

소형 가스용기 레이저 용접부의 열유동 및 변형해석에 관한 연구

박상국* · 김재웅** · 김기철***

* 영남대학교 대학원 기계공학과

** 영남대학교 공과대학 기계공학부

*** 포항산업과학연구원 접합가공연구팀

Analysis of Heat Flow and Deformation in Laser Welding of Small Gas Pressure Vessel

Sang-Kuk Park*, Jae-Woong Kim** and Ki-Chol Kim***

* Graduate School of Mechanical Eng., Yeungnam University, Kyongsan Kyongbuk 712-749, Korea

** School of Mechanical Eng., Yeungnam University, Kyongsan Kyongbuk 712-749, Korea

*** Welding & Joining Research Team, RIST, Pohang Kyongbuk 790-600, Korea

Abstract

This study presents an analysis method for heat flow and deformation of sheet metal laser welding. A heat source model for 2-dimensional heat flow analysis of laser welding process was suggested in this paper. To investigate the availability of the heat source model, the analysis results were compared and estimated with the results of previous researches. We could get a good agreement between the results of numerical analysis and experiments in the temperature distribution of weldment. Due to the characteristics of welding process, some kinds of deformations are usually generated in a welded structure. Generally, the degree of deformation is dependent on the welding sequence, constraints as well as input power. Therefore, in this paper we evaluate the deformation of gas pressure vessel according to the welding sequence and input power. In the analysis of weld deformation, 2-dimensional thermo-elasto-plastic analysis was performed for the gas pressure vessel by using a commercial FE program package. (Received October 13, 2000)

Key Words : Sheet metal laser welding, Finite element method, 2-dimensional analysis, Thermo-elasto-plastic analysis, Heat source model

1. 서 론

레이저빔을 이용한 재료 가공은 1960년에 루비 레이저가 발명된 이후 산업계에서 폭넓게 응용되고 있다. 또한 근래 자동차 제조업에서 레이저 용접기술을 적극 활용하게 됨으로써 박판 금속을 접합하는 데에도 레이저 용접의 적용이 확대되고 있다.

본 연구에서는 Fig. 1에 보인 소형 가스용기의 제조에서 레이저 용접을 적용하였을 때 동반하는 현상들을 예측함으로써 레이저 용접공정의 적용가능성뿐 아니라, 용접 후 일어나는 여러 현상들을 공정 최적화의 관

점에서 평가하는 것을 목적으로 하였다. 즉 0.5mm 두께의 박판으로 성형된 소재 2 매를 맞대어 겹쳐 놓고 레이저 용접하는데 있어서 생산공정의 최적화를 위해서는 충분한 실험과 다양하고 많은 조건에서 폭넓은 관찰이 필요하다. 이러한 실험을 위해서는 각종 장비는 물론, 상당한 시간, 비용 및 노력이 요구된다. 따라서, 본 연구에서는 가스용기 제조를 위한 기초자료로서 레이저 용접공정의 열유동 현상을 해석하여 용접부의 크기 및 열영향부 크기의 변화를 예측하며, 용접에 의해 유발되는 열변형을 예측한다. 즉, 용접부의 크기 및 용접변형에 미치는 용접조건들의 영향을 해석하여 최적조건 선정을 위한 데이터를 확보하기 위하여 유한

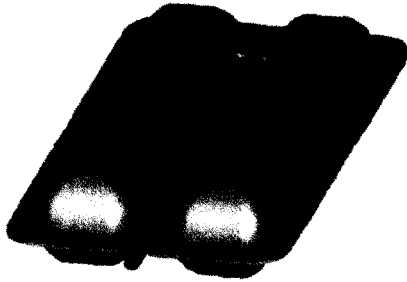


Fig. 1 Shape of a gas pressure vessel

요소법에 의한 열유동 및 용접변형 해석방법을 제시하였다.

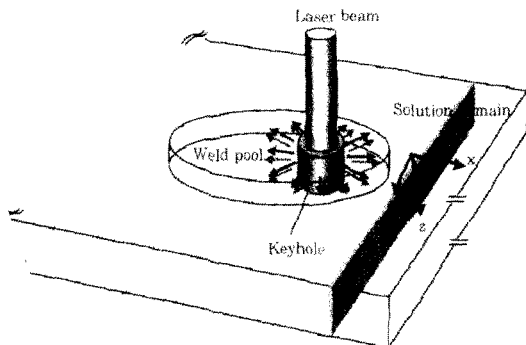
2. 열원의 모델링

2.1 열원 모델

용접부의 온도분포해석은 용접에 의해 발생하는 모든 현상들을 분석하는데 기초가 되는 가장 중요한 부분이라고 할 수 있다¹⁾. 레이저 용접 중에 일어나는 열유동 현상은 3차원의 형태를 가지게 된다. 그러나 3차원의 열유동 현상을 정밀하게 해석하는 데에는 큰 용량의 메모리와 많은 컴퓨터 해석시간이 요구되어 비효율적인 면을 가지고 있다. 본 연구에서는 이러한 3차원의 열유동 현상을 준정상상태(quasi-steady state)로 가정하여 2차원으로 해석을 수행하였다. 즉, 모재 단면을 계산영역으로 하고 열원이 이 계산영역을 통과하는 것으로 하였다²⁾.

레이저 용접은 고에너지 밀도의 용접이라는 특성상 Fig. 2에서와 같은 키홀(keyhole)이 형성되고 모재에서는 키홀을 중심으로 방사형의 열 유동형태를 가지게 된다. 이러한 키홀의 형태를 본 연구에서는 재료가 박편임을 감안하여 원통형으로 가정하였다.

이 때 레이저빔에 의해 만들어진 원통형의 키홀 벽면으로부터 단위면적당 모재로 들어가는 열유속(heat flux)의 양은 다음과 같다.



2 Heat flow in the vicinity of keyhole

$$q_{3D} = \frac{Q}{2\pi rh}$$

여기서, q_{3D} : 3차원 열유동에서 heat flux

r : 키홀의 반경[mm]

h : 키홀의 깊이[mm]

Q : 레이저 입력 파워[w]

그러나 2차원 해석에서는 y-z 평면상에서의 입열량이 고려되므로, 식(1)은 2차원해석용으로 수정하여야 한다. 따라서 키홀이 해석영역을 지날 때 열유속의 강도변화를 sin함수로 가정하여, 다음과 같은 2차원 해석을 위한 열원모델을 설정하였다.

$$q = \frac{\pi Q}{8rh} \sin\left(\frac{v}{r} \times t\right) \quad (2)$$

여기서,

$t \left(0, \frac{\pi r}{v}\right)$: 빔이 해석영역을 지나가는 시간[sec]

v : 용접 속도[mm/s]

식(2)를 빔이 지나간 시간동안 적분한 것에 빔이 접촉한 면적성분을 곱하면 모재에 입열된 에너지($Q \cdot \frac{\pi r}{v}$)를 뜻하게 된다. 열원모델의 신뢰성을 평가하기 위하여 평판의 온도 분포해석에 적용했다. Table 1에 계산을 위한 용접조건들을 나타내었다. 이후 모든 유한요소해석은 상용 프로그램인 'ABAQUS'를 사용하여 계산하였다³⁾.

Table 1 Welding conditions for evaluating the heat source model

◎ Welding process : CO ₂ Laser
◎ Welding power : 2,000 W
◎ Traveling speed : 10 mm/s
◎ Beam diameter : 0.4 mm
◎ Absorptivity for keyhole welding(η) : 17 %
◎ Plate thickness : 1 mm

Fig. 3은 평판의 온도분포 결과이다. 이 그림은 2차원에서 계산한 판재 단면의 온도를 시간에 따라 용접 방향으로 적층함으로써 얻어낸 준정상상태의 온도분포이다. 계산결과로부터 용융라인을 그림으로써 3차원 형태의 용융풀(pool)의 크기와 모양, 키홀의 위치를 예측하였다. 그림에서 용융부의 크기와 형상을 Steen & Dowden⁴⁾의 수학적 모델에 의한 결과와 비교하였다. 용융부의 폭과 길이는 주어진 조건에서 상당히 잘 일치하는 것을 확인할 수 있다. 용융풀의 선

단부에서 형상차이가 다소 있으나 용융폭에 의한 용접부 크기를 해석한다는 관점에서 고려한다면 신뢰성 있는 모델이라 볼 수 있다.

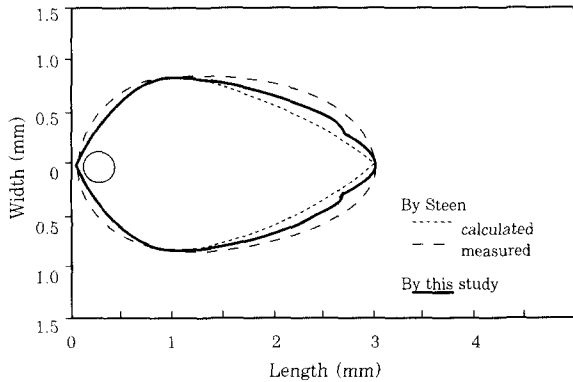


Fig. 3 Comparison of weld pool sizes from this study with previous research⁴⁾

앞에서 설명한 2차원 해석을 위한 열원모델을 이용하여 평판재를 용접할 경우에 대해 온도분포를 구하고 실험결과와 비교하였다. 0.5mm의 박강판 두 장을 겹치기 용접하기 위하여 3kW급의 Nd-YAG 레이저 용접기를 사용하였으며, 적용한 조건은 Table 2에 나타내었다. 레이저 입력파워에 따른 용융폭과 열영향부 형상 및 크기를 비교하기 위하여 레이저 파워를 변화시켜 용접하였으며, 레이저 스폿의 직경 크기는 측정치인 0.6mm로 하였다. 빔초점은 판재 상부면에서 0 ~ -0.5mm 에 맞추었으며, 실제 용접하기 위한 설치는 Fig. 4에 나타내었다.

Table 2 Conditions for Nd-YAG laser welding

Welding power (W)	Traveling speed (mm/s)	Absorptivity (%)	Beam diameter (mm)	Keyhole depth(mm)
750	16.67	19.5	0.6	0.8125
720	16.67	19.5	0.6	0.75
670	16.67	19.5	0.6	0.6875

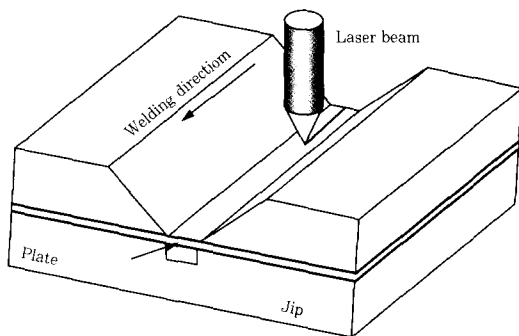


Fig. 4 Schematic of thin plate laser welding

계산은 2차원 열원모델을 사용하였다. 소재는 연강인 AISI 1020을 대상으로 하였으며, 온도변화에 따라 변화하는 물성치들을 적용함으로써 보다 정확한 용접 공정 해석을 시도하였고, 또 용융시 단위 질량당 상변화에 요구되는 에너지양, 즉 잠열을 고려하기 위해 온도에 따라 변하는 비열을 적용하였다. 상변화에서 생기는 내부에너지의 변화는 온도차와 비열의 곱으로 나타내었다. 각 키홀의 깊이는 Table 2에 제시한 바와 같이 반복적인 계산에 의해서 구한 값을 적용하였다.

각 해석 단계는 Table 3에 나타낸 바와 같이 총 3단계로 나누었다. 용접이 끝난 후 지그를 제거하는 2단계와 모재가 상온에 도달할 때까지 충분히 냉각을 시키는 3단계로 구분하였다.

Table 3 Calculation step for thermal analysis

Sequence	Step 1	Step 2	Step 3
Conditions	Heat input	Jig separation	Cooling
Time(sec)	0.05654	0.00001	3000

평판의 온도 해석을 위해서 2차원 임의의 단면을 선택하였고, Fig. 5에는 유한요소모델을 나타내었으며, 이때 평판의 요소는 4노드의 사각형요소로 선택하였고, 총 4642의 요소와 4017개의 노드로 구성하였다. 초기온도는 20℃로 가정하였으며, 공기와 접하는 표면에 대해 경계조건은 자연대류 조건으로 하였다.

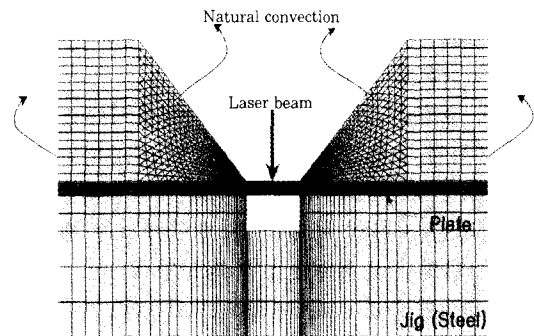


Fig. 5 2-D finite element model of plate welding

2.2 해석 결과

Fig. 6은 각 레이저 입력파워 별로 실험한 모재와 계산치를 비교한 그림이다. 레이저 용접의 경우 아주 빠른 가열속도(heating rate)를 나타내는데, 용접부 중심으로부터 0.65mm~0.9mm사이의 대표적인 온도 이력을 보면 가열속도가 약 8000℃/sec를 나타낸다.

가열속도가 빠를수록 탄소강의 변태온도는 증가하므로 이를 반영하여 830℃의 HAZ라인을 선택하였다¹⁰⁾. 또한 용융온도는 액상온도를 적용하여 1530℃로 하

었다. 그림에서 알 수 있듯이 파워가 커질수록 용융폭에 대한 깊이의 비가 증가하는 것을 볼 수 있으며, 계산한 용융부의 크기 및 깊이가 실험결과와 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 그러나 열영향부의 크기는 계산한 결과가 실험결과보다 크게 나타났다. 이것은 실제 실험에서는 두께 0.5mm인 두 장의 판재를 겹쳐서 하는데 반해 계산에서는 1mm인 하나의 판재로 계산함에 따라 두 판재사이의 접촉저항에 의해 손실되는 양이 고려되지 않았기 때문인 것으로 판단된다. 대체적으로 형상과 크기를 대변하고 있으며, 입력 파워에 따른 온도 분포 특성을 확인할 수 있었다.

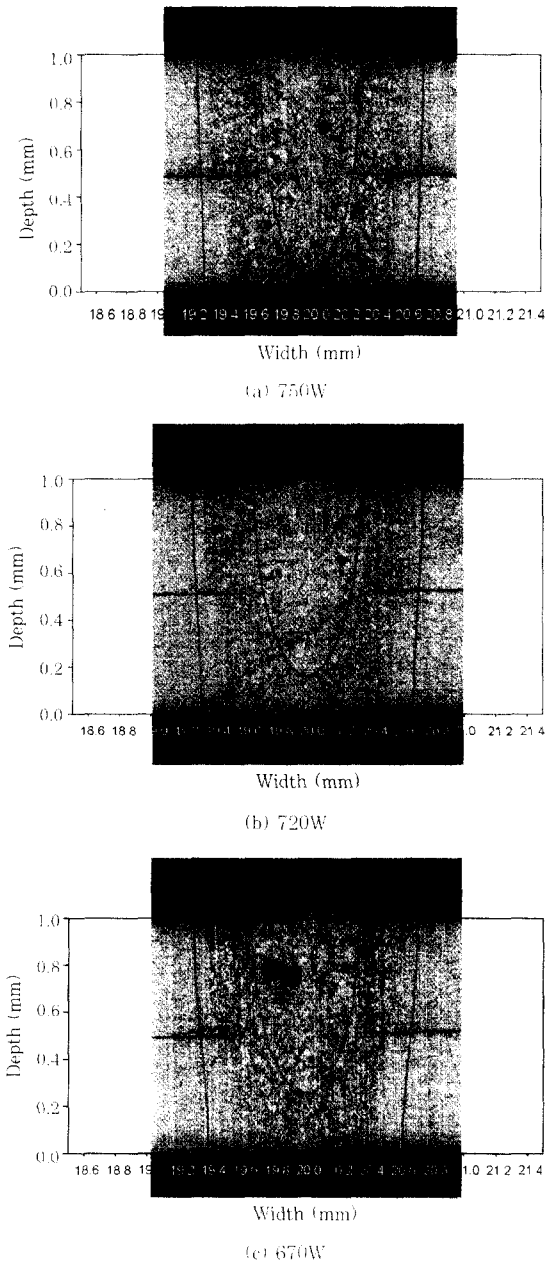


Fig. 6 Comparison of calculated weld shape with experimental ones

3. 가스용기의 열유동 및 변형해석

3.1 해석 모델링

용접공정의 특성상 용접 구조물에는 열변형이 뒤따르기 마련이다. 특히, 얇은 평판의 용접에 있어서는 단면 2차 모멘트가 매우 작기 때문에 변형에 대한 강성이 매우 작다. 그래서 횡 굽힘이나 종 굽힘과는 다른 좌굴 변형들이 나타날 수도 있다. 가스용기에 대한 열유동 및 변형해석에서 길이방향에 직각인 단면을 해석 영역으로 정하여 2차원의 해석을 수행하였다. 그 이유는 가스용기의 형상이 두 개의 실린더가 박판 판재의 중앙에 들어있는 형상이기 때문이다. 실린더의 길이방향에 대한 2차 단면 모멘트는 기하학적 형상 때문에 상당히 크다. 용기의 횡방향에 대한 단면 모멘트 값과 비교해 보면 약 400배 가량의 크기를 가지고 있다. 이것은 가스용기에서 횡방향에 비해 길이방향의 굽힘 모멘트에 대한 강성이 매우 크다는 것을 의미한다. 따라서 가스용기의 길이방향의 굽힘 변형은 무시할 만큼 작은 값을 가지며, 횡 방향의 각 변형이 주변형 성분이라고 볼 수 있다.

가스용기의 온도 분포해석은 동일한 재료를 대상으로 하였다. 실험에는 평판에서와 같은 레이저 용접기를 사용하였으며, 적용한 조건은 용접순서를 제외하고 Table 2와 동일하다. 입력 파워도 평판용접에와 마찬가지로 레이저 파워를 변화시켜 용접하였는데, 이는 용융라인과 열영향부 형상 및 크기를 비교하기 위해서 뿐 만 아니라, 레이저 입력파워에 따른 변형의 양상을 보기 위함이다. 가스용기의 변형해석을 위해 Fig. 7에서와 같이 가스용기의 중앙 횡단면을 해석영역으로 선택하였다.

유한요소 모델은 총 9444의 요소와 8864개의 노드로 구성하였다.

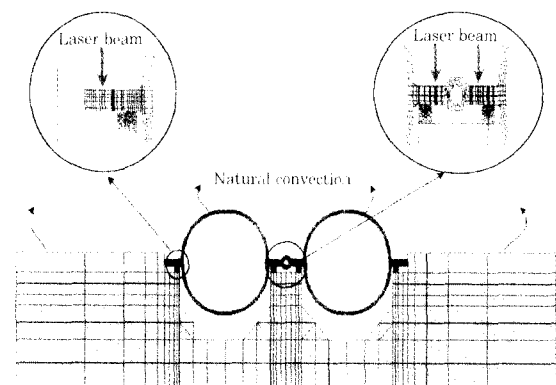


Fig. 7 2-D finite element model for gas pressure vessel

경계조건은 그림에서와 같이 공기와 접하는 곳은 자연대류 조건으로 하였으며, 모재와 지그가 접촉하는 곳에서의 접촉열저항은 무시하였다. 가스용기의 레이저 용접에서 변형특성들을 확인하기 위한 두 가지의 용접 순서는 다음과 같다. 첫 번째는 Fig 8(a)와 같은 순서(one-pass)로 가스용기의 입구를 앞쪽으로 두었을 때 좌측에서 먼저 용접을 시작해서 반 시계방향으로 돌면서 용접이 끝난다. 용접이 이루어지는 동안 가스용기 중앙부의 해석영역을 기준으로 전체 시간에 따른 일련의 해석 과정들을 Table 4에 나타내었다. 두 번째 적용한 용접순서(mid-first)는 Fig. 8(b)에서와 같이 가스용기 중앙부를 먼저 용접을 한 후 둘레를 용접한다. 마찬가지로 시간에 따른 일련의 해석과정들을 Table 5에 나타내었다.

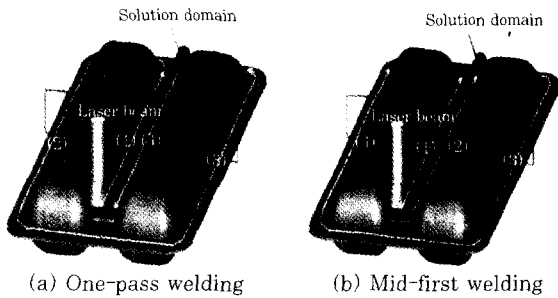


Fig. 8 Welding sequences for the gas vessel

Table 4 Calculation step for one-pass welding

Step	Time(sec)	State
1	0.0565	Heat input
2	5.5539	Moving
3	0.0565	Heat input
4	6.9936	Moving
5	0.0565	Heat input
6	5.5539	Moving
7	0.0565	Heat input
8	10	Moving
9	0.00001	Jig separation
10	3000	Cooling

Table 5 Calculation step for mid-first welding

Step	Time(sec)	State
1	0.0565	Heat input
2	6.54	Moving
3	0.0565	Heat input
4	5.58	Moving
5	0.0565	Heat input
6	6.9936	Moving
7	0.0565	Heat input
8	12.31	Moving
9	0.00001	Jig separation
10	3000	Cooling

각각의 계산은 10단계로 나뉘어져 있으며 1, 3, 5, 7 단계는 선택된 계산영역으로 레이저빔이 지나가는 단계이며, 2, 4, 6, 8 단계는 해석 영역 이외의 부분을 용접할 때이다. 9단계는 가스용기로부터 지그를 제거하는 단계이며, 10단계는 가스용기를 자연 대류 상태 조건에서 구조물이 상온에 도달하도록 충분히 냉각시키는 단계이다. 용접 지그의 재료는 크롬-구리합금으로 온도 변화에 따른 재료의 물성치는 Metal Handbook⁽¹¹⁾에서 참고하였다.

가스용기의 변형해석은 앞서 수행한 열유동 해석으로부터 시간에 따른 각 노드들의 온도 데이터들을 읽어들이어 수행한다. 즉, 순차적 연계에 의한 열변형(sequentially coupled thermal displacement)해석 형태이다⁽⁸⁾. Fig. 9는 실험을 위한 장치들로서 레이저 용접을 하기 전의 상황이다. 그림에서 볼 수 있듯이 용접이 이루어지는 동안 3개의 arm이 빔과 접촉하지 않는 범위 내에서 변갈아 가며 가스용기를 충분한 힘으로 누른다. 따라서 가스용기는 클램프와 접촉하고 있는 부분에서 좌우, 상하방향으로 변위가 없을 정도로 강하게 구속을 받게 된다. 이와 같은 실제 용접 조건을 충분히 고려하기 위해 해석을 수행하는 동안의 경계조건을 Fig. 10에 나타내었다. 경계조건은 두 단계로 나누어서 계산에 적용하였다. 첫 번째 단계는 입열이 이루어지는 동안 가스용기를 클램프들로 구속하는 것을 나타내고, 두 번째 단계는 자연대류 상태에서 냉각을 하는 동안 자유로운 상태의 구속을 주었다.

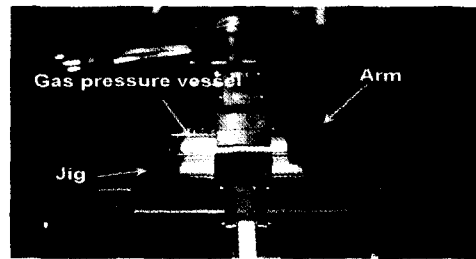


Fig. 9 Welding jig system

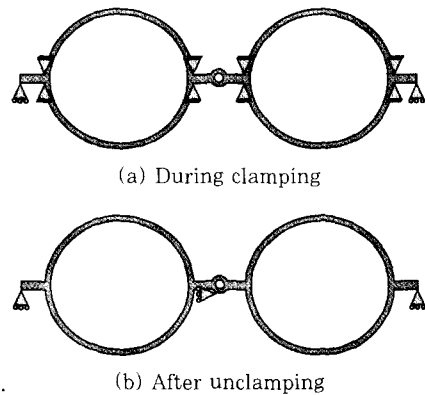


Fig. 10 Boundary conditions for deformation analysis

좌우 끝단부에서 실제 용접이 이루어지는 동안 용접부 팽창에 의한 아래 방향 처짐은 용접 선단부의 강성에 의해 아주 미세한 편이다. 그래서 용접열이 들어가는 동안 끝단부는 그림과 같이 상하방향을 구속함으로써 실제 일어나는 현상을 충분히 고려하였으며, 변형계산은 입력파워와 용접순서에 따라 각각의 영향들을 알아보기 위해 변형계산을 행하였다. 유한요소법을 이용한 열탄소성 해석에 있어 일반적인 해석을 위해 재료의 등방성을 고려하여 탄성 및 소성 전 영역에 걸쳐 재료물성치의 온도 의존성을 고려하였으며, 재료의 항복거동은 Von-Mises 항복조건을 적용하였다.

3.2 변형량의 측정

용접한 가스용기의 변형량 측정을 위해 3차원 측정기를 사용하였으며, 그 측정 방법은 Fig. 11과 같이 일직선상에 있는 4개의 포인트를 측정하였다. 여기서 중앙의 두 포인트는 2mm의 간격을 두고 측정하는 것으로서 변위량의 차이가 많지 않기 때문에 두 점을 평균하여 한 점으로 표시하였다. 이는 각변형량만을 측정하기 위한 것이다. 변형측정을 위한 장비는 10⁻⁹m 정밀성의 Karl Zeiss 3차원 측정기(3 dimensional coordinate measuring machine)를 사용하였다.

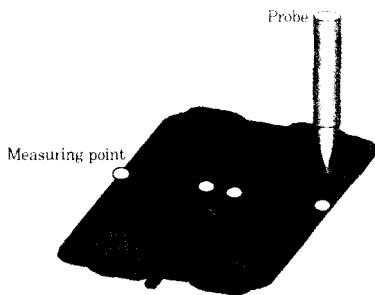


Fig. 11 Measuring point by using 3-D coordinate measuring machine

Fig. 12는 입력파워에 따른 측정된 각변형량이다. 전반적으로 구조물의 전체 폭에 대해 변위량은 상당히 작은 양으로 나타났다. 이는 앞서 계산한 가스용기의 2차 단면모멘트의 양을 보았을 때 충분히 유추할 수 있는 결과이다. 즉 실린더 형상에 의해 용접길이 방향의 굽힘 강성뿐 아니라 각변형에 대한 강성도 충분히 크며, 그 양들은 그림에서 확인할 수 있듯이 최대 처짐 변위가 약 0.07mm 정도로 나타났다.

입열량에 따른 각 변형량의 차이는 실험치에서는 작은 차이를 보이고 있으며, 그 크기도 적은 입열량일 때 변형이 가장 큰 것으로 나타났다. 이는 용접부의 단면 사진에서 확인할 수 있듯이 용융부가 달걀모양의 형상

을 가지는 것과 용접부의 윗면과 아랫면에서의 HAZ의 크기에서도 차이를 가지고 있는 것이 주원인이다. 즉, 용접부 윗면과 아랫면의 온도 차이가 심하면 심할수록(주어진 입열조건에서 적은양이 입열되면 될수록) 각 변형되는 양은 커지게 된다.

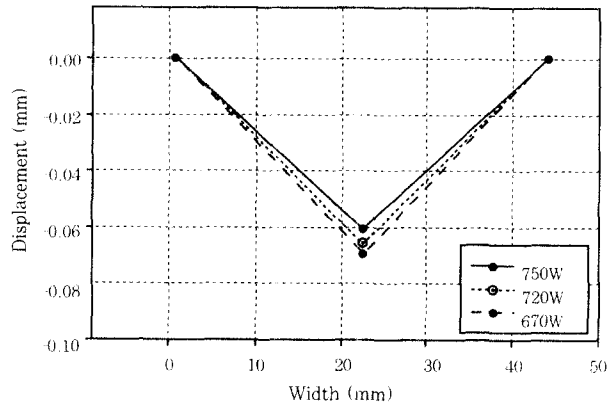


Fig. 12 Measured displacement of welded vessel according to welding power

3.3 해석결과 및 고찰

가스용기의 열유동 해석결과와 실험결과와의 비교치를 Fig. 13에 나타내었다. 각 용접부의 위치는 그림에 맨 위에서부터 Fig. 7의 모델에 나타낸 좌측-중앙좌측-중앙우측-우측의 순서이다.

그림에서 볼 수 있듯이 지그와 접촉한 부분에서는 열방출이 활발히 일어나 HAZ의 폭이 좁게 나타났다. 이것은 지그가 용접부의 과열을 막고 열영향부의 폭을 감소시킴으로써 강도의 변화와 변형량을 감소시키는데 기여한다는 것을 알 수 있다. 결론적으로 평판 및 가스용기의 레이저 용접에 있어서 열유동 해석을 수행함으로써 용융부의 크기나 열영향부의 크기를 예측하였고, 실제 실험결과들과 비교하여 좋은 일치성을 얻을 수 있었다. Fig. 14는 실험과 같은 조건인 one-pass용접을 했을 때의 변형에 대한 계산치이다. 입력파워가 증가할수록 변형량이 감소하였던 실험치와 동일한 경향의 변형양상을 가지는 것을 확인할 수 있으며, 실험치와 비교해 보았을 때 다소 작은 변형량을 나타내었다.

Fig. 15는 가스용기의 중간부분을 먼저 용접했을 경우(mid-first)의 입열량에 따른 변형량의 차이를 나타내고 있다. 마찬가지로 실험결과와 비슷한 경향으로 입열량에 따른 변형형태를 가지고 있다. 그림에서 확인할 수 있듯이 용접순서에 따른 변형량은 중간먼저 용접을 했을 경우보다 한번에 용접을 한 경우가 작게 나왔다.

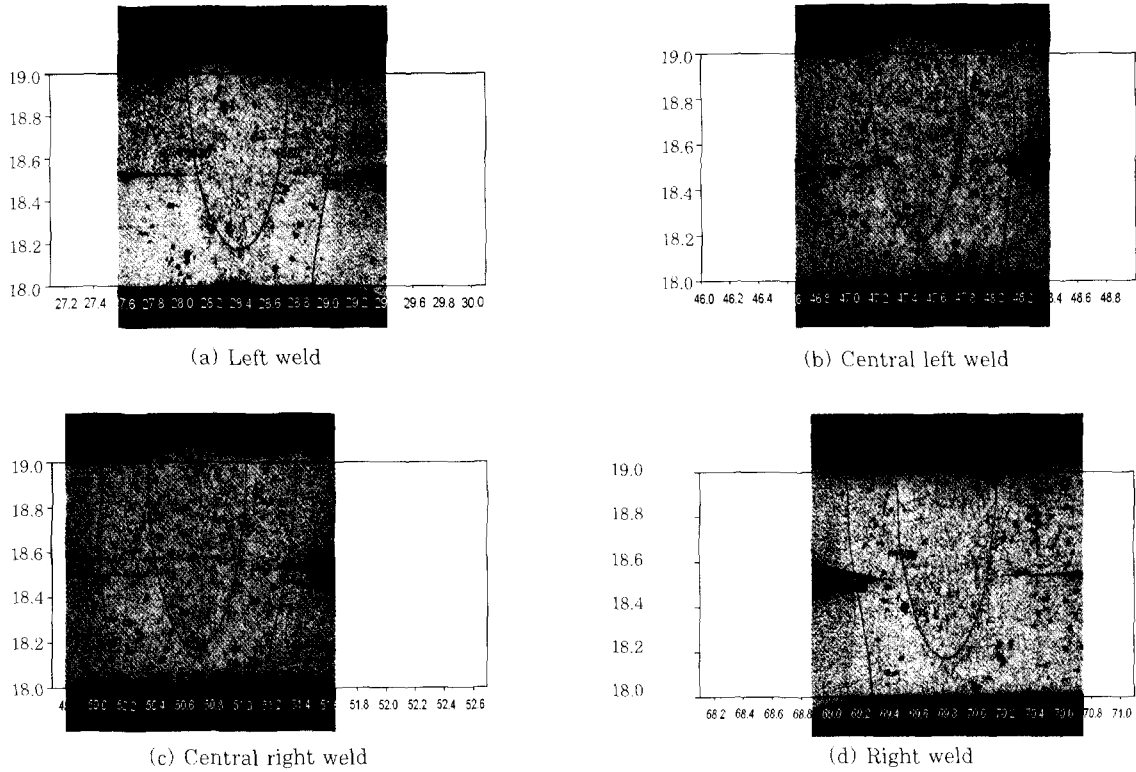


Fig. 13 Shape of weld with 720 W

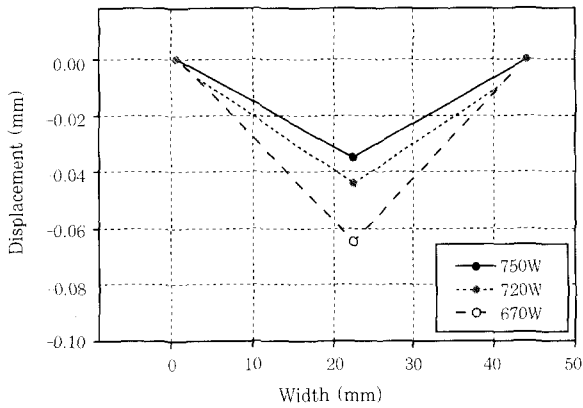


Fig. 14 Calculated displacement of welded vessel in one-pass welding

그 양들은 실제 차이값을 비교해 보았을 때 상당히 작은 값들이다. 그 원인은 mid-first 용접인 경우는 중앙부위에 입열되는 양이 one-pass 용접보다 더 집중적이기 때문으로 판단된다. 즉, one-pass 용접인 경우는 중앙부-끝단부-끝단부-중앙부의 순서로 용접이 되기 때문에 열이 분산되어 버린다. 반면 mid-first 용접은 중앙-중앙-끝단부-끝단부의 순서로 용접이 진행되기 때문에 좀 더 집중적으로 열이 투입된다. 따라서 이러한 특성 때문에 미소하게나마 one-pass 용접이 변형이 작은 것으로 판단된다. 따라서 두 가지 용접순서 중 one-pass 용접이 변형량이 작고 또한 연속용접에 의한

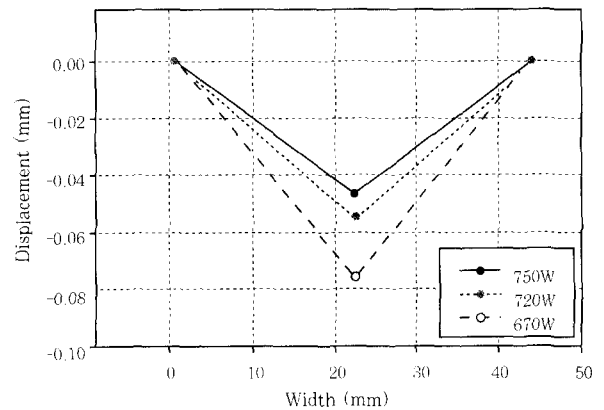


Fig. 15 Calculated displacement of welded vessel in mid-first welding

노즐이동시간도 적어 우수한 조건으로 볼 수 있다.

4. 결 론

소형 가스용기의 레이저 용접공정에 있어서 열유동 및 변형해석을 통해 다음과 같은 결론을 얻을 수가 있었다.

- 1) 레이저 열원의 특징을 고려하여 2차원 열유동해석을 위한 열원모델을 개발하였고, 이를 통해 평판 및 가스용기의 레이저 용접공정에 적용하여 실험결과와 근접한 결과를 얻을 수 있었다.

2) 가스용기의 용접에 있어서 지그에 의한 온도분포의 양상을 분석함으로써 레이저 용접용 지그설계의 기초자료를 제공하였다.

3) 레이저 파워 및 용접순서의 변화에 따른 가스용기의 온도분포와 열변형량을 정량적으로 비교하였다.

4) 가스용기등 박판재의 레이저 용접공정에서 일어나는 열유동 및 변형 현상들을 해석할 수 있는 해석모델을 구축하였다.

참 고 문 헌

1. D.T. Swift-Hook and A.E.F. Gick : Penetration welding with lasers, *Welding Journal*, 52-11(1973), 492s-499s
2. J. Mazumder and W.M. Steen : Heat transfer model for CO₂ laser material processing, *J. Appl. Phys.* 51-2(1980), 941-947
3. R. Ducharme, K. Williams, P. Kapadia, J. Dowden, and W. M. Steen : An integrated mathematical model of the keyhole and weldpool in the laser welding of thin metal sheets, *ICALEO*,(1992), 177-186
4. R. Ducharme, K. Williams, P. Kapadia, J. Dowden, B. Steen, and M. Glowacki : The laser welding of thin metal sheets : an integrated keyhole and weldpool model with supporting experiments, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 27(1994), 1619-1627
5. S. Kimera and Y. Makino : A study on high power CO₂ laser welding(1st report) - Observation and measurement of welding phenomena, *日本精密工學會誌*, 63-4(1997)
6. S. Kimera and Y. Makino : A study on high power CO₂ laser welding (2nd report) - A modeling of laser welding process, *日本精密工學會誌*, 63-5(1997)
7. M. Ohmine and T. Yamada : Welding characteristics of mild steel by CW-YAG laser, *日本精密工學會誌*, 65-8 (1999)
8. J. Mazumder : Transient and residual thermal strain-stress analysis of GMA weld, *J. of Engineering Materials and Technology*, 113(1991), 336-343
9. ABAQUS 5.7 User's Manual, Hibbitt Karlsson & Sorensen, Inc.(1997)
10. W. J. Feusrstein and W. K. Smith : Elevation of critical temperatures in steel by high heating rates, *Trans. of ASM*, 46(1954), 1270-1281
11. Metal Handbook, Tenth Edition, ASM international