만, 그 두 방정식(30 + X = 60과 X = 60 − 30)을 관련짓는 대신에, 교사 E는 60 − 30 = 30이라는 방정식을 또 하나의 (대안적인) 방정식으로써 직접적으로 소개했다.

이와 같은 일련의 상황은 왜 교사 E가 60 − 30 = 30이라는 방정식을 강조했는지에 대해서 좀더 믿을만한 해석을 내리도록 도와준다. 교사 E는 미리 정해진 두 개의 방정식을 학생들이 사용하기를 바랬었던 것이다. 기대하고 있었던 방정식을 학생들이 이용하지 않자, 교사 E는 학생들의 타당한 수학적 사고에도 불구하고 그 방정식을 소개했던 것이다.

이 해석은 교사 E의 추후 수업의 진행과도 잘 들어맞았다. 학습지에 제시된 문제해결절차(이해, 계획, 해결, 검토)에 따라 학생들이 자신의 해결 방법을 검토하는 단계에서, 교사 E는 학생들이 그 두 개의 방정식(12 + 18 = 30과 60 − 30 = 30)만을 썼는지 검사했다. 30 + X = 60이라는 방정식을 이용한, 학생들 스스로의 직관적 사고에 대해서는 반영해 볼 기회를 갖지 못했으며, 더욱이 30 + X = 60과 X = 60 − 30간의 개념적 관계를 이해할 만한 여지는 마지막 검토단계에서도 제공되지 않았다.

교사 E의 이와 같은 수업 방식을 반영해 주는 양, 학생들은 일반적으로 정답을 찾아냈을 때 눈에 띄게 기뻐했다. 하지만, 소집단 활동에서 자기 자신의 논리나 해결책을 찾아보고 그것이 수학적으로 그럴 듯 한지 그 의미를 추구하기보다는 교사의 확인을 받기 위해 종종 기다리는 경향이 있었다. 이러한 점에서 수학적으로 무엇이 의미 있는가와 관련된 사회 수학적 규범은 표준 알고리즘이나 특정한 방정식을 이용한 것이었고, 수학적 정확성(being accurate)과 자동성(being automatic)에 관련된 것이었다. 또한 수학적으로 받아들여질 만한 것은 교사의 확인 및 검증이 주요 근거를 이루었다(<표 3> 참조).

이와 같은 교실 문화 속에서 교사 E의 학생들의 학습 기회는 정형(routine) 문제를 해결할 수 있는 절차적인 기법들을 정확성과 확신을 가지고 배우는 데로 다소 제한되는 경향이 있었다. 학생들은 능동적으로 수학 수업의 다양한 활동에 참여하고 있었지만, 그들의 활동에 근간이 되는 수학적인 이해를 개발시킬 기회를 제대로 가지지 못했다.

2) 교사 M 교실에서의 사회수학적 규범과 학습기회

교사 E와 마찬가지로, 교사 M도 수학 활동과 토론에 학생들이 적극적으로 참여하는지에 관심을 기울였다. 하지만, 교사 E와는 다르게,

교사 M은 학생들이 그 참여 속에서 어떻게 스스로 의미를 만들어 가는지 그 학습 과정에 초점을 두었다. 교사 M의 일차적인 관심은 학생들이 자기 자신의 해결 방법이나 아이디어를 창안하고 설명하며 정당화 할 수 있는 수학교실문화를 형성하는 것이었다. 학생들의 수학적 사고에 초점을 맞추는 반면에, 교사 M은 학생들이 특별히 수학적으로 무엇이 가치 있는 생각이며, 수학적으로 어떻게 의사 소통하는 지를 배울 수 있도록 수업을 이끌었다.

학생들의 사고에 대한 교사 M의 관심은 학생들이 정답은 알지만 그에 적절한 이해를 수반하지 않은 경우에 어떻게 대처했는가에서 쉽게 드러났다. 교사 M은 학생들이 정답을 맞췄느냐가 아니라 어떻게 알아냈느냐에 초점을 두었던 것이다. 에피소드 3은 이를 지지하는 대표적인 예로써, 학생이 수학적으로 타당한 설명 없이 집에서 본 곱셈 구구단에 의존해서 $6 \times 5 = 30$이라고 발표했을 때, 그것이 정답임에도 불구하고 교사 M의 교실에서는 가치 있는 답으로 받아들여지지 않았다.

<에피소드 3> 암기보다는 수학적으로 타당한 설명 강조

(교사 M은 칠판에 6개의 원과 그 각각의 원 안에 5개의 별을 그린다.)

교사 M: 너희들이 계속해서, "선생님, 곱셈을 배우고 싶어요" 라고 말해 왔으니까 이제 곱셈식 쓰는 것을 좀 해 볼 거야. 올해 초, 마이클이 시작한 이래로, 계속해서 나한테 곱셈을 배우고 싶다고 말했지? 이제 좀 준비가 된 것 같구나. 내가 여기에(칠판의 그림을 가리키며) 무엇을 가지고 있는지 누가 말해볼까? (몇 명의 학생만 손을 든다.) 얼마나 많은 묶음들(groups)이 있지? 얼마나 많은 묶음들이 있지? (많은 학생들이 손을 든다.) 아니면, 얼마나 많은 집합(sets)이 있지? 이번에는 너희들 모두 손을 들 수 있었으면 좋겠는데. 얼마나 많은 묶음이 있지? (칠판에 그려진 원 하나씩을 가리키며) 이것은 집합이나 묶음이지 (다시한번 각각의 원을 가리키며). 얼마나 많이 가지고 있지? 트리나?

트리나: 6 곱하기 5.

교사 M: 좋아.

트리나: [6 곱하기 5는] 30과 같습니다.

교사 M: 트리나가 말하기를, 내가 여기에 6개의 집합을 가지고 있고, 그 각각 안에 5개를 가지고 있다고 발표했어. 그러니까, 나는 6 묶음의 5 [5씩 6묶음]를 가지고 있는 거지[4] (칠판에 6×5 라고 쓰면서). 6 묶음의 (곱셈기호 '$\times$'를 가리키며) 이게 곱하기야. 6묶음의 5. 트리나가 말하기를 30이래 (칠판에 '$=30$' 이라고 쓰면서, 곱셈식 $6 \times 5 = 30$). 어떻게 알아냈지, 트리나?

트리나: 왜냐하면, 저는 이렇게... 전 그냥 알고 있었어요, 왜냐면 곱셈표(times table)를 가지고 있어서... (교사가 말을 가로챈다.)

교사 M: 너희들은 지금 2학년이야. 그냥 그렇게 알지는 못하지. 어떻게 표현(말)할 수 있는지 또는 어떻게 알아낼 수 있는지 방법을 가지고 있어야 해.

트리나: 그러니까 저희집에요 곱셈표 차트를 가지고 있어요 그리고 (다시 교사가 말을 가로챈다.)

교사 M: 하지만 말이야, 선생님은 그 답을 알아내기 위해서 더 나은 방법을 알아내야 하겠는걸.

트리나: 5, 10, 15, 20, 25, 30 (손가락으로 칠판

4) "I've got 6 groups of 5." 여기서 5씩 6묶음이라 할 때, 우리 나라에서는 5X6이라고 하고, 5곱하기 6 이라고 읽는 방법을 약속하는 반면에, 미국에서는 본 에피소드에서 교사 M이 수업하듯이 "groups of" 또는 "sets of"를 곱셈기호 'X'으로 설명하며, 6묶음의 5로써 6X5라고 표현한다.

에 그려진 원을 하나씩 가리키며)

교사 M: 아하! 5, 10, 15, 20, 25, 30 (하나씩 원을 짚어가며). 그래서, 6 묶음의 5는 30이구나.

교사 M은 자신이 토론에 직접적으로 개입하여 옳고 그름을 판단하기 보다는 상당한 시간 동안 학생들이 서로 논쟁을 벌일 수 있는 학습 분위기를 조성해 주곤 했는데, 특히 학생들이 상반되는 수학적 아이디어를 가지고 있을 때 더욱 그렇게 했다. 토론에 학생들이 충분히 자기 의견을 발표한 이후에만, 교사 M은 논의되는 중요한 아이디어를 요약해 주었다. 또한 수업시간에 이용된 다양한 수학 게임과 관련하여 교사 M은 빈번히 학생들의 사고를 촉진시키는 발문을 제공하였고 이에 대한 토의로 교실 내에서 효과적인 수학공동체를 형성하는데 초점을 두었다. 에피소드 4는 이에 대한 대표적인 예라고 할 수 있는데, 교사 M은 학생들에게 "20에 얼마나 가까운가?(How close to 20)[5)]" 라는 게임을 설명하고, 이 게임에서 높은 점수를 받는 것이 좋은지 낮은 점수를 받는 것이 좋은지에 대해서 생각해 보라고 요청했다.

<에피소드 4> 교사의 흥미 있는 질문과 학생의 토론

교사 M: 선생님이 매우 어려운 질문을 하나 해봐야지. 이것은 말야, 생각하는 사람의 질문이야. 높은 점수를 가지고 싶니, 아니면 낮은 점수를 가지고 싶니? 조나단, 이것은 매우 중요하단다. 브랜던, 넌 알지 못하니? 음... 너 아니? 너는 어떤 점수를 가지고 싶니, 브랜던?

Brandon: 가장 높은 점수.

교사 M: 왜 가장 높은 점수를 가지고 싶지?

Brandon: 왜냐하면 점수가 높을수록 좋으니까요.

교사 M: 많은 게임에서 높은 점수가 더 낫지. 사실 많은 게임에서 브랜던의 생각은 옳아. 브랜던의 생각이 이 게임에서 옳을까?

학생들: 아니요, 예, 아니오, 예.

교사 M: 어떤 사람은 예라고 하고, 어떤 사람은 아니라고 하네. 브랜던의 생각이 이 게임에서도 옳으니? 옳다고 생각하면 손을 들어봐. (조금 후) 그렇지 않다고 생각하면 손을 들어봐. (좀 더 많은 학생들이 그렇지 않다에 손을 든다.) 왜 그렇지 않다고 생각하지, 데릭?

데릭: 왜냐하면, 이 게임에서는 누가 20에 가까이 갈 수 있는가를 살펴봐야 하니까요. 만약 가장 높은 점수를 가지고 있다면, 그것은 20에 가까이 있지 않다는 것을 말해줍니다.

교사 M: 자 더 얘기해 보자. 계속해서 말해봐. 토미?

토미: 그러니까, 20에 가까이 가면 갈수록 낮은 점수를 가지게 되니까요.

교사 M: 더 발표해보자. 계속해 보자. 누가 더 얘기해 볼 수 있겠니? 데이비드?

데이비드: 23을 예로 들자면, 이때, 20보다 3 만큼 여분을 가지고 있는 셈입니다.

교사 M: 좋아, 3이 1보다 더 나은 점수이니? 데이비드? 무엇이 더 나은 점수이지?

데이비드: 1.

교사 M: 그래서, 무엇을 가지고 싶단 얘기지? 무엇? 레이니?

레이니: 가장 낮은 점수.

교사 M: 가장 낮은 점수. 좋아. (이때, 체이스가

5) 한 경기자가 이 게임에서 사용할 숫자 카드(1에서 10까지 각각 4매)를 섞는다. 각각의 경기자는 자기 차례가 돌아오면 무작위로 5개의 숫자 카드를 받게 되는데, 이 중에서 3개 카드를 적절히 선정하여 그 합이 20에 가깝도록 만들어야 한다. 경기자는 매번 그 세 카드의 합과 20과의 절대값으로 점수 (score)를 계산한다. 5차례 경기를 진행한 다음 점수의 합이 적은 사람이 승자가 된다.

갑자기 손을 든다.) 체이스, 뭐 발표할 것 있니?

체이스: 골프에서와 같애요. 낮은 점수를 따려고 하죠, 왜냐면 더 높은 점수를 얻게 되면, 나쁘기 때문입니다. 만약 누군가 78을 얻게 된다면, 전혀 좋지 않지요, 왜냐면 그것은 20이 아니니까요.

교사 M: 음, 알겠다. 맞아. 그것 [78]은 20으로부터 너무 멀리 떨어져 있을 거야. 네가 78을 가졌다고 하면, 20으로부터 정말 멀리 떨어져 있는 거지, 그렇지, 체이스? 얘들아, 20을 보고, 그 다음에 78을 봐라 (교실 앞 칠판 위에 걸려있는 수직선에서 각각 20과 78을 가리키며)

학생들: 맙소사!!

교사 M: 정말 멀리 떨어져 있는 셈이지. 좋아.

이 에피소드에서 교사 M은 학생들 자신의 주장에 대한 근거를 발표하라고 격려했다. 학생들이 두 가지 대답(높은 점수와 낮은 점수)을 하자, 교사 M은 낮은 점수가 이 게임에서 올바른 선택이라는 것과 왜 그런지에 대해서 설명하도록 기회를 부여했다. 앞서 기술했듯이, 일반적으로 학생들 사이에 상반된 의견이 있는 경우, 교사 M은 양쪽의 의견을 다 듣는 방향으로 전체 토론을 유도했지만, 에피소드 3에서는 다소 예외적으로 반에서 수학을 잘 하는 학생들 중심으로 발표시켰다. 면담결과 이는 학생들이 논의중인 질문에 대해서 이미 상당히 혼동하고 있다고 교사 M이 판단했고, 그런 상황에서 교사 자신의 직접적인 설명보다는 정답을 제대로 알고 있음직한 학생들이 왜 그렇게 생각했는지 근거를 제시하는 경우에 다른 학생들이 더 잘 이해할 것이라고 교사가 생각했기 때문이었다. 토의가 진행되는 동안, 학생 체이스는 점수가 낮을수록 승리하는 골프 경기를 적절하게 예로 들었고, 큰 수 78을 가진 가상적인 경우에 대해서도 발표했다. 사실 가장 큰 숫자 카드는 10이므로, 78은 이 게임에서 세 숫자 카드의 합이 될 수는 없다. 실제 체이스가 78을 세 수의 합으로써 생각하고 발표한 것인지 아니면 5회 경기가 모두 끝난 최후의 점수로써 제시한 것인지는 분명치 않으나 아무튼 체이스의 예는 이 토론을 끝맺음 짓는데 매우 효과적인 생각이었다.

학생들의 토론 참여와 수학적 사고를 강조하는 교사 M의 이와 같은 접근 방법과 관련하여, 학생들은 전체 학습이나 소집단 활동에서 주어지는 문제를 풀 때마다, 줄곧 자신들의 방법을 창안해 냈다. 더욱이, 교사의 시작이나 중재 없이도, 학생들은 종종 중요한 수학적인 개념을 다루는 토론에 빠져들곤 했다. 이러한 점에서 무엇이 한 해결방법을 수학적으로 의미 있게 하는가와 관련된 규범은 그 해결 방법이 학생들에게 이해되느냐 하는 것이었다. 이와 비슷하게, 수학적으로 받아들여질 만한 것은 이 교실 수학 공동체내에서 타당한 근거와 논리적인 설명으로 다른 사람을 납득케 하는 것이 주를 이루었다(<표 3>참조).

<표 3> 비교: 사회수학적 규범

비슷함의 정도*	사회수학적 규범	교사 E의 교실	교사 M의 교실
거의 없다	무엇이 수학적으로 의미있는가?	· 알고리즘 또는 특정한 방정식 · 정확성 · 자동성	· 개개 학생들의 이해
	무엇이 수학적으로 받아들여 지는가	· 교사 E에 의한 확인	· 합당한 논쟁 · 논리적 설명 · 다른 사람을 납득 · 효과적인 교실 수학공동체 형성
	수학적 참여의 정도는 어떠한가?	· 교사 E의 반응을 점검 · 수학적 기능에 초점 · 기초적인 수학적 절차에 자신감 · 정답에 관한 흥미와 관심	· 자신의 고유 해결방법 창안 · 학생들 자신의 수학적 논쟁 · 좀더 도전적인 문제 요구 · 자율성

이와 같은 교실 문화 속에서 교사 M의 학생들은 수학적으로 안다는 것이 무엇인지, 가치를 부여한다는 것이 무엇인지, 논의를 벌인다는 것이 무엇인지에 대해서 배울 수 있는 학습 환경에 접할 수 있었으며, 그러한 교실 공동체에 참여하면서 자신들이 배우고 있는 수학에 대해 개념적인 근간을 만들어 나갈 학습 기회를 가지고 있었다.

V. 맺는 말

1. 사회수학적 규범과 교실개혁

교사 E와 교사 M의 초등수학교실은 유사한 사회적 규범을 형성하였는데, 그 예로는 허용적인 학습 분위기를 만든 것, 소집단내에서의 협동과 토론을 강조한 것, 학생들에게 흥미를 이끌 수 있는 활동 양식을 적용한 것, 개별 학습이나 소집단 활동 후에 전체 토론을 벌이는 것, 주어진 한 문제에 대해서 여러 가지 다양한 접근 방법을 강조한 것, 학생들의 능동적인 참여를 기대하고 격려한 것, 그리고 학생들의 발표를 교사가 부연 설명한 것들이다. 이러한 사회적 규범들은 현재 수학교육 개혁과 관련된 문헌들에서 강조되고 있는 교수 방법과 일관된다(NCTM, 1989, 1991, 1995, 2000).

이렇듯 유사한 사회적 참여 구조에도 불구하고, 두 교실은 매우 상이한 수학 교실문화를 형성했다. 한 교실에서는 교사가 일관되게 강조하는 다소 고정된 수리적 절차에 바탕을 두고 학생들이 수학을 경험하고 있어서, 수학적으로 정확하거나 자동적인 해결 방법이, 통찰력이 있거나 창의적인 해결 방법보다 더 중요하게 공헌되는 것으로 평가되어졌다. 이와 대조적으로, 다른 교실에서는 학생들이 자신의 이해 과정에 기초해서 수학을 배우고 있었는데, 특히 사고하고, 의사 소통하고, 논의하고, 증명하고, 가치를 부여하는 데 있어서, 특별히 수학적인 방법으로 여겨지는 양상을 배울 수 있는 과정에 학생들이 계속 참여하게 되었다.

이와 같은 수업 양상의 유사점과 차이점은 학생들의 학습 기회가 교실 공동체에서 형성된 일반적인 사회적 규범에서 비롯되는 것이 아니라는 것을 분명하게 드러내 주고 있다. 학생들의 학습 기회는 그 대신에, 각 교실에서 형성되는 사회수학적 규범에 밀접하게 관련되어 있는 것으로 드러났다. 따라서, 본 연구는 수학교육 개혁운동이 각각의 교실 문화에서 형성되는 사회 수학적 규범을 강조해야 한다는 것을 제안한다.

2. 사회수학적 규범의 재개념화

본 연구를 통하여 사회 수학적 규범은 학생들의 수학적 참여의 질을 반영하고, 그들의 개념적 학습 기회를 예시해준다는 점에서 교실 수학문화를 결정하는 중요한 요소로써 부각되었다. 이론적 배경에서 언급되었듯이 사회수학적 규범은 Cobb과 그의 동료들이 특정한 수학적 개념을 가르치기 위한 수업을 설계하고, 그것을 바탕으로 학생들의 수학 학습을 증진시키려고 노력하는 교사를 지원하는 과정에서 만들어졌다. 여기서 수학적 토론에 관한 기준으로서의 사회수학적 규범은 학생들의 집단적인 학습과정을 분석하기 위한 전제조건으로 비교적 간단하게 기술되었다. 하지만, 본 연구에서는 학생들이 수학 개념을 이해하고 긍정적인 수학적 성향을 갖도록 교실개혁을 추구하는 교수·학습과정의 잠재성을 분석하기 위해 사회수학적 규범을 보다 핵심적인 요소로 인식하게 되었고, 연구결과 그 개념을 재정립할 필요성이

있음이 드러났다.

Cobb의 연구에서처럼 현장 교사가 연구팀에 의해서 다각적으로 지원 받게 되는 경우, 그 교실에서의 교수법 개혁은 상대적으로 성공적일 가능성이 높다. 사실, 사회수학적 규범에 관한 거의 모든 기존의 연구에서는 해당교실에서 학생들이 충분한 수학 학습 기회를 갖을 수 있었고, 그 결과로 사회수학적 개념은 학생들의 수학적 성향, 자율성, 세련된 지식 발달 등과 같이 주로 긍정적인 사례와 함께 설명되어 왔다. 본 연구는 이러한 사회수학적 개념을 보다 넓게 응용할 수 있음을 시사한다. 예를 들어, 교사 E 교실에서는 절차 중심의 교수방법이 창의성이나 이해보다 우선하여 정확성, 알고리즘, 그리고 자동성 등을 강화하는 경향으로 나타났다. 다시 말해, 합리적인 토론의 구조나 장은 마련했으되, 수학적 탐구 문화를 반영할 만한 교실을 만들지는 못했다. 기존의 사회수학적 개념에 관한 다소 좁은 의미의 정의만을 고려하면, 어떻게 이런 교실이 사회수학적 규범을 증진하는 것으로 분석될 수 있는지 분명치 않다. 본 연구는 이러한 제한점을 극복하여 특별히 수학적인 참여 양상을 반영하고 지지하는 교실 문화의 모든 것을 포함하는 요소로써 사회수학적 규범을 재개념화할 필요성이 있고, 이에 대한 연구가 필요함을 제안한다(Pang, 2001).

3. 수학교육개혁으로의 도전

본 연구는 수학교육 개혁과 관련하여 점차적으로 인지되고 있는 양상을 지지해 주는데, 그 양상은 바로 수학 교수방법을 개혁한다는 것이 단지 수업의 사회적인 구조를 바꾸는 것도 아니요, 기존의 목록에 몇 가지 수업 기술을 첨가하는 것도 아니라는 점이다. 개혁은 학생들이 교실 공동체에 사회적으로 참여하는 것만으로 끝나는 것이 아니라 어떻게 그러한 참여가 그들로 하여금 수학적으로 점차 세련된 방법으로 알아 가는 것과 가치를 부여하는 것을 배울 수 있게 되는지에 대해서 재 개념화(re-conceptualization)하는 것을 포함해야 한다. 이러한 재개념화는 개혁의 방향과 일관되게 교수법을 바꿔보려고 부단히 노력하는 교사들에게조차 쉽게 형성되지 않는다.

교사 E의 경우를 보면, 단지 교실의 일반적인 사회적 규범들만을 바꾸는 것은 학생들이 개념적으로 수학을 배울 기회를 향상시키지 않을 수도 있으며, 다양한 수학 활동에 참여하면서도, 특별히 수학적인 방법으로 사고하는 것과 의사소통하는 것을 발전시키지 않을 수도 있다는 점을 경고해 준다. 나아가 교사 E의 학생들은 분명히 자신들의 수학 수업을 통해 긍정적이고 즐길 수 있는 수학 학습 경험을 가졌지만, 그러한 경험을 통해 특별히 자신들의 수학적인 계발을 이룰 수 있는 학습 기회는 충분히 가지지 못했다.

교사 M의 경우를 보면, 학생들이 특별히 수학적인 활동과 대화에 관련되는 설명, 정당화, 논의를 포함하는 사회적 과정에 능동적으로 참여하는 동안에 자신들이 배우고 있는 수학에 대해서 그 개념적 기초 또한 획득할 수도 있다는 것을 시사해 준다. 그리고 이것이 바로 수학 교육을 개혁하려는 노력이 보다 성공적으로 효과를 거두는 경우라고 할 수 있다. 이러한 관점에서, 수학 교육 개혁이 학교교실 수준에서 실현될 때, 그 개혁의 노력을 개시하고 평가하는 데 있어서는 일반적인 사회적 규범이 아니라 사회수학적 규범이라는 구성 요소가 강조되어야 한다.

본 연구는 학생중심 또는 교사중심 교수법이라는 단순한 이분법은 다양한 수학교육개혁의

가능성을 흐려놓을 수 있다는 것을 시사한다. 전형적인 교사중심의 수학 교실에서 찾아볼 수 있는 사회적 규범과는 매우 다른 사회적 규범을 형성하고 있다는 점에서 교사 E의 교실은 한편으로 학생중심 교수법을 실행하고 있다고 볼 수 있다. 하지만, 교사 E의 교실의 상세 분석은 수학활동과 토론의 궁극적인 초점이 학생들이 창안한 방법보다는 교사 자신의 설명이라는 점에서 또 한편으로는 교사중심임을 드러낸다. 따라서 어떤 의미에서 교사중심이고, 어떤 의미에서 학생중심인지 상세하게 분석될 필요가 있으며 그와 같은 분석은 교사와 학생들이 수학 교실 문화를 형성하는 과정을 관찰함으로써 가능하다.

개혁이라는 것은 근본적으로 중요한 변화를 일으킨다는 말이며, 교사는 그 변화의 핵심으로 늘 남아있다. 시대적 요청, 수학 학습에 관한 이론적 관점의 변화, 학생들의 수학학습 평가 등은 늘 더 나은 수학교육을 구현하고자 개혁을 불러일으키는 주요 요인이 되어 왔다. 하지만 아무리 타당한 개혁의 근거와 지침이 있다 하더라도 실제 교수·학습이 일어나는 교실 현장에서 유의미한 변화가 일어나느냐 그렇지 않느냐는 상당한 정도로 어떻게 교사들이 수학교육 개혁을 이해하고, 그것에 대해서 반응하느냐에 달려있다. 이 점에서, 교수법의 진정한 변화는 교실 수준에서 일어난다고 해도 과언은 아닐 것이며, 그러한 변화는 현장 교사들이 개혁에서 강조되고 있는 이상적인 교수법과 관련하여 자신들이 가지고 있는 가치와 우선 순위를 파악할 때 일어나게 된다고 생각된다.

미국의 수학교육 개혁은 한국의 수학교육에 직접·간접적으로 많은 영향을 끼쳐왔다. 특히, 수학교육에서 비슷한 문제점이 인식되는 형편에서 두 나라 모두 교사중심에서 학생중심으로 교수법 개혁을 추진한다는 것을 고려해볼 때, 수학 수업을 통해 드러나는 미국 수학교육개혁의 성공과 실패는 우리에게 많은 시사점을 제시한다. 본 연구는 우리 나라의 현장 교사들과 수학 교육자들이 현재 수학교육 개혁 방향에 부합될 수 있는, 다양한 수학 교수법에 개방적이 되어야 함에 동의하지만 그러한 노력이 정말로 의도한 결과를 불러일으키는지에 대해서 먼저 세심한 주의를 기울여야 함을 미국 초등 수학 수업 분석을 통하여 경험적으로 제안한 것이다.

참고문헌

교육부 (1997). 제 7차 수학과 교육과정. 서울: 대한교과서 주식회사.

김진규, 김찬종, 류희찬, 임형 (1996). 학력평가 국제비교연구: TIMSS 본검사 질문지 분석 연구보고서. 서울: 국립교육평가원.

백석윤 (2001). 제 7 차 수학과 교육과정에 따른 1-6단계 수학교과용 도서 개발 방향과 수학 및 수학 익힘책 사용방안. 대한수학교육학회 수학교육학연구발표대회논문집, pp. 137-156.

Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The Elementary School Journal*, 93(4), 373-398.

Bowers, J., Cobb, P., & McClain, K. (1999). The evolution of mathematical practices: A case study. *Cognition and Instruction,* 17 (1), 25-64.

Burrill, G. (1997). The NCTM Standards: Eight years later. *School Science and Mathematics*, 97(6), 335-339.

Cobb, P. (1994). Where is the mind? Constructivist and sociocultural perspectives on mathematical development. *Educational Researcher*, 23 (7), 13-20.

Cobb, P. & Bauersfeld, H. (Eds.). (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., Gravemeijer, K., Yackel, E., McClain, K., & Whitenack, J. (1997). Mathematizing and symbolizing: The emergence of chains of signification in one first-grade classroom. In D. Kirshner & J. Whitson (Eds.), *Situated cognition: Social, semiotic, and psychological perspectives* (pp. 151-233). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobb, P., & Whitenack, J. (1996). A method for conducting longitudinal analysis of small groups. *Educational Studies in Mathematics*, 30, 213-228.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31(3/4), 175-190.

Cohen, D. K. (1990). A revolution in one classroom: The case of Mrs. Oublier. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 12(3), 311-329.

Confrey, J. (1991). Steering a course between Vygotsky and Piaget. *Educational Researcher*, 20(8), 28-32.

Council of Chief State Shool Officers (1997). *Math and science content standards and curriculum frameworks: States progress on development and implementation.* Washington, DC: the Author.

Fennema, E., & Nelson, B. S. (Eds.). (1997). *Mathematics teachers in transition.* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Geertz, C. (1973). Thick description: Toward an interpretive theory of culture. In C. Geertz (Ed.), *The interpretation of culture* (pp. 3-30). New York: Basic Books.

Glaser, B. G., & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research.* Chicago, IL: Aldine.

Grow-Maienza, J., Hahn, D-D., & Joo, C-A. (1999)). *Mathematics instruction in Korean primary schools: A linguistic analysis of questioning*. Paper presented at the Annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Canada.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Oliver, A., & Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. *Educational Researcher*, 25(4), 12-21.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., Olivier, A., & Wearne, D. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Knapp, M. S. (1997). Between systemic reforms and the mathematics and science classroom: The dynamics of innovation, implementation, and professional learning. *Review of Educational Research*, 67(2), 227-266.

Lappan, G., & Schram, P. W. (1989). Communication and reasoning: Critical dimensions of sense making in mathematics. In P. R. Trafton, & A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics* (pp. 14-30). Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

McClain, K. J. (1995). *The teacher's proactive role in supporting students' mathematical growth.* Unpublished doctoral dissertation, Vanderbilt University, Nashville, TN.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education.* San Francisco, CA: Jossey-Bass.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Beaton, A. E., Gonzalez, E. J., Kelly, D. L., & Smith, T. A. (1997). *Mathematics achievement in the primary school years: IEA's third international mathematics and science study (TIMSS).* Chestnut Hill, MA: Center for the Study of Testing, Evaluation, and Educational Policy, Boston College.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., Gregory, K. D., Garden, R. A., O'Connor, K. M., et al., (2000). *TIMSS 1999: International mathematics report.* Chestnut Hill, MA: The International Study Center, Boston College.

National Assessment of Educational Progress. *Mathematics assessment.* Washington, DC: Author.

National Center for Education Statistics (1996). *Pursuing excellence: A study of U.S. eighth-grade mathematics and science teaching, learning, curriculum, and achievement in international context.* Washington, DC: U.S. Government Printing Office. (http://www.ed.gov/NCES/timss)

National Center for Education Statistics (1997). Pursuing excellence: A study of U.S. fourth-grade mathematics and science achievement in international context. Washington, DC: U.S. Government Printing Office. (http://www.ed.gov/NCES/timss)

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional standards.* Reston, VA: The Author.

National Council of Teachers of Mathematics (1995). *Assessment standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author.

Noh, S. (1998). *Prospective mathematics teachers' preconceptions about learning and teaching mathematics.* Unpublished master thesis. Louisiana State University.

Pang, J. S. (1998, August). Significance of sociomathematical norms in Mathematics Education. *Proceedings of the ICMI (International Commission on Mathematical Instruction)-East Asia Regional Conference on Mathematics Education,* Vol 3, pp.503-513. Seoul, Korea: Korea Society of Mathematical Education.

Pang, J. S. (2001, April). *Challenges of reform: Utility of sociomathematical norms.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Asso- ciation. Seattle, WA.

Peterson, P. L. (1994). Revising their thinking: Keisha Coleman and her third grade mathematics class. In H. H. Marshall (Ed.), *Redefining student learning: Roots of educational change* (pp. 151-176). Norwood, NJ: Ablex Publishing.

Renga, S., & Dalla, L. (1993). Affect: A critical component of mathematical learning in early childhood. In R. J. Jensen (Ed.), *Research ideas for the classroom: Early childhood mathematics* (pp. 22-39). NY: Macmillan.

Research Advisory Committee (1997). Clarifying the contributions of research with NCTM. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 396-397.

Schmidt, W., Jorde, D., Cogan, L. S., Barrier, E., Bonzalo, I., Moser, U., et al. (1996). *Characterizing pedagogical flow: An investigation of mathematics and science teaching in six countries.* Dordrecht, Holland: Kluwer Academic Publishers.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27 (2), 4-13.

Smith III, J. P. (1996). Efficacy and teaching mathematics by telling: A challenge for reform. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 387-402.

Sorensen, C. W. (1994). Success and education in South Korea. *Comparative Education Review*, 80(1), 10-35.

Stake, R. E. (1998). Case studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Strategies of qualitative inquiry* (pp. 86-109). Thousand Oaks, CA: SAGE.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488.

Stephan, M. (1998). *Supporting the development of one first-grade classroom's conceptions of measurement: Analyzing students learning in social context.* Unpublished doctoral dissertation, Vandebilt University, Nashville, TN.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1998). The TIMSS videotape study. *American Federation of Teachers*, 7, 43-45.

Strauss, A., & Corbin, J. (1998). Grounded theory methodology: An overview. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Strategies of qualitative inquiry* (pp 158-183). Thousand Oaks, CA: Sage.

Third International Mathematics and Science Study (1996). *Videotape classroom study.* U.S. Department of Education, National Center for Education Statistics.

Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics,* 26, 275-298.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.

Yin, R. K. (1993). *Applications of case study research.* Thousand Oaks, CA: Sage.
Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods.* Thousand Oaks, CA: Sage.

A Study on the Reform of Mathematics Education from the Comparison of Classroom Culture

JeongSuk Pang (Korea Education & Research Information Service)

Many teachers report familiarity with and adherence to reform ideas, but their actual teaching practices do not reflect a deep understanding of reform. Given the challenges in implementing reform, this study intended to explore the breakdown that may occur between teachers' adoption of reform objectives and their successful incorporation of reform ideals. To this end, this study compared and contrasted the classroom social norms and sociomathematical norms of two United States second-grade teachers who aspired to implement reform.

This study is an exploratory, qualitative, comparative case study. This study uses the grounded theory methodology based on the constant comparative analysis for which the primary data sources were classroom video recordings and transcripts.

The two classrooms established similar social norms including an open and permissive learning environment, stressing group cooperation, employing enjoyable activity formats for students, and orchestrating individual or small group session followed by whole group discussion. Despite these similar social participation structures, the two classes were remarkably different in terms of sociomathematical norms. In one class, the students were involved in mathematical processes by which being accurate or automatic was evaluated as a more important contribution to the classroom community than being insightful or creative. In the other class, the students were continually engaged in significant mathematical processes by which they could develop an appreciation of characteristically mathematical ways of thinking, communi- cating, arguing, proving, and valuing.

It was apparent from this study that sociomathematical norms are an important construct reflecting the quality of students' mathematical engagement and anticipating their conceptual learning opportunities. A re-theorization of sociomathematical norms was offered so as to highlight the importance of this construct in the analysis of reform-oriented classrooms.