

FMM 기법의 산란해석 정확도 향상 연구

A Study of Accuracy Improvement for Scattering Analysis of FMM Method

김 영 주* · 조 영 기** · 손 현**

Young-Joo Kim* · Young-Ki Cho** · Hyun Son**

요 약

FMM(Fast Multipole Method)은 계산시간을 현저히 감소시킬 수 있기 때문에 대형구조의 레이다 반사면적(RCS) 계산에 매우 효과적인 수치해석 기법이다. 하지만, 폭이 좁은 타원형 형태의 산란체는 절점의 길이나 그룹의 선택방법이 수치해석 결과에 영향을 미치게 된다. 본 논문에서는 TM 및 TE 편파에 대해 이러한 문제를 효과적으로 처리할 수 있는 방법을 제안하고, 제안한 방법을 검증하기 위하여 MOM 결과와 비교하여 제시하였다.

Abstract

FMM(Fast Multipole Method) is suitable numerical method for radar cross section calculation of arbitrary large conducting bodies due to reduction of computation time. The accuracy of the numerical results, however, can be influenced by selection of grouping method and segment length, in particular, for the case that cross section of the scatter is of the narrow width elliptical type. So, we describe the FMM method which can be deal effectively with such difficulties for both TM and TE polarization case. In order to check the present method, the results are compared with those obtained by Method of Moments.

I. 서 론

전자장 수치해석분야의 발전에도 불구하고, 현재 대형 구조물의 RCS 계산은 주로 PO, GO 및 GTD 등 고주파 해석기법에 의존하고 있다. 하지만, 구조 상호간의 커플링(coupling) 관계를 정확하게 고려하지 않기 때문에 상대적으로 큰 오차를 가지게 된다. 이에 반해 수치해석(예, MOM)의 경우 정확한 해를 얻을 수는 있지만, 한번의 반복계산에 $O(N^2)$ 의 행렬 벡터의 계산이 필요하기 때문에 시간이 많이 소요

되고 대용량의 메모리를 필요로 한다. 따라서 대부분 제한된 크기의 1차원 및 2차원 물체에 해석에 적용되고 있다.

FMM 기법은 Rokhlin^[1]이 음파의 산란 문제를 해석하기 위해 개발된 방법을 J. M. Song 및 W.C. Chew가 전파 산란특성 해석에 도입하여 발전시키면서 활발히 진행되어 오고 있으며, 계산시간이나 메모리 용량에 큰 장점을 가지고 있다^{[2],[3]}. 최근에는 FMM 기법을 확장시킨 MLFMA(Multi-level Fast Multipole Method)^{[4],[5]}이 고안되면서, 계산시간

* 국방과학연구소(Agency of Defense Development)

** 경북대학교 전자전기공학부(School of Electronics Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)

· 논문 번호 : 20010626-085

· 수정완료일자 : 2001년 8월 16일

측면에서도 $O(N^{1.5})$ 및 $O(N \log N)$ 으로 감소시켜 대 형구조물 산란해석의 가능성이 커지고 있다.

현재까지 FMM 기법을 연구한 결과로 보면, 비교적 크기가 큰 2차원 및 3차원 적용이 가능하고 결과도 다른 수치해석기법과 잘 일치하는 것으로 나타나 있다. 그 동안 임의의 형태의 도체 크기에 적용해 본 결과, 구조의 특성이 단면의 폭과 높이가 어느 정도의 비를 유지하고 있거나 크기가 큰 경우는 참고문헌이나 논문에서 언급한 바와 같이 결과가 일치함을 확인하였지만, 높이에 비해 폭이 매우 좁은 구조(특히 좁은 타원형 실린더 구조)는 오차가 증가하는 경향을 보여 주었다. 이것은 FMM에서 도체 표면을 N개의 산란체로 나누고, 산란체를 일정한 그룹으로 결합할 경우 급한 곡선면에 속한 그룹들의 상호작용에 문제가 발생하는 것으로 나타났다.

따라서, 본 논문에서는 이러한 구조적 문제 및 그룹의 분류로 인해 발생하는 문제점을 해결하기 위해 Group 및 부 산란체를 나누는 방법, 근접(Neighboring) 그룹의 범위설정 등을 연구하였다. 또한, TM 및 TE 편파에 대한 효과를 분석하기 위해 우선 참고문헌^[2]에서 J.M Song이 제안한 방법을 이용하여 TM 뿐만 아니라 TE의 경우도 FMM에 대한 해석기법을 유도하고 제시하였다. 제안한 방법을 검증하기 위해 같은 문제에 대해 MOM 기법으로 해석한 결과와 비교하여 제시하였다.

II. 이 론

2-1 적분방정식과 FMM 알고리즘

2-1-1 TM 파의 경우

자유공간상에서 이차원 도체에 대해 TM_z 파가 입사될 때 입사파에 대한 전계 적분방정식(EFIE)은 다음과 같다.

$$i\omega\mu_0 \int_c dl' g_0(\rho, \rho') J_z(\rho') = -E_z^{inc}(\rho), \quad \rho \in C \quad (1)$$

여기서 $J_z(\rho')$ 는 산란체의 표면 위에 유기된 전류이고, $E_z^{inc}(\rho)$ 는 입사파를 의미하며 g_0 는 일중

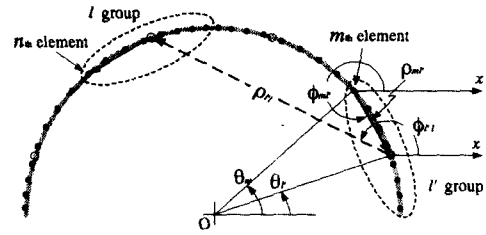


그림 1. 부산란체의 그룹화 및 상호작용

Fig. 1. Grouping of Subscatterers and Their Interaction.

0차 Hankel 함수로써 다음과 같다.

$$g_0(\rho, \rho') = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k|\rho - \rho'|) \quad (2)$$

식 (2)의 적분방정식은 모멘트 법을 사용하여 다음과 같이 이산적으로 나타낼 수 있다^[6].

$$\sum_{n=1}^N Z_{mn} I_n = V_m, \quad m=1, 2, \dots, M \quad (3)$$

여기서,

$$Z_{mn} = \begin{cases} \frac{\omega\mu_0}{4} \left[1 + \frac{2i}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma k \Delta_n}{4e} \right) \right] \Delta_n, & n=m \\ \frac{\omega\mu_0}{4} \Delta_n H_0^{(1)}(k\rho_{mn}), & n \neq m \end{cases} \quad (4a)$$

$$I_n = J_z(\rho_n) \quad (4b)$$

$$V_m = E_z^{inc}(\rho_m) \quad (4c)$$

$$\rho_{mn} = |\rho_m - \rho_n|, \quad (\gamma/4e) = 0.163805 \quad (4d)$$

식 (3)은 반복법을 통하여 해를 구할 수 있으며, FMM 기법을 사용하여 행렬벡터의 연산을 가속화시킬 수 있다.

FMM 기법의 개념은 그림 1처럼 임의의 금속 산란체를 N개의 부산란체로 나누고, 이들의 상호작용을 보다 효과적으로 고려하기 위해 부산란체들을 그룹으로 나눈다. 그리고, 그림 1의 오른쪽에서 나타난 것과 같이 부산란체의 중심을 Bessel 함수의 addition theorem을 사용하여 그룹의 중심으로 전이시킨다.

부 산란체들의 상호작용은 그룹 중심간의 상호작용을 구하고, 임의의 그룹에서 다른 그룹의 센터로

수신된 필드를 그룹에 속해 있는 부산관체에 재분배하여 구할 수 있다.

식 (4a)에 Bessel addition theorem을 사용하여 정리한 결과는 다음과 같다^[2].

$$H_0^{(1)}(k\rho_{mn}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha \beta_{ml'}(\alpha) \tilde{\tau}_{l'l}(\alpha) \cdot \beta_{ln}(\alpha) \quad (5)$$

여기서,

$$\tilde{\tau}_{l'l} = \sum_{l'=1}^{N/M} \sum_{p=1}^P H_p^{(1)}(k\rho_{rl'}) \cdot \exp\left[-ip\left(\phi_{rl'} - \alpha - \frac{\pi}{2}\right)\right], \quad l' = 1, 2, \dots, N/M, \quad l \neq l' \quad (6a)$$

$$\beta_{ml'}(\alpha) = \sum_{m=1}^M \exp[ik\rho_{ml'} \cos(\alpha - \phi_{ml'})], \quad l' = 1, 2, \dots, N/M, \quad l \neq l' \quad (6b)$$

$$\beta_{ln}(\alpha) = \sum_{l=1}^M \exp[ik\rho_{ln} \cos(\alpha - \phi_{ln})], \quad l = 1, 2, \dots, N/M, \quad l \neq l' \quad (6c)$$

식 (3)을 식 (5)로 대치하고, 식 (5)를 Q point 합으로 바꿀 경우 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_{l'=1}^M \sum_{l=1}^M Z_{mn} I_n + \left\{ \frac{W\mu_0}{4Q} \sum_{q=1}^Q \beta_{ml'}(\alpha_q) \cdot \tilde{\tau}_{l'l}(\alpha_q) \cdot \beta_{ln}(\alpha_q) \right\} \Delta_n I_n = V_m \quad (7)$$

식 (7) 등식의 좌측의 첫째항은 self 그룹 혹은 이웃그룹($l-l' \leq$ 이웃그룹의 범위)에 대한 관계를 나타낸다. 그리고, 두 번째 항은 self 그룹 및 이웃그룹을 제외한 그룹간 상호작용으로써 $\beta_{ml'}$ 은 source 그룹, β_{ln} 은 observation 그룹 및 $\tilde{\tau}_{l'l}$ 은 그룹간 상호작용을 나타낸다.

즉, 산란체를 N개의 요소로 나누면, 적분방정식의 커널인 그린함수의 특성상 그룹의 거리가 멀어질수록 상호 연관관계가 약해지므로 self 그룹 혹은 이웃그룹은 식 (4a)의 direct MOM 기법을 이용해서 구하고, 거리가 상대적으로 먼 그룹은 식 (7)의 Fast Multiple 기법을 이용하여 구하게 된다.

행렬과 벡터 곱의 계산시간은 이웃그룹의 범위에 따라 결정되며, 그룹의 크기 $N/M = \sqrt{N}$ 으로 할 경우 계산시간은 $O(N^2)$ 을 $O(N^{1.5})$ 까지 줄일 수 있다.

2-1-2 TE 파의 경우

TM과 같은 방법으로 자유공간상에서 이차원 도체에 대해 TE_z 파가 입사될 때에 대해서도 FMM에 대한 방정식을 유도할 수 있으며 과정은 다음과 같다. H파가 입사하면 도체표면에서 자계는 Neumann 경계조건($\partial\phi/\partial n=0$)을 만족해야 하고, 적절한 경계조건과 관측점을 도체면상으로 접근할 경우 자계적분 방정식(MFIE)은 다음과 같다.

$$\frac{1}{2} J(\rho') + \text{Lim}_{\Delta \rightarrow 0} \int_{C-\Delta} dT \frac{\partial g(\rho, \rho')}{\partial n'} J(\rho') = H_z^{inc}, \quad \rho \in C \quad (8)$$

여기서, Δ 은 ρ 가 포함되어 있는 C 상의 작은 절점을 나타내며, \hat{n}' 은 각 전원점에서 곡면에 대해 수직 외향 단위벡터를 의미한다. 그리고, $g(\rho, \rho')$ 및 J_l 는 각각 2차원 그린함수 및 곡면을 따라 흐르는 접선 전류이다.

TE의 경우도 TM의 식 (4)와 같이 표현할 수 있으며 다음과 같다^[6].

$$Z_{mn} = \begin{cases} \frac{1}{2} & , n=m \\ -\frac{j}{4} k \Delta_n (\hat{n} \cdot \hat{R}) H_1^{(1)}(k\rho_{mn}) & , n \neq m \end{cases} \quad (9)$$

여기서, \hat{R} 은 전원점으로부터 관측점으로 향한 포인팅 벡터로써 $(\bar{\rho}_m - \bar{\rho}_n) / |\bar{\rho}_m - \bar{\rho}_n|$ 이며, $\hat{n} \cdot \hat{R}$ 은 다음과 같다.

$$\hat{n} \cdot \hat{R} = n_x^{(n)} \frac{\partial}{\partial x} + n_y^{(n)} \frac{\partial}{\partial y} \quad (10)$$

식 (9)에 Bessel의 addition theorem을 적용하여 식 (5)와 동일한 형태로 유도할 수 있고 정리하면 다음과 같다.

$$(\hat{n} \cdot \hat{R}) H_1^{(1)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha \beta_{ml'}(\alpha) \tilde{\tau}_{l'l}(\alpha) \times [ik(n_x^{(n)} \cos \alpha + n_y^{(n)} \sin \alpha)] \beta_{ln}(\alpha) \quad (11)$$

여기서, $\tilde{\tau}_{l'l}$ 및 $\beta_{ml'}$ 은 식 (6a) 및 식 (6b)와 동일하며, β_{ln} 은 다음과 같다.

$$\beta_{ln}(a) = \sum_{n=1}^M [ik(n_x^{(n)} \cos \alpha + n_y^{(n)} \sin \alpha)] \times \exp[ik\rho_{ln} \cos(\alpha - \phi_{ln})],$$

$$l = 1, 2, \dots, N/M, l \neq l' \quad (12)$$

식 (11)을 Q point 합으로 바꿀 경우 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^M Z_{ml} I_n + \left\{ \frac{-ik}{4Q} \sum_{q=1}^Q \beta_{ml}(\alpha_q) \cdot \tilde{\tau}_{l'}(\alpha_q) \cdot \beta_{ln}(\alpha_q) \right\} \Delta_n I_n = \frac{V_m}{\eta} \quad (13)$$

식 (13)의 의미는 식 (7)에서 나타낸 것과 동일하며, 단지 식 (13)항의 우측에 자유공간 임피던스 η 를 나누어 준 것에 주의할 필요가 있다.

2-2 부산란체의 그룹화 방법

식 (7) 및 식 (13)을 이용하여 산란장을 구할 경우, 서론에서도 언급한 것과 같이 단면의 폭과 높이가 어느 정도의 비를 유지하고 있거나 크기가 큰 경우는 다른 반복해법(MOM)과 일치하는 결과를 얻었지만, 그림 2와 같이 높이에 비해 폭이 매우 좁은 구조(특히 좁은 타원형 실린더 구조)나 전원이 매우 근접해 있는 경우 오차가 증가하는 경향을 보여 주었다.

그림 2 (a) 처럼 절점간의 크기를 일정하게 하거나 그림 2 (b) 처럼 각도를 일정하게 분할하는 두 가지 방법을 시도해 보았지만 폭이 좁을 경우 오차를 줄일 수는 없었다. 이것은 그림 2의 (a) 및 (b)에서 예시한 것처럼 그룹의 영향이 타 그룹까지 포함하게 되며, 이로 인해 그룹간의 상호 작용에 대한 영향을 미치기 때문이다. 따라서, 급한 경사가 일어나는 지역에서 그림 3처럼 절점의 수를 상대적으로 조절하게 하고, 이웃그룹에 미치는 영향을 가능한 줄이도록 부산란체를 분할하였다. 그 결과 폭과 높이의 비가 적은 경우도 일치하는 결과를 얻을 수 있었다.

먼저, 타원형 실린더의 장축을 b , 단축을 a 라고 한다면, 장축과 단축의 대각 길이를 N 개의 일정한 절점 길이로 분할한다

$$\Delta L_{ab} = \frac{\sqrt{(a^2 + b^2)}}{N} \quad (14)$$

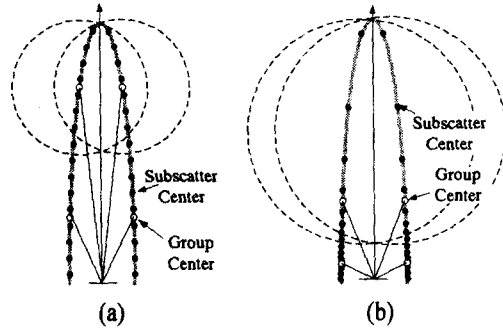


그림 2. 부산란체의 그룹화 방법

- (a) Subscatter 길이를 동일하게 한 경우
- (b) Subscatter의 각도를 동일하게 한 경우

Fig. 2. Grouping Method of Subscatter.

- (a) Same Length for Subscatter
- (b) Same Angle for Subscatter

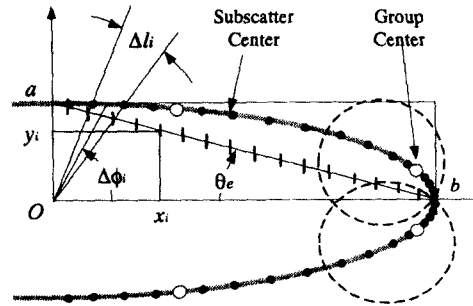


그림 3. 절점요소의 대각선 분할법

Fig. 3. Diagonal Divide of Subscatter element.

이때, 장축과 단축의 비에 따라 대각선이 이루는 각이 θ_e 라고 한다면, 대각 절점이 중심에 대해 이루는 각은 다음과 같다.

$$\Delta \phi_i = \tan^{-1} \left(\frac{\Delta y_i}{b - \Delta x_i} \right) \quad (15)$$

여기서,

$$\Delta x_i = \Delta L_{ab} \cos \theta_e \quad (16)$$

원점에서 타원 위에서 각 절점중심까지의 거리를 R_{ei} 라 할 때 각 절점의 길이는 다음식과 같다.

$$\Delta l_i = R_{ei}(\Delta \phi_i) - R_{ei}(\Delta \phi_{i-1}) \quad (17)$$

Ⅲ. 수치해석 결과

3-1 TM의 경우

도체 실린더의 형상에 따른 산란특성 및 FMM에 대한 제안된 절점 요소법을 분석하기 위하여 타원형 및 직사각형 실린더를 선택하여 전류 및 RCS를 계산하여 비교하였다.

먼저, 크기가 1V/m의 평면파가 입사한다고 가정하면, 입사파에 의해 도체 실린더에 유기된 전류 J_z 은 식 (7)로부터 구할 수 있다. 폭과 높이의 변화에 따른 전류분포의 결과는 그림 4에 나타내었다.

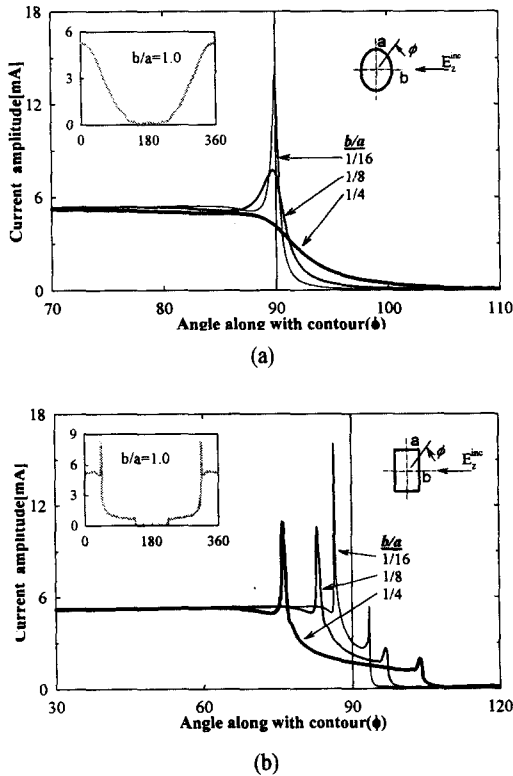


그림 4. 도체 실린더의 전류분포(TM)
 (a) 타원형 실린더($a=1\lambda, \phi^{inc}=0^\circ$)
 (b) 직사각형 실린더($b=1\lambda, \phi^{inc}=0^\circ$)
 Fig. 4. Current Distribution on Conducting Cylinder(TM).
 (a) Elliptical Cylinder($a=1\lambda, \phi^{inc}=0^\circ$)
 (b) Rectangular Cylinder($a=1\lambda, \phi^{inc}=0^\circ$)

그림 4에서는 edge 부분의 전류분포의 변화를 보다 자세히 나타내기 위해 일정한 범위만을 나타내었고, 결과는 가변절점 요소를 이용한 FMM 기법에 의한 결과만을 나타내었다. 타원형 실린더는 장축과 단축의 비가 $1/4(a=1\lambda, b=0.25\lambda)$ 인 경우 MOM 기법의 참고문헌 [6]과 결과를 비교하였고, 정사각형 실린더는 장축과 단축의 비가 $1(a=1\lambda, b=1\lambda)$ 인 경우, 참고문헌 [7]과 비교해 본 결과 일치하였다.

그림 4 전류 계산결과에는 나타내지 않았지만 절점의 길이를 같게 하거나 절점 각을 동일하게 하였을 경우, 폭과 길이의 비가 $1/8(a=1\lambda, b=0.125\lambda)$ 이하일 경우 FMM은 매우 불안정한 분포를 보이면서 부정확한 결과를 보여주었다. 하지만, 제안된 가변절점 요소방법을 사용했을 경우 $1/16(a=1\lambda, b=0.0625\lambda)$ 까지 안정된 값을 보여주었다. 전류계산은 행렬과 벡터의 곱연산을 빠른 시간내에 계산하기 위해 CGM (conjugate gradient method)을 이용하였다.

계산된 전류를 이용한 원거리 임의의 관측점에서 산란 전력은 다음식으로 계산된다.

$$\alpha(\phi) = \frac{kn^2}{4} \left| \sum_{m=1}^N h(n) I_n e^{jk(x_n \cos \phi + y_n \sin \phi)} \right|^2 \quad (18)$$

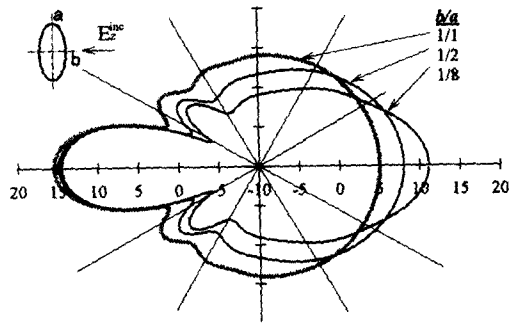
여기서, $h(n)$ 은 절점의 길이를 나타내며, 원형이나 직사각형의 경우 상수이지만, 폭이 좁은 타원형 혹은 직사각형의 경우는 가변 절점 길이를 적용한다.

식 (18)을 이용하여 장축과 단축의 비가 1, $1/4$, $1/8$ 및 $1/16$ 까지의 타원형 및 직사각형 도체 실린더 bistatic RCS를 계산하였고 결과는 그림 5 및 그림 6과 같다.

결과를 direct MOM 및 참고문헌과 비교해 보면, 제안된 가변 절점 방법에 의한 FMM은 폭과 길이의 비가 $1/8$ 까지는 direct MOM이나 참고문헌 [6],[7]과 완전히 일치하였다. 하지만, 장축과 단축의 비가 $1/16(a=1\lambda, b=0.0625\lambda)$ 이하일 경우는 제안한 방법을 적용하더라도 약간의 오차가 발생하였고, 이웃그룹의 범위를 확장(그룹수/2)할 경우에도 완전히 동일한 결과는 얻을 수 없었다. 따라서, 폭이 매우 좁아질 경우는 FMM을 적용하기에는 한계가 있음을 시뮬레이션을 통하여 알 수 있었다.

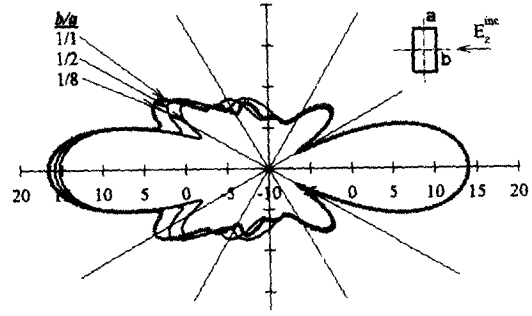
특히, 그림에서 점선으로 표시된 부분은 가변 절점요소를 사용하지 않고 등각으로 했을 경우에 결

FMM 기법의 산란해석 정확도 향상 연



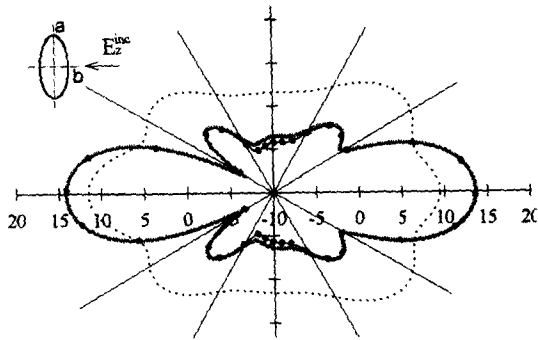
Direct MOM 및 FMM(일치)

(a)



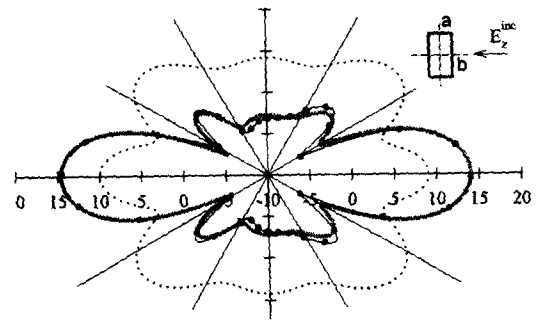
Direct MOM 및 FMM(일치)

(a)



- Direct MOM
- FMM(1/16, 가변 절점요소)
- FMM(1/16, 동일 절점각 요소)

(b)



- Direct MOM
- FMM(1/16, 가변 절점요소)
- FMM(1/16, 동일 절점각 요소)

(b)

그림 5. 타원형 도체 실린더의 Bistatic RCS(TM)

- (a) 타원형 실린더 Bistatic RCS
($\phi^{inc} = 0^\circ, a=1\lambda, b=1/0.5/0.125\lambda$)
- (b) 타원형 실린더 Bistatic RCS
($\phi^{inc} = 0^\circ, a=1\lambda, b=0.0625\lambda$)

Fig. 5. Bistatic RCS of elliptical conducting cylinder(TM).

- (a) Bistatic RCS of Elliptical cylinder
($\phi^{inc} = 0^\circ, a=1\lambda, b=1/0.5/0.125\lambda$)
- (b) Bistatic RCS of Elliptical cylinder
($\phi^{inc} = 0^\circ, a=1\lambda, b=0.0625\lambda$)

과를 참고로 표시한 것인데, 등각으로 할 경우 정점 부분이나 가장자리에 대한 정확한 전류분포를 계산할 수 없기 때문에 정확한 해와는 완전한 차이가 있음을 알 수가 있다.

그림 7은 가장자리에 대한 효과를 조사하기 위해

그림 6. 직사각형 도체 실린더의 Bistatic RCS(TM)

- (a) 직사각형 실린더 Bistatic RCS
($\phi^{inc} = 0^\circ, a=1\lambda, b=1/0.5/0.125\lambda$)
- (b) 직사각형 실린더 Bistatic RCS
($\phi^{inc} = 0^\circ, a=1\lambda, b=0.0625\lambda$)

Fig. 6. Bistatic RCS of Rectangular conducting cylinder(TM).

- (a) Bistatic RCS of Rectangular cylinder
($\phi^{inc} = 0^\circ, a=1\lambda, b=1/0.5/0.125\lambda$)
- (b) Bistatic RCS of Rectangular cylinder
($\phi^{inc} = 0^\circ, a=1\lambda, b=0.0625\lambda$)

정사각형 실린더에 대해 평면파가 45° 입사하는 경우를 계산한 결과이다. 장축과 단축의 비가 1인 경우에도 edge 부분에서 오차가 발생(점선으로 표시)함을 알 수 있었고, 이 경우 역시 가변 절점 요소법을 사용하여 해결하였다. 가변 절점 요소법의 경우

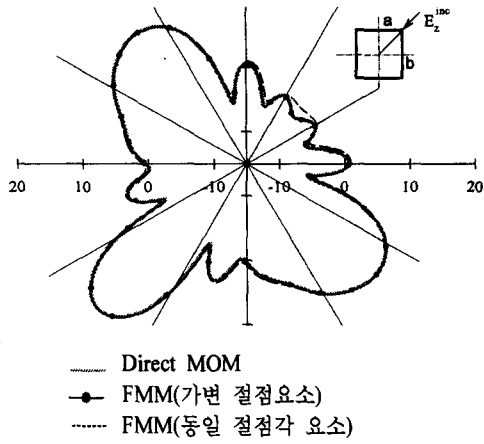


그림 7. 정사각형 도체 실린더의 Bistatic RCS (TM) ($\phi^{inc} = 45^\circ, a=b=1\lambda$)
 Fig 7. Bistatic RCS of Square conducting cylinder(TM), ($\phi^{inc} = 45^\circ, a=b=1\lambda$)

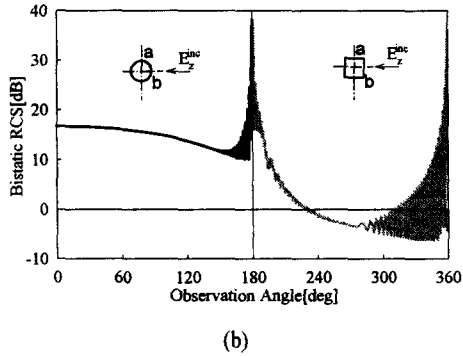
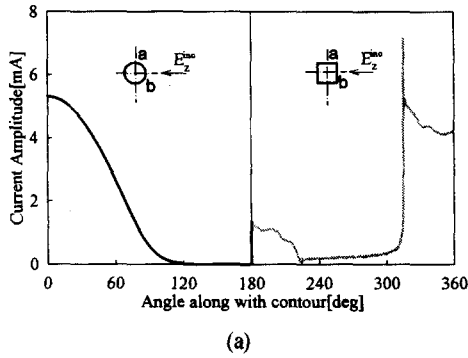


그림 8. 원형 및 정사각형 실린더의 전류 및 Bistatic RCS(TM), 크기=30λ, $\phi^{inc} = 0^\circ$.
 Fig. 8. Current and Bistatic RCS of Circular and Square Cylinder(TM), Size=30λ, $\phi^{inc} = 0^\circ$.

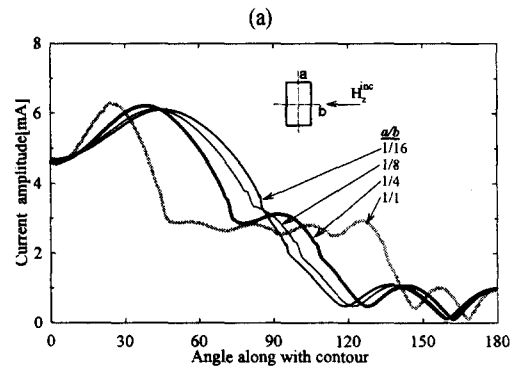
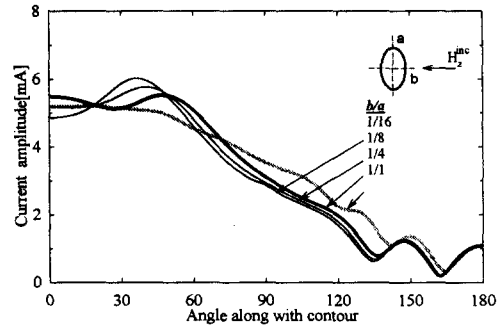


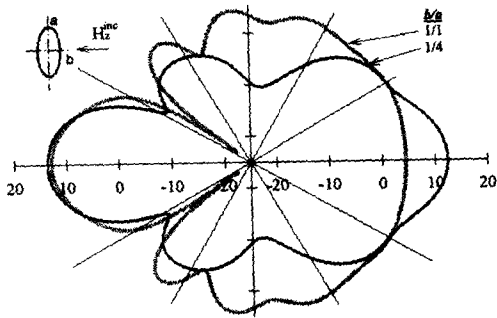
그림 9. 도체 실린더의 전류분포(TE)
 (a) 타원형 실린더 ($a=1\lambda, \phi^{inc}=0^\circ$)
 (b) 사각형 실린더 ($a=1\lambda, \phi^{inc}=0^\circ$)
 Fig. 9. Current Distribution of Conducting Cylinder (TE).
 (a) Elliptical Cylinder($a=1\lambda, \phi^{inc}=0^\circ$)
 (b) Rectangular Cylinder($a=1\lambda, \phi^{inc}=0^\circ$)

도 이웃 그룹의 범위를 1 및 2로 했을 경우 약간의 오차가 있었지만, 3 정도로 설정했을 경우는 거의 일치함을 알 수 있었다. 사용된 전체 절점의 수는 256개이며 group은 16(256/16)개로 하였다.

그림 8은 파장에 비해 매우 큰 물체에 대한 FMM 계산시간을 확인하기 위해 대표적으로 a 및 b 의 길이가 15λ인 원형 및 정사각형 계산결과를 제시하였다. 전체 절점의 수를 2,304개(48×48 group)를 하여 수행했는데도 계산 시간은 10분 이하였다.

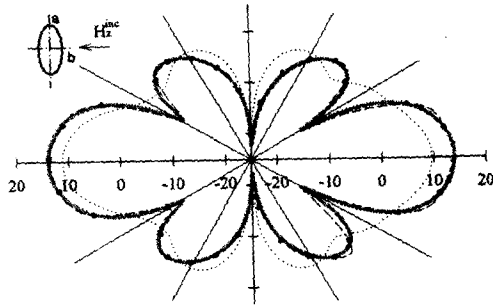
3-2 TE의 경우

도체 실린더에 대한 H-편파가 입사할 경우, E-편



Direct MOM 및 FMM(일치)

(a)



- - - Direct MOM
 -●- FMM(1/16, 가변 절점요소)
 - - - FMM(1/16, 동일 절점각 요소)

(b)

그림 10. 타원형 도체 실린더의 Bistatic RCS(TE)

(a) 타원형 실린더 Bistatic RCS

($\phi^{inc}=0^\circ, a=1\lambda, b=1, 0.25\lambda$)

(b) 타원형 실린더 Bistatic RCS

($\phi^{inc}=0^\circ, a=1\lambda, b=0.0625\lambda$)

Fig. 10. Bistatic RCS of elliptical conducting cylinder(TE).

(a) Bistatic RCS of Elliptical cylinder

($\phi^{inc}=0^\circ, a=1\lambda, b=1, 0.25\lambda$)

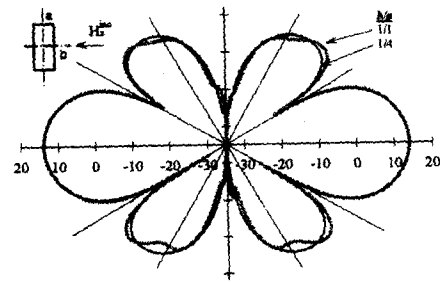
(b) Bistatic RCS of Elliptical cylinder

($\phi^{inc}=0^\circ, a=1\lambda, b=0.0625\lambda$)

파와 관계식은 다음과 같다.

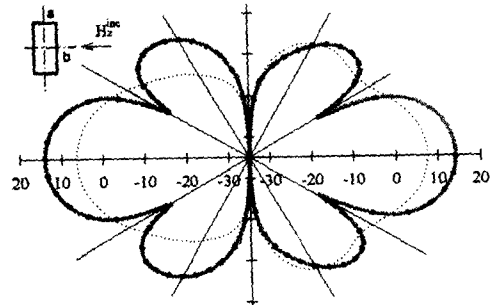
$$H_z^{inc}(\rho_m) = \frac{E_z^{inc}}{\eta} = \frac{V_m}{\eta} \quad (19)$$

TE 편파의 경우, 식 (20)과 같이 입사파는 TM의



Direct MOM 및 FMM(일치)

(a)



- - - Direct MOM
 -●- FMM(1/16, 가변 절점요소)
 - - - FMM(1/16, 동일 절점각 요소)

(b)

그림 11. 직사각형 도체 실린더의 Bistatic RCS(TE)

(a) 직사각형 실린더 Bistatic RCS

($\phi^{inc}=0^\circ, a=1\lambda, b=1, 0.25\lambda$)

(b) 직사각형 실린더 Bistatic RCS

($\phi^{inc}=0^\circ, a=1\lambda, b=0.0625\lambda$)

Fig 11. Bistatic RCS of Rectangular conducting cylinder(TE).

(a) Bistatic RCS of Elliptical cylinder

($\phi^{inc}=0^\circ, a=1\lambda, b=1, 0.25\lambda$)

(b) Bistatic RCS of Rectangular cylinder

($\phi^{inc}=0^\circ, a=1\lambda, b=0.0625\lambda$)

경우와 동일한 형태를 가지지만, 자유공간 임피던스 η 로 나누어 계산하여야 한다.

입사파에 의해 도체 표면에 유기된 전류는 (13)으로부터 구할 수 있고, 계산결과는 9와 같 TE의 경우도 TM과 마찬가지로 참고문 (circular cylinder : $b/a=1/4$) 및 참고문헌^[8] (sq

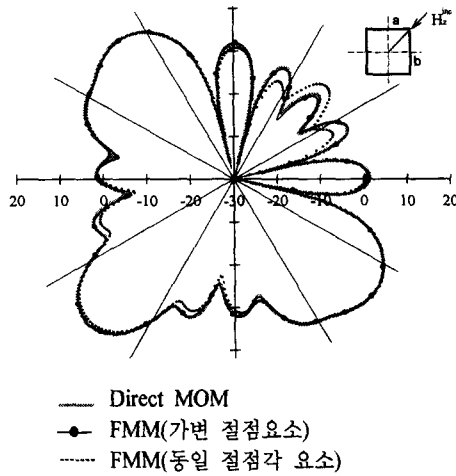


그림 12. 정사각형 도체 실린더의 Bistatic RCS(TE)
 ($\phi^{inc}=45^\circ, a=b=2\lambda$)
 Fig. 12. Bistatic RCS of Square conducting cylinder (TE). ($\phi^{inc}=45^\circ, a=b=2\lambda$)

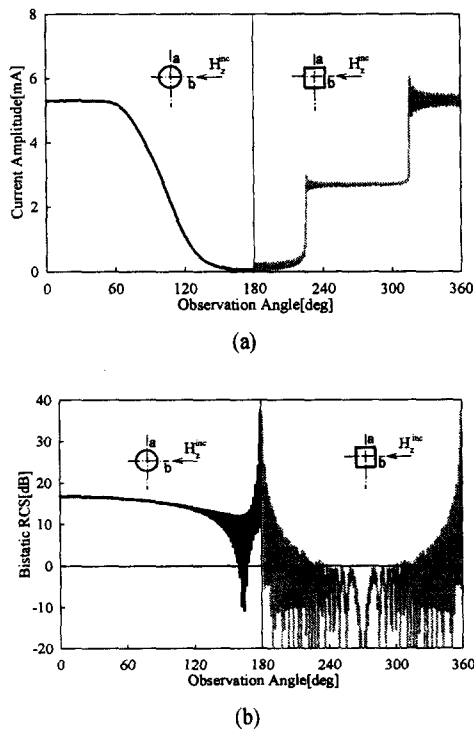


그림 13. 원형 및 사각형 실린더 Bistatic RCS(TE)
 (크기=30λ, $\phi_0 = 0^\circ$)
 Fig. 13. Bistatic RCS of Circular and Square Cylinder(TE). (Size=30λ, $\phi_0 = 0^\circ$).

cylinder : $b/a = 1/1$)의 direct MOM 의 계산결과와 비교하였고 일치함을 알 수 있었다.

실린더의 길이 방향과 평행하게 평면파가 입사하는 TM의 경우는 edge 부분에서 전류의 크기가 상대적으로 크게 나타나는 반면, TE의 경우는 전류가 크게 나타나지 않고 180도까지 일정하게 감소하는 경향에 주의할 필요가 있다.

전류에 의한 원거리에서의 반사전력 및 이에 대한 이산 형태의 표현식은 식 (20)과 같다. 그리고, 식 (20)에서 $h(n)$ 는 식 (17)을 이용하여 구할 수 있다.

$$\alpha(\phi) = \frac{k}{4} \left| \sum_{m=1}^N h(n)(\hat{n} \cdot \hat{R}) I_n e^{jk(x_m \cos \phi + y_m \sin \phi)} \right|^2 \quad (20)$$

식 (20)를 이용한 TE 편파에 대한 반사전력을 계산한 결과는 그림 10 및 11에서 나타내었다. TE 편파의 경우도 TM편파와 마찬가지로 폭과 길이의 비가 $1/8(a=1\lambda, b=0.125\lambda)$ 까지는 가변 절점요소에 의한 FMM 기법은 Direct MOM기법과 비교하여 거의 동일한 결과를 얻을 수 있었지만, 폭이 좁아질수록 조금씩 오차가 발생하기 시작했다. 하지만, 장축과 단축의 길이가 $1/16(a=1\lambda, b=0.0625\lambda)$ 의 경우 오차가 발생하기는 하지만 TM에 비해 다소 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 참고로 동일각 절점요소를 사용(그림 10(b) 및 11(b)의 점선)했을 때도 비록 결과는 오차가 크게 나타나는 하지만 TM의 경우보다는 다소 정확하다.

그림 12는 TE 평면파가 45도 입사할 경우 가변 및 동일각 절점요소를 사용하여 bi-static RCS를 계산한 결과를 나타내며, 참고문헌^[9]과 비교해 볼 때, TM의 경우와 마찬가지로 대칭 구조의 경우에도 동일각 절점요소에 의한 방법은 오차가 나타났지만 가장자리에서 절점길이를 적게 한 가변 절점요소 방법은 잘 일치하는 것으로 나타났다.

그림 13은 파장에 비해 매우 큰 물체에 대한 TE 및 TM의 FMM 계산시간을 확인 및 비교를 하기 위하여 a 및 b 의 길이가 15λ 인 원형 및 직사각형 계산결과를 제시하였다. 전체 절점의 수를 2,304개(48×48 group)를 동일하게 하여 계산한 결과 TE는 TM에 비해 다소 시간이 소요되었지만 큰 차이는 없었다.

논문에서 제시한 결과 외에도 여러 가지 입사방향에 따른 monostatic 및 bi-static RCS를 계산 해본 결과, 제안한 가변 절점 요소에 의한 방법은 Direct MOM 기법과 비교하여 매우 잘 일치하는 결과를 얻을 수 있었다. 따라서, 가변 절점 요소를 이용한 FMM 기법은 물체의 단면에서 폭이 높이에 비해 상대적으로 매우 좁은 경우에 효과적인 방법임을 확인하였다.

IV. 결 론

실제 산란해석에서는 단면이 대칭적인 구조보다는 비대칭적이며, 극단적으로 단면에서 폭이 매우 좁은 구조물이 존재한다. 비록 FMM이 대형 산란체 해석에 매우 효과적이지만 산란체의 형상에 따라 적절한 그룹화 방법을 선택하지 않을 경우 정확성이 떨어질 수 있다는 것이 여러 가지 계산결과 나타났다.

본 논문에서는 단면의 폭이 매우 좁은 산란체에 대한 FMM 기법의 해석의 정확성을 높이기 위한 하나의 방법으로 가변 절점 요소 및 그룹화 방법을 제안하고, TM 및 TE 모드의 산란 해석에 적용하였다. 제안된 가변 절점 요소법은 폭이 좁은 타원형 및 직사각형 산란체의 구조에 따라 절점길이를 조정하고 그룹화하는 것으로 이웃 그룹간의 영향을 가능한 줄여 주는 방법이다.

TM 및 TE 모드 각각에 대해 가변 절점법을 이용해 계산한 결과, 참고문헌이나 MOM과 일치하는 결과를 얻을 수 있었으며, 문제의 구조에 대해서는 해석 정확성을 높일 수 있는 효과적인 방법이라는 것이 확인되었다. 하지만, 제안된 방법으로 하더라도 폭이 더욱 좁아지는 경우에 대해서는 오차가 조금씩 증가되기 때문에 이에 대한 연구는 추가적으로 수행되어야 할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

- [1] R. Coifman, V. Rokhlin and S. Wandzura, "The fast multipole method for wave equation : a pedestrian prescription", *IEEE Ant. Prop. Mag.*, vol. 35, pp. 7-12, June 1993.
- [2] C.C. Lu and W.C. Chew, "Fast algorithm for solving hybrid integral equations", *IEE Proc.- H*, vol. 140, no. 6, pp. 455-460, December 1993.
- [3] J. M. Song and W. C. Chew, "Multilevel fast multipole method algorithm for solving combined field integral equations of electromagnetic scattering", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 10 no 1, pp. 14-19, Sept. 1995.
- [4] Chang-hoi Ahn and W.C. Chew, "MLFMA for computation of TM scattering from near resonant object", 한국전자과학회논문지, 제9권 제6호, pp 735-746, Dec. 1998.
- [5] J. M. Song, C. C. Lu and W. C. Chew, "Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects", *IEEE Tran. Antennas Propagat. Mag.*, vol. 45, no. 10, pp. 1488-1493, Oct. 1997.
- [6] R. F. Harrington, *Field computation by moment methods*, MacMillan Company, pp. 41-61, 1968.
- [7] M. G. Andreasen, "Scattering from parallel metallic cylinders with arbitrary cross sections", *IEEE Trans.*, vol. AP-12 no. 6, pp. 746-754, Nov. 1964.
- [8] Randy Bancroft, *Understanding Electromagnetic scattering using the moment method : A practical approach*, Artech House, pp. 81-98, 1996.
- [9] W. D. Burnside, C. L. Yu and R. J. Marhefka, "A technique to combine the GTD and moment method", *IEEE Trans*, vol. AP-23, pp. 551-557, July 1975.

김 영 주



1984년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사)
1986년 2월: 경북대학교 전자.전기공학부 (공학석사)
1995년 3월~현재: 경북대학교 전자.전기공학부 박사과정
1986년 2월~현재: 국방과학연구소 제 2체계개발본부 선임연구원

[주 관심 분야] 레이더 공학, 전자파 산란, RCS 예측/분석 및 감소설계

조 영 기



1978년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1981년 8월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
1998년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)
1981년 9월~현재: 경북대학교 전자전기공학부 교수

[주 관심 분야] 안테나 이론, 마이크로파 공학, 전자기 산란 및 전자기 이론

손 현

1960년 2월: 연세대학교 전기공학과 (공학사)
1975년 2월: 한양대학교 통신공학과 (공학석사)
1984년 2월: 경희대학교 전자공학과 (공학박사)
1977년~200년 6월: 경북대학교 공과대학 전자공학과 교수

현재: 경북대학교 전자·전기공학부 명예교수
[주 관심분야] 마이크로파 공학, 위성통신 및 이동통신