

정적 외연적 유한요소법을 이용한 비드 펀치 행정거리가 드로우비드 공정에 미치는 영향에 관한 연구

정동원

제주대학교 기계에너지생산공학부

A Study on the Influence of the Punch Stroke of Bead on the Draw-bead Process by using Static-explicit Finite Element Method

DONG-WON JUNG

Department of Mechanical Engineering, Cheju National University, Cheju-Do 690-756, Korea

KEY WORDS: Restraining force 구속력, Geometrical non-linearity 기하학적 비선형, Elasto-plastic finite element formulation 탄소성 유한요소식, Static-explicit method 정적 외연적 방법, Convergence problem 수렴성 문제

ABSTRACT: *The bead is used to provide properly restraining force in the sheet metal forming process. This bead process includes bending and geometrical non-linearity, and affects the state of binderwrap. Therefore, the analysis of bead process is very important to obtain the desired formability. In this paper, the research about the influence of the punch stroke of bead on the draw-bead process was conducted. Results from the analysis will give useful information to the effective tool design of blank forming process. To analyze the bead process, an elasto-plastic finite element formulation is constructed from the equilibrium equation and the considered boundary conditions involved a proper contact condition. The static-explicit finite element method as a numerical method for the analysis was applied to the analysis program code. It was found that this method could solve too much computation time and convergence problem owing to high non-linearity of bead forming process.*

1. 서 론

박판 성형공정에서 재료의 유입을 조절할 수 있는 방법에는 크게 두 가지 방법이 있다. 그중 한가지는 블랭크홀더에 의해서 재료를 잡아주는 것이고, 다른 하나는 비드에 의한 방법이다. 일반적으로 큰 차체 판넬에서 블랭크홀더로 재료의 유입을 크게 제한하고자 할 경우에는 홀더를 제어할 만한 큰 힘이 요구된다. 따라서 원하는 홀딩력을 가할 수 있는 용량이 커다란 프레스장치가 필요하기 때문에, 효율성과 경제적 측면에서 볼 때 매우 비효율적이며, 경우에 따라서는 현재 기술로는 불가능한 상황도 발생하게 된다.

따라서 비드로 조절하는 것이 가장 용이하지만, 아직까지 비드로는 마음대로 제한력을 조절할 수가 없는 실정이다. 심지어 어떤 경우에는 급형을 수정해야 하는 불가피한 상황이 발생되기도 한다. 따라서 이러한 비드의 제한력을 어떻게 하면 조절할 수 있는지에 대한 연구가 절실히 요구된다.

본 연구에서는 필요로 하는 비드 제한력을 얻기 위해서 비드의 펀치 스트로크를 바꾸면 가장 쉽게 비드 제한력을 조절할 수 있을 것으로 보고, 이를 위한 전제 연구로 수치해석을 통하여 그 타당성을 먼저 살펴보고자 한다.

그동안 비드 해석을 위한 많은 연구들이 진행되어 왔다.

Nine(1978)은 드로우비드를 거치면서 금속이 유동할 때 생기는 구속력이 굽힘변형과 마찰에 의한 성분을 가지게 된다고 보고 이 두성분을 나누어 해석함으로써 AK steel의 인발력과 고정력, 변형률분포 및 그때 생기는 소성변형에 대하여 연구하였다. 그리고 저자 등(Wang and Somaratna, 1989; Wang and Shah, 1991)은 패널성형 시에 드로우 비드의 형상과 마찰이 주는 영향을 고찰한 논문을 발표하였다. 수치적인 방법을 사용한 경우로는 저자 등(Triantafyllidis et al., 1986; Maker et al. 1987)이 비드성형공정을 1차원 탄소성 쉘 요소 사용하여 해석하고 실험치와 비교하였다. 또한, Cao and Teodosiu(1992)에 의해서는 드로우 비드가 있는 디프드로잉 공정이 해석됨으로써 비드에 대한 본격적인 연구가 진행되기 시작하였다.

본 연구에서는 먼저, 비드의 각 진행거리까지의 성형공정과 그 이후의 인발공정을 해석함으로써 이에대한 고찰을 시도해 보고자 한다. 해석으로부터 나온 결과는, 필요로하는 비드력이 각기 다른 실제 박판 성형공정에서 유용하게 적용될 수 있으리라 생각된다. 비드공정해석은 기하학적 비선형이 높고 접촉, 마찰로 야기되는 비선형 또한 아주 높아서 정적 내연적 유한요소법(static-implicit finite element method)을 적용하면 수렴이 되지 않는다.

고도의 비선형을 극복하기 위하여 동적 외연적 유한요소법

(dynamic-explicit finite element method)을 적용해 보면 수렴성은 극복이 되나 동적인 관성효과 때문에 결과가 심하게 진동하여 해의 정확도가 만족스럽지 못하다(정 등, 1998). 따라서 수렴성 문제와 보다 높은 정확도를 위하여 본연구에서는 정적 외연적 유한요소법(static-explicit finite element method)을 채택하여 비드 펀치 행정거리가 드로비드공정에 미치는 영향을 비교적 만족스럽게 해석할 수 있었다. 특히 탄소성 연속체 요소를 사용함으로써 더욱 어려워진 수렴성 문제를 수렴검사를 하지 않고 최소한도의 스텝간격을 찾아서 진행되는 정적 외연적방법을 적용하여 수렴성 문제를 극복하였으며 축차과정을 생략하여 비선형이 아주 높은 비드공정해석에서 계산의 효율성도 높였다. 이는 빠른 리드타임(lead time)과 설계에 이용할 수 있을 정도의 정확도가 보장된 해석 결과를 요하는 실제 산업현장에서도 매우 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

2. 유한요소 수식화

2.1 구성방정식

비드해석을 위해서 본 연구에서는 탄소성 유한요소법을 이용하여 수식화를 전개하고 프로그램을 구성하였다. 사용된 재료는 탄소성의 성질을 가지며, 소성변형은 Prandtl-Reuss 식으로 표현되는 유동이론(flow rule)에 따라 일어난다고 가정하였다(Choi, 1993). 우선, 가상일의 원리에 의하여 평형방정식으로부터 지배방정식의 적분형을 유도하고, 변화하는 기준좌표계에 대해 증분해석을 적용한 개량 라그랑지(updated lagrangian) 수식화를 연속체요소로 유한근사화하였다. 개량 라그랑지 수식화에서는 임의시간 t에서의 형상 Ω^t 를 기준 좌표계로 지정하여 Δt 동안에 미소변형하는 것으로 가정하였다(Cheng and Kikuchi, 1985).

$$\int_{\Omega^t} \Delta T_{ji} \bar{u}_{i,j} d\Omega^t = \int_{\Omega^t} \rho \Delta b_i \bar{u}_i d\Omega^t + \int_{\Gamma_i} \Delta t_i \bar{u}_i d\Gamma^t, \quad \forall \bar{u}_i \quad (1)$$

위 식을 개량 라그랑지식이라고 부르며, 여기서 $T(=T_{ji} e_j e_i)$ 는 1차 Piola-Kirchhoff 응력텐서로서 증분을 취하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta T_{ji} = \Delta \sigma_{ji} \delta_{ij} + \sigma_{ji} \Delta u_{k,k} - \sigma_{ji} \Delta u_{j,i} \quad (2)$$

이 식은 현상태에 따른 변수의 함수이기 때문에 이력 의존성(history dependence)이 있는 탄소성 재료의 구성방정식을 쉽게 이용할 수 있는 장점이 있다.

일반적인 소성문제는 탄성변형과 소성변형이 복합적으로 일어난다. 따라서 본 연구에서는 이 둘을 동시에 고려할 수 있는 유동이론을 채택하여 (3)식과 같은 Prandtl과 Reuss가 제안한 식으로 표현하였다(Chun, 1992).

$$\sigma_{ij}^{\dot{}} = D_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl} \quad (3)$$

여기서, $\sigma_{ij}^{\dot{}} = \Delta \sigma_{ij} - \sigma_{ik} \omega_{kj} - \sigma_{jk} \omega_{ki}$ 이고, D_{ijkl} 은 다음식으로 표시되는 재료의 특성텐서를 의미한다.

$$D_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \frac{\alpha^3 \mu (s_{ij} s_{kl})}{\left(\bar{\sigma} \left(1 + \frac{H'}{3\mu} \right) \right)} \quad (4)$$

이로부터 구성방정식을 세운 뒤, 접촉조건 및 마찰 경계조건을 고려하여 (5)식과 같은 유한요소 근사식을 얻을 수 있다.

$$\left\{ \sum_e K_{ij\alpha\beta}^{\Omega_c} + \sum_e K_{ij\alpha\beta}^{\Gamma_c} \right\} \Delta u_{j\beta} = \sum_e f_{ia}^{\Omega_c} + \sum_e f_{ia}^{\Gamma_c} + \sum_e f_{ia}^{\Gamma_c} \quad (5)$$

여기서 좌변항에 보이는 $K_{ij\alpha\beta}^{\Omega_c}$ 와 $K_{ij\alpha\beta}^{\Gamma_c}$ 는 요소의 강성행렬(stiffness matrix)이고, 우변항에 표시되어 있는 $f_{ia}^{\Omega_c}$, $f_{ia}^{\Gamma_c}$ 및 $f_{ia}^{\Gamma_c}$ 는 요소의 외력벡터를 의미한다.

2.2 정적 외연적 방법

해석에 사용된 요소는 탄소성 연속체요소를 이용하였고, 비드공정은 비선형이 크게 존재하기 때문에 기존의 정적 내연적 방법(static-implicit method)으로는 해석에 소요되는 계산시간이 오래 걸릴 뿐만 아니라, 해의 수렴성에도 큰 문제가 발생되었다. 정적 내연적방법이 비교적 정확한 해석을 할 수 있다는 장점이 있지만, 결과를 빨리, 그리고 확실히 도출해야 하는 실제 공정에 적용하기에는 다소 부적합한 면이 있다. 그러므로 본 연구에서는 이러한 상황을 고려하여, 정적 외연적방법(static-explicit method)을 도입함으로써 수치해석 진행에 발생하는 문제들을 해결하고자 한다.

이 방법이 내연적방법과 크게 차이를 보이는 점은 수렴검사가 이루어지지 않는다는 것이다. 즉, 정적 외연적방법은 현단계에서 축차(iteration)없이 얻어진 해를 바로 다음 단계의 초기 추정값으로 적용하며, 해의 정확도를 높이기 위해서 스텝간격의 크기를 매우 작게 잡아주는 특징이 있다. 그러므로 수렴성에 대한 문제를 확연히 줄일 수가 있으며, 그에따른 계산시간을 절감할 수 있는 잇점이 생기게 된다. 다만, 여기서 스텝간격에 대한 결정을 필요로 하게 되는데, 무한정 간격을 줄일 수는 없으며 그 크기를 결정하기 위해서 본 연구에서는 Y-Amada가 제안한 「r-min」 방법을 이용하였다(Y-Amada and Yoshimura, 1968).

우선, 탄성 요소들을 위한 강성행렬 $[k^e]$ 는 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$[k^e] = [B]^T [D^e] [B] t A \quad (6)$$

여기서 t는 상수로 가정한 요소의 두께를 의미하며, A는 요소의 면적을 나타낸다. 마찬가지로 소성 요소들의 강성행렬 $[k^p]$ 도 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[k^p] = [B]^T [D^p] [B] t A \quad (7)$$

이때, 강성행렬 $[k^e]$ 와 $[k^p]$ 는 전체 요소에 대한 행렬 $[K]$ 로 조합할 수 있으며, 전체 행렬 $[K]$ 는 식 (8)과 같이 절점 하중 증분 $\{dL\}$ 과 절점 변형증분 $\{dU\}$ 으로 연관되어 진다.

$$\{dL\} = [K]\{dU\} \quad (8)$$

해석 초기단계에서 적절한 스텝간격을 정하고 수행한 결과, 단지 하나의 후항복 요소 즉, 어떤 하중 L_e 에서 최초로 항복이 일어나는 요소가 존재할 것이다. 이때, 전체 요소에 대해서 강성 행렬 $[K]$ 를 종합한 후, 적절한 시험 하중증분 $\{\Delta L^T\}$ 를 식 (8)로부터 구한다. 그리고나서, 각 요소에서의 응력증분 $\Delta \sigma_{ij}^T$ 및 변형률 증분 $\Delta \epsilon_{ij}^T$ 을 계산하고, 다음의 식 (9)를 이용하여 탄성상태로 남아있는 모든 요소의 r-값을 계산한다.

$$r = \frac{r + \sqrt{[r^2 + 4(\Delta \bar{\sigma}_{ij}^T)^2(Y^2 - \bar{\sigma}^2)]}}{2(\Delta \bar{\sigma}_{ij}^T)^2} \quad (9)$$

$$r = (\Delta \bar{\sigma}_{ij}^T)^2 - 2\bar{\sigma}\Delta \bar{\sigma}^T - (\Delta \bar{\sigma}^T)^2$$

이때, $\bar{\sigma}$ 는 탄성요소의 등가응력이고, $\Delta \bar{\sigma}^T$ 는 하중증분 $\{\Delta L^T\}$ 에 의해 정해지는 $\bar{\sigma}$ 의 증분으로 정의된다. 위 식으로부터 r의 최소값을 찾아내고 그것을 r_{min} 이라고 부른다. 그 결과로부터 r_{min} 과 $\{\Delta L^T\}$ 를 곱한 값 즉, $r_{min}\{\Delta L^T\}$ 이 다음 스텝의 새로운 증분값으로 결정된다(Yamada and Yoshimura, 1968).

이와같이 「r-min」 방법은 허용할 수 있는 최대 응력 또는 변형률 증분 등을 고려하여 적절한 스텝간격을 찾아가는 방법이며, 이것을 이용한 정적 외연적방법은 수렴성에 관한 문제가 없을 뿐만 아니라, 수렴계산에 의한 계산시간도 단축시킬 수 있는 매우 효과적인 방법이라 할 수 있겠다. 그러므로 복잡한 형상이나 난이한 접촉문제, 수렴이 어려운 문제 등과 같은 높은 비선형성을 안고 있는 준정적 문제들에 있어서 정적 외연적방법이 유용하게 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

3. 수치해석 결과 및 고찰

본 연구에서는 비드의 진행거리에 따른 박판의 변형형상과 변형률 분포, 인발력 등 재료에 미치는 영향을 살펴보기 위해서 우선, 각 진행 단계에 따른 비드 성형공정을 살펴보았다. 해석에 사용된 비드 형상은 단순 원형단면 비드를 사용했으며, 재료와 다이의 형상을 Fig. 1에 나타내었다(정과 이, 2000). 그림에서 비드의 펀치반경은 6mm, 하부다이의 곡률반경은 3mm이다. 사용된 재료는 탄성계수(E)가 280GPa이고, 포와송비(ν)가 0.3이며, 초기 항복응력(σ_y)이 179MPa인 강판을 가정하였다. 또한, 유한요소 모델은 4절점 연속체요소로서 총 453개의 절점과 300개의 요소들로 이루어져 있다.

Fig. 2는 총 펀치 진행거리 2mm일 때, 변형되는 박판의 형상을 보여주고 있다. 그림에서 오른쪽 재료가 들리는 이유는 오른쪽 다이와 접촉하고 있는 절점들에 대해서는 구속을 고려하지 않았기 때문인데 실제 비드성형공정에서 다이 외곽쪽 박판부분은 구속되어 있지 않아 비드성형중 실제로 들리기 때문이다. 반면, 왼쪽 끝 절점들은 x-방향에 대해서 구속하여 재료를 고정시키는 효과를 얻었는데 이는 왼쪽 방향이 다이 안쪽

방향으로 박판이 연결되어 있어 x-방향으로 실제로 구속을 하고 있기 때문이다. 계산시간은 IBM RS/6000 43P workstation에서 총 962 CPUsec가 걸렸다. 또한, PC/AMD 200MHz 기종에서도 1690초가 소요되어 일반 PC에서도 무리없이 사용할 수 있는 가능성을 보여주었다.

2mm 진행이 이루어지고 난 후, 재료에 분포된 변형률을 살펴보았다. Fig. 3에 보이는 바와 같이, 왼쪽 다이부근에서 5%정도의 변형 이외에는 전체적으로 재료에 커다란 변형을 일으키지 않음을 볼 수 있다. 다음으로, 2mm 성형공정이 진행된 마지막 단계에서부터 왼쪽으로 재료가 인발되는 공정을 가정하였다. 이것은 실제 블랭크 성형이 이루어지면 재료가 작업영역 안으로 빨려 들어가는 현상을 가정한 것으로 왼쪽으로 재료가 천천히 당겨지는 공정을 해석하였다.

Fig. 4는 인발에 따른 재료의 변형형상을 보여주고 있다. 총 20mm까지 인발이 이루어지고 있으며 이때 마찰계수는 0.05로 가정하였고 이에따른 재료의 두께변화 및 길이방향 변형률은 Fig. 5와 같이 나타냈다. 박판 위쪽 표면에서의 길이방향 변형률을 측정된 Fig. 5(b)는 비드 성형 마지막 단계에서의 변형률을 나타낸 Fig. 3과 비교해 볼 때, 많은 차이를 보이고 있는데 이는 비드 펀치와 다이에서만 국한되었던 인장과 압축이 점차 재료가 당겨짐으로써 전체영역으로 발전되기 때문이라 생각된다.

Fig. 6에는 재료가 인발되는 양에 따른 인발력의 변화를 나타내었다. 초기에 급격한 상승을 보인 후에 일정한 평형상태에 도달함을 볼 수 있는데, 이것은 인발에 의한 재료의 흐름이 초기에는 비드 안쪽 재료에서 어느정도 감당을 해 주지만, 그 이상의 인발이 진행되면 비드에 의한 구속력으로 인발력이 급격히 상승하기 때문으로 추측된다.

다음은 총 진행거리 4mm일 때의 펀치 진행에 따른 재료의 변형형상을 살펴보았다. Fig. 7은 진행이 이루어지면서 변하는 재료의 형상을 보여주고 있다. 비드가 좀더 깊이 성형될수록 비드 오른쪽에서 들림이 일어났던 재료는 차츰 다이에 고정되는 현상을 관찰할 수 있다. 4mm 성형이 이루어지고 난 후, 마찬가지로 인발공정을 해석하였다. 그 결과, 재료는 Fig. 8과 같은 진행형상을 보이면서 Fig. 9에서와 같이 인발력이 초기에 작은 진동으로 급격한 상승을 보여 약 143N/mm의 일정한 인발력을 나타내었다. 이는 2mm 진행시보다 20N/mm정도 많은 힘이 비드에 걸리는 것으로 추정해 볼 수 있다.

마지막으로 비드펀치를 6mm까지 진행시키는 공정을 해석하였다. Fig. 10에 보이는 바와같이, 6mm 진행 후에는 재료가 완전히 위쪽 펀치에 눌러 다이에 고정되고 있음을 볼 수 있다. 이때, 재료의 각 요소에서 측정된 길이방향 변형률은 Fig. 11과 같은 분포를 보였으며, 2mm 진행한 결과와 비교해 볼 때, 펀치와 다이 사이에서의 변형률이 크게 나타남을 알 수 있다.

또한, 성형된 마지막 상태에서 20mm까지 인발시키는 공정에서는 Fig. 12와 같은 변형형상을 보였으며, 이때 나타난 길이방향 변형률(Fig. 13)은 2mm 진행시의 Fig. 5(b)와 비교해 볼 때 전체적으로 커다란 변형분포를 나타내고 있다. 그 이유는 비드 진행거리가 깊어질수록 재료에 대한 구속력이 강해지므로 재료가 심하게 인장되고 있기 때문이라 생각된다.

진행과정에 따른 인발력은 Fig. 14와 같이 나타냈다. 초기에

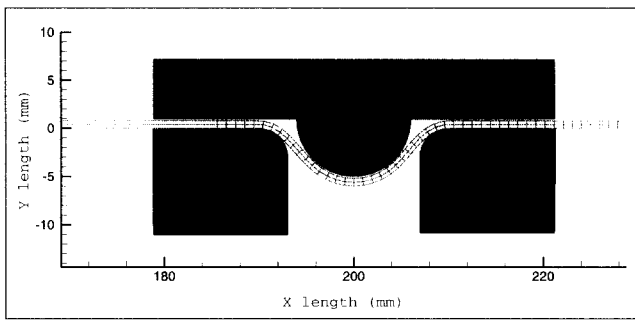


Fig. 1 Schematic of the die and bead shape

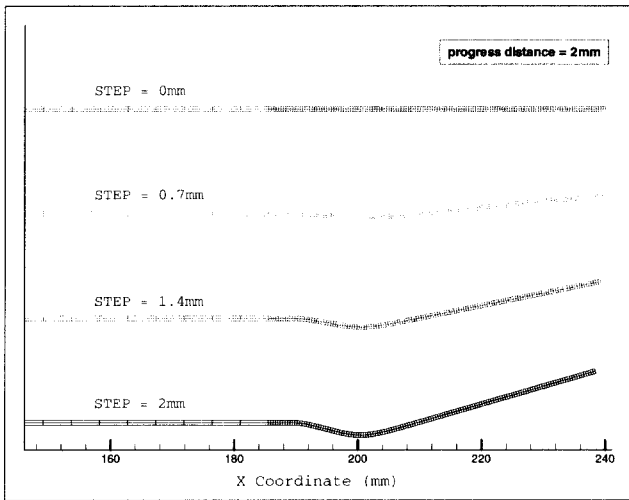


Fig. 2 The progress distance of bead until 2mm

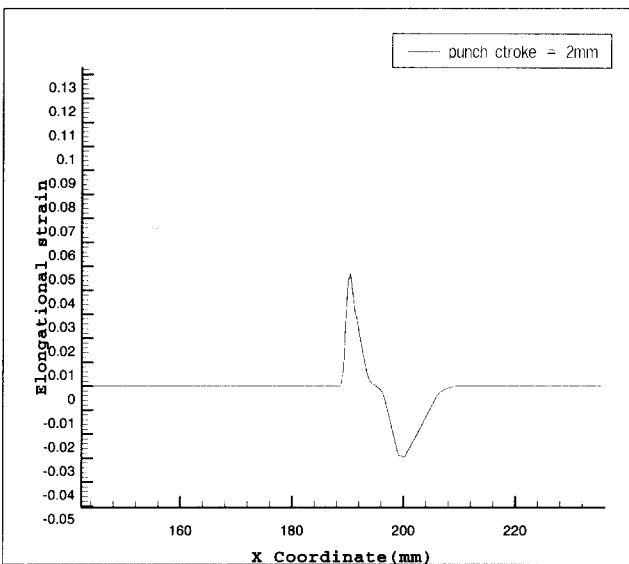


Fig. 3 Elongational strain of sheet surface when progress distance is 2mm

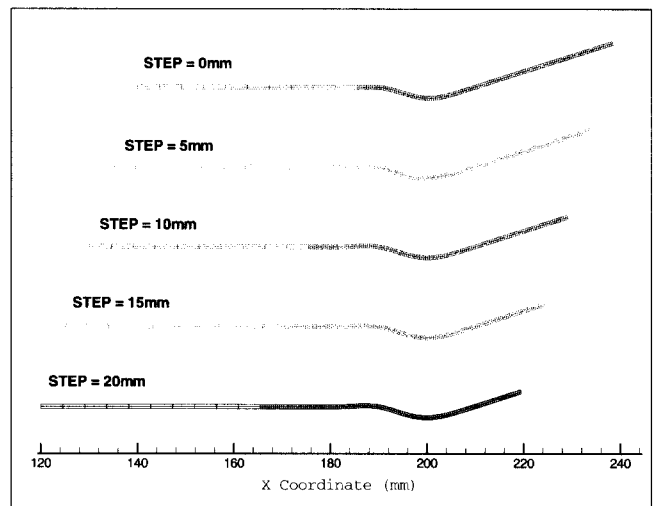
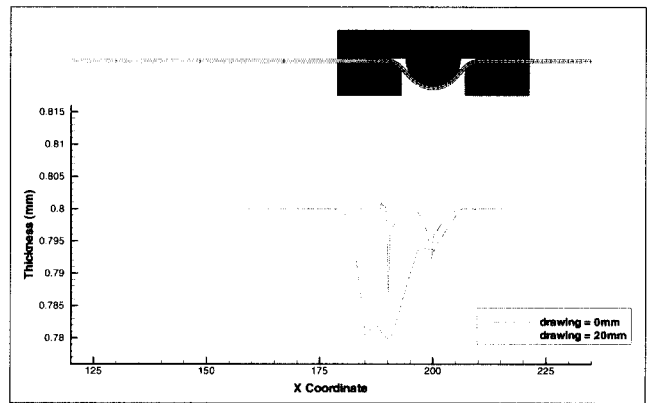
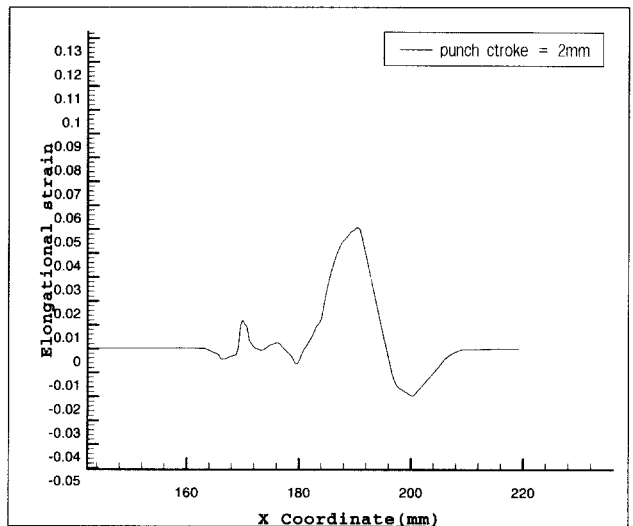


Fig. 4 The drawing progress of material after 2mm bead forming



(a) Thickness distribution



(b) Elongational strain

Fig. 5 The drawing progress of material after 2mm bead forming

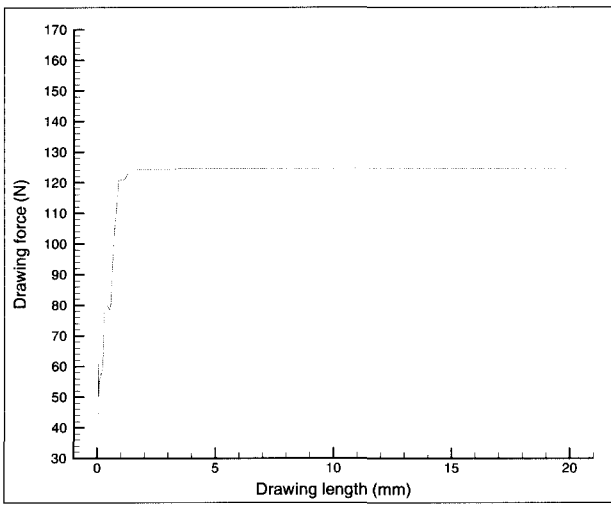


Fig. 6 Variation of drawing force according to the drawing displacement

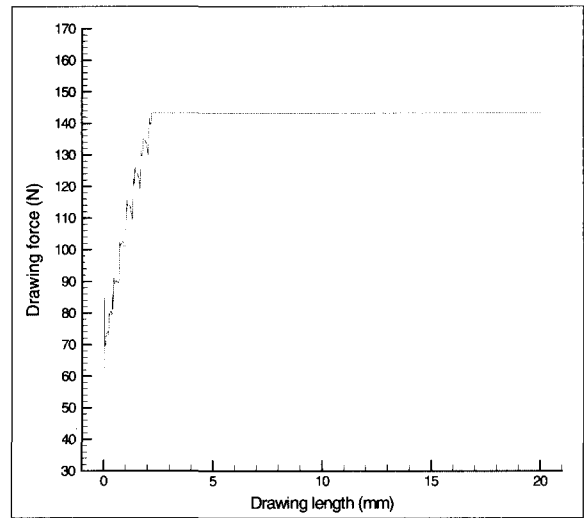


Fig. 9 Variation of drawing force according to the drawing displacement

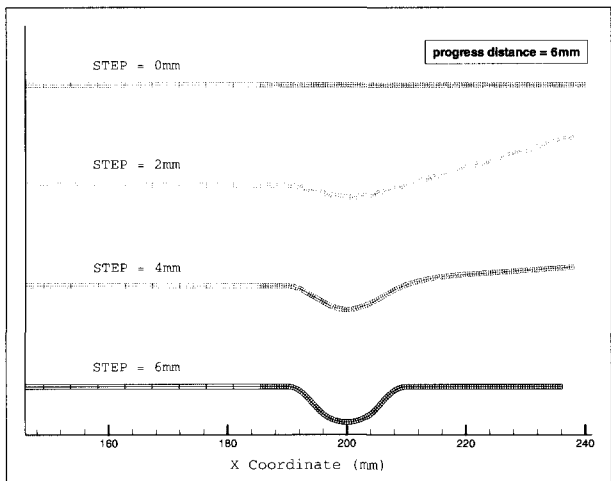


Fig. 7 The progress distance of bead until 4mm

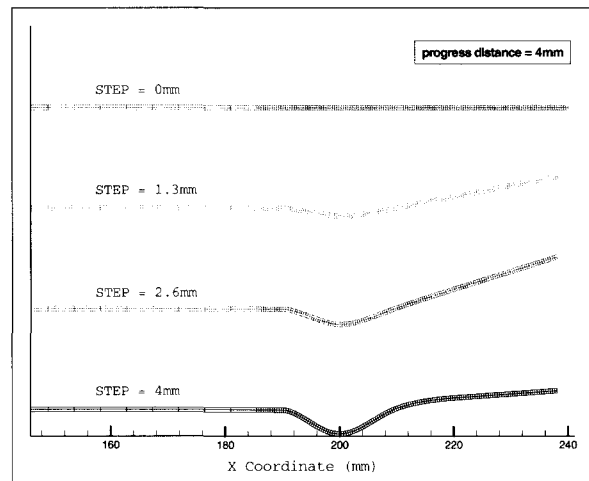


Fig. 10 The progress distance of bead until 6mm

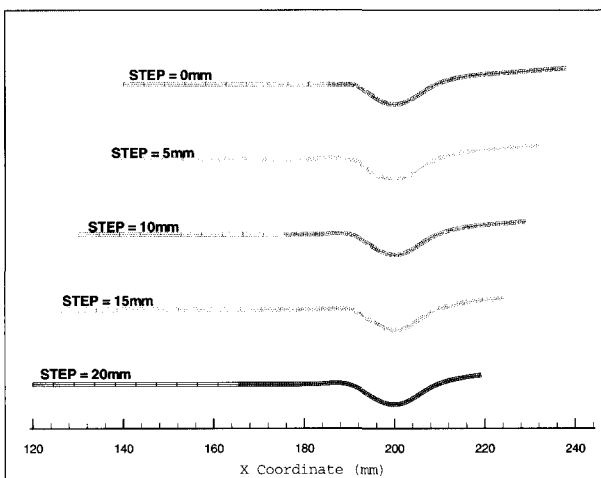


Fig. 8 The drawing progress of material after 4mm bead forming

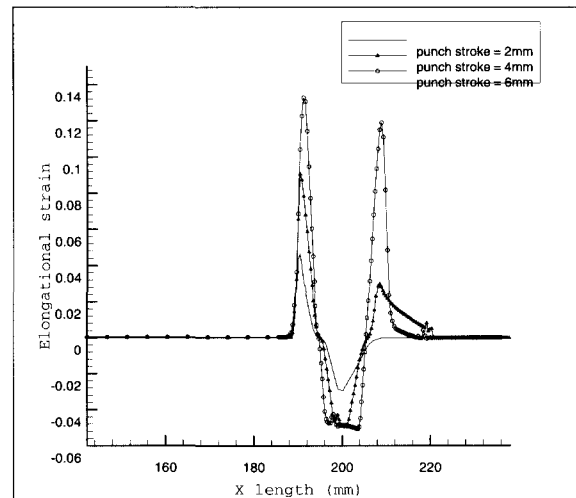


Fig. 11 Elongational strain of sheet surface according to the punch stroke

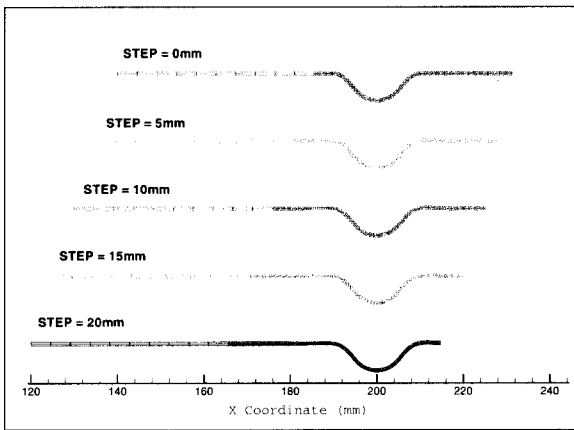


Fig. 12 The drawing progress of material after 6mm bead forming

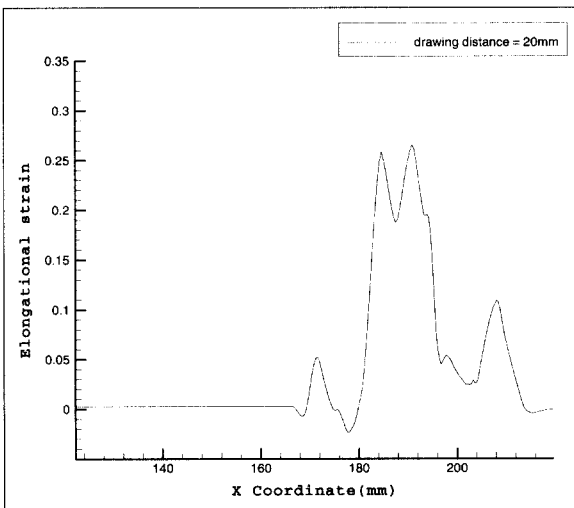


Fig. 13 Distributions of elongational strain after the drawing process

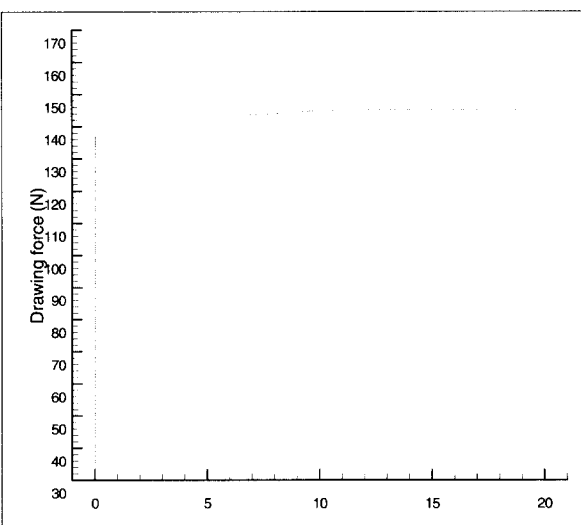


Fig. 14 The drawing force according to the drawing displacement

급격한 상승을 보이는 것은 성형이 진행된 이후로 다이와 펀치에 의한 커다란 구속력이 재료에 이미 존재하고 있기 때문이라 생각된다. 이러한 결과들은 비드가 갖는 구속력을 예측함으로써 실제 성형시에 비드의 크기 및 펀치용량의 설정 등 유용한 정보를 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

4. 결 론

비드가 성형되는 진행거리에 따라 박판에 미치는 영향을 살펴보기 위해, 정적 외연적 탄소성 유한요소 프로그램을 구성하여 비드성형 및 인발공정에 적용시켜 수렴성 문제를 극복하였고 높은 비선형으로 인한 많은 축차(iteration) 과정을 없앨수 있어 비교적 효율적인 해석을 할 수 있었다. 또한 동적 외연적 해석에서와 같은 동적관성효과에 의한 해의 진동도 없어 보다 정확한 해석도 가능하였다. 정적 외연적 유한요소해석으로 부터 비드 펀치 행정거리가 드로비드 공정에 미치는 영향에 대해 다음과 같은 결론들을 얻을 수 있었다.

- (1) 비드 성형공정을 각 진행 단계에 따라 분류하여 재료에 미치는 영향을 살펴보았다. 진행 거리가 깊어질수록 다이와 펀치, 재료간의 접촉이 심해지므로 그에따라 재료에 발생하는 변형이 증가함을 관찰할 수 있었다. 이는 실제 박판성형 이전에 재료에 심한 변형을 가져와 불량률의 원인이 될 수 있으므로, 적절한 성형깊이의 비드 선택이 중요하리라 짐작된다.
- (2) 비드성형 진행 거리에 따른 각각의 경우에서, 비드펀치 성형공정 마지막 단계로부터 재료가 왼쪽으로 당겨지는 인발공정을 가정하였다. 이공정은 실제 박판 성형공정에 의한 재료의 유동을 나타낸 것이며, 이때 비드가 가지는 구속력과 재료의 변형상태 등을 알아보기 위한 해석을 수행하였다. 인발이 진행됨에 따라 재료의 전 영역으로 인장이 확대됨을 관찰할 수 있었고, 비드의 진행거리가 깊을수록 소요되는 인발력이 크게 나타났다. 이는 비드성형 진행거리가 깊어질수록 비드펀치와 다이 사이의 마찰에 의해서 인발력이 증가하기 때문이라 짐작된다.
- (3) 비드의 진행 거리에 따라 얻어진 결과들은 실제 공정에서 필요로 하는 최적의 비드성형 깊이를 결정하는데 많은 도움을 줄 것이며, 비드로 인해 발생하는 여러 가지 복잡한 경계조건들을 가정할 때 유용한 정보를 제공할 수 있을 것으로 기대된다. 또한 향후, 본 수치해석을 바탕으로 실험적 검증을 수행할 것이며, 나아가서 성형도중에도 비드의 펀치 스트로크를 마음대로 바꾸어 성형성을 극대화시키는 실험장치를 개발할 계획이다.
- (4) 정적 외연적방법으로 프로그램을 구성한 결과, 비드성형시 발생하는 커다란 비선형성에 따른 수렴성 문제, 계산시간과 해의 정확성 등을 충분히 해결할 수 있었다.

참고문헌

정동원, 김귀식, 양동열(1998). “대형 차체판넬 스텝핑공정에서의 동적 외연적 탄소성 유한요소해석”, 한국해양공학회지, 제12권, 제1호, pp 10~22.
 정동원, 이상제(2000). “드로비드 형상에 따른 박판 성형공정에

- 미치는 영향에 관한 연구”, 대한기계학회논문집 A권, 제24권, 제6호, pp 1624~1632.
- Cao, H. L. and Teodosiu, C.(1992). “Numerical Simulation of Drawbeads for Axisymmetric Deep-drawing Processes”, NUMIFORM'92, pp 439~448.
- Cheng, J. H. and Kikuchi, N.(1985). “An Analysis of metal Forming Processes using Large Deformation Elastic-plastic Formulation”, *Comp. Meth. Appl. Eng.*, pp 71~108.
- Choi, T. H.(1993). “Numerical Simulations of Sheet Forming Processes by an Elasto-Plastic Finite Element Method”, KAIST MS thesis, pp 6~18.
- Chun B. K.(1992), “Numerical Simulation of Bead Formation by an Elasto-Plastic Finite Element Method”, KAIST MS thesis, pp 7~23.
- Maker, B., Samanta, S. K., Grab, G. and Triantafyllidis, N.(1987). “An Analysis of Drawbeads in Sheet Metal Forming : Part II -Experimental Verification”, *Transactions of the ASME*, Vol. 109, pp 164~169.
- Nine, H. D.(1978). “Drawbead Forces in Sheet Metal Forming”, *Mechanics of Sheet Forming*, Ed. by Koistinen, D. P. and Wang, N.-M., Plenum Press, pp 179~211.
- Triantafyllidis, N., Maker, B. and Samanta, S. K.(1986). “An Analysis of Drawbeads in Sheet Metal Forming : Part I -Problem Formulation”, *J. of Eng. Materials and Technology*, Vol. 108, pp 321~327.
- Wang, N. M. and Shah, V. C.(1991). “Drawbead Design and Performance”, *J. Mater. Shaping. Tech.*, Vol. 9, pp 21~26.
- Wang, N. M. and Somaratna, N.(1989). “Numerical Simulation of Industrial Sheet Forming Processes”, NUMIFORM'89, Colorado, pp 75~84.
- Yamada, Y. and Yoshimura, N.(1968). “Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Method”, *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 10, pp 343~354.

1999년 6월 3일 원고 접수

2000년 12월 1일 수정본 채택