

지반의 강성변화에 따른 지반-터널 동적 상호작용 연구

김대상¹⁾

Ground-Tunnel Interaction Effect Depending on the Ground Stiffness

Dae-Sang Kim

Abstract. Shield tunnel having circular section located in the soil or soft rock layer is liable to deform in such a way that its two diagonal diameters crossing each other expand and contract alternately during earthquakes. Based on this knowledge, the ground-tunnel interaction effect for this particular vibration mode is investigated. The ground surrounding a tunnel is assumed to be a homogeneous elastic medium. The bonded boundary condition on the ground-tunnel interface is considered. This suggests a firm bond between the ground and the tunnel lining. As Poisson's ratio and stiffness of the ground increases, the strain induced within the tunnel lining increases.

Keywords : ground-tunnel interaction, Poisson's ratio, natural frequency

초 록. 쉴드 터널과 같이 토사 지반 혹은 연암 지역에 건설되는 원형 단면을 가진 터널은 지진 시에 지반의 전단 변형의 영향을 받아 좌우교차로 경사진 타원형상의 변형을 반복한다. 본 논문에서는 이 진동모드를 이용하여 지반-터널 계의 상호작용에 관하여 검토하였다. 터널주변지반은 균질한 탄성체로 가정되었고 지반-터널라이닝 경계가 완전히 부착되어 있는 경우에 대한 상호작용효과를 검토하였다. 지반의 포아송비 및 강성이 증가할수록 지반으로부터 터널라이닝에 전달되는 변형률이 증가함을 확인할 수 있었다.

핵심어 : 지반-터널 상호작용, 포아송비, 고유진동수

1. 서 론

1995년 1월 17일에 발생한 효고현-남부 지진은 일본 고베시의 다이카이 지하철도에 심각한 피해 (Fig. 1) 를 주었으며, 다시 한번 지하구조물 주변의 지반 거동 평가에 대한 중요성을 인식시켜 주었다. 유한요소법은 지반-터널 상호작용을 분석하는 데 있어서 가장 직접적인 방법이나 이 방법은 터널과 주변지반을 같은 수준의 정확도로 다룰 수 있는 프로그램을 필요로 할 뿐만 아니라 해석의 정확도를 높이기 위해서는 3차원적인 지층변화를 파악하기 위하여 많은 비용을 필요로 한다. 따라서 복잡한 문제에 대한 다양한 수치해석 방법들이 사용되고 있는 현재에도 문제를 단순화시켜 해결하는 접근 방법이 필요하다.

단순화 방법들 중에서 다단계방법(Multi-step method)이 지하구조물의 내진성을 평가하는 데 주로 사용되어 왔다. 이 방법은 지반-구조물 상호작용의 두 가지 주요

인자인 지하구조물이 자유 지반변형(Free-field deformation)과 일체로 거동하지 않는 운동학적 상호작용(Kinematic interaction)과 주변 지반의 응답에 영향을 주는 구조물의 관성력 효과에 의한 관성력 상호작용(Inertia interaction)을 분리하여 고려한다. 터널과 같은 공동형 구조를 다룰 때에는 관성력 상호작용은 입력지진동 상호작용에 비해 그 중요도가 상대적으로 작으므로 실제 디자인에서는 터널의 각 부재에서 유발되는 응력변화를 평가하기 위하여 자유장 지반변형을 원클러형 지반스프링을 통하여 터널에 가하는 방법을 취한다. 그러나 지반스프링의 평가는 복잡할 뿐만 아니라 터널의 진동 모드와 주파수에 의존한다.

원형 단면을 갖는 터널은 지진 시에 지반의 전단변형의 영향을 받아 좌우교차로 경사진 타원형상의 변형(Fig. 2)을 반복하는데(Tamura, 1980), 이는 지진 시 지하구조물 주변지반이 공진상태에 있을 때의 지하구조물의 움직임과 밀접한 관련이 있다. 따라서, 본 논문에서는 이 진동모드를 이용하여 구한 동적지반강성계수를 이용하여 지반의 강성이 변할 때 지반-터널 상호작용효과의 변화를 검토하였다.

¹⁾정회원, 서울대학교 지진공학연구소 전임연구원
접수일 : 2001년 11월 30일
심사 완료일 : 2001년 12월 21일



Fig. 1. Damage of Daikai subway station during Hyogoken-Nambu earthquake.

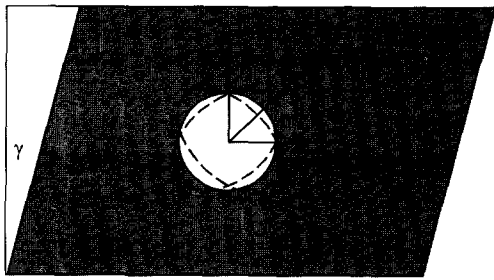


Fig. 2. Cylindrical hollow in an unbounded medium under shearing.

2. 지반-터널 상호작용 효과의 수학적 표현

대상으로 하는 지반-터널계는 Fig. 2와 같이 조화운동을 받는 원형 공동을 가진 무한의 2차원 지반으로 지배방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\lambda + 2\mu) \cdot \frac{\partial \Delta e^{i\omega t}}{\partial r} - \frac{2\mu}{r} \cdot \frac{\partial \Omega_z e^{i\omega t}}{\partial \theta} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u_r e^{i\omega t}}{\partial t^2} \quad (1a)$$

$$(\lambda + 2\mu) \cdot \frac{\partial \Delta e^{i\omega t}}{r \partial \theta} + 2\mu \cdot \frac{\partial \Omega_z e^{i\omega t}}{\partial r} = \rho \cdot \frac{\partial^2 u_\theta e^{i\omega t}}{\partial t^2} \quad (1b)$$

여기서,

$$\Delta = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot (ru_r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \quad (2a)$$

$$\Omega_z = \frac{1}{2r} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial r} \cdot (ru_\theta) - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right) \quad (2b)$$

윗식에서 λ = 라메의 정수, μ = 전단탄성계수, ρ = 지반의 밀도, ω = 진동주파수, t = 시간, $u_r, u_\theta = r$ 과 θ 방향의 변위, $i = \sqrt{-1}$ 을 각각 의미한다.

식 (1a) 와 (1b) 로부터 원형공동의 운동에 의한 지반의 변위와 반력은 다음 두 포텐셜 함수로부터 얻어질 수 있다.

$$\phi_m = \{K_m(qr)\} \cdot \{A_{C,m} \cdot \cos m\theta + A_{S,m} \cdot \sin m\theta\} \quad (3a)$$

$$\psi_m = \{K_m(sr)\} \cdot \{B_{C,m} \cdot \cos m\theta + B_{S,m} \cdot \sin m\theta\} \quad (3b)$$

여기서, $A_{C,m}, A_{S,m}, B_{C,m}, B_{S,m}$ 는 미지의 상수들이며, K_m 은 m 차의 변형된 베셀 (Bessel) 함수이다.

$$q^2 = -\frac{\rho \omega^2}{(\lambda + 2\mu)} = -\frac{\omega^2}{v_p^2} \quad (4a)$$

$$s^2 = -\frac{\rho \omega^2}{\mu} = -\frac{\omega^2}{v_s^2} \quad (4b)$$

반경 r_0 의 원형 공동 단면이 $\theta = \pm 45^\circ$ 의 경사진 타원형으로 팽창 및 수축을 반복한다는 가정은 식 (3a)-(3b)에서 $m = 2$ 와 $A_{C,m} = B_{S,m} = 0$ 라는 조건을 만족해야 함을 의미한다. 따라서 변위는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} u_r \\ u_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{u}_r \sin 2\theta \\ \hat{u}_\theta \cos 2\theta \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}_r \\ \hat{u}_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{r,A}/r & U_{r,B}/r \\ U_{\theta,A}/r & U_{\theta,B}/r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{S,2} \\ B_{C,2} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

그리고

$$U_{r,A} = -2K_0(qr) - \left(\frac{4}{qr} + qr \right) K_1(qr) \quad (7a)$$

$$U_{r,B} = -2K_0(sr) - \frac{4}{sr} K_1(sr) \quad (7b)$$

$$U_{\theta,A} = 2K_0(qr) + \frac{4}{qr} K_1(qr) \quad (7c)$$

$$U_{\theta,B} = 2K_0(sr) + \left(\frac{4}{sr} + sr \right) K_1(sr) \quad (7d)$$

수직응력과 전단응력은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{rr} \sin 2\theta \\ \hat{\tau}_{r\theta} \cos 2\theta \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서,

$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{rr} \\ \hat{\tau}_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{\mu}{r^2} \begin{bmatrix} T_{rr,A} & T_{rr,B} \\ T_{r\theta,A} & T_{r\theta,B} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{S,2} \\ B_{C,2} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

그리고

$$T_{rr,A} = \frac{\lambda}{\mu} (qr)^2 \left\{ K_0(qr) + \frac{2}{qr} K_1(qr) \right\} + (2(qr)^2 + 12) K_0(qr) + \left(6qr + \frac{24}{qr} \right) K_1(qr) \quad (10a)$$

$$T_{rr,B} = 12K_0(sr) + \left(4sr + \frac{24}{qr} \right) K_1(sr) \quad (10b)$$

$$T_{r\theta,A} = -12K_0(qr) - \left(4qr + \frac{24}{qr} \right) K_1(qr) \quad (10c)$$

$$T_{r\theta,B} = -((sr)^2 + 12) K_0(sr) - \left(4sr + \frac{24}{sr} \right) K_1(sr) \quad (10d)$$

따라서, $\hat{\sigma}_{rr}$ 과 $\hat{\tau}_{r\theta}$ 는 \hat{u}_r 과 \hat{u}_θ 에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$-\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{rr} \\ \hat{\tau}_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{\mu}{r} \begin{bmatrix} S_{rr} & S_{r\theta} \\ S_{\theta r} & S_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}_r \\ \hat{u}_\theta \end{Bmatrix} \quad (11)$$

여기서, $S_{rr} = (-T_{rr,A}U_{\theta B} + T_{rr,B}U_{\theta A})/S$ (12a)

$$S_{r\theta} = (T_{rr,A}U_{rB} - T_{rr,B}U_{rA})/S \quad (12b)$$

$$S_{\theta r} = (-T_{r\theta,A}U_{\theta B} + T_{r\theta,B}U_{\theta A})/S \quad (12c)$$

$$S_{\theta\theta} = (T_{r\theta,A}U_{rB} - T_{r\theta,B}U_{rA})/S \quad (12d)$$

$$S = (U_{rA}U_{\theta B} - U_{\theta A}U_{rB}) \quad (12e)$$

공진 시에 원형 터널이 경사진 타원형 변형을 하므로, 이 변형모드에 대한 지반-터널계의 상호작용효과를 고려하였다. 공진 시에 지층의 두께 H 는 정현전단파장 L 의 4분의 1이라는 사실로부터

$$H \cong L/4 = \pi v_s / 2\omega_0 \quad (13)$$

여기서, v_s 는 전단파 속도, $f_0 = \omega_0/2\pi$ 는 지반의 공진주파수이다. 그리고 터널 직경 $2r_0$ 은 표층지반의 두께 H 보다 작아야 하므로, 터널직경-표층지반의 두께비, $2r_0/H$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{2r_0}{H} = \frac{4}{\pi} sr_0 < 1, \quad s = \omega_0/v_s \quad (14)$$

여기서, sr_0 는 무차원 주파수로 공진 시 변형모드에 대하여 지반강성을 결정하는 변수이다.

3. 지반-터널 상호 작용효과

다단계방법을 적용하기 위하여, 먼저 터널이 건설되

어 있지 않은 원형 공동의 거동을 파악할 필요가 있다. 반경방향과 전단방향 지반변위 $u_{r,ground}$ 와 $u_{\theta,ground}$ 의 엄밀 해는 여러 논문에서 얻을 수 있으나, 지진과의 파장이 터널의 직경보다 충분히 크다고 볼 수 있으므로, 전단변형을 받는 무한매체에 원형 공동이 있을 때의 정적해를 이용할 수 있다(Pao, 1973). 그러므로,

$$u_{r,ground} \equiv \hat{u}_{r,ground} \sin 2\theta \quad (15a)$$

$$u_{\theta,ground} \equiv \hat{u}_{\theta,ground} \cos 2\theta \quad (15b)$$

$$\hat{u}_{r,ground} = \hat{u}_{\theta,ground} (= \hat{u}_{ground}) = 2\gamma r_0(1-\nu) \quad (15c)$$

여기서, γ 는 가해진 전단 변형률이고, ν 는 지반의 포아송비이다. 식 (15c)로 부터 $\hat{u}_{r,ground}$ 와 $\hat{u}_{\theta,ground}$ 는 서로 같으므로, \hat{u}_{ground} 를 공진 시 변형모드에 대한 지반의 변위를 대표하는 변수로 생각할 수 있다. 그리고 터널라이닝은 접선방향으로 충분히 강하며 주변지반과 완전히 결합되어 있는 링(Ring)으로 가정할 수 있으므로, 라이닝의 변위 $u_{r,lining}$ 와 $u_{\theta,lining}$ 는 $r=r_0$ 에서 다음 식을 만족한다.

$$\epsilon_{\theta\theta,lining} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta,lining}}{\partial \theta} + \frac{u_{r,lining}}{r} = 0 \quad (16)$$

식 (5)를 식 (16)에 대입하면 $r=r_0$ 에서 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\hat{u}_{r,lining} = 2\hat{u}_{\theta,lining} (= \hat{u}_{lining}) \quad (17)$$

식 (17)로부터 \hat{u}_{lining} 이 라이닝 변위를 묘사하는 데 필요한 유일한 대표변수라는 것을 알 수 있다. 터널라이닝이 존재함으로써 발생하는 지반-터널라이닝 상호작용으로 인한 지반변위 \hat{u}_r 와 \hat{u}_θ 는 원형 공동의 변위 $\hat{u}_{r,ground}$ 와 $\hat{u}_{\theta,ground}$ 와는 다른 지반 변형을 발생시킬 것이다.

$$\hat{u}_r = \hat{u}_{lining} - \hat{u}_{ground} \quad (18a)$$

$$\hat{u}_\theta = \hat{u}_{lining}/2 - \hat{u}_{ground} \quad (18b)$$

터널라이닝이 원형의 베르누이-오일러 보(Bernoulli-Euler Beam)라고 가정하면, 라이닝 변위 \hat{u}_{lining} 은 $\hat{\sigma}_{rr}$ 과 $\hat{\tau}_{r\theta}$ 에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{u}_{lining} = \frac{r^4}{18EI} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_{rr} \\ \hat{\tau}_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad (19)$$

식 (18a),(18b) 그리고 (19)를 식 (11)에 대입하고 정리하면, 지반-터널상호작용 문제는 지반에서 발생한 변

위가 라이닝으로 얼마 만큼 전달하는가의 정도를 나타내는 전달지수(Transferring factor), $TF = \hat{u}_{lining} / \hat{u}_{ground}$ 를 구하는 문제로 귀착된다. 전달지수의 유도과정에서 지층의 상부자유경계(upper free boundary condition)와 하부고정경계(lower fixed boundary condition)가 해에 영향을 미칠 수 있으나 이 경계들의 영향을 배제하고 지반이 무한체라고 가정하면, 그 전달지수는 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$TF = \frac{\hat{u}_{lining}}{\hat{u}_{ground}} = \frac{\xi \cdot (2S_{rr} + 2S_{r\theta} + S_{\theta r} + S_{\theta\theta})}{1 + \xi \cdot (2S_{rr} + 2S_{r\theta} + S_{\theta r} + S_{\theta\theta})} \quad (19a)$$

$$\text{여기서 } \xi = \frac{\mu r_0^3}{18 EI} \quad (19b)$$

여기서, $S_{rr}, S_{r\theta}, S_{\theta r}, S_{\theta\theta}$ 는 공진 시 변형모드에 대한 지반의 강성 매트릭스의 성분들이다. 전달지수 $\hat{u}_{lining} / \hat{u}_{ground}$ 의 절대값은 주변지반의 움직임에 의해 터널라이닝이 어느 정도 변형되는 가를 나타내는 지수이다. 전달지수의 절대값 $|\hat{u}_{lining} / \hat{u}_{ground}|$ 는 3변수, 지반의 포아송비(ν), 터널라이닝에 대한 지반의 상대적인 강성비(ξ , 식 19b), 그리고 무차원 공진주파수($\omega r_0 / v_s$)의 함수이다. 지반 공진 시에 $\omega r_0 / v_s$ 는 $(\pi/4) \cdot 2r_0 / H$ 와 같이 쓸 수 있으며, 여기서 $2r_0 / H$ 는 터널 직경에 대한 지반의 두께비이다. 따라서 $|\hat{u}_{lining} / \hat{u}_{ground}|$ 는 $\omega r_0 / v_s$ 대신에 $2r_0 / H$ 를 사용하여 구할 수 있다. 표 1에 해석에 사용된 변수들과 그 변수들의 범위를 정리하였다.

Fig. 3은 지반의 포아송비와 공진주파수 변화에 대한 전달지수의 변화를 보여준다. 전달지수는 공진 주파수 보다는 지반의 포아송비의 변화에 더욱 민감하게 변화함을 보여준다.

전달지수는 지반의 포아송비가 0.5에 가깝게 접근함에 따라 증가하는데, 전달지수의 증가는 터널 라이닝에 유발되는 변형률이 증가함을 의미한다. 또한, Fig. 3(토사지반, $\xi = 1$) 과 Fig. 4(연암지반, $\xi = 100$)의 비교로부터 지반의 전단탄성계수가 증가함에 따라 지반으로부터 터널라이닝으로의 변형률 전달율이 증가함을 알 수 있다.

Table 1. Input parameters for evaluation of interaction effect.

Parameters	Ranges
Poisson's ratio	0~0.4998
Relative ground stiffness $\xi = \frac{\mu r_0^3}{18 EI}$	soil : 1 soft rock : 100
Diameter-thickness ratio $2r_0/H$	0~1.0

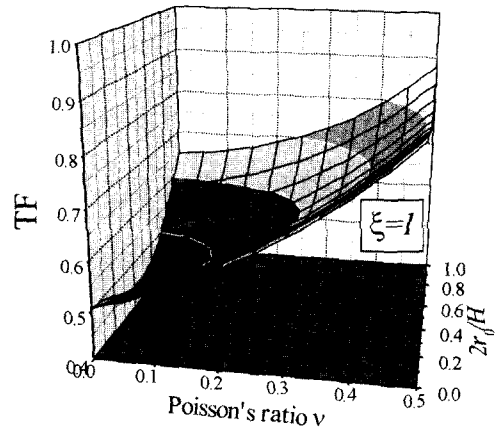


Fig. 3. Ratio between lining deformation and ground motion at resonance ($\xi = 1$).

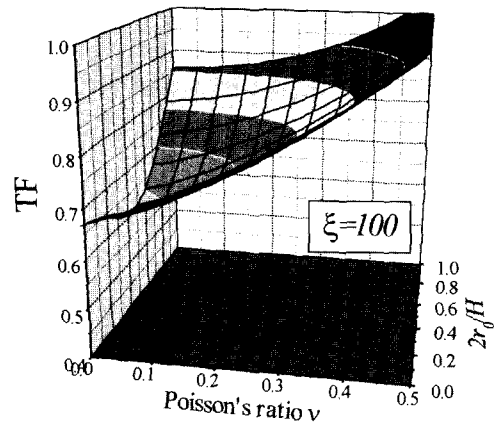


Fig. 4. Ratio between lining deformation and ground motion at resonance ($\xi = 100$).

4. 결 론

장기간에 걸친 지진 관측결과로부터 원형 공동이 $\theta = \pm 45^\circ$ 의 경사진 타원형으로 팽창 및 수축을 반복한다는 사실에 착안하여, 이 진동모드에 대한 지반-터널계의 상호작용효과를 검토하였다. 지반의 공진 시 변형모드에 주목함으로써 지반강성이 θ 에 독립하고, 지반-터널계를 1 자유도를 갖는 계로 치환하는 것이 가능하였다. 또한 지반-터널 상호작용효과를 표현할 수 있는 지반 변위에 대한 터널라이닝 변위의 비로 정의되는 전달지수를 3개의 무차원 변수들의 함수로서 표현하였다.

이 무차원 변수들을 이용한 매개변수 해석을 통하여 다음과 같은 사실들을 확인할 수 있었다.

1) 지반변위를 라이닝 변위로 전달하는 정도를 나타내는 전달지수는 공진 주파수보다는 지반의 포아송비의 변화에 더욱 민감하게 변화하였다.

2) 지반의 포아송비가 증가함에 따라 전달지수는 증가하며, 이는 터널 라이닝에 유발되는 변형률이 증가함을 의미한다.

3) 토사지반에서 연암지반으로 지반의 전단탄성계수가 증가함에 따라 지반으로부터 터널라이닝으로의 변형을 전달율이 증가함을 알 수 있었다.

참고문헌

1. Construction Ministry of Japan, 1997, Research report

- of development of isolation materials for seismic design to underground structure, No.192.
2. D.S.Kim and K.Konagai, 2000, Seismic isolation effect of a tunnel covered with coating material, Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 15 No. 4.
 3. Pao, Y.H. and Mow, C.C., 1973, Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations, Crane Russak, New York.
 4. Tamura, C. and Kato, K., 1980, A Study on Deformation of Tunnels during Earthquakes, Recent Advances in Lifeline Earthquake Engineering in Japan, ASME, 151-158.
 5. Karl F. Graff, Wave motion in elastic solids, Dover publications, inc., New York.

김 대 상



1989년 서울대학교 공과대학 자원공학과, 공학사
 1991년 서울대학교 대학원 자원공학과, 공학석사
 2000년 동경대학교 토목공학과, 공학박사
 Tel : 02-880-8780
 E-mail :
 현재 서울대학교 지진공학연구소 센터 전임연구원