

실험계획법과 유한요소해석에 의한 디스크 브레이크의 열변형 최적설계

이태희[†] · 이광기* · 정상진*
(2001년 1월 15일 접수, 2001년 10월 15일 심사완료)

Optimal Design for the Thermal Deformation of Disk Brake by Using Design of Experiments and Finite Element Analysis

Tae Hee Lee, Kwangki Lee and Sang Jin Jeong

Key Words : Design of Experiments (실험계획법), Central Composite Design (중심합성법), Finite Element Analysis(유한요소해석), Response Surface Model (반응표면모델), Optimization (최적화), Design of Disk Brake (디스크 브레이크 설계)

Abstract

In the practical design, it is important to extract the design space information of a complex system in order to optimize the design because the design contains huge amount of design conflicts in general. In this research FEA (finite element analysis) has been successfully implemented and integrated with a statistical approach such as DOE (design of experiments) based RSM (response surface model) to optimize the thermal deformation of an automotive disk brake. The DOE is used for exploring the engineer's design space and for building the RSM in order to facilitate the effective solution of multi-objective optimization problems. The RSM is utilized as an efficient means to rapidly model the trade-off among many conflicting goals existed in the FEA applications. To reduce the computational burden associated with the FEA, the second-order regression models are generated to derive the objective functions and constraints. In this approach, the multiple objective functions and constraints represented by RSM are solved using the sequential quadratic programming to archive the optimal design of disk brake.

기호설명

- X** : 정규화된 설계변수 벡터 (입력)
- Y** : 목적함수 벡터 (출력)
- x** : 설계변수 벡터
- p** : 시스템변수 벡터
- β** : 반응표면모델 반응계수
- f** : 목적함수
- g** : 제한조건

1. 서론

소형 승용차용 캘리퍼 브레이크는 제동시 발생

하는 마찰열의 영향으로 디스크의 접촉면에서 미끄러짐, 밀림, 소음, 진동, 파손 등의 현상이 발생한다. 정상적으로 운전되는 브레이크 시스템에서의 마찰에너지는 브레이크 디스크와 패드 사이의 미끄러짐 마찰면에 고르게 발생되었다가 발산되지만, 비정상적인 경우에는 마찰열이 국부적으로 발생되고 생성된 마찰열도 불균일하게 발산됨으로써 열적 불안정 현상을 발생시켜 궁극적으로 제동성능을 저하시킨다.

이와 같은 문제로 인하여 발생하는 열적 저더(judder)는 브레이크 기능에 이상을 가져오고, 미끄러짐 마찰조건이 불안정해지기 때문에 제동거리를 더욱 증가시키므로 마찰열에 의한 열적 저더는 마찰열에 의한 브레이크 설계시 해결해야 할 전형적인 문제이다. 마찰에 의한 디스크의 표면온도 상승에 따른 여러 가지 불안정한 제동특성, 즉 열변형, 열균열, 열적 저더 등을 해결하기 위한 여러

[†] 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : thlee@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0449 FAX : (02)2298-4634
* (주) 태성에스엔이

가지 연구들이 수행되고 있으며 그 대표적인 내용은 (i) 열변형 최소화, (ii) 열용량 극대화, (iii) 냉각 성능 향상, (iv) 재질 변경, (v) 내마모성능 향상 등이다.⁽¹⁾

본 연구에서는 특히 캘리퍼 브레이크의 디스크에서 발생하는 열변형을 유한요소해석 및 실험계획법을 적용하여 최소화하는 설계를 수행한다.

유한요소해석에 의한 디스크의 열변형 해석은 반복계동 현상을 정확히 모델링하기 위하여 FMVSS105-75 (브레이크 다이내모 시험규격)의 제 2 페이드 (fade) 시험과 동일한 조건인 15 회 반복계동 시의 브레이크의 온도분포 및 열변형에 대한 615 회의 유한요소해석 결과를 중첩해야 만이 디스크의 열변형을 계산할 수 있다.⁽¹⁾ 특히 이와 같이 계산비용이 많이 들어가는 유한요소해석 프로그램에 최적설계 프로그램을 바로 적용하는 것은 무의미하며 오히려 실험 및 생산공정 분야에서 최적설계를 위하여 많이 적용되어왔던 실험계획법을 적용하여 설계영역 전반에 대한 전역 민감도해석을 수행한 후, 이 결과에 따라 최적설계를 수행하는 것이 바람직하다.

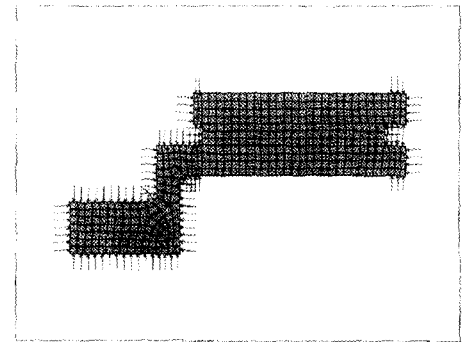
실험계획법에 의한 최적설계는 기존의 최적화 프로그램으로는 해석하기가 어려운 통합최적설계와 다중목적함수 최적설계 분야와 같은 복잡한 시스템의 최적설계 분야에 적용되어 좋은 결과를 얻고있다.^(2,3) 따라서 본 연구에서도 615 회 열변형 해석이라는 계산비용이 많이 들어가는 범용 구조해석 프로그램을 이용하여 최적화를 수행하지 않고, 실험계획법을 적용하여 25 회 열변형해석을 수행하고 이 결과를 이용하여 반응표면모델을 구성하여 벤틸레이티드 디스크의 열변형 최적설계를 수행한다.

2. 실험계획법에 의한 민감도해석

실험계획법은 시스템의 특성이 가장 좋게 나타나는 설계변수의 수준을 결정할 목적으로 개발되었지만 1976 년 다구찌는 "실험에 의하여 기술정보의 획득효율을 높여주기 위한 일반적인 기술의 전체"라고 정의하여 기존 실험계획법에 정보관리 행위를 포함함으로써 응용범위가 확장되어왔다. 특히 공학적 관점에서 실험계획법은 설계영역 전반의 정보를 제공함으로써 국부적인 민감도보다는 전역 민감도에 대한 정보를 제공하기 때문에 본 연구에서는 설계영역 탐색에 의한 최적설계로 확대하여 적용한다.



(a) Ventilated disk model



(b) Axisymmetric finite element model

Fig. 1 Finite element model of a disk brake

2.1 유한요소 모델링

Fig. 1 은 승용차용 벤틸레이티드 디스크의 유한요소 모델이며 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS 를 이용하여 모델링 하였다.⁽⁵⁾ 디스크의 유한요소 모델은 축대칭으로 가정하였으나 축대칭요소를 사용할 경우에는 벤트 홀(vent hole)의 특성을 고려할 수가 없다. 따라서 벤트 홀 부분에서 발생하는 관류동 대류에 의한 특성을 Fig. 1 (b)와 같이 하중조건으로 환산하여 정의하였다.⁽¹⁾

벤틸레이티드 디스크 모델의 열변형 최소화를 위한 최적설계 정식화에 사용되는 설계변수는 디스크의 기하학적 형상에 관계되는 $p1y$, $p2x$, $p3y$, $p4x$ 의 4 가지로 설정하였으며 (Fig. 2 참조), 최적화 목적함수는 디스크 끝 단에서 발생하는 최대 열변형 (PYd)과 디스크 전체 무게로 선정하였다. 경계조건은 휠과의 구속조건을 고려하여 Fig. 2 와 같이 선정하였다.

Fig. 3 은 초기 설계값에서 유한요소해석을 수행하여 구한 최대 열변형 결과를 보여주며, 최대 열변형량 0.692mm 이다.

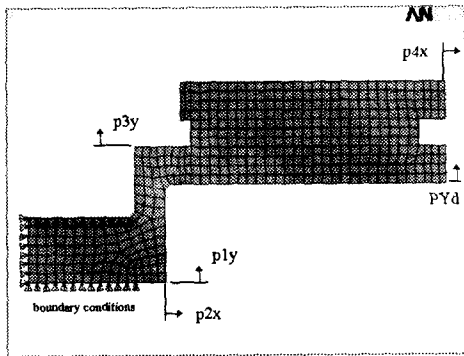
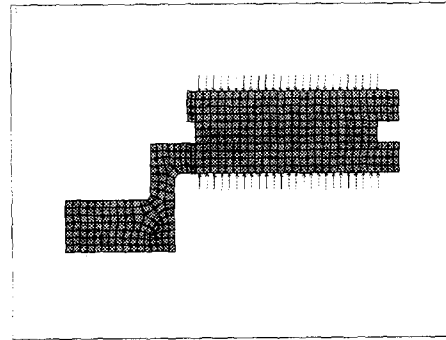


Fig. 2 Design variables of disk brake



(a) Load condition

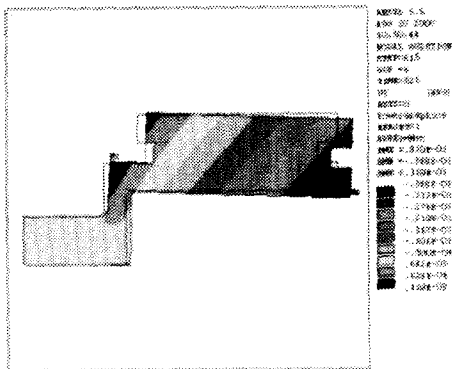
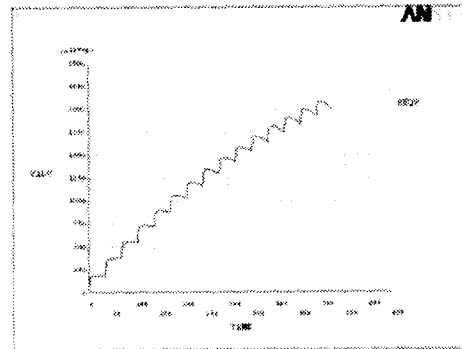


Fig. 3 Thermal deformation of the disk brake



(b) Stress analysis

Fig. 4 FMVSS105-75 braking condition

디스크 브레이크의 최대 열변형 해석을 위한 하중조건은 FMVSS105-75의 제 2 페이드 시험과 동일한 15 회 반복제동을 고려하였다. Fig. 4(a)는 열 하중조건을 Fig. 4(b)는 615 회 ANSYS 응력해석 결과를 보여준다.

2.2 중심합성법에 의한 반응표면모델

Fig. 1의 디스크 유한요소 모델과 같이 설계변수가 4 개이고 목적함수가 2 개인 경우에 대하여 실험계획을 수행하고 반응표면모델 (response surface model)을 구성하였다.^(4,6,7) 이때 설계변수는 다음 식 (1)을 이용하여 [-1, 1]의 영역으로 정규화하여 적용한다.

$$X_i = \frac{x_i - \bar{x}_i}{c_i}, c_i = \text{constant} \quad (1)$$

여기서 \bar{x}_i 는 설계변수 x_i 의 평균값을 의미한다. 4 가지 설계변수에 대한 2 가지 응답들의 상관관계인 반응표면모델은 식 (2)와 같은 다항식의 반응표면모델로 구성할 수 있다.

$$Y = X^T \beta + \epsilon \quad (2)$$

여기서 $Y = [y_1, y_2]^T$, $X = [1, X_i, X_j, X_k]^T$, ϵ 은 오차항이며, 식 (2)의 반응표면모델의 미지 계수 항인 $\beta = [\beta_i]$ 는 최소제곱법 (least squares method)에 의하여 오차항의 놈 (norm)을 최소화하여 식 (3)과 같이 구한다.

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

따라서 식 (2)는 다음과 같이 표현되며 Y_0 는 최대 열변형과 총 무게의 2 가지 응답함수 (목적함수)를 의미한다.

$$Y = X^T \beta + \epsilon = X^T [(X^T X)^{-1} X^T Y_0] \quad (4)$$

본 연구에서는 4 가지 설계변수를 [-1, 0, 1]의 3 수준으로 2^k 요인실험점에 1 개의 축점과 $2k$ 개의 중심점을 추가하는 중심합성법을 사용하였으며 총 25 회($2^4 + 2 \cdot 4 + 1 = 25$)의 유한요소 반복해석은 Fig. 5와 같이 상용 통합설계 프로그램인 ModelCenter를 사용하여 자동으로 수행하였다.⁽⁷⁾

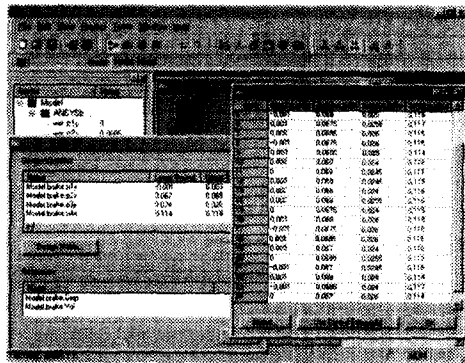


Fig. 5 Automation of FEA under ModelCenter

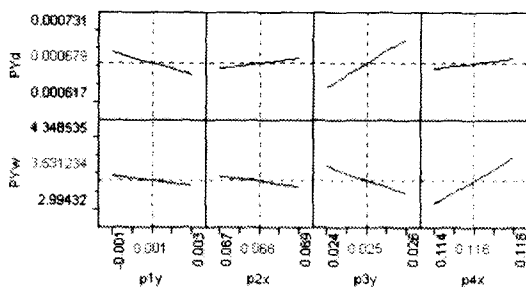


Fig. 6 Main effect of disk brake model

2.3 반응표면모델에 의한 전역민감도해석

Fig. 6 에 디스크 유한요소 모델의 4 가지 설계 변수에 대한 주효과(main effect)를 표시하였으며 최대 열변형 PYd와 무게 PYw 에 대한 4 가지 설계 변수 p1y, p2x, p3y, p4x 의 경향을 보여준다. 최대 열변형인 경우에는 p3y 가 가장 큰 전역 민감도 값을 나타내며 무게인 경우에는 p4x 가 가장 큰 민감도를 나타낸다. 특히 p2x 와 p3y 인 경우에는 최대 열변형에는 증가하는 경향을 반대로 무게인 경우에는 감소하는 경향을 보여주어 2 가지 목적함수에 대하여 최적의 해를 찾으려면 p2x 와 p3y 의 타협점을 잘 찾아줘야 한다는 것을 알 수 있다. Fig. 6 의 주효과를 통하여 4 가지 설계 변수가 최대 열변형 및 총 무게에 미치는 경향을 쉽게 알 수가 있다. 또한 Fig. 7 및 Fig. 8 과 같이 각각의 목적함수에 대한 전역 민감도해석을 통하여 4 가지 설계 변수가 얼마만큼 응답함수에 기여를 하고있는지도 예측할 수가 있다.

Fig. 7 은 최대 열변형 PYd 에 대한 전역 민감도해석을 보여주며 p3y > p1y > p2x > p4x 의 순서

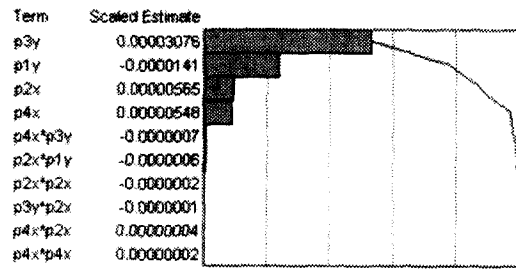


Fig. 7 Sensitivity of maximum thermal deformation

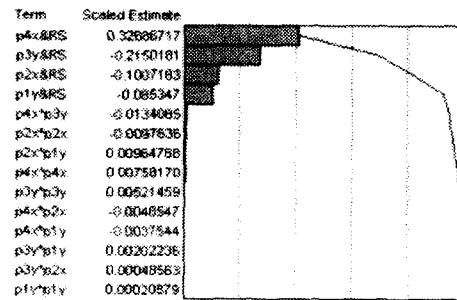


Fig. 8 Sensitivity of total weight

로 민감도가 크다는 것을 알 수 있으며 4 가지 설계 변수의 기여도는 최대 열변형의 97%를 차지하는 것을 알 수 있다. Fig. 8 은 총 무게 PYw 에 대한 민감도를 보여주며 p4x > p3y > p2x > p1y 의 순서로 기여도를 보여주며 4 가지 설계 변수의 기여도는 총 무게의 98%임을 알 수 있다. 한편 최대 열변형과 무게는 설계 변수들의 교호작용에는 민감하지 않다는 것도 알 수 있다.

3. 디스크의 열변형 최적설계

3.1 최적설계 정식화

유한차원의 최적설계 문제는 목적함수 $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ 와 제한조건 $g_j(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ 로 구성되며 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Minimize } f_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}), \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (5)$$

$$\text{Subject to } g_j(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (6)$$

$$\mathbf{x}_l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u \quad (7)$$

여기서, x 는 n 개의 설계변수 벡터이고 p 는 m 개의 시스템변수 벡터이며 I 는 목적함수의 개수를 J 는 제한조건의 개수를 의미한다.

디스크 브레이크의 열변형 최적설계를 위해서는 다음과 같이 최대 열변형 PY_d 와 총 무게 PY_w 등 2 가지의 응답을 목적함수로 선정하였으며 최대 열변형과 총 무게의 초기값을 2 가지의 제한조건의 최대값으로 고려하여 최적설계 수식화를 하였다. 따라서 디스크의 열변형 최적설계 정식은 식 (8)로 표현하며 여기서 아래 첨자 "MAX"는 단일 목적함수의 최적설계 결과로부터 구한 최대값을 의미하며, 아래첨자 "MIN"은 단일 목적함수로부터 구한 최소값을 의미한다. 본 연구에서는 목표 값은 초기값을 적용하였다. 2 가지 목적함수는 실험계획법을 통하여 얻어진 목적함수 각각의 최대 값과 최소값을 사용하여 식 (8)과 같이 [0 ~ 1]의 신뢰도 영역으로 정규화한 후에 최적설계를 수행하였다.

Maximize

$$\left[\frac{(\mu_{PY_d})_{MAX} - \mu_{PY_d}}{(\mu_{PY_d})_{MAX} - (\mu_{PY_d})_{MIN}} \times \frac{(\mu_{PY_w})_{MAX} - \mu_{PY_w}}{(\mu_{PY_w})_{MAX} - (\mu_{PY_w})_{MIN}} \right]^2$$

Subject to

$$g(\mu_{PY_d}) \geq \mu_{PY_d}^T$$

$$g(\mu_{PY_w}) \geq \mu_{PY_w}^T$$

(8)

여기서 μ 는 각 응답의 평균 값을 의미하고 T 는 목표 값을 의미한다.

3.2 SQP에 의한 강건 최적설계

식 (8)과 같이 제한조건이 있는 비선형 최적설계 문제를 해결하는 방법은 여러 가지가 있지만 본 연구에서는 Fig. 7 및 Fig. 8 과 같이 디스크 브레이크 해석결과로부터 만들어진 최대 열변형 및 총 무게의 반응표면모델에 SQP(sequential quadratic programming) 알고리즘을 적용하여 최적설계를 수행하였다.⁽⁸⁾ 최적설계는 Fig. 9 와 같이 ModelCenter Framework 을 사용하여 수행하였다.

Fig. 10 은 디스크 브레이크 반응표면모델에 SQP 를 적용하여 구한 최적설계 값인 [0.003, 0.069, 0.024, 0.114]에서 최대 열변형, 총 무게 및 신뢰도를 보여준다.

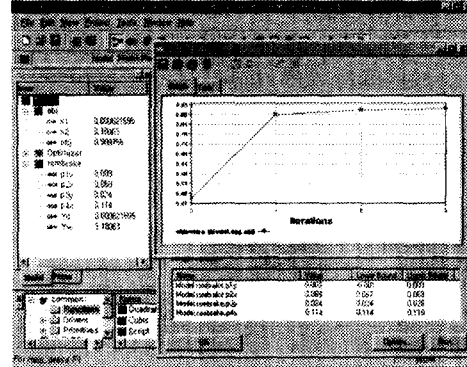


Fig. 9 Optimization history of disk brake using ModelCenter

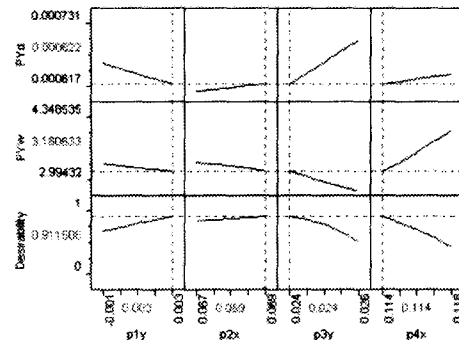


Fig. 10 Optimal results from RSM

Table 1 Optimal result of confidence level

Objectives	Initial value	Optimal value	Difference
Max. thermal deformation [mm]	0.45263	0.95969	0.50706
Total weight [kg]	0.60352	0.86242	0.2589

Table 1 에서는 디스크 브레이크 모델의 최적설계를 수행한 결과를 [0 ~ 1]의 신뢰도로 표시하였다. 여기서 신뢰도가 1 이라는 것은 식 (8)에서 알 수 있듯이 주어진 설계영역에서 최소화가 100% 이루어졌다는 것을 의미한다. 최대 열변형인 경우 0.50706 의 신뢰도가 향상 되었으며, 총 무게인 경우에도 0.2589 의 신뢰도가 향상되었다. 특히 최대 열변형의 신뢰도는 0.96 으로 신뢰도 1 에 가까운 결과를 보여주며 이것은 최대 열변형의 경우에는 열변형을 최소화하는 최적 값에 근접한 값을 얻은 것으로 평가할 수 있다.

Table 2 Comparison of the results of ANSYS and RSM

Objectives	ANSYS	RSM	Error
Max. thermal deformation [mm]	0.621	0.622	0.16 %
Total weight [kg]	3.178	3.18	0.06 %

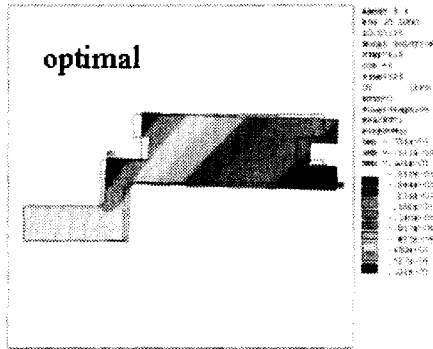


Fig. 11 Optimal thermal deformation

반응표면모형을 통하여 구한 디스크 브레이크 모델의 최적 설계값에서 유한요소해석을 수행한 결과는 다음 Table 2 와 같다. 최대 열변형 및 총 무게에 대한 유한요소해석 결과는 반응표면모형 결과와 최대 0.16%의 오차를 보여주며 이것은 반응표면모형 결과와 유한요소해석 결과가 매우 잘 일치한다는 것을 증명할 수 있다.

Fig. 11 은 반응표면모형에 의한 최적설계로부터 구한 최적 설계값에서 유한요소해석을 수행한 결과를 나타낸다. 또한 최대 열응력의 초기값과 최적값을 비교한 해석 결과를 보여주며 Fig. 3 의 초기값과 비교하여 0.071mm 만큼 최대 열변형이 감소하였다.

4. 결론

해석비용이 많이 들어가는 범용 유한요소해석 결과를 이용한 최적설계 문제를 중심합성법에 의한 실험계획법을 적용하여 반응표면 모델을 구성하여 최적설계를 수행하였다.

대단히 많은 반복해석이 필요한 디스크 브레이크의 열변형을 고려한 최적설계를 제안된 방법을 적용하여 성공적으로 수행하였으며 이 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 해석비용이 고가인 범용 유한요소 프로그램의 해석 결과로부터 실험계획법에 기초한 반응표면모형을 구성하여 값싸게 전역 민감도해석을 수행하였다.

(2) 유한요소해석을 다시 수행할 필요가 없이 이미 반응표면모형으로 구성된 목적함수 및 제한조건 수식을 통하여 설계영역의 변화에 대한 많은 what-if 해석 및 trade-off 해석이 가능하다.

(3) 직접 유한요소해석 결과에 의한 최적설계를 수행하면 해석비용이 많이 드는 문제에 반응표면모형에 의한 최적설계를 수행하여 값싸게 최적값을 구하였으며 이 결과를 유한요소해석 결과와 비교하여 그 정확성과 유용성을 증명하였다.

후기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계신기술연구센터의 지원에 의해 수행되었습나다.

참고문헌

- (1) 남종승, 1995, "디스크 브레이크의 성능향상을 위한 유한요소 해석," 홍익대학교 대학원 석사 학위 논문.
- (2) Kodiyalam, S, Lin, J. S. and Wujek, B.A. , 1998, "Design of Experiments based Response Surface Models for Design Optimization," *Proceedings of the 39th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit and AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Forum -Part 4*, pp. 2718 ~ 2727.
- (3) Koch, P. N., and Mavris, D., 1998, "Multi-Level, Partitioned Response Surfaces for Modeling Complex Systems," *Proceedings of the 7th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposiums on Multidisciplinary Analysis and Optimization - Part 3*, pp. 1954 ~ 1968.
- (4) Myers, R. H. and Montgomery, D. C., 1995, *Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, New York.
- (5) ANSYS Inc., 2000, *ANSYS User's Guide ver. 5.6*.
- (6) SAS Institute Inc., 2000, *JMP User's Guide*.
- (7) Phoenix Integration Inc., 2000, *ModelCenter User's Guide*.
- (8) Arora, J. S., 1989, *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill.