

# PLL 주파수 합성기에서 발생하는 위상잡음의 영향

## The Effect of Phase Noise from PLL Frequency Synthesizer

조형래\* · 최정수\*\*

Hyung-Rae Cho\* · Jung-Su Choi\*\*

### 요약

이 논문에서는, PLL 주파수 합성기의 VCO로부터의 위상잡음이 64 QAM 시스템 성능에 미치는 영향을 분석하려 한다. 발진기에서 발생하는 위상잡음을 실제와 유사하게 예측하기 위해 발진기의 입력 충격 전류가 소신호 일 때를 가정하여 선형 시변(linear time-varying : LTV) 모형을 고려하였으며 64 QAM 시스템에서 위상잡음이 복조부에서 검출과정을 거칠 때 위상잡음이 없는 백색정규잡음 환경에서의 BER과 비교하여 어느 정도 시스템 성능을 떨어뜨리는지를 분석한다.

### Abstract

In this paper, we analyze the effect of phase noise from PLL frequency synthesizer on 64 QAM when detecting corrupted signals. To predict the phase noise of an oscillator very accurately, we assume that the oscillator is linearly time-varying when the input impulsive current to the oscillator is small. The performance of the detector which detects the corrupted signal by oscillator phase noise is compared with that when the detector is only affected by AWGN and then analyze how much the phase noise degrades the system performance for 64 QAM.

### I. 서론

현대의 디지털 통신 시스템은 고차의 직교 진폭 변조를 많이 사용한다. 시스템 성능을 떨어뜨리는 요소는 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 하나는 백색 정규잡음이고 다른 하나는 위상잡음이다. 이 위상잡음은 시스템 성능을 떨어뜨리는 주요 요인이다. 위상잡음은 발진기와 변조된 신호를 변이시키는 역할을 하는 국부발진기의 주파수 합성기에서 주로 발생하며 동기 방식 수신기의 반송파 복원 PLL 입력의 백색정규잡음에 의해 발생된다. 또한 밀집한 성상을 갖는 고차원일수록 위상잡음의 영향은 커지게 된다.

또한, 현대 디지털 통신에서 PLL 주파수 합성기

는 가격 및 전력소비 측면에서 주로 FSK 송·수신방식이나 주파수 도약 방식에 의한 확산 대역 시스템에 주로 이용되고 있다. 주파수 합성기는 일반적으로 넓은 주파수 범위와 인접된 출력 주파수간의 주파수 간격이 좁은 우수한 주파수 해상도를 요한다.

이러한 조건을 만족시키기 위해서 주 잡음원인 발진기의 위상 잡음을 정확하게 예측하여 설계할 때 이를 고려해야 한다.

기존 발진기의 모형화는 대부분 선형 시불변 특성을 이용하였다<sup>[1],[2]</sup>. 그러나 실제 발진기는 비선형적으로 시간에 따라 변하는 성질을 가진다. LC동조 발진기는 위상잡음을 줄이기 위해 대역통과 특성을 이용한다. 또한 링 발진기는 스위칭 작용으로 인해 전원공급기에 잡음이 발생할 수 있으므로 LC 동조

\* 한국해양대학교 전파정보통신공학부(Division of Radio and Information Communication Engineering, Korea Maritime University)

\*\* 팬텍 기술연구소 (Pantech Co., LTD, R&D Institute)

· 논문 번호 : 20010406-048

· 수정완료일자 : 2001년 9월 29일

발전기가 링 발전기보다 위상 잡음이나 지터 특성 등이 우수하지만, 합성기 외부에서 사용되어야 하므로 비용과 실용적인 측면에서 최근에 많이 이용되지 않는다.

따라서 이 논문에서는 집적화가 가능하고 relaxation 발전기보다 잡음 성능이 우수한 링 발전기를 선형시변 특성을 이용하여 위상잡음을 분석하고 이것이 국부발전기에 사용되었을 때 통신 시스템 성능에 어느 정도의 영향을 미치는가를 분석하였다.

## II. 선형 시불변 링 발전기 모형에서의 위상잡음 분석

링 발전기는 집적화가 가능하기 때문에 디지털 통신 블록에 많이 사용되고 있다. 그러나 실제 사용되는 발전기는 발전기 내·외부 잡음의 영향을 받아 진폭과 위상에 섭동이 발생한다. 진폭에 대한 섭동은 자동이득제어회로를 이용하여 줄일 수 있지만 위상에 대한 섭동은 줄일 수가 없다. 왜냐하면 잡음에 의해 발생된 위상 천이는 종속적인 천이에 영향을 미치기 때문이다. 그러므로 발전기의 충격성 입력에 따른 위상 응답은 시간에 따라 변화됨을 알 수 있다.

$$V_{out}(t) = V_0 [1 + A(t)] \cdot f(\omega_0 t + \phi(t)) \quad (1)$$

여기서,  $f$  = 주기함수로서 발전기 출력 파형의 정상상태에서의 모양을 나타냄.

식 (1)은 발전기의 출력을 나타낸 것으로서 결과적으로 발전기의 출력은 입력전압 또는 전류를 위상으로 바꾸는 시스템으로 볼 수 있다.

그림 1에서 단일 전류원을 가지는 5단 CMOS 인

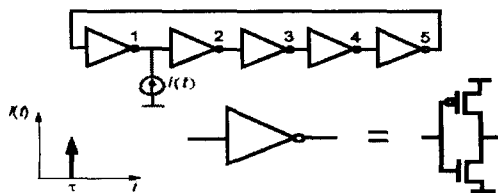


그림 1. 5단 CMOS 인버터 링 발전기  
Fig. 1. 5-stage COMS inverter ring oscillator.

버터 링 발전기에 대해 알아보면,  $t = \tau$ 에서 면적  $\Delta q$ 를 가지는 충격성 전류를 마디에 주입하면 시간에 따라 변화하는 위상 천이를 알 수 있는데, 이 때 주입되는 충격성 전류가 작을 때 전류를 위상천이로 변환하는 것은 선형적이라 가정할 때 식 (2)를 얻는다.

$$\Delta V = \frac{\Delta q}{C_{node}} \quad (2)$$

여기서,  $C_{node}$ 는 전하가 주입될 때 노드에서의 실효 정전용량이다.

곧, 작은 면적을 가지는 충격성 전류를 주입했을 때 결과적인 위상천이는 전압의 변화  $\Delta V$ 와 주입된 전하  $\Delta q$ 에 비례한다.

$$\Delta \phi = \Gamma(\omega_0 \tau) \frac{\Delta V}{V_{max}} = \Gamma(\omega_0 \tau) \frac{\Delta q}{q_{max}} \quad (3)$$

여기서,  $\Delta q \ll q_{max}$ ,

$\Gamma(x)$  = 충격감도함수

= 발전기에 충격성 입력이 인가되었을 때 그에 따르는 위상 천이를 나타내는 주기적, 시변 비례상수

$q_{max} = C_{node} = V_{max}$  충전기의 최대 전하

$V_{max}$  충전기의 최대 전압.

따라서 충전기의 최대 전하보다 훨씬 작은 전하가 마디에 주입되었을 때 위상 천이는 선형적으로 나타낼 수 있으므로 발전기 출력 파형의 위상 오류  $\{\phi(t)\}$ 는 위상 천이에 대해 적분을 함으로써 구할 수 있다. 여기서 단위 충격성 전류에 대한 위상 천이가 얼마나 발생하였는지 알아보기 위해 단위 충격성응답을 식 (4)와 같이 정의한다<sup>[3]</sup>.

$$h_\phi(t, \tau) = \frac{\Gamma(\omega_0 \tau)}{q_{max}} u(t - \tau) \quad (4)$$

여기서,  $u(t)$  = 단위 계단 함수

따라서 중첩적분을 사용하여 출력 위상 오류를 나타내면 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h_\phi(t, \tau) i(\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma(\omega_0 \tau)}{q_{max}} i(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5)$$

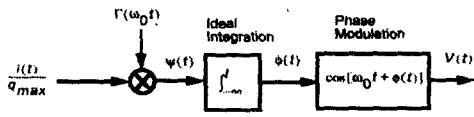


그림 2. 등가 시스템 과정  
Fig. 2. The equivalent block diagram of the process.

여기서,  $i(t)$  = 입력된 잡음 전류.

그림 2에는 등가시스템 과정을 보인다.

충격감도함수는 주기함수이기 때문에 식 (6)과 같은 푸리에 급수로 나타낼 수 있다.

$$\Gamma(w_0 t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n w_0 t + \theta_n) \quad (6)$$

여기서,  $c_n$ 은 정수,  $\theta_n$ 은  $n$ 번째 고조파의 위상, 따라서 식 (4), 식 (6)에 의해 발진기 출력 위상 오류는 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi(t) = \frac{1}{q_{\max}} \left[ c_0 \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \int_{-\infty}^t i(\tau) \cos(n w_0 \tau) d\tau \right] \quad (7)$$

저주파 정현 전류  $i(t) = I_n \cos[(n \omega_0 + \Delta \omega)t]$ 를 인가했을 때 적분기에 의해  $\Delta \omega$ 보다 큰 주파수에서는 감쇠가 심하므로 일반적으로 진동 주파수의 정수배 근처 성분만이 중요하다. 곧, 식 (8)이 된다.

$$\phi(t) \approx \frac{I_n C_n \sin(\Delta \omega t)}{2 q_{\max} \Delta \omega} \quad (8)$$

따라서 발진기 출력 파형의 위상 오류에 식 (8)을 대입하여 위상 잡음에 대한 SSB 스펙트럼을 구하면 식 (9)와 같다.

$$\mathcal{L}(\Delta \omega) = 10 \log \left( \frac{\frac{I_n^2}{\Delta f} \sum_{n=0}^{\infty} c_n^2}{4 q_{\max}^2 \Delta \omega^2} \right) \quad (9)$$

여기서,  $\frac{I_n^2}{2} = \frac{i_n^2}{\Delta f}$ , ( $\Delta f = 1\text{Hz}$ )이며,  $\frac{i_n^2}{\Delta f}$ 는 백색잡음 때문에 발생한 잡음전력이다.

여기서, 파시발 (Parseval) 정리를 이용하면 식 (10)과 같다.

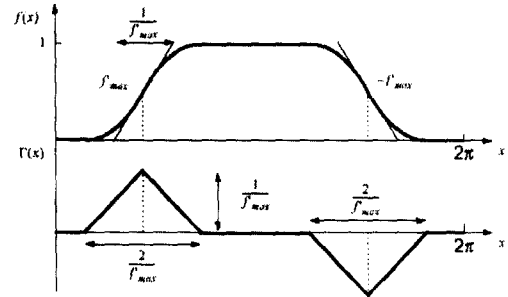


그림 3. 링 발진기에 대한 근사화된 충격감도 함수와 파형  
Fig. 3. Approximate waveform and ISF for a ring oscillator.

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |\Gamma(x)|^2 dx = 2 \Gamma_{rms}^2 \quad (10)$$

따라서 백색잡음 입력 때문에 발생한 위상 잡음은 식 (11)과 같다.

$$\mathcal{L}(\Delta \omega) = 10 \log \left( \frac{\frac{I_n^2}{\Delta f} \Gamma_{rms}^2}{2 q_{\max}^2 \Delta \omega^2} \right) \quad (11)$$

다음은 발진기 출력 파형이 대칭일 때의 충격감도함수를 고려하면 그림 3에서 보이듯이 충격감도 함수는 최대값  $\frac{1}{f'_{\max}}$ 를 가진다.

여기서  $f'_{\max}$ 는 식 (1)에서 일반화된 파형의 최대 기울기이다.

따라서  $\Gamma_{rms}$ 는 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} \Gamma_{rms}^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Gamma^2(x) dx \\ &= \frac{4}{2\pi} \int_0^{\frac{1}{f'_{\max}}} x^2 dx \\ &= \frac{2}{3\pi} \left( \frac{1}{f'_{\max}} \right)^3 \end{aligned} \quad (12)$$

1단 지연은 파형의 상승시간에 비례하고 주기는 1단 지연보다 2 N배 길다는 것을 고려하면  $\Gamma_{rms}$ 는 근사적으로 식 (13)과 같이 얻을 수 있다.

$$\Gamma_{rms} = \sqrt{\frac{2\pi^2}{3\pi^3}} \cdot \frac{1}{N^{1.5}} \quad (13)$$

다음은 발진기 출력 파형이 비대칭일 때의 충격

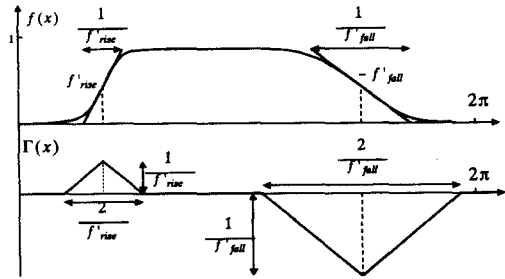


그림 4. 비대칭 상승·하강 에지에 대한 근사화된  
충격감도함수와 파형  
Fig. 4. Approximate waveform and ISF for asym-  
metric rising and falling edges.

감도함수를 고려하면, 그림 4에 보이는 것처럼 근사  
화된 충격감도함수의 실효치 값은 식 (14)와 같다.

$$\Gamma_{rms}^2 = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{f'_{rise}} x^2 dx + \int_0^{f'_{fall}} x^2 dx \right]$$

$$= \frac{1}{3\pi} \left( \frac{1}{f'_{max}} \right)^3 (1+A^3) \quad (14)$$

여기서,  $f'_{rise}, f'_{fall}$  = 출력 파형의 상승 시간과  
하강 시간 동안의 최대 기울기이고,  $A = \frac{f'_{rise}}{f'_{fall}}$  는  
출력 파형의 비대칭 정도를 나타낸다.

여기서, 주기는 식 (15)와 같다.

$$2\pi = \eta N \left( \frac{1}{f'_{rise}} + \frac{1}{f'_{fall}} \right) = \frac{\eta N}{f'_{rise}} (1+A) \quad (15)$$

여기서, 식 (14)와 식 (15)를 결합하면 식 (16)이  
된다.

$$\Gamma_{rms}^2 = \frac{8\pi^2}{3\eta^3} \cdot \frac{1}{N^3} \left[ \frac{1+A^3}{(1+A)^3} \right] \quad (16)$$

따라서, 출력 파형이 비대칭일 때가 대칭적일 때  
보다 위상 잡음이 많이 발생함을 알 수 있다.

### III. 64 QAM 시스템에서의 위상잡음의 영향

수신단에서 심볼을 결정할 때 영향을 미치는 두  
가지 위상잡음에 대한 통계적 과정은 중심 극한 정  
리를 이용하면 식 (17)과 같다<sup>[4],[5]</sup>

$$P(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}} \quad (17)$$

여기서,  $\sigma^2 = \theta_{rms}^2 + \theta_{no}^2$

$\theta_{rms}^2$ : 발진기에서 발생하는 위상 잡음에 대한  
분산

$\theta_{no}^2$ : 백색정규잡음에 의해 발생된 PLL에 입  
력되는 위상잡음에 대한 분산

또한  $i$ 번째 심볼에 대한 오류 확률은 반송파 복원  
루프의 대역폭이 데이터율보다 작기 때문에 위상  
오류는 각 비트 주기 동안 상수처럼 볼 수 있으므로  
판별오류에 대한 무조건 확률은 주어진 위상오류  
 $\theta$ 에 대해 위상잡음에 대한 확률밀도함수와  $i$ 번째  
조건적 오류 확률과 평균을 취함으로써 구할 수 있  
다. 곧, 식 (18)과 같다.

$$P_{si} = \int_{-\pi}^{\pi} P(\theta) P_{si}[\epsilon | \theta] d\theta \quad (18)$$

그림 5에서  $i$ 번째 심볼이 오류가 발생할 확률은  
식 (19)와 같다.

$$P_{si}[\epsilon] = (1 - P_r[x_u < x_i + n_x < x_i])$$

$$\cdot P_r[y_u < y_i + n_y < y_i] \quad (19)$$

여기서,

$x_u = x$  방향 상한

$x_i = x$  방향 하한

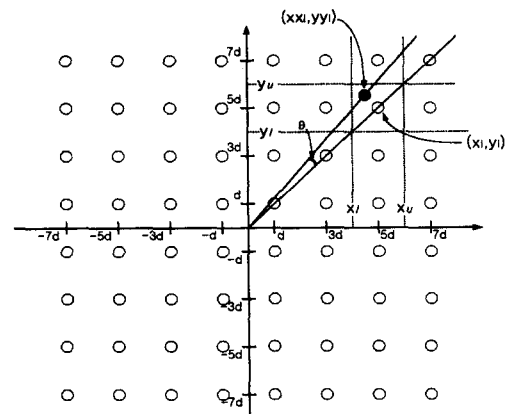


그림 5.  $i$ 에 대한 심볼 에러 확률

Fig. 5. Probability of symbol error for  $i$ .

$y_u = y$  방향 상한  
 $y_l = y$  방향 하한  
 $n_x = x$  방향 잡음의 섭동  
 $n_y = y$  방향 잡음의 섭동

여기서,

$$P_r [x_u < x_i + n_x < x_i] = P_r [n_x > x_u - x_i] + P_r [n_x > x_i - x_i] \quad (20)$$

이고

$$P_r [n_x > x_u - x_i] = \int_{x_u - x_i}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{f}{2\sigma^2}} dl \quad (21)$$

이다<sup>[6]</sup>.

원 신호의 심볼 좌표 ( $x_i, y_i$ )는 잡음의 영향을 받아 새로운 좌표 ( $xx_i, yy_i$ )로 이동하게 된다. 신호의 정상도가 정방형을 이루고 있으므로 직교 좌표를 이용하면 식 (22), 식 (23)과 같다.

$$xx_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \left[ \cos \left[ \tan^{-1} \left( \frac{y_i}{x_i} \right) \right] \cos(\theta) - \sin \left[ \tan^{-1} \left( \frac{y_i}{x_i} \right) \right] \sin(\theta) \right] \quad (22)$$

$$yy_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \left[ \sin \left[ \tan^{-1} \left( \frac{y_i}{x_i} \right) \right] \cos(\theta) + \cos \left[ \tan^{-1} \left( \frac{y_i}{x_i} \right) \right] \sin(\theta) \right] \quad (23)$$

식 (22)와 식 (23)를 식 (19)에 대입하면 위상오류  $\theta$ 에 대한 조건부 오류 확률을 구할 수 있고 식 (18)에 대입하면  $i$ 번째 심볼에 대한 심볼 오류 확률을 구할 수 있다. 또한 64개의 심볼들이 동일한 발생 확률을 가진다면 전체 오류 확률은 식 (24)와 같다.

$$P_s = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} P_{s_i} \quad (24)$$

여기서,  $M=64$

#### IV. 모의 실험 결과 및 고찰

그림 6은 링 발진기에서 발생한 위상잡음에 대한 시뮬레이션 결과를 보인다. 표 1은 육섯 주파수에 따른 위상잡음을 보인다.

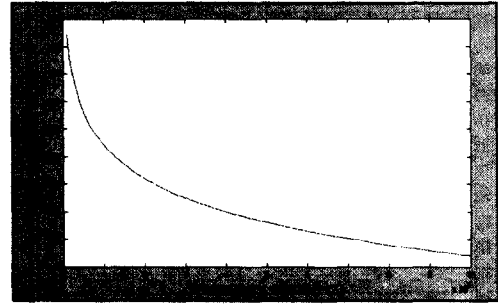


그림 6. 11단 링 발진기의 위상잡음

Fig. 6. Phase noise of 11-stage ring oscillator.

표 1. 11단 링 발진기의 위상 잡음

Table 1. Phase noise of 11-stage ring oscillator.

offset frequency (kHz)	0.6	1	10	100	1000	10000
SSB noise density (dBc/Hz)	-54	-58	-78	-98	-118	-138

16 kbps 보다 더 높은 데이터율을 가진 시스템의 변·복조기는 고역통과필터처럼 동작하므로 발진기에서 발생하는 인접 위상 잡음을 효과적으로 제거할 수 있다<sup>[7]</sup>. 곧, 반송파 복원회로는 기준 반송파를 입력 신호의 평균 위상으로부터 재 생성하므로 반송파 복원 루프의 대역폭 내에 존재하는 느린 위상 변동은 찾아낸다. 그러나 대역폭 외부에 존재하는 빠른 위상 변동은 찾아내지 못하므로 원하는 신호 또는 심볼의 변동과 구분이 되지 않아 올바른 신호 검출이 어렵다.

일반적으로 많이 이용되는 반송파 복원 회로가 1차 또는 2차 루프일 때 근사적으로 대역폭은 데이터율의 2%를 갖게 된다<sup>[7]</sup>.

따라서 이 논문에서 적용한 64 kbps 데이터율에 대한 복조기의 효율적인 대역폭을 근사적으로 1.2 KHz로 두면 복조기는 600 Hz 이하의 육섯 주파수에서 인접 위상잡음을 제거할 수 있으므로 600 Hz 이상의 육섯 주파수에서의 위상잡음만을 고려하면 된다. 수치 해석적으로 위상잡음을 600 Hz~10 MHz 까지 적분을 수행하여 전체 잡음 전력을 구하고 RMS 위상 지터로 바꾸면 0.082 라디안이 되며 이를 다시 degree로 바꾸면 위상잡음에 의한 위상 에러가 약

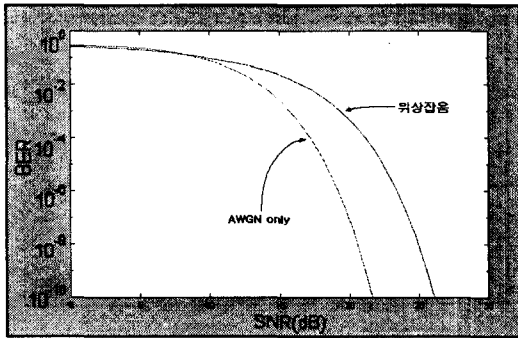


그림 7. 위상 잡음의 영향을 받은 BER  
Fig. 7. BER curves, affected by phase noise.

4.69° 발생한다.

### V. 결 론

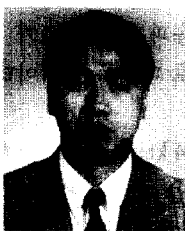
이 논문에서는 약간의 가정을 두어 기존에 사용 해왔던 선형시변 위상잡음 모형에서 보다 더 정확 히 잡음을 예측 할 수 있는 시불변 위상잡음 모델을 이용하여 주파수 합성기에서의 위상잡음을 분석하 였다. 또한 주파수 합성기의 위상잡음이 64 QAM

시스템에 미치는 성능을 분석하였다.

### 참 고 문 헌

- [1] D. B. Leeson, "A simple model of feedback oscillator noise spectrum", *Proc. IEEE*, vol. 54, pp. 329-330, Feb. 1966.
- [2] B. Razavi, "A study of phase noise in CMOS oscillators", *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 31, pp. 331-343, Mar. 1996.
- [3] A. Hajimiri, T. H. Lee, *The Design of Low Noise Oscillators*, KAP, 1999.
- [4] Papoulis, A., *Probability Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, Inc., New York, NY, 1984.
- [5] F. Gardner, *Phaselock Techniques*, New York, John Wiley & Sons, 1979.
- [6] J. G. Proakis, *Digital Communications*, Third Edition, New York, McGraw-Hill, 1995.
- [7] M. Kolber, "Predict Phase-Noise Effects In Digital Communication Systems", *Microwave & RF*, vol. 38, no. 9, pp. 59-70, May 1998.

### 조 형 래



1982년 2월: 광운대학교 전자공학과 (공학사)  
1984년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학석사)  
1993년 2월: 연세대학교 전자공학과 (공학박사)  
1984년~1990년: LG전자 연구소

선임연구원

1997년 7월~현재: 한국해양대학교 전자공학과 부교수  
1997년 7월~2000년: 한국해양정보통신학회 상임이사  
[주 관심분야] 대역확산, 해상이동통신

### 최 정 수



1999년 2월: 한국해양대학교 제어 계측공학과(공학사)  
2001년 2월: 한국해양대학교 전자 공학과(공학석사)  
2000년 12월~현재: 팬택 기술연구 소 연구원  
[주 관심분야] 대역확산, IMT-2000,

SDR